RAZONAMIENTO MATEMATICO

TEORICO - PRACTICO

MANUEL COVEÑAS NAQUICHE

RAZONAMIENTO MATEMATICO

RAZONAMIENTO MATEMATICO

TEORICO - PRACTICO

4ta. Edición
Corregida y Aumentada

MANUEL COVEÑAS NAQUICHE

Impreso en los Talleres Gráficos de
"EDITORIAL COVEÑAS"
Jr. Los Claveles 538 Urb. Micaela Bastidas
Los Olivos - Lima
Pedidos a los Teléfonos: 485-2366
521-0949

Presentación

MANUEL COVEÑAS NAQUICHE, joven matemático Piurano, del Distrito de La Arena, al igual que muchos provincianos de nuestro país, dejó su tierra natal para labrarse un futuro en la Capital, siguiendo estudios superiores de Ingeniería Mecánica-Eléctrica en la Universidad Nacional del Callao.

Para sobrevivir en esta **"Lima la Horrible"** como dijera S. Salazar Bondy, se vió obligado a incursionar en la enseñanza pre-universitaria, sin siquiera imaginarse que esta actividad, que suponía temporal, le permitiría descubrir su destino y sobre todo su verdadera vocación: ¡Educador!

Efectivamente, Manuel Coveñas en las aulas, siempre supo llegar a sus alumnos, destacando por su gran capacidad didáctica, claridad en la exposición, orden lógico en las ideas y sobre todo por su sencillez y su natural predisposición a dialogar con ellos, a cualquier hora y en cualquier circunstancia. Doy fe de esto, al tener el honor de haber alternado con él en la tarea pedagógica los últimos 8 años.

Estas y otras cualidades, hicieron que fuera requerido por las principales academias pre-universitarias de Lima y Provincias, donde siempre destacó como docente y como persona, por su Don de Gente.

Su inquietud y amor por la Educación y las Matemáticas, conducen al profesor Coveñas a incursionar en el difícil mundo de la creación intelectual, dando a luz 8 textos sobre temas matemáticos, que comprueban sus innatas dotes pedagógicas, reconocidas incluso por el Ministerio de Educación, que ubica sus libros

dentro de la bibliografía básica de las Academias Pre-Universitarias, según la R.M.Nº 629-87 Ed.

Este año 1995, Manuel Coveñas nos presenta una de sus mejores obras: **"RAZONAMIENTO MATEMATICO"**, que da una manera sencilla, siguiendo el natural curso del Razonamiento Lógico Deductivo del espíritu humano, permite que el alumno pueda aprender por si mismo.

Razonamiento Matemático aborda temas fundamentales como:

Cuatro Operaciones Fundamentales, Operadores Matemáticos, Cripto Aritmético, Planteo de Ecuaciones, Situaciones Geométricas, Teoría de Exponentes, Cuadro de Decisiones, Promedios, Desigualdades, Valor Absoluto, Fracciones, Tanto por Ciento, Areas y Perímetros, Logaritmos, Plano Cartesiano, Funciones, Productos Notables, Conteo de Figuras, Trazos y Figuras, Conjuntos, lo que le da a esta obra, el carácter de indispensable para los escolares en general y, en especial para toda aquella persona que pretende seguir estudios superiores en nuestro país.

MANUEL COVEÑAS NAQUICHE puede sentirse feliz y realizado, ha hecho realidad la sentencia popular que reclama de todo hombre: Tener un hijo, plantar un árbol y escribir un libro.

Prof. Lucio R. Blanco Arellano

Prólogo

El gran progreso alcanzado por la Matemática, en sus diferentes ramas, tanto en el aspecto teórico-práctico como en la fundamentación de sus conceptos ha suscitado, que cada vez más se presente como "incomprensible" para el gran público, en especial para los escolares. Esta realidad me ha impulsado a preparar el presente libro **Razonamiento Matemático.**

Con el objeto de facilitar la comprensión y el aprendizaje de esta ciencia ideal, con lo cual creo contribuir así a la formación matemática de los estudiantes en general, especialmente a la de los postulantes a las diferentes Universidades e Institutos superiores del país.

Me he esforzado por ser lo más didáctico posible, de tal manera que el lector pueda aprender por si mismo; labor que se ha visto facilitada por mi experiencia docente de 16 años y como autor de 8 textos Matemáticos, entre los que destacan: Trigonometría, Cómo Plantear y Resolver Ecuaciones, Geniosidades Matemáticas, 555 Problemas de Razonamiento Matemático, Exámenes tipo Admisión a las Universidades Católica y de Lima.

Aparte de abordar los temas clásicos de la Matemática, he buscado incidir en otros a los cuales se les dedica poca atención en libros similares como son:

Cripto aritmético, Sumatorias, Conteo de figuras, Trazos y figuras, Transmisiones, Razones y proposiciones, Promedios y medias, Ejes coordenadas, Problemas sobre relaciones familiares, Relaciones y funciones, Valor absoluto, Probabilidades, Escalas y gráficos, Evaluación o descarte de datos.

Adjunto a cada capítulo una gama de problemas tipos, tanto resueltos como propuestos, con el fin de que puedan servir para fijar ideas, complementando así los conocimientos teóricos. Estos problemas bien pueden utilizarse para prácticas dirigidas del respectivo tema, pues están convenientemente ordenados de acuerdo al grado de dificultad.

El objetivo de esta obra quedará satisfecho toda vez que los estudiantes lleguen a comprenderla y a obtener la motivación suficiente como para realizar estudios más avanzados de Matemática.

La mejor recompensa que anhelo, por el esfuerzo desplegado, es recibir sus sugerencias, críticas, consejos, etc.. para perfeccionar esta obra en próximas ediciones, en cuyo caso sírvance dirigirse a **Ediciones "Coveñas".**

El Autor

Dedicatoria

¡Gracias a Dios por la vida que me ha dado tanto! ... Una esposa ejemplar, SARA, y tres lindas pequeñitas, NATALY, VANESSA y KARINA quienes llenan mi espíritu de amor y hacen fácil mi caminar.

El Autor

INDICE

NUMERACION 1

- Numeración:

En vista de que la serie de los números naturales es ilimitada aparece como un problema **muy difícil** el dar nombre a cada número. Efectivamente: si a cada número se le da un nombre distinto aparece que para nombrar, por ejemplo los **mil** primeros números habra que inventar y aprender **mil** palabras distintas. Esto resulta casi imposible pero, además. ¿Cómo nombraríamos después todos los infinitos números que vienen a continuación de mil?

Además al hombre no sólo le es necesario nombrar los números, sino que debe representarlos por símbolos adecuados. Pero, sin duda, el problema de encontrar un signo para representar cada número nos parece todavía más difícil que el de encontrarle un nombre.

La teoría de la númeración enseña el modo de resolver estos dos problemas.

Un sistema de númeración es un conjunto de reglas que nos permite nombrar y escribir cualquier número mediante la combinación de unas pocas palabras y signos o cifras.

*** Base del sistema:***

Al número **fijo** de unidades de un orden que se toman para formar una unidad del orden superior, se le llama **base** del sistema. En el sistema usual la **base** es diez, y lo explicamos en esta lección. Luego explicaremos el sistema binario, cuya base es **dos**.

$\overline{abcd}_{(n)}$ ⇨ { **n :** *Base del sistema*; **n :** *Es un número entero positivo mayor que 1* }

Observaciones:

1) $\overline{abc}_{(n)}$ ➪ Se debe cumplir que: $\begin{cases} a < n \\ b < n \\ c < n \end{cases}$ ➪ ∴ $n > a\ ;\ b\ y\ c$

2) $\underbrace{\overline{abcd}_{(n)}}_{4\ cifras} = \underbrace{\overline{efg}_{(m)}}_{3\ cifras}$

∴ $n < m$

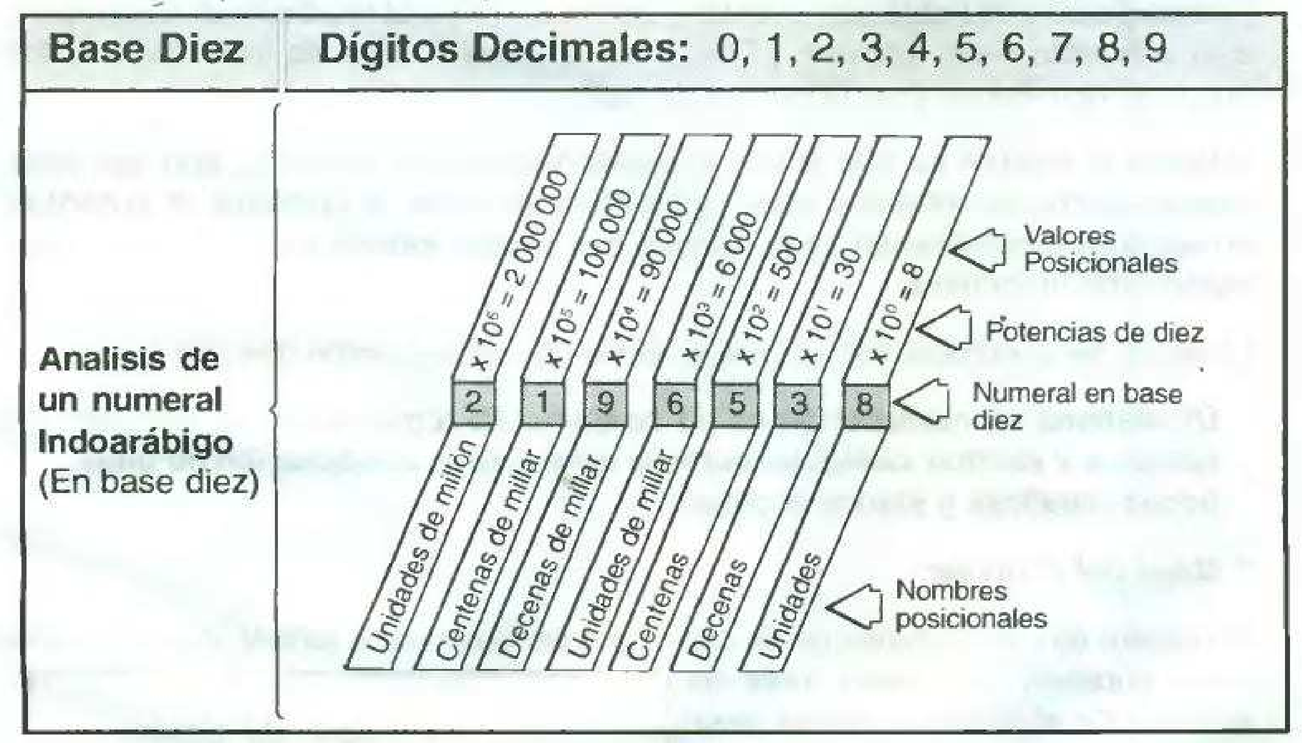
3) $\overline{abc}_{(n)} = \overline{efg}_{(m)}$

Si: $a < e$ ∴ ➪ $n < m$

**** El Sistema Decimal:***

La palabra **decimal** viene del latín **decem** que significa **diez**. nuestro sistema de escribir numerales para representar números se basa en agrupar de diez en diez y por eso se llama **sistema decimal**. Decimos que la base del sistema es diez o que es un sistema de **base diez**. Usando diez como base y la idea de **valor posicional**, no necesitamos más símbolos que los dígitos indoarábigos para escribir numerales para cualquier numero cardinal. Por eso,llamamos numerales **indoarábigos** a los que usamos.

A fin de repasar el sistema para escribir numerales, estudie el siguiente cuadro.



Representación Literal de los números:

***)** $\overline{ab}$: Cualquier número de 2 cifras o dígitos. (10, 11, 12, ..., 98, 99)

> ***Nota:*** ***El menor número de dos cifras es el 10 y el mayor número de 2 cifras es el 99.***

**) $\overline{abc}$: Cualquier número de 3 cifras o dígitos. (100, 101, 102,, ..., 998, 999)

Nota:	***El menor número de 3 cifras es el 100 y el mayor número de 3 cifras es el 999.***

***) $\overline{3abc}$: Cualquier número de 4 cifras que empieza con la cifra 3.

✠ ***Número Capicua:*** Es aquel número cuyos dígitos equidistantes de los extremos son iguales, es decir se leen igual por "ambos lados", veamos algunos ejemplos:

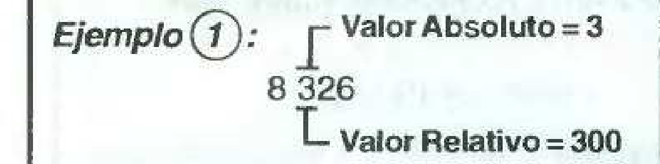
*) $\overline{aba}$: 101, 111, 121, 131, ...
: 202, 212, 222, 232, ...

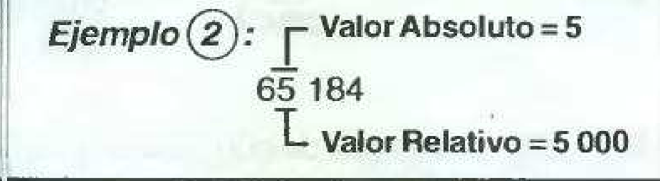
**) $\overline{abba}$: 1001, 1111, 1221, 1331, ...
: 2002, 2112, 2222, 2332, ...

✠ ***Valor Absoluto y Relativo de las Cifras:***

I) Valor Absoluto de una Cifra.- Es el valor que toma una cifra por la forma o figura.

II) Valor Relativo de una Cifra.- Es el valor que toma una cifra por la posición u orden que ocupa en el número.

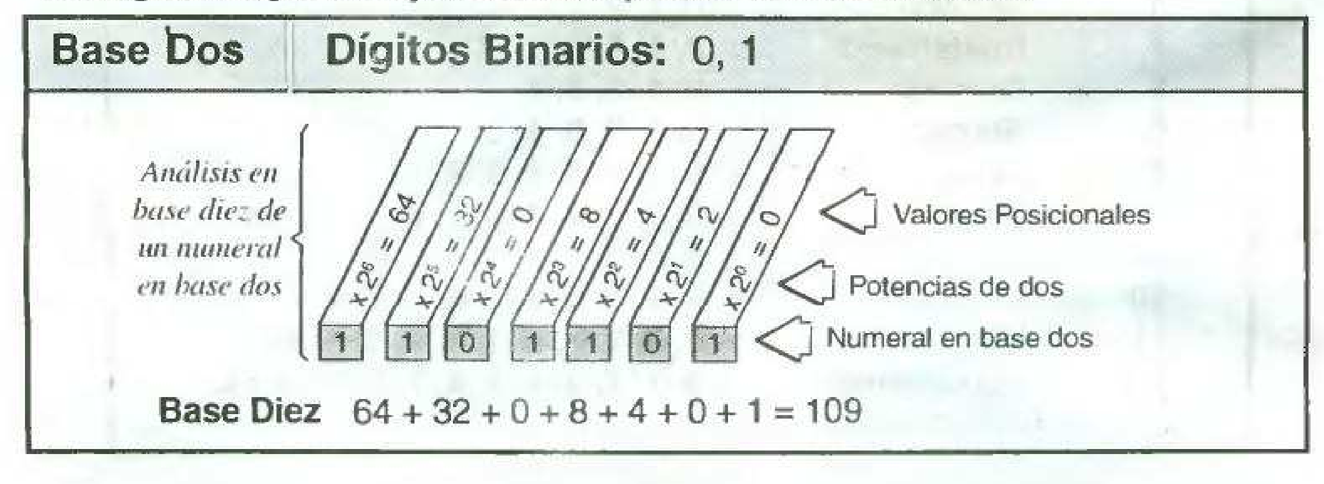




* ***El Sistema Binario***

En el sistema binario, agrupamos de dos en dos. Hoy en dia, las modernas computadoras electrónicas que utilizan el sistema binario (en base dos) y, en cierto modo también el sistema octal, han venido revolucionando la ciencia. Pueden completar en pocos minutos cálculos que a un hombre le tomaría años.

El diagrama siguiente ayudará a comprender el sistema binario.



Nota: ***En el sistema de númeración decimal o de base diez se utilizan los dígitos de 0 a 9 para escribir los numerales correspondientes a cualquier número cardinal. En el sistema binario o de base dos, se necesitan únicamente dos dígitos, 0 y 1 para escribir el numeral correspondiente a cualquier número cardinal.***

* El símbolo $11_{(2)}$ se lee de la siguiente manera: **"Uno uno en base dos"** lo cual significa un grupo de dos y uno más. ($11_{(2)} = 1(2)^1 + 1$)

* El símbolo $101_{(2)}$ se lee de la siguiente manera: **"Uno cero uno en base dos"** lo cual significa un grupo cuatro cero grupo de dos y uno más.

  ($101_{(2)} = 1(2)^2 + 0(2)^1 + 1 = 1(4) + 0(2) + 1$)

Observaciones:

I) En todo sistema de numeración se utiliza la cifra **0**.

II) La mayor cifra disponible en un sistema de numeración es el valor de la base menos uno.

Ejemplo: $324_{(5)}$ ⟶ **La mayor cifra disponible es el 4, porque la base es 5.**

$\overline{abcd}_{(n)}$ ⟶ **La mayor cifra disponible puede ser cualquiera de las cifras a, b, c, ó d, tomando el valor de (n - 1).**

III) En los sistemas de numeración mayores que el de base 10, por convención se utilizan:

$\alpha = 10$; $\beta = 11$; $\gamma = 12$

Principales sistemas de numeración:

Base	Sistema	Cifras Disponibles
2	Binario	0, 1
3	Ternario	0, 1, 2
4	Cuaternario	0, 1, 2, 3
5	Quinario	0, 1, 2, 3, 4
6	Senario	0, 1, 2, 3, 4, 5
7	Eptal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6
8	Octal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
9	Nonario	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
10	Decimal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
11	Undecimal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,
12	Duodecimal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11
	⋮	

*** Descomposición Polinómica de un Número:***

Sea el número: $N = \underbrace{\overline{abcd..................xyz}_{(n)}}_{\text{"m" cifras}}$

Descomponiendo polinómicamente se obtiene:

$$N = a \cdot n^{m-1} + b \cdot n^{m-2} + c \cdot n^{m-3} + d \cdot n^{m-4} + ... + x \cdot n^2 + y \cdot n^1 + z$$

* Descomponer polinómicamente un número es expresarlo como la suma de los **Valores Relativos** de cada una de sus cifras de dicho número.

Ejemplo (1): $4\,735 = 4\,000 + 700 + 30 + 5$

$4\,735 = 4\times10^3 + 7\times10^2 + 3\times10^1 + 5$

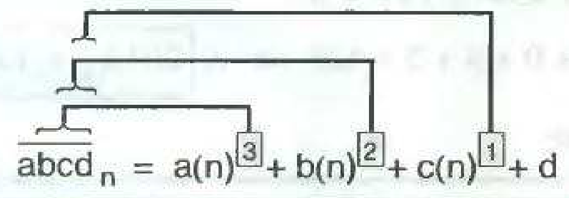
Ejemplo (2): $872_{(9)} = 8 \cdot 9^2 + 7 \cdot 9^1 + 2$

Ejemplo (3): $5463_{(12)} = 5 \cdot 12^3 + 4 \cdot 12^2 + 6 \cdot 12 + 3$

Ejemplo (4): $\overline{abcde}_n = a \cdot n^4 + b \cdot n^3 + c \cdot n^2 + d \cdot n + e$

Nota: ***Como se podrá observar en la descomposición polinomica de un numero, el exponente de la base de cada término es igual al número de Cfras que quedan a la derecha de la cifra considerada.***

Ejemplo:



$\overline{abcd}_n = a(n)^{3} + b(n)^{2} + c(n)^{1} + d$

*** Descomposición en Bloques:***

Llamaremos "bloque" a un grupo de cifras, como lo veremos a continuación:

Sea; el número: $\overline{abcd}$; descomponiendolo polinómicamente se obtiene:

$\overline{abcd} = \underbrace{a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2} + \underbrace{c \cdot 10 + d}$

$\overline{abcd} = 10^2(a \cdot 10 + b) + (c \cdot 10 + d)$

$\overline{abcd} = 10^2(\overline{ab}) + (\overline{cd}) \Rightarrow \therefore$ $\boxed{\overline{abcd} = \overline{ab} \cdot 10^2 + \overline{cd}}$ (Bloques)

*** Descomponer polinómicamente por bloques los siguientes números:***

i) $\overline{abab} = \overline{ab}\cdot 10^2 + \overline{ab} = \overline{ab}\cdot 100 + \overline{ab} \Rightarrow \therefore \boxed{\overline{abab} = 101\cdot\overline{ab}}$

ii) $\overline{ababab} = \overline{ab}\times 10^4 + \overline{ab}\times 10^2 + \overline{ab}$

$= \overline{ab}\times 10\,000 + \overline{ab}\times 100 + ab \Rightarrow \therefore \boxed{\overline{ababab} = 10\,101\times ab}$

iii) $\overline{abcabc} = \overline{abc}\times 10^3 + \overline{abc}$

$= \overline{abc}\times 1\,000 + \overline{abc} \Rightarrow \therefore \boxed{\overline{abcabc} = 1\,001\overline{abc}}$

*** Conversión de Sistemas:**

Primer Caso: "de un sistema de base "n" al sistema de base 10(base decimal)"

☆ **Método a Emplearse:** Descomposición Polinómica.

Ejemplo (1): Convertir: $546_{(7)}$ a base 10

Resolución:

$546_{(7)} = 5\times 7^2 + 4\times 7^1 + 6 \Rightarrow 546_{(7)} = 5\times 49 + 28 + 6 = 279 \Rightarrow \therefore \boxed{546_{(7)} = 279}$

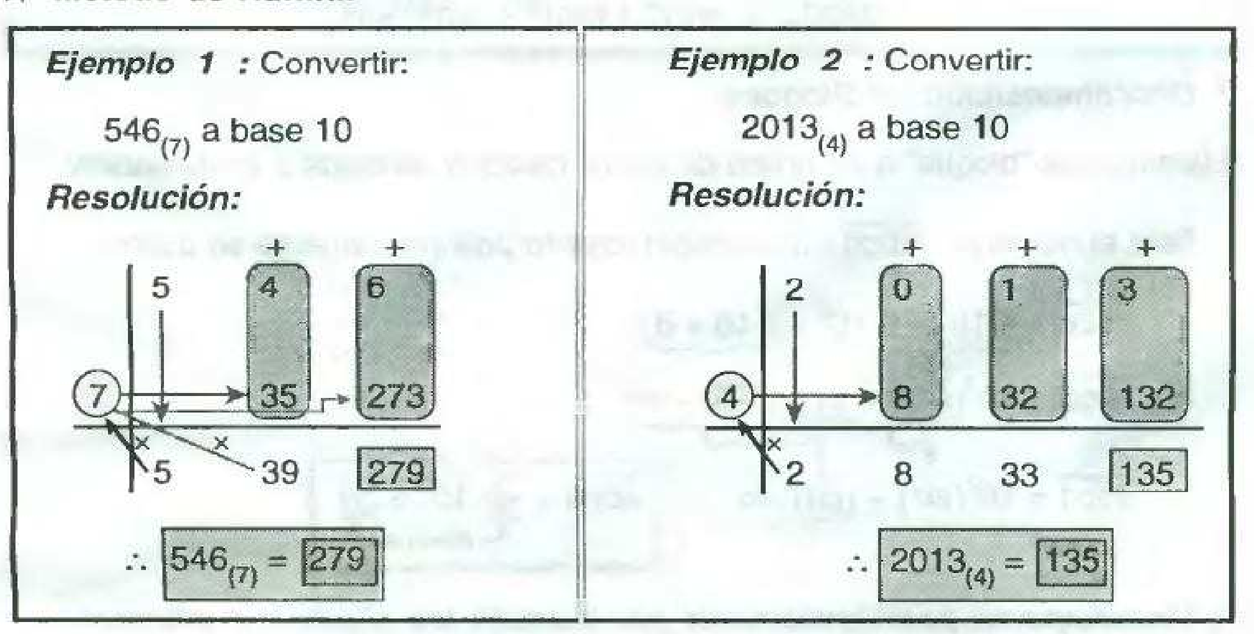
Ejemplo (2): Convertir: $2013_{(4)}$ a base 10

Resolución:

$2013_{(4)} = 2\times 4^3 + 0\times 4^2 + 1\times 4^1 + 3$

$2013_{(4)} = 2\times 64 + 0 + 4 + 3 = 135 \Rightarrow \therefore \boxed{2013_{(4)} = 135}$

☆☆ **Método de Ruffini:**

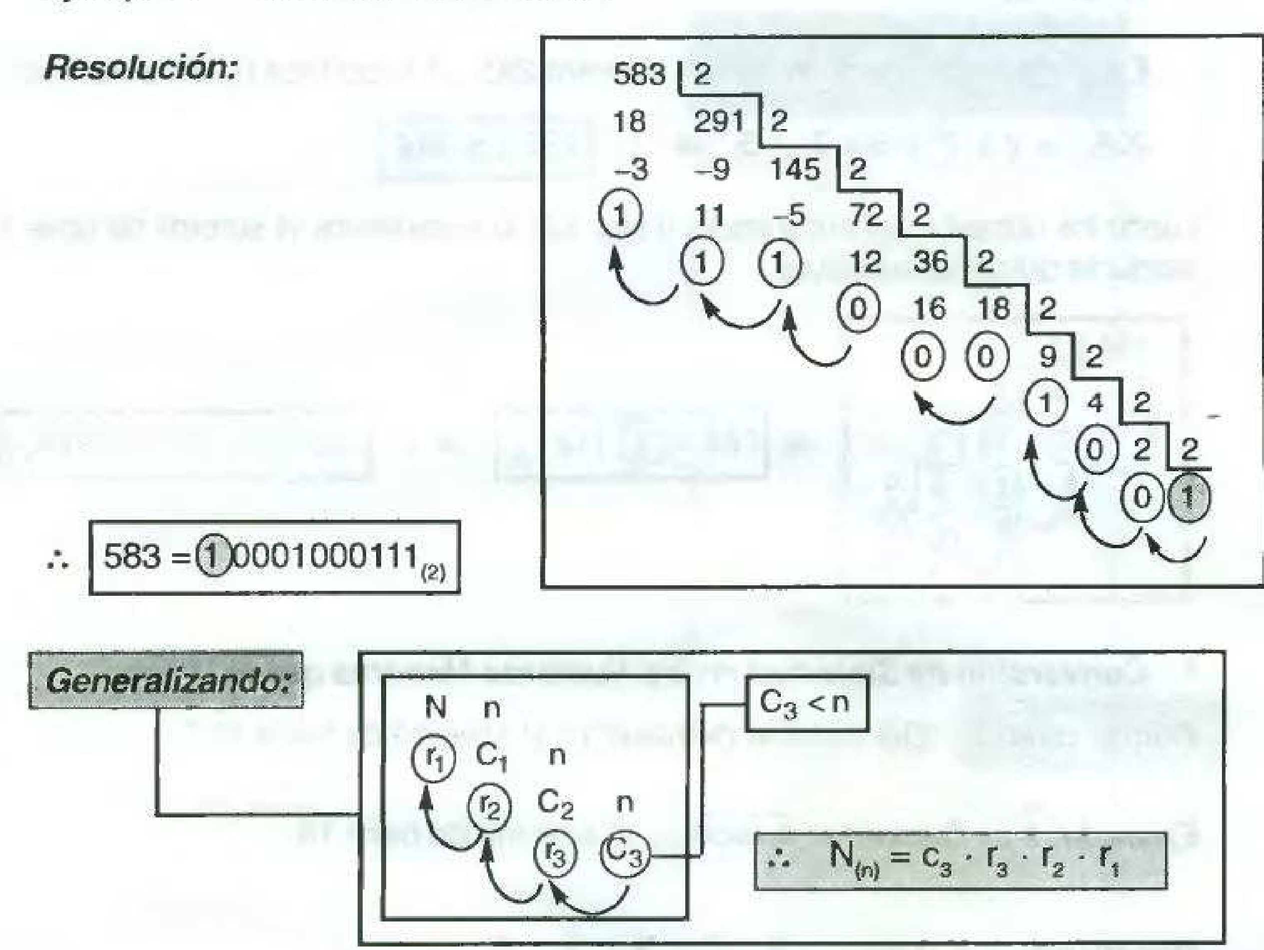


Segundo caso : "del sistema de base 10 (sistema decimal) a un sistema de base "n".

☆ **Método emplearse:** Divisiones sucesivas

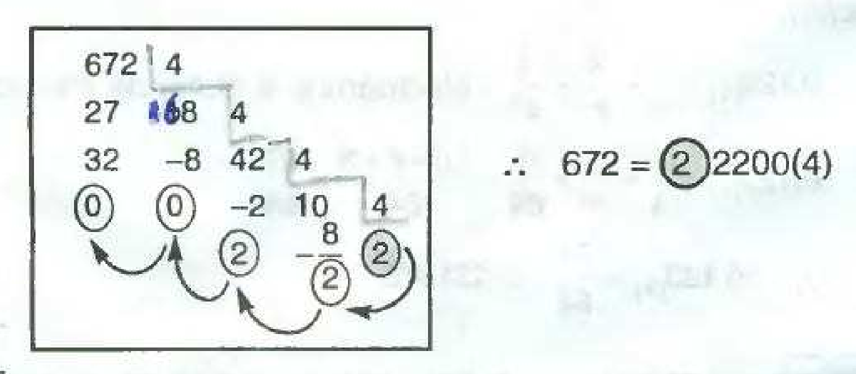
Ejemplo 1 : Convertir: 583 a base 2

Resolución:



Ejemplo 2 **:** Convertir 672 al sistema cuaternario.

Resolución:



Tercer caso : " Del sistema de base "n" al sistema de base "k" ; n ≠ k ≠ 10".

☆ **Método a emplearse :** En primer lugar, el número de base (n); se convierte a base Diez.

- En segundo lugar, el número obtenido se convierte a base "k".

Ejemplo : Convertir: $235_{(7)}$ a base 3.

Resolución :

- En primer lugar convertimos el número $235_{(7)}$ a base diez (sitema decimal)

$235_{(7)} = 2 \times 7^2 + 3 \times 7^1 + 5 \Rightarrow \therefore \boxed{235_{(7)} = 124}$

Luego los números así encontrado; o sea 124 lo convertimos al sistema de base 3 ; mediante divisiones sucesivas.

```
124 |_3
(1)   41 |_3
     (2)   13 |_3
          (1)   4 |_3
               (1) (1)
```

$\Rightarrow \boxed{124 = 11121_{(3)}} \Rightarrow \therefore \boxed{235_{(7)} = 124 = 11121_{(3)}}$

* ***Conversión de Sistemas en los Numeros Menores que la Unidad.***

Primer caso : "Del sistema de base "n" al sistema de base 10 "

Ejemplo (1): Convertir : $\overline{0,abcde}_{(n)}$ al sistema de base 10.

Resolución : $\overline{0,abcde}_{(n)} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n^2} + \frac{c}{n^3} + \frac{d}{n^4} + \frac{e}{n^5}$

Ejemplo (2): Convertir : $0,123_{(4)}$ a base 10.

Resolución:

$0,123_{(4)} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \frac{3}{4^3}$; efectuamos la suma de fracciones:

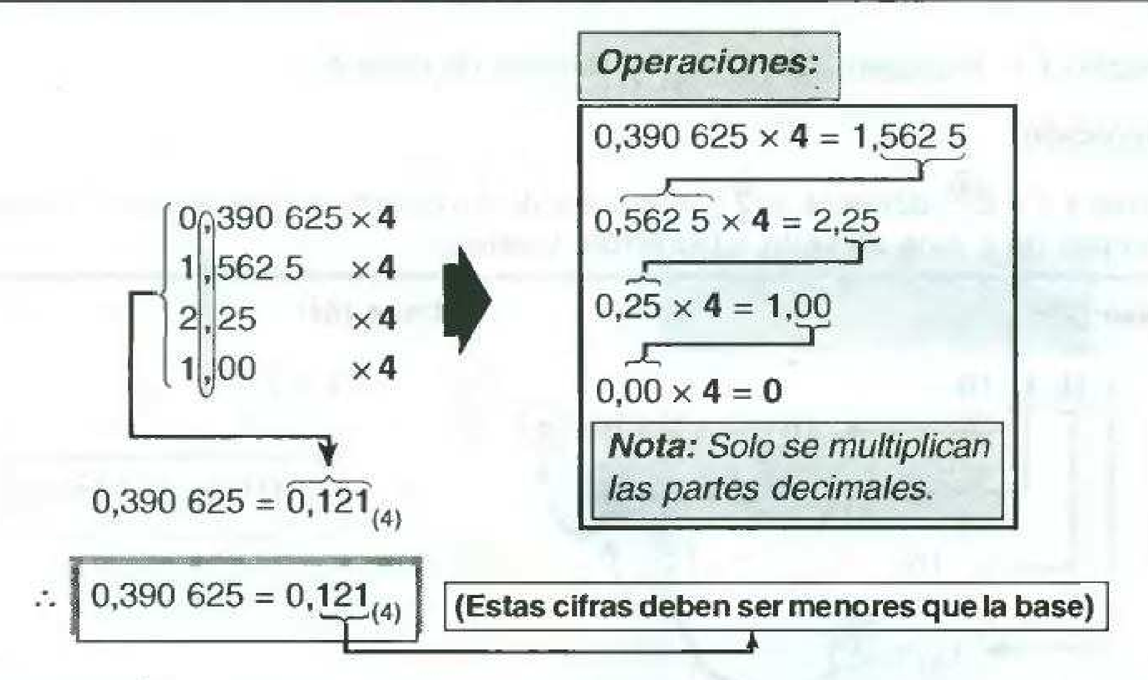
$$0,123_{(4)} = \frac{1}{4} + \frac{2}{16} + \frac{3}{64} = \frac{16+8+3}{64} = \frac{27}{64}$$

$$\therefore \quad 0,123_{(4)} = \frac{27}{64} = 0,421875$$

Segundo Caso : "Del sistema de base 10 (sitema decimal), al sistema de base n".

Ejemplo (1): Convertir : 0,390 625 al sistema de base 4 .

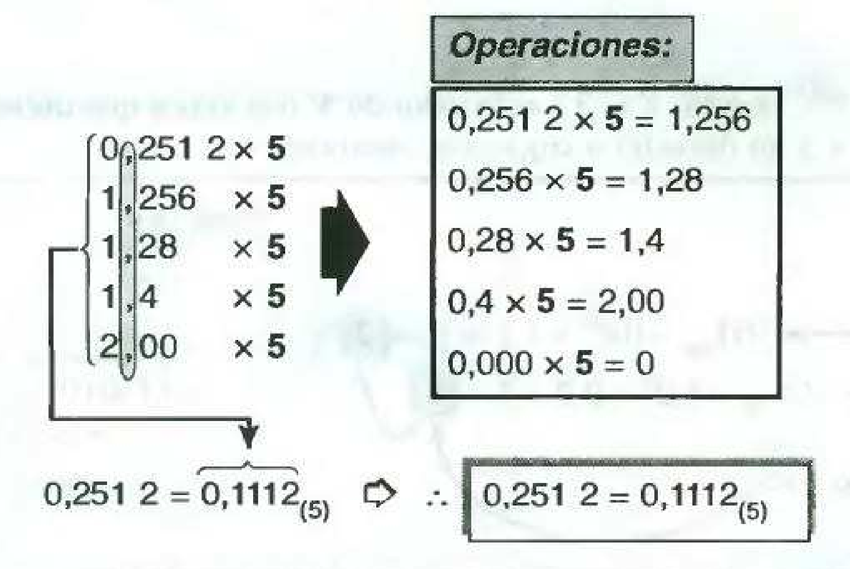
Resolución:



∴ $0{,}390\ 625 = 0{,}121_{(4)}$ (Estas cifras deben ser menores que la base)

***Ejemplo** (2): Convertir:* 0,251 2 al sistema de base 5.

Resolución:



⇨ ∴ $0{,}251\ 2 = 0{,}1112_{(5)}$

Casos Especiales de Conversión:

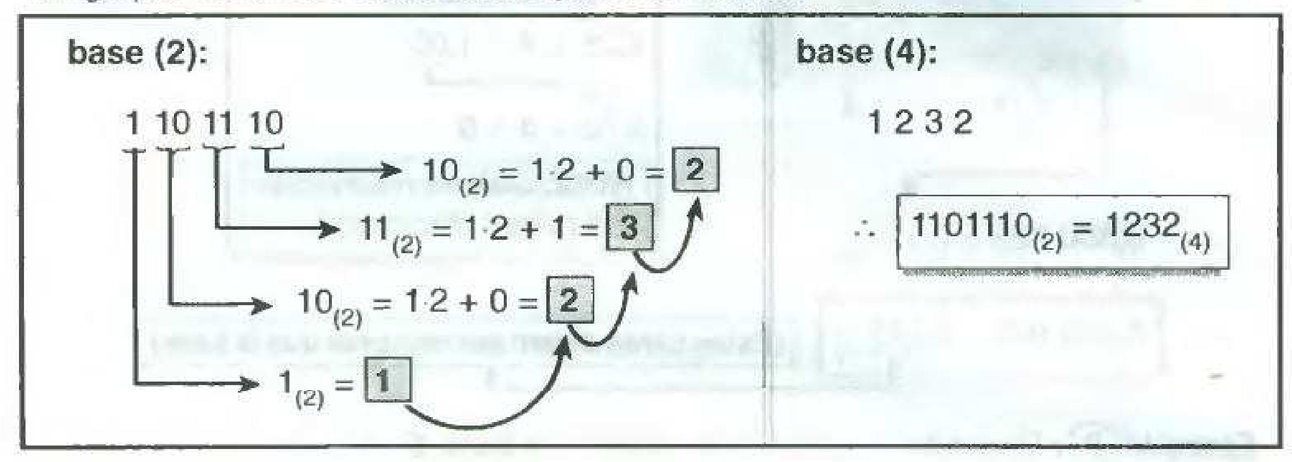
Primer caso: "Del sistema de Base "n" al sistema de base n^k".

Dado el número en base "n" se le separa en grupos de "k" cifras a partir de la derecha. El número que se forma en cada grupo se convierte al sistema decimal (base diez), donde se obtienen las cifras del número en base n^k.

***Ejemplo** (1):* Expresar: $1101110_{(2)}$ al sistema de base 4.

Resolución:

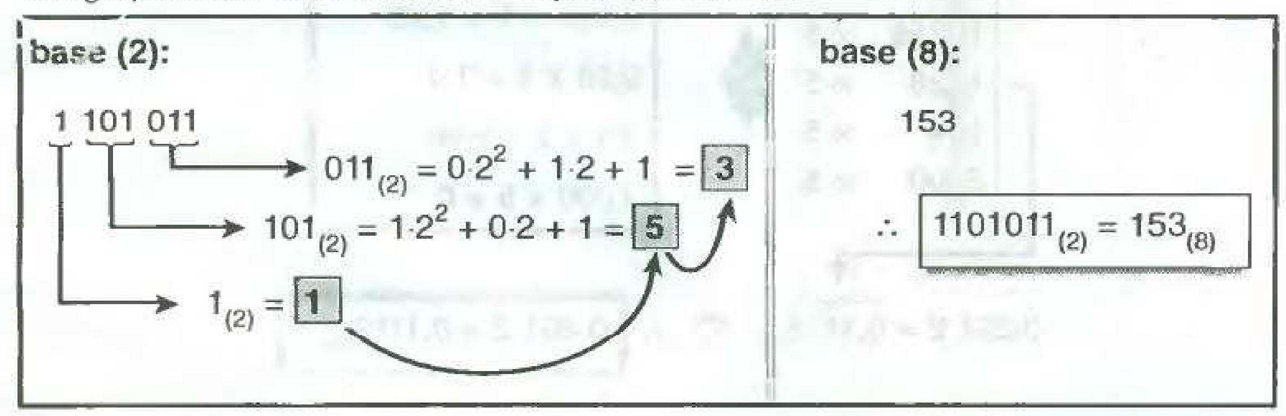
La base 4 < > $2^{②}$; donde: k = ②; este valor de **2**, nos indica que debemos separar en grupos de a 2 de derecha a izquierda, veamos:



***Ejemplo** (2):* Expresar: $1101011_{(2)}$ al sistema de base 8.

Resolución:

La base **8** < > $2^{③}$; donde: K = ③; este valor de **3**; nos indica que debemos separar en grupos de a 3 de derecha a izquierda, veamos:



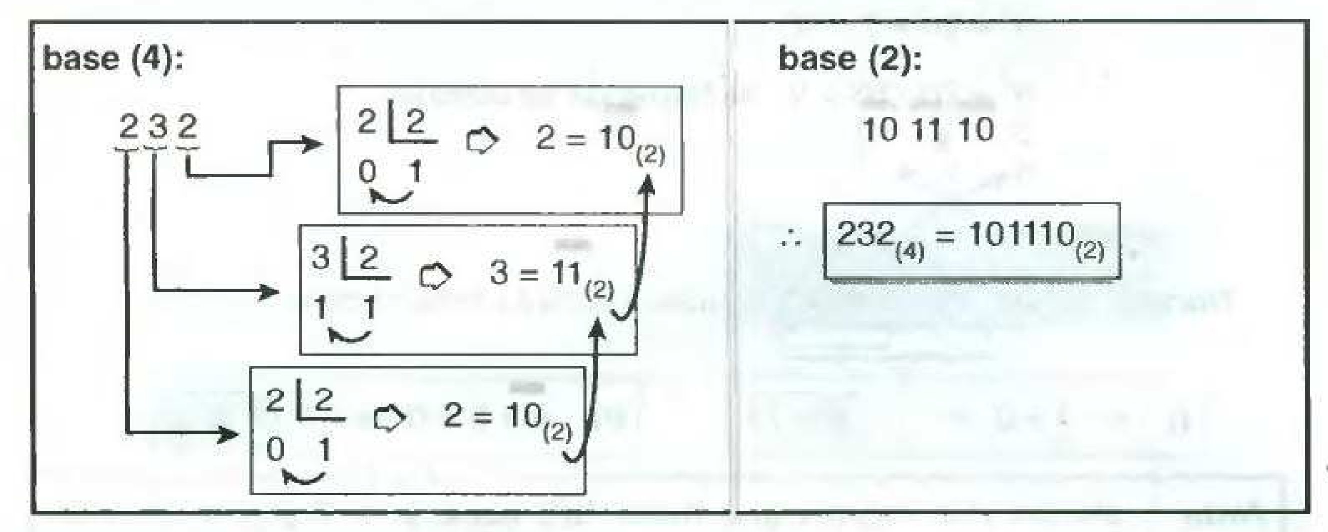
Segundo Caso: " Del sistema de base n^k al sistema de base "n" ".

- Dado el número en base n^k de cada cifra se obtiene "k" cifras al convertirse a base "n".

***Ejemplo** (1):* Convertir: $232_{(4)}$ al sistema de base 2.

Resolución:

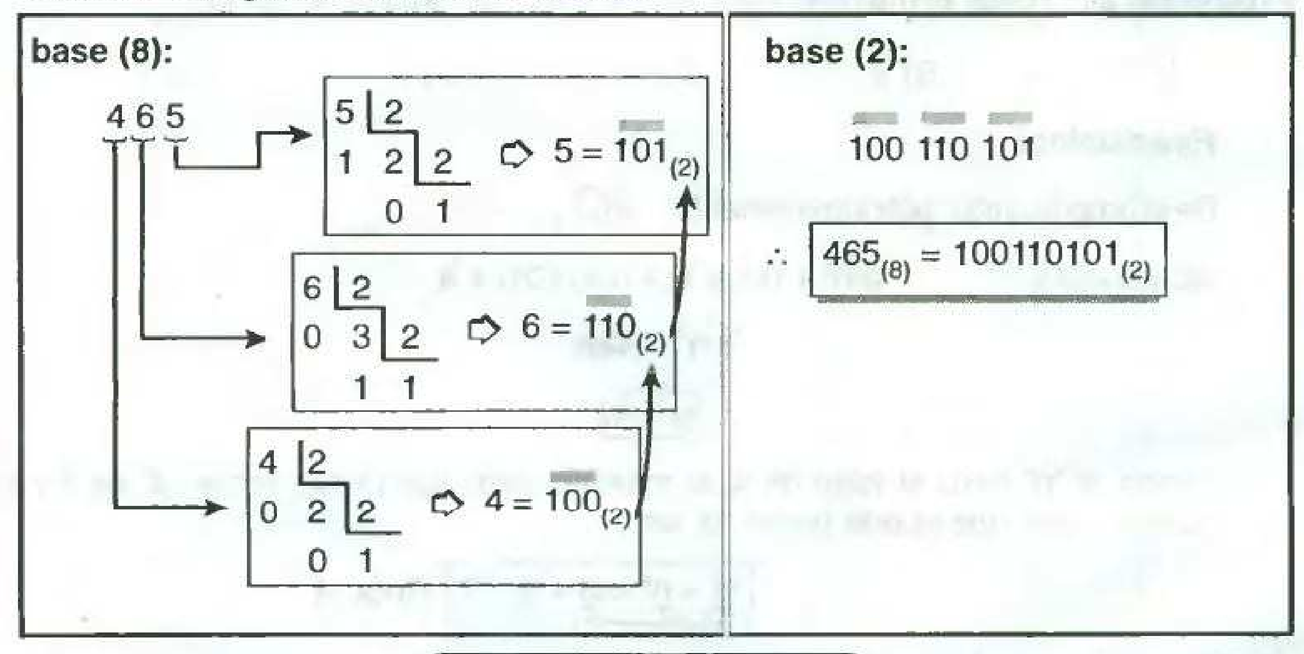
La base 4 < > 2^2, donde: K = 2, este valor de 2, nos indica que cada cifra del número 232, genera 2 cifras en base 2.



Ejemplo ②: Convertir: $465_{(8)}$ al sistema de base 2.

Resolución:

La base 8 < > $2^{③}$; donde: K = ③; este valor de **3**, nos indica que cada cifra del número 465, genera 3 cifras en base 2.



Problemas Resueltos

Problema ①: Hallar el valor de "n", si: $123_{(n)} = 231_{(5)}$

A) 6 B) 7 C) 8 D) 10 E) 9

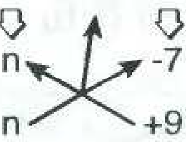
Resolución:

Descomponemos polinómicamente: $123_{(n)} = 231_{(5)}$

Obteniendo: $1 \cdot n^2 + 2 \cdot n + 3 = 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5 + 1$

$n^2 + 2n + 3 = 66$

$n^2 + 2n - 63 = 0$; factorizando se obtiene:



Donde: $(n - 7)(n + 9) = 0$; igualamos cada factor a cero

i) $n - 7 = 0 \Rightarrow \therefore$ $n = 7$	ii) $n + 9 = 0 \Rightarrow \therefore$ $n = -9$

Nota: ***De los dos valores que toma "n", osea; n = 7 y n = -9, sólo tomaremos el valor positovo, pues la base de un cierto sistema nunca puede ser negativo.***

$\therefore$ El valor de "n" es: 7 ***Rpta. B***

Problema (2) : Hallar el máximo valor de: "a + n" , si: $\overline{a0a}_{(n)} = \overline{(2a)a}_{(2n)}$

A) 7 B) 8 C) 4 D) 5 E) 6

Resolución:

Descomponemos polinómicamente: $\overline{a0a}_{(n)} = \overline{(2a)a}_{(2n)}$

Obteniendo: $a \cdot n^2 + 0 \cdot n + \cancel{a} = (2a) \cdot (2n) + \cancel{a}$

$$\cancel{a} \cdot n^2 = 4\cancel{a}n$$

$$\therefore \boxed{n = 4}$$

Luego, si "n" toma el valor de 4, el máximo valor que puede tomar "a" es 3 y el mínimo valor que puede tomar "a" es 1.

$\therefore$ "a + n" = 3 + 4 = 7 ***Rpta. A***

Problema (3) : ¿Cuántos valores puedes tomar "b" para que se cumpla:

$$\overline{a0ab}_{(6)} = \overline{bb(2b)}$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Resolución:

Descomponemos polinómicamente: $\overline{a0ab}_{(6)} = \overline{bb(2b)}$

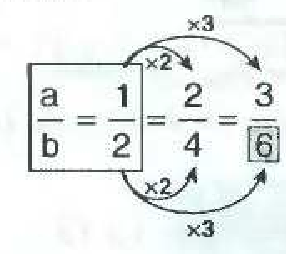
Obteniendo:

$$a \cdot 6^3 + 0 \cdot 6^2 + a \cdot 6 + b = b \cdot 10^2 + b \cdot 10 + (2b)$$

$216a + 6a + b = 100b + 10b + 2b$

$222a = 111b$

$2a = 1b$ **Donde:**



* Como se podrá observar "b" puede tomar los valores de 2 y 4 pues 6 no se toma, porque lo máximo que puede tomar "b" es 5.

∴ "b" puede tomar los valores de 2 y 4; osea "b" toma 2 valores. ***Rpta. C***

Problema (4): Hallar: "a + b + c" si: $\overline{ccc}_{(8)} = \overline{ab1}$

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) más de 14

Resolucion:

Descomponemos polinómicamente el número del primer miembro:

$c \cdot 8^2 + c \cdot 8 + c = \overline{ab1}$

$64c + 8c + c = \overline{ab1}$

$73c = \overline{ab1}$; ahora buscamos un número que multiplicado por 73 termine en 1, siendo este el 7.

$c = 7$

$73(7) = \overline{ab1}$

$511 = \overline{ab1}$ **; por comparación de términos:** $a = 5$ y $b = 1$

∴ "a + b + c" = 5 + 1 + 7 = 13 ***Rpta. C***

Problema (5) : En que sistema de numeración se cumple que el número 370 del sistema decimal es igual a 226.

A) 12 B) 11 C) 13 D) 14 E) 16

Resolución:

Del enunciado, planteamos la ecuación siguiente:

$370 = 226_{(n)}$; descomponemos polinómicamente el número del segundo miembro:

$370 = 2 \cdot n^2 + 2 \cdot n + 6$

$364 = 2(n^2 + n) \Rightarrow 182 = n(n+1)$

$13(14) = n(n+1) \Rightarrow \therefore$ $\boxed{n = 13}$ ***Rpta. C***

Problema (6): El menor número de 4 cifras de base "n" se escribe 2ab en el sistema decimal. Hallar: "a + b + n"

A) 6 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Resolución:

Del enunciado, planteamos la siguiente ecuación:

$1000_{(n)} = \overline{2ab}$

$1 \times n^3 + 0 \times n^2 + 0 \times n + 0 = \overline{2ab}$

$n^3 = \overline{2ab}$; dando valores a "n", se cumple para: $\boxed{n = 6}$; veamos:

> ***Recuerda que:***
> 1) El menor número de 3 cifras en base 3 es: $100_{(3)}$
> - El mayor número de 3 cifras diferentes en base 3 es: $210_{(3)}$

$6^3 = \overline{2ab} \Rightarrow 216 = \overline{2ab}$; **por comparación de términos.** a = 1 y b = 6

$\therefore$ $\boxed{\text{"a + b + n"} = 1 + 6 + 6 = 13}$ ***Rpta. C***

Problema (7) : En que sistema de numeración se realizó: 41 – 35 = 5

A) Duodecimal B) Senario C) Undecimal D) Nonario E) N.A.

Resolución:

Sea: "x" la base del sistema empleado.

$41_{(x)} - 32_{(x)} = 5_{(x)}$; por descomposición polinómica, obtenemos:

$(4x + 1) - (3x + 2) = 5$

$4x + 1 - 3x - 2 = 5 \Rightarrow \therefore$ $\boxed{x = 6}$ **(Sistema Senario)** ***Rpta. B***

Problema (8) : Hallar: "x + y" si: $\overline{xyy}_{(9)} = \overline{(y+1)(y+1)x}_{(7)}$

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

Resolución:

Descomponemos polinómicamente: $\overline{xyy}_{(9)} = \overline{(y+1)(y+1)x}_{(7)}$

Obteniendo: $x(9)^2 + y(9) + y = (y+1)\cdot 7^2 + (y+1)\cdot 7 + x$

$81x + 10y = 49(y+1) + 7(y+1) + x$

Transponemos términos:

$$81x - x = 56(y + 1) - 10y$$

$80x = 46y + 56$; **sacamos mitad a cada término**

$40x = 23y + 28$; **por tanteo, "y" toma valor de 4**

4

$40x = 23(4) + 28$

$40x = 120 \Rightarrow \therefore$ $\boxed{x = 3}$

$\therefore$ $\boxed{\text{"}x + y\text{"} = 3 + 4 = 7}$ *Rpta. C*

Problema (9) : Si: $1010_{(101_x)} = 1010$

A) 9 B) 4 C) 3 D) 5 E) 7

Hallar el valor de "x".

Resolución:

- En primer lugar, descomponemos polinómicamente la expresión: 101_x

$101_x = 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 1 \Rightarrow$ $\boxed{101x = x^2 + 1}$

Reemplazamos el valor hallado en la expresión inicial:

$$1010_{(x^2 + 1)} = 1010$$

Descomponemos polinómicamente la expresión del primer miembro, obteniendo:

$1 \cdot (x^2 + 1)^3 + 0 \cdot (x^2 + 1)^2 + 1 \cdot (x^2 + 1) + 0 = 1010$

$(x^2 + 1)^3 + (x^2 + 1) = 1010$; factorizamos en el primer miembro:

$(x^2 + 1)[(x^2 + 1)^2 + 1] = 10[101]$

Por comparación: $x^2 + 1 = 10 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \therefore$ $\boxed{x = 3}$ *Rpta. C*

Problema (10) : Si se cumple: $\overline{xxx}_{(11)} + \overline{xx}_{(11)} + x_{(11)} = \overline{ab8}$

Calcular: "a + b - x"

A) 10 B) 8 C) 7 D) 3 E) 4

Resolución:

Descomponiendo polinómicamente cada término, obtenemos:

$$[x(11)^2 + x(11) + x] + [x(11) + x] + x = \overline{ab8}$$

$$133x + 12x + x = \overline{ab8}$$

$146x = \overline{ab8}$; 146 debe multiplicarse por 3 para que el producto termine en 8.

⇩
3

$$146(3) = \overline{ab8}$$

$438 = \overline{ab8}$; **por comparación:** $a = 4$ y $b = 3$

$\therefore$ "$a + b - x$" $= 4 + 3 - 3 = 4$ ***Rpta. E***

Problema (11) : Hallar el término 50 $^{\underline{avo}}$ en la siguiente serie aritmética:

$$123_{(n)}\ ,\ 128_{(n)}\ ,\ 132_{(n)}\ ....$$

A) $396_{(n)}$ B) $319_{(n)}$ C) $326_{(n)}$ D) $389_{(n)}$ E) $315_{(n)}$

Resolución:

Como se trata de una serie aritmética, la razón es constante, veamos:

$$123_{(n)}\ ,\ 128_{(n)}\ ,\ 132_{(n)}\ ....$$

r r

Donde: $r = 128_{(n)} - 123_{(n)}$ .... **(1)**

Además: $r = 132_{(n)} - 128_{(n)}$ .... **(2)**

Luego, igualamos las expresiones **(1)** y **(2):**

$$128_{(n)} - 123_{(n)} = 132_{(n)} - 128_{(n)}$$

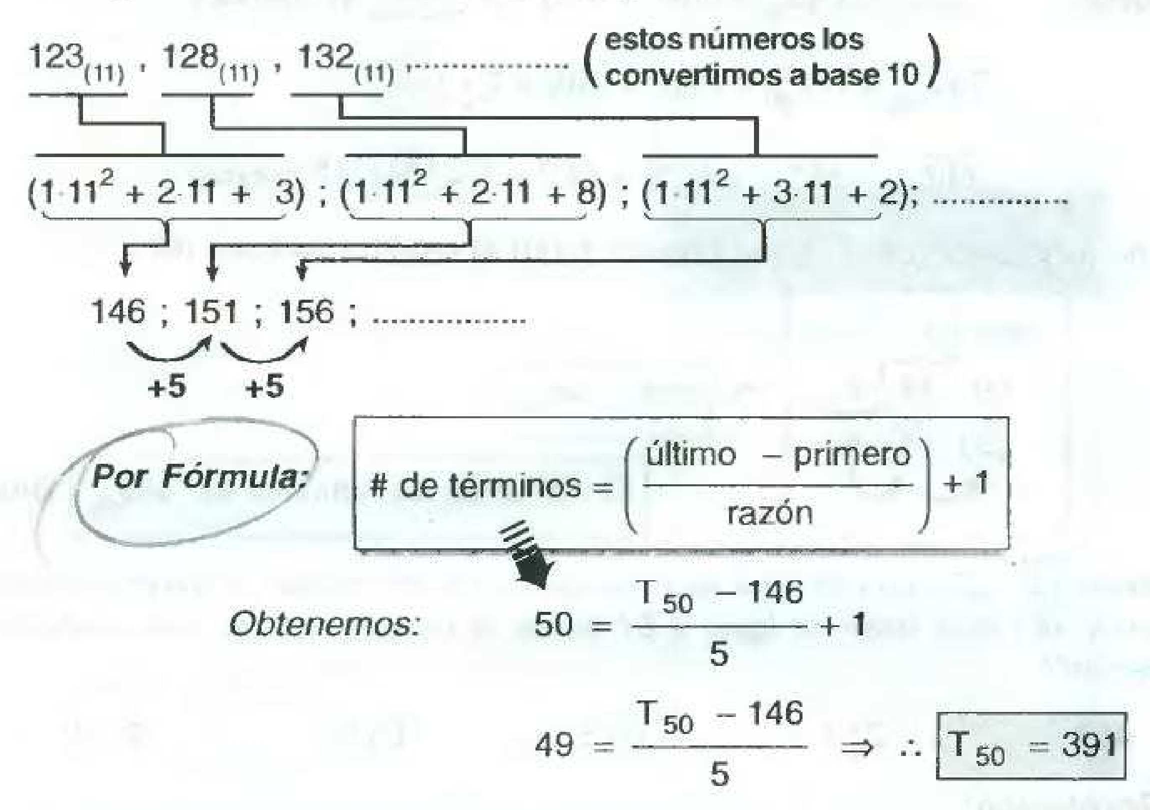
$$(1{\cdot}n^2 + 2{\cdot}n + 8) - (1{\cdot}n^2 + 2{\cdot}n + 3) = (1{\cdot}n^2 + 3{\cdot}n + 2) - (1{\cdot}n^2 + 2{\cdot}n + 8)$$

$$(\cancel{n^2} + \cancel{2n} + 8) - (\cancel{n^2} + \cancel{2n} + 3) = (\cancel{n^2} + 3n + 2) - (\cancel{n^2} + \cancel{2n} + 8)$$

$$5 = n - 6$$

$$\therefore\ \boxed{n = 11}$$

Reemplazamos el valor de "n" en la expresión inicial:



$123_{(11)}$, $128_{(11)}$, $132_{(11)}$ .... (estos números los convertimos a base 10)

$(1 \cdot 11^2 + 2 \cdot 11 + 3)$; $(1 \cdot 11^2 + 2 \cdot 11 + 8)$; $(1 \cdot 11^2 + 3 \cdot 11 + 2)$; ....

146 ; 151 ; 156 ; ....

+5 +5

Por Fórmula:

$$\# \text{ de términos} = \left(\frac{\text{último} - \text{primero}}{\text{razón}} \right) + 1$$

Obtenemos:

$$50 = \frac{T_{50} - 146}{5} + 1$$

$$49 = \frac{T_{50} - 146}{5} \Rightarrow \therefore \boxed{T_{50} = 391}$$

El número hallado 391, lo convertimos a base "n" osea a base 11. veamos:

391	11	
61	35	11
(6)	(2)	3

$\therefore$ $391 = 326_{(11)} = 326_{(n)}$ *Rpta. C*

Problema (12) : ¿Cómo se escribe en base 6 el menor de los siguientes números:

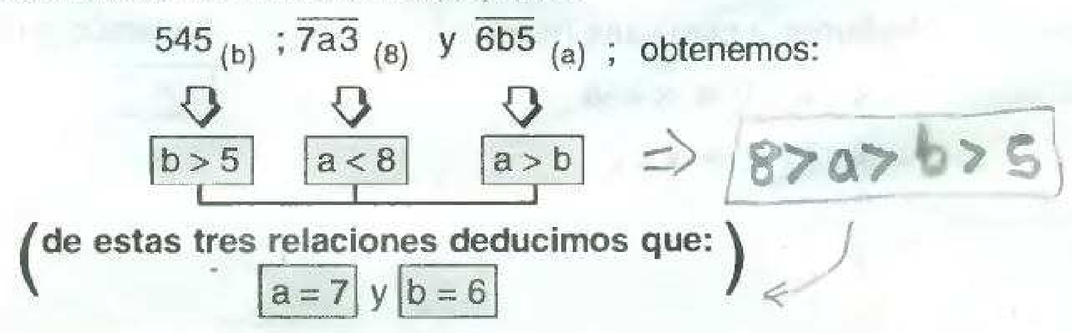
$$545_{(b)} \ ; \ \overline{7a3}_{(8)} \ \text{ y } \ \overline{6b5}_{(a)}$$

A) $252_{(6)}$ B) $545_{(6)}$ C) $209_{(6)}$ D) $134_{(6)}$ E) $425_{(6)}$

Resolución:

Analizando cada uno de los números dados, osea:

$545_{(b)}$; $\overline{7a3}_{(8)}$ y $\overline{6b5}_{(a)}$; obtenemos:



$b > 5$ $a < 8$ $a > b$ ⇒ $8 > a > b > 5$

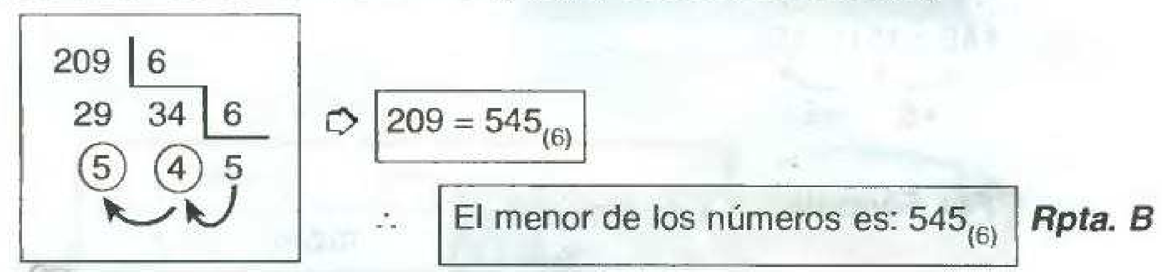
(**de estas tres relaciones deducimos que:** $a = 7$ y $b = 6$)

Luego: $545_{(b)} = 545_{(6)} = 5(6)^2 + 4(6) + 5 = \boxed{209}$ **(# menor)**

$\overline{7a3}_{(8)} = 773_{(8)} = 7(8)^2 + 7(8) + 3 = \boxed{507}$

$\overline{6b5}_{(a)} = 665_{(7)} = 6(7)^2 + 6(7) + 5 = \boxed{341}$ **(# mayor)**

Ahora convertimos el número menor (209) al sistema de base (6).



Problema 13 : ¿En que sistema de numeración se cumple que el mayor número de tres cifras de cierta base es igual a 57 veces la mayor cifra de dicho sistema de numeración?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Resolución:

Sea; el mayor número de 3 cifras de base x $\rightarrow \overline{(x-1)(x-1)(x-1)}_{(x)}$

Del enunciado; planteamos la ecuación:

$$\overline{(x-1)(x-1)(x-1)}_{(x)} = 57(x-1)$$

Descomponiendo polinómicamente se obtiene:

$(x-1)x^2 + (x-1)x + (x-1) = 57(x-1)$, factorizamos $(x-1)$:

$(x-1)[x^2 + x + 1] = 57(x-1)$

$x^2 + x + 1 - 57 = 0$

$x^2 + x - 56 = 0$

x 8

x -7

Igulamos a cero cada factor : ∴ Tomamos el valor positivo

$x + 8 = 0 \Rightarrow x = -8$ $\boxed{x = 7}$

$x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$

Rpta. B

4.- Un número de 2 cifras es tal que al invertir el orden de sus cifras se obtiene un número que excede en 5 al al doble del anterior. Hallar el producto de las 2 cifras.

Resolución:

Sea el número de 2 cifras: $\overline{ab}$

- Número que resulta de invertir sus cifras: $\overline{ba}$

Del enunciado, planteamos la ecuación:

$\overline{ba} - 5 = 2\overline{ab}$; transponemos términos

$\overline{ba} - 2\overline{ab} = 5$, descomponiendo polinómicamente, se obtiene:

$(10b + a) - 2(10a + b) = 5$

$10b + a - 20a - 2b = 5$

$8b - 19a = 5$; por tanteo, "b" toma el valor de 3 y "a" toma el valor de 1.

$8(3) - 19(1) = 5$ **(cumple)**

$\therefore$ El producto de las cifras del número $\overline{ab} = 31$; es: $a \times b = 3 \times 1 = 3$ ***Rpta. B***

Problema (15) : Se tiene que $\overline{x0x0x}_{(n)} = \overline{xxx}_{(m)}$; la razón entre m y n^2 es:

A) n + 1 B) n - 1 C) n D) 8 E) 1

Resolución:

En la expresión: $\overline{x0x0x}_{(n)} = \overline{xxx}_{(m)}$; descomponiendo polinómicamente:

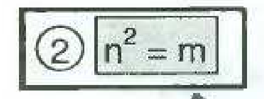
$x \cdot n^4 + 0 \cdot n^3 + xn^2 + 0 \cdot n + \cancel{x} = x \cdot m^2 + x \cdot m + \cancel{x}$

$x \cdot n^4 + x \cdot n^2 = x \cdot m^2 + x \cdot m$; factorizamos "x" en ambos miembros

$x(n^4 + n^2) = x(m^2 + m)$; simplificamos las "x".

$n^4 + n^2 = m^2 + m$ **; por comparación de términos**

① $n^{\cancel{4}} = m^{\cancel{2}} \Rightarrow n^2 = m$



② $n^2 = m$

Luego, hallamos la razón entre m y n^2

osea:

$$\text{Razón} = \frac{m}{n^2} = \frac{n^2}{n^2} = 1$$

$$\text{Razón} = \frac{m}{n^2} = 1$$ ***Rpta. E***

PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema ①: Hallar el valor de "n"; si:

$$401_{(n)} = 203_{(n+2)}$$

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

Problema ②: Hallar el valor de "n"; si:

$$102_{(n)} = 234_{(7)}$$

A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 12

Problema ③: Hallar el valor de "a + b"; si:

$$\overline{abb}_{(9)} = \overline{bba}_{(6)}$$

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

Problema ④: Si: "a" es menor que 3, como se expresa $\overline{a33}_{(9)}$ en el sistema de base 3. (Dar como respuesta la suma de sus cifras).

A) a + 2 **B)** a + 3 **C)** 2a + 1
D) 2a + 2 **E)** a + 1

Problema ⑤: Hallar: "a + x + y"; si:

$$\overline{aaaa}_{(5)} = \overline{xy8}$$

A) 9 **B)** 10 **C)** 11 **D)** 12 **E)** 13

Problema ⑥: Hallar "m + n" sabiendo que es lo menor posible y que: $66_{(m)} = 88_{(n)}$

A) 39 **B)** 18 **C)** 26 **D)** 28 **E)** 42

Problema ⑦: Hallar: "a + b"; si:

$$\overline{ab}_{(8)} + \overline{ba}_{(9)} = \overline{1ab}_{(7)}$$

A) 8 **B)** 7 **C)** 6 **D)** 5 **E)** 4

Problema ⑧: Hallar: "x + y"; si: $\overline{xy}_{(9)} = \overline{yx}_{(7)}$

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8

Problema ⑨: Hallar cuántos valores de "a" satisfacen: $\overline{a(2a)a} = 11 \cdot \overline{aa}$

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

Problema ⑩: Un número de dos cifras de base 7 al convertirse a base 4 se representa por las dos cifras pero dispuestas en orden inverso. Dicho número es:

A) 13 **B)** 12 **C)** 11 **D)** 10 **E)** 9

Problema ⑪: ¿Cuál de los siguientes numerales representa la mayor cantidad?

A) 237_9 **B)** $16(10)_{11}$ **C)** 143_{12}
D) 124_{13} **E)** 102_{14}

Problema ⑫: Hallar: "n + x"; si: $123_{(n)} = \overline{17x}$

A) 11 **B)** 12 **C)** 13
D) 14 **E)** Más de 14

Problema ⑬: Hallar el valor de "x" en:

$$(12_{(x)})^2 = 144_{(x)}$$

A) 3 **B)** 4
C) Cualquier entero **D)** Mayor que 4
E) Mayor o igual que 4

Problema ⑭: En que sistema de numeración se cumple que: 7 x 7 = 61

A) 12 **B)** 9 **C)** 8 **D)** 7 **E)** 6

Problema ⑮: Cuánto es la séptima parte de la diferencia de las cifras de un número de 2 cifras que es el cuadrado de la suma de sus cifras.

A) 2 **B)** 1 **C)** 2/7 **D)** 1/7 **E)** N.A.

Problema 16: Si: $\overline{x53}_{(7)} = \overline{1x1x}_{(5)}$; hallar el valor de "x".

A) 2 B) 3 C) 0 D) 4 E) 1

Problema (17) **:** Calcular: "(a + n)"; si:

$$\overline{aaa}_{(12)} = \overline{(n^2)\, n10}_{(a)}$$

A) 7 B) 13 C) 8 D) 12 E) 10

Problema (18)**:** si: $\overline{nnn} = \overline{(a-1)\,(a-2)\,(a-3)}_{(a)}$

Entonces: $\overline{n\,(n-1)\,(n-2)}_{(n+1)}$; en base diez se escribe como:

A) 18 B) 57 C) 117 D) 207 E) 501

Problema (19) **:** El número 764 esta escrito en el sistema de base ocho. ¿Cómo se escribirá en el sistema ternario?

A) $200112_{(3)}$ B) $101212_{(3)}$ C) $210111_{(3)}$
D) $101112_{(3)}$ E) $210112_{(3)}$

Problema (20) **:** Escriba en el sistema de base 9 el número: $\overline{x\,(x-3)\,(x+2)}_{(6)}$

A) $147_{(9)}$ B) $174_{(9)}$ C) $135_{(9)}$
D) $186_{(9)}$ E) $153_{(9)}$

Problema (21)**:** Calcular: "p + q + r"; si se verifica: $\overline{pqr} = \overline{a03}_{(5)} = \overline{1a7}_{(8)}$

A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 12

Problema (22)**:** Indicar la suma de "(a + b)"; si:

$$\overline{(2a)\,0\,(2b)}_{(5)} = \overline{aba}_{(6)}$$

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 8

Problema (23) **:** El menor número de cuatro cifras del sistema duodecimal se expresa como 1331 en un sistema cuya base es: $13_{(n)}$. ¿Cálcular el valor de "n"?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 11

Problema (24) **:** El mayor número de tres cifras diferentes de la base 6 se escribe como $\overline{3abc}$ en la base 4. Hallar: "a + b + c".

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

Problema (25) **:** Calcular "x" si se cumple:

$$\overline{100x}_{(1+x)} = \overline{x00} + \overline{10x}$$

A) 9 B) 10 C) 11 D) 7 E) 8

Problema (26) **:** Calcular: "a + b"; si:

$$\overline{aaa0}_{(9)} = \overline{ab0ab}_{(5)}$$

A) 4 B) 5 C) 6 D) 3 E) 8

Problema (27) **:** Calcular en base decimal.

$$135_{(a)} + \overline{12b}_{(c)} + \overline{15a}_{(b)} + \overline{14c}_{(9)}$$

A) 361 B) 360 C) 362 D) 359 E) 363

Problema (28) **:** ¿Cómo se escribe en base 9 el menor de los siguientes números?

$$\overline{7a3}_{8}\ ;\ \ \overline{545}_{b}\ ;\ \overline{6b5}_{a}$$

A) 252_9 B) 352_9 C) 333_9 D) 418_9 E) 128_9

Problema (29) **:** Hallar "n"; si: $42_{(n)} \times 32_{(n)} = 2\,004_{(n)}$

A) 6 B) 7 C) 8 D) 5 E) 9

Problema (30) **:** Si:

$$\begin{array}{r} \overline{ab}_{(9)}\ + \\ \overline{ac}_{(9)} \\ \overline{bbc}_{(9)} \\ \hline \overline{abc}_{(9)} \end{array}$$

Hallar: "a x b x c"

A) 60 B) 72 C) 48 D) 30 E) 42

Problema (31)**:** En que sistema de numeración se cumple que el menor, número de 3 cifras es igual a 6 veces la base?

A) 8 B) 4 C) 5
D) 6 E) Faltan datos

Problema (32) **:** Un número escrito en 2 bases que se diferencian en 2 unidades está repre-

sentado por 123 y 172. Hallar dicho número en el sistema decimal.

A) 146 B) 120 C) 138 D) 140 E) 102

Problema (33): Si: $34_{(n)} = 50_{(n-2)}$. A cuánto equivale $55_{(n)}$. En el sistema decimal.

A) 40 B) 38 C) 42 D) 50 E) N.A.

Problema (34): Si: $\overline{m\,(m+2)\,(m-3)}_6 = \overline{xyy}_{(7)}$; Dar el valor de: m + x + y

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 15

Problema (35): El número 102 se escribe como 204 en base (k + 1). Hallar el valor de "k".

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Problema (36): Calcule el valor de: "x + n", Si:

$$\overline{3xy}_{(n)} = 304_{(9)}$$

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

Problema (37): Si: $\dfrac{\overline{abab}}{3} = \overline{\left(\dfrac{b}{2}\right) a \left(\dfrac{b}{2}\right) a}$;

Hallar el máximo valor de "a".

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Problema (38): Hallar el valor de "a" si el número $\overline{a\,b\,0\,a\,b}$ es el producto de cuatro números consecutivos.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Problema (39): Hallar: (b - a); Si:

*) $\overline{ab} + \overline{ba} = 132$ **) $100322_{(a)} = 2072_{(b)}$

A) 4 B) 6 C) 8 D) 3 E) 5

Problema (40): Si: $1010_{[101_{(n)}]} = 1010$; Hallar el valor de "n"

A) 9 B) 4 C) 3 D) 5 E) 7

Problema (41): Hallar el mayor número de 4 cifras tal que la suma de sus cifras sea igual a 17. Dar como respuesta el número expresado en base 8.

A) $7433_{(8)}$ B) $47211_{(8)}$ C) $36710_{(8)}$
D) $23110_{(8)}$ E) $16313_{(8)}$

Problema (42): Respecto a un número se cumple que: escrito en una base cualquiera está formada por 3 cifras máximas y escrita en una base que es el doble de la anterior se escribe con 2 cifras también máximas. Hallar el número en base 9.

A) $45_{(9)}$ B) $54_{(9)}$ C) $87_{(9)}$
D) $78_{(9)}$ E) $70_{(9)}$

Problema (43): Dado el número "N" de 10 cifras:

$$\overline{a110110110}_{(2)}; \text{ Hallar "N" en base 8.}$$

A) $6\,166_{(8)}$ B) $1\,666_{(8)}$ C) $6\,661_{(8)}$
D) $6\,616_{(8)}$ E) $7\,616_{(8)}$

Problema (44): Hallar un número de 3 cifras, cuya cifra de las unidades es 8, si este número se le suprime el número 8 el número resultante es los 4/41 del número original. Dar como respuesta la suma de cifras del número original.

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Problema (45): Hallar el valor de "S"

$$S = 1010_{(2)} + 1010_{(4)} + 1010_{(6)} + \ldots\ldots + 1010_{(16)}$$

A) 5 220 B) 10 440 C) 6 860
D) 6 960 E) 8 352

Problema (46): Calcular: 3m + n + p; si se sabe que los siguientes números están correctamente escritos:

$$\overline{31m}_{(4)} \;;\; \overline{21n}_{(m)} \;;\; \overline{ppo}_{(n)}$$

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

Problema 47: Si: $\overline{ab}_{(7)} = \overline{ba}_{(n)}$. Determinar el valor de: "a + b"; sabiendo que "n" está entre 20 y 30.

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

Problema 48: El siguiente resultado: 36b + 216a + 37 se ha obtenido después de descomponer el número.

A) $\overline{a\,(b-1)\,(b)2}_{(6)}$ **B)** $\overline{a(b)\,(b+1)}_{(6)}$
C) $\overline{a0\,(b+1)1}_{(6)}$ **D)** $\overline{a\,(b+1)01}_{(6)}$
E) $\overline{b\,(a)\,(a+1)}_{(6)}$

Problema 49: Si se cumple que:

$$\overline{abab}_{(n)} = 221.$$

Hallar el valor de: (3a + b + 2n)

A) 17 **B)** 13 **C)** 18 **D)** 15 **E)** 21

Problema 50: En que sistema de numeración se cumple que: El mayor número de tres cifras excede en 438 unidades al menor número de tres cifras significativas (cifra significativa es diferente de cero).

A) 4 **B)** 5 **C)** 8 **D)** 11 **E)** 14

Problema 51: Determinar cuántos números en la base diez cumplen lo siguiente:

$$\overline{a\,(2b)c}_{(12)} = \overline{(3a)bc}_{(8)}$$

A) 5 **B)** 8 **C)** 10 **D)** 7 **E)** 16

Problema 52: Hallar: "m + n + x"; Si:

$$\overline{120x}_{(n)} = \overline{64x} = 2\,553_{(m)}$$

A) 17 **B)** 18 **C)** 19 **D)** 20 **E)** 21

Problema 53: Al número $\overline{abc}$ se le restó el número cba, y en el resultado se observó que la cifra de unidades era el doble que la cifra de centenas. Si: "a + b + c" es lo máximo posible. Hallar: "a . b . c".

A) 360 **B)** 324 **C)** 486
D) 405 **E)** 432

Problema 54: Si:

$$\overline{(a-4)\,(a)\,(a-4)}_{(6)} = \overline{xyyz}_{(4)}$$

Hallar: "x + y + z"

A) 6 **B)** 5 **C)** 4 **D)** 7 **E)** 8

Problema 55: Si: $1\,331_{(n)} = 260_{(9)}$; convertir: $43_{(n)}$ a base 10.

A) 22 **B)** 23 **C)** 24
D) 25 **E)** 26

Clave de Respuestas

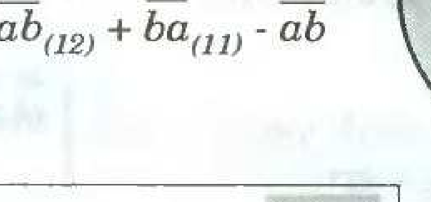
1. A	15. B	29. B	43. B
2. D	16. D	30. B	44. D
3. C	17. C	31. D	45. B
4. A	18. B	32. A	46. A
5. E	19. A	33. A	47. C
6. C	20. C	34. E	48. D
7. B	21. A	35. B	49. C
8. D	22. D	36. C	50. C
9. D	23. C	37. B	51. B
10. B	24. D	38. B	52. C
11. D	25. A	39. A	53. D
12. C	26. B	40. C	54. C
13. D	27. A	41. D	55. B
14. C	28. A	42. E	

Razone

Se multiplica $\overline{ab}_{(9)}$ por un segundo factor, si al primer factor se le disminuye en la suma de sus cifras, el producto se reduce en su mitad.

Hallar:

$$\overline{ba}_{(15)} - \overline{ab}_{(14)} + \overline{ba}_{(13)} - \overline{ab}_{(12)} + \overline{ba}_{(11)} - \overline{ab}$$



$\overline{ab_a} \times m = 16a$

Respuesta: 219

Razone

Un número se escribe como:

$\overline{aaba}$ y $\overline{cbaa}$ en los sistemas de base 5 y 6 respectivamente, expresarlos en el Sistema Decimal y dar como respuestas la suma de sus cifras.

Respuesta: 12

TEORIA DE CONJUNTOS 2

IDEA DE CONJUNTO

Todos tenemos la idea de lo que es un conjunto: es una colección, agrupación, asociación, reunión, unión de integrantes homogéneos o heterogéneos, de posibilidades reales o abstractas. Los integrantes pueden ser números, letras, días de la semana, alumnos, países, astros, continentes, etc. a estos integrantes en general, se les conoce como "Elementos del conjunto".

Ejemplos:

a) El conjunto formado por los primeros veinte números naturales

b) El conjunto formado por profesores de un colegio

c) El conjunto formado por los actuales presidentes de los países de América Latina

d) El conjunto formado por la carpetas de un salón de clase

Sin embargo, el concepto que tenemos es un "Concepto Intuitivo", el cual no es correcto pues también existe conjuntos formados por un solo elemento y conjuntos formados sin elementos lo cual contradice la idea que teníamos.

Ejemplos:

a) El conjunto constituido por las plantas que dan flores.

b) El conjunto de ciudades de la sierra peruana

c) El conjunto de números naturales menores que 5 y mayores que 4

d) El conjunto de personas mayores que 400 años de edad

NOTACIONES EN UN CONJUNTO

1º A los conjuntos se les denotará con letras mayúsculas A, B, C....y a sus elementos con letras minúsculas; a, b, c, d,...

Ejemplo:

$$P = \{m, n, r, s\}$$

Elemento del Conjunto "P"

2º El símbolo empleado para expresar que un elemento pertenece a un conjunto es: $\in$

Ejemplo:

$$P = \{m, n, r, s,\}$$

$$n \in P$$

(El elemento "n" pertenece al conjunto "P")

3º El símbolo utilizado para expresar que un elemento "no pertenece" a un conjunto es: $\notin$

Ejemplo:

$$P = \{m, n, r, s\}$$

$$q \notin P$$

(El elemento "q" no pertenece al conjunto "P")

4º Cuando un conjunto "R" está constituido por varios elementos como por ejemplo: a, b, c, d, e, f, los escribiremos entre **LLAVES**

$$R = \{a, b, c, d, e, f\}$$

DETERMINACION DE CONJUNTOS

Por Extensión:

Un conjuntos "A" está determinado por extensión cuando se mencionan uno por uno todos los elementos o cuando, si son numerosos, se mencionan los primeros de ellos (y se colocan puntos suspensivos)

Ejemplos:

1. A = {Lunes, Martes, Miércoles, Jueves, viernes, Sábado, Domingo}

2. B = {0, 1, 3, 5, 7, ...}

Sin embargo, no todos los conjuntos pueden ser determinados de esta manera, sobre todo cuando el número de elementos que constituyen el conjunto es muy elevado.

Imagine los casos de aquellos conjuntos que tienen infinitos elementos como el conjuntos de estrellas del universo.

Es por ello, que necesariamente, se debe emplear otro procedimiento para determinar los conjuntos que tienen muchos elementos. A esta otra forma de determinar un conjunto se le denomina comprensión que también se puede utilizar para cualquier conjunto.

Por Comprensión:

Un conjunto A está determinado por comprensión cuando se enuncia una ley o una función que permite conocer qué elementos la cumplen y por tanto, van a pertenecer al conjunto A.

Para diferenciar cada forma de determinar un conjunto veamos los siguientes ejemplos:

Ejemplo 1

Por extensión:

A = {Lunes, Martes, Miércoles, Jueves, Viernes, Sábado, Domingo}

Por comprensión: (Una posible respuesta sería)

A = {x/"x" es un día de la semana}

Se lee:

"El conjunto A esta formado por todos los elementos "x" que satisfacen la condición de ser un día de la semana".

Otra posible respuesta sería:

"A es el conjunto constituido por todos los elementos "x" tal que x es un día de la semana"

Ejemplo 2

Por extensión: B = {1, 3, 5, 7, ...}

Por comprensión: (Una posible respuesta sería)

$$B = \{x/x = (2n - 1) \wedge x \in N\}$$

Se lee:

"B es un conjunto formado por los elementos "x" tal que "x" es un número impar y "x" pertenece al conjunto de los números naturales".

Ejemplo 3

Determinar el conjunto de las cinco vocales

Por extensión: A = {a, e, i, o, u}

Por comprensión: A = {x / "x" es una vocal}

Esta barra indicada significa "tal que"

Ejemplo 4

Determinar el conjunto de los números pares naturales menores que 15

Por extensión:

B = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14}

Por Comprensión:

B = {x/"x" es un número par natural menor que 15}

Se lee:

"B" es el conjunto formado por los "x", tal que "x" es un número par natural menor que 15.

CLASES DE CONJUNTOS POR EL NUMERO DE ELEMENTOS

Conjunto Unitario:

Es aquél conjunto que tiene un sólo elemento.

Ejemplos:

1. El conjunto del actual presidente de Argentina
2. D = {x/3 < x < 5, "x" es un número entero}
3. M = {x/x + 6 = 8}
4. R = {y ∈ N / 3 < y < 5}
5. G = {0}

Conjunto Vacío:

Es aquel conjunto que no tiene elementos.

Se le representa por la letra ϕ "se lee FI". También se le representa por un conjunto que no tiene elementos dentro de las llaves. Así por ejemplo:

$$\emptyset = \{\ \}$$

Simbólicamente se define como:

$$f = \{x/x \neq x\}$$

Ejemplo:

A = {Es el conjunto de mujeres que tienen 3 piernas}

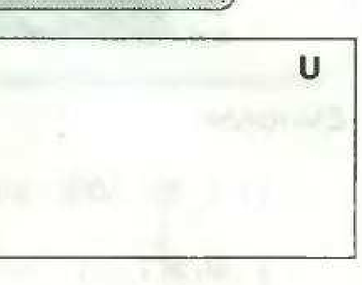
Como se habrá dado cuenta no existe ninguna mujer que posee 3 piernas, por tanto, este conjunto carece de elementos y decimos que es un conjunto vacío.

> *NOTA: {0}; Representa a un conjunto de un sólo elemento, el número cero.*

> *0; Indica ausencia de cantidad (es un número, más no un conjunto)*
> *{ϕ}; Representa a un conjunto de un sólo elemento, el elemento "ϕ "*

Conjunto Universal: (o Universo)

Es el conjunto que contiene, comprende o dentro del cual están todos los demás conjuntos, se le simboliza por la letra U , gráficamente se le representa mediante un rectángulo en cuyo vértice (uno cualquiera) se coloca la letra U.



Si consideramos como un conjunto universal al sistema universitario de nuestro país, entonces cada universidad x, será elemento de dicho universo. El conjunto de libros de una Biblioteca determinada, puede ser otro ejemplo, sus elementos serán cada uno de los libros de los que consta. El marco de referencia es relativo, de modo que podemos referir como conjunto universal por ejemplo al Conjunto de Bibliotecas de la ciudad.

Conjunto Finito:

Es aquel cuyos elementos se pueden contar en forma usual desde el primero hasta el último. El número de sus elementos se llama cardinal de conjunto.

Ejemplos:

1. {El número de carpetas del salón}
2. {24 675 gramos de arena}
3. {Hojas de un árbol}
4. {Números enteros entre 1 y 20}

Conjunto infinito:

Si contamos no se llega nunca a un último elemento del conjunto se llama infinito o indefinido.

Ejemplos:

(1) {Punto de una recta} (Es infinito)
(2) {Números enteros mayores que 100} (Es infinito)

> *NOTA: Los puntos suspensivos,..... entre dos elementos se leen "y así sucesivamente hasta". Esos puntos como terminación, se lee "y así sucesivamente"*

Ejemplos:

{1, 2, 3, ...100} es finito

{1, 3, 5, 7, ...} es infinito

RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

Inclusión:

Se dice que "A" está incluido en el conjunto "B", cuando todo elemento de A, pertenece a "B". La inclusión se simboliza por "$\subset$".

$$A \subset B \leftrightarrow x \in A \rightarrow x \in B$$

También se puede decir que A es subconjunto del conjunto B. Se puede denotar por $B \supset A$, que se lee "B" incluye, contiene o es un subconjunto del conjunto A. Ejemplo de subconjunto o inclusión es el siguiente:

Si: P = {Perros}
M = {Mamíferos}

Entonces se tiene:

$P \subset M$ ("P" está incluido en "M")

$\subset$	Se lee: "Esta incluido en". Su negativa es: $\not\subset$
$\supset$	Se lee: "Incluye a". Su negativa es: $\not\supset$

Sean, por ejemplo, los conjuntos:

A = {a, b, c, d}; B = {a, d}

C = {b, d, a, c}; D = {a, c, e}

En este caso se observan las siguientes inclusiones:

$$B \subset A; C \subset A; A \subset C$$

En cambio los conjuntos C y D son incomparables, porque ni "C" incluye a "D", ni "D" incluye a "C", es decir:

$$D \not\subset C ; C \not\subset D$$

Hemos visto que pueden ocurrir al mismo tiempo las dos inclusiones $C \subset A$ y $A \subset C$, esto quiere decir, sencillamente, que A = C.

Conjuntos Iguales:

Dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos. Su forma simbólica es: A = B.

Nótese que decimos los mismos elementos que no es igual a decir el mismo número de elementos.

De la definición podemos inferir que: A = A (Todo conjunto es igual a si mismo).

Ejemplo 1

Si: A = {1, 3, 7, 9, a, b}
B = {a, b, 9, 3, 1, 7}

Entonces: A = B pues son los mismos elementos aunque estén en diferente orden. Recuerde, no importa el nombre dado al conjunto sino los elementos que lo forman.

Ejemplo 2

Si: C = {a, e, i, o, u}
D = {a, e, o, 4, i}

Entonces $C \neq D$ porque a pesar de que cada conjunto tiene 5 elementos (igual número de elementos) basta que exista un elemento diferente para que ya no sean iguales.

Conjuntos Diferentes:

Dos conjuntos son diferentes si sus elementos no son iguales.

Ejemplo:

A = {m, n, p, q}
B = {r, s, m, p}

∴ A ≠ B (≠ : significa no igual o diferente)

Conjuntos Disjuntos:

Dos conjuntos son disjuntos si no tienen ningún elemento en común: es decir, todos sus elementos de un conjunto son diferentes a los elementos del otro conjunto.

Ejemplo:

A = {0, 1, 2, 3, 4, 5}
B = {9, 8, 7, 6, 10}

Conjunto Potencia:

Se llama así al conjunto formado por todos los subconjuntos que es posible formar de un conjunto dado. Se simboliza por P. La notación P(A), se lee potencia del conjunto A. El número de subconjuntos que es posible formar con los elementos de un conjunto es 2^n; siendo **"n"** el número de elementos integrantes del conjunto.

Ejemplo:

Si se tiene: A = {a, b, c},

hallar la potencia del conjunto A

Resolución:

Se tiene:

P(A) = {{a}; {b}; {c}; {a,b}, {a,c}; {b,c}; {a,b,c}; ϕ}

Subconjuntos o partes del conjunto A

Esto es; número de elementos de A; es n = 3, de donde:

$2^3 = 8$ Subconjuntos

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE CONJUNTOS

Se pueden intuir muchos sistemas auxiliares para visualizar las relaciones. Entre conjuntos; los más conocidos son los Diagramas Lineales y los de Venn-Euler

DIAGRAMAS LINEALES

Son segmentos de rectas que ilustren las relaciones entre conjuntos.

DIAGRAMAS DE VENN-EULER

Consiste en graficar mediante círculos, elipses, rectángulos u otras figuras geométricas de área plana, cada uno de los conjuntos con los que se labora. Generalmente los puntos interiores a un rectángulo representa al conjunto del sistema.

Ejemplo:

Si el conjunto universal lo forman las letras del alfabeto y además se tienen los siguientes conjuntos:

A = {a, b, c, d}
B = {c, a, d}
C = {a, d}

Representar las relaciones entre dichos conjuntos gráficamente.

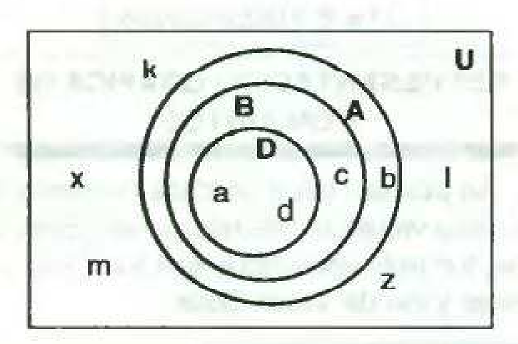
Resolución:

Observamos que: C ⊂ B; además B ⊂ A; y como U es el conjunto universal (Todas las letras del alfabeto)

La representación lineal será:

⇨ *El conjunto D esta más abajo de aquel en el que queda incluido, y así sucesivamente.*

La representación de los diagramas de Venn Euler.



Observar que el conjunto "D" está en el interior del conjunto que lo incluye del mismo modo "B" respecto a "A". El conjunto universal está representado por el rectángulo en nuestro ejemplo. Esta formado por las letras del alfabeto. $D \subset B \subset A \subset U$.

OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

Las operaciones entre conjuntos son disposiciones específicas de combinar conjuntos para formar otros, de semejante estructura. Dichas operaciones son la unión, la intersección, la diferencia, la complementación, el conjunto producto o conjunto cartesiano y la diferencia simétrica.

Unión o Reunión:

Unión o Reunión de los conjuntos A y B es el conjunto de elementos "x" que pertenecen a "A", a "B" o a ambos, se simboliza por $A \cup B$; y se lee: "A" unión "B".

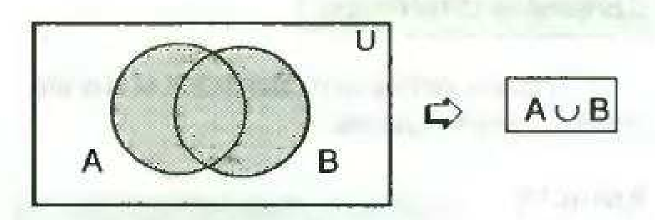
Por Comprensión:

$$A \cup B = \{x/x \in A \vee x \in B\}$$

es decir: $x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B$

$\Leftrightarrow$: significa: "Si y solo si"

Gráficamente, la unión de conjuntos se representa, en un diagrama de Venn-Euler, achurando la zona donde se encuentran los diversos elementos que pertenecen a los conjuntos que pertenecen a la unión.



Ejemplo:

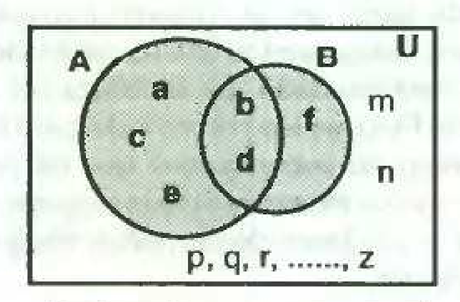
Sean los conjuntos: A = {a, b, c, d, e} y el conjunto B = {f, b, d}; el universo las letras del alfabeto. Hallar: $A \cup B$.

Resolución:

Como los elementos de A y B pueden pertenecer sólo a "A", sólo a "B" o simultáneamente a ambos, entonces:

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$$

Su representación gráfica en el diagrama de Venn-Euler es toda la superficie achurada.



$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$

Propiedades de la unión de conjuntos

Dados los conjuntos:

A = {a, b, c}

B = {a, b, c, d, e}

C = {a, m}

Se cumple que:

1. $A \cup B = B \cup A$

(Propiedad conmutativa)

Ejemplo

$A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$

$B \cup A = \{a, b, c, d, e\}$

2. $A \subset (A \cup B) \wedge B \subset (A \cup B)$

Ejemplo:

$\{a, b, c\} \subset \{a, b, c, d, e\}$

$\{a, b, c, d, e\} \subset \{a, b, c, d, e\}$

3. Si: $A \subset B \Rightarrow A \cup B = B$

($\Rightarrow$ se lee: "implica")

Ejemplo:

$\{a, b, c\} \subset \{a, b, c, d, e\}$

$\{a, b, c\} \cup \{a, b, c, d, e\} = \{a, b, c, d, e\}$

4. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

Ejemplo:

$\{a, b, c, a, b, c, d, e\} \cup \{a, m\}$

$= \{a, b, c\} \cup \{a, b, c, d, e, a, m\}$

De donde:

$\{a, b, c, d, e\} \cup \{a, m\} = \{a, b, c, d, e, m\}$

$\{a, b, c\} \cup \{a, b, c, d, e, m\} = \{a, b, c, d, e, m\}$

Intersección:

Intersección de los conjuntos A y B es el conjunto de elementos "x" que pertenecen a "A" y a "B". Está formado por elementos comunes a los conjuntos que forman la intersección. Se simboliza por $A \cap B$, y se lee: "A" intersección "B".

Por compresión:

$A \cap B = \{x/x \in A \wedge x \in B\}$

Es decir:

$x \in (A \cap B) \Leftrightarrow \{x \in A \wedge x \in B\}$

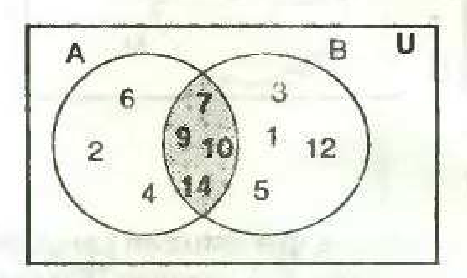
Gráficamente, la respuesta es la zona sombreada que contiene a los elementos que pertenecen a ambos conjuntos.

Si: $A = \{2, 4, 6, \underline{7}, \underline{9}, \underline{10}, \underline{14}\}$

$B = \{1, 3, 5, \underline{7}, \underline{9}, \underline{10}, 12, \underline{14}\}$

$\therefore$ $A \cap B = \{7, 9, 10, 14\}$

Gráficamente:



$\therefore$ $A \cap B = \{7, 9, 10, 14\}$

Problema:

En el colegio "San Miguel" de Piura, se ha evaluado a mil alumnos en las asignaturas de Lenguaje, Biologia y matemáticas y, se ha obtenido el siguiente resultado.

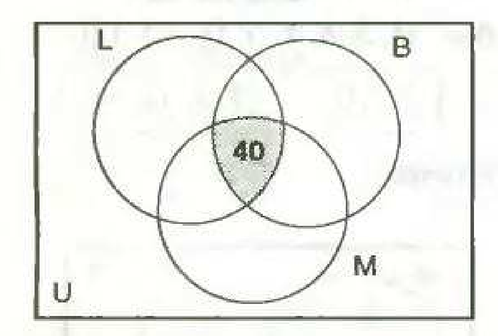
a) 680 alumnos aprobaron lenguaje.
b) 320 alumnos aprobaron biología.
c) 400 alumnos aprobaron sólo lenguaje.
d) 50 alumnos aprobaron lenguaje y biología; pero no matemáticas.
e) 170 alumnos aprobaron biología, y matemáticas, pero no lenguaje. 40
f) alumnos aprobaron biología, lenguaje y Matemáticas

¿Cuántos alumnos aprobaron sólo matemáticas?

Resolución:

Para resolver este tipo de problemas es conveniente empezar su desarrollo a partir del último dato (O sea: la intersección de los 3 conjuntos). Veamos:

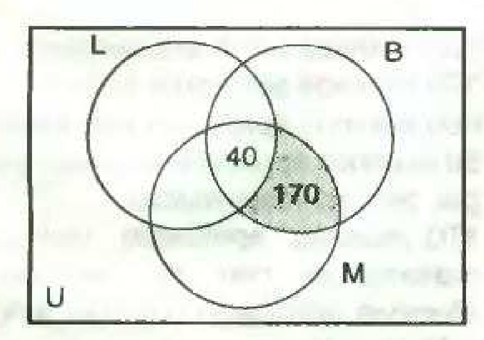
f) "40 alumnos aprobaron Biología, Lenguaje y Matemática", esto quiere decir que 40 alumnos son elementos comunes (están en la intersección) de los 3 conjuntos.



Donde:

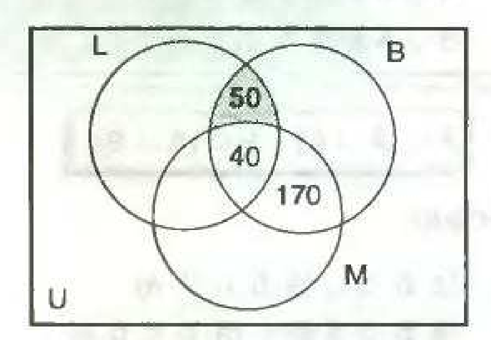
L = alumnos que estudian Lenguaje.
B = Alumnos que estudian Biología
C = Alumnos que estudian Matemática.

e) "170 alumnos aprobaron Biología y Matemática pero no Lenguaje" o sea que, estos 170 alumnos son elementos comunes (estan en la intersección) de los alumnos que aprobaron Biología y Matemática.

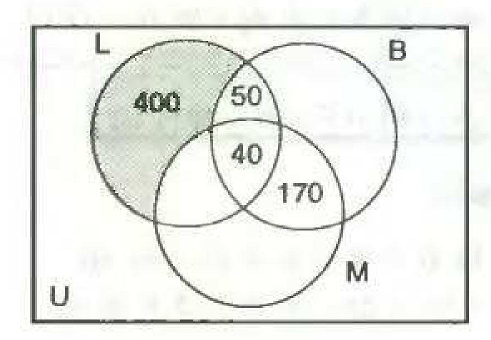


d) "50 aprobaron Lenguaje y Biología pero no Matemática"; el razonamiento es similar al anterior.

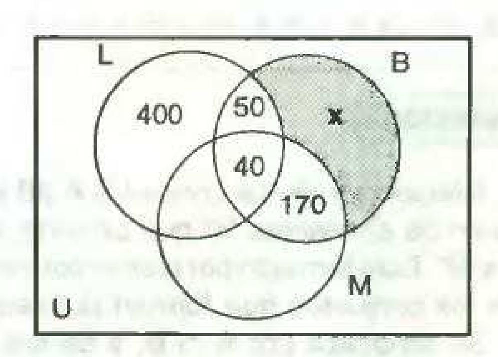
Tenemos ya 40 que aprobaron Lenguaje, Biología y Matemática pero, como la condición es que no aprobaron matemática estos 50 alumnos pertenecen sólo a la intersección de los que aprobaron Lenguaje y Biología.



c) "400 aprobaron sólo Lenguaje"; estos alumnos son elementos que pertenecen al conjunto exclusivo de Lenguaje, es decir no son elementos comunes a los conjuntos "aprobaron Biología" y/o "aprobaron Matemática".



b) "320 aprobaron Biología"



de la gráfica tenemos:

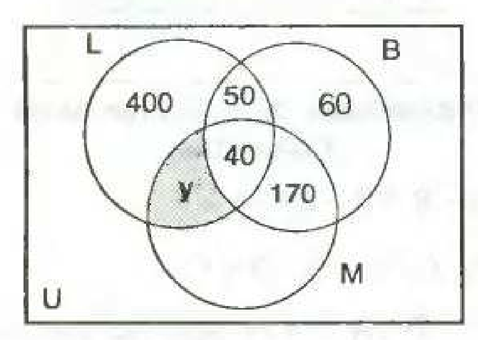
$$50 + 40 + 170 + x = 320$$

$$260 + x = 320$$

$$\therefore \boxed{x = 60}$$

(Aprobaron sólo Biología)

a) "680 aprobaron Lenguaje"



De la gráfica, tenemos:

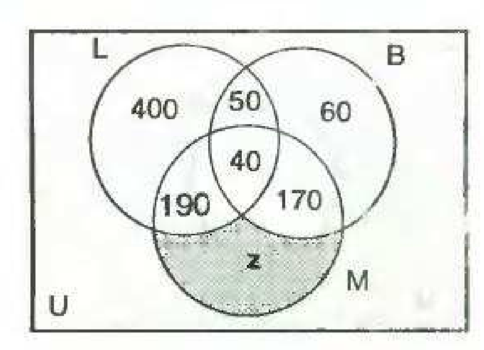
$$400 + 50 + 40 + y = 680$$

$$490 + y = 680$$

$$\therefore \boxed{y = 190}$$

(Aprobaron sólo Lenguaje y Matemática)

Como hay 1 000 alumnos podemos obtener cuantos alumnos aprobaron sólo Matemática procediendo de la siguiente manera;



Del diagrama tenemos:

$$400 + 50 + 60 + 190 + 40 + 170 + z = 1\,000$$

$$910 + z = 1\,000$$

$$\therefore \boxed{z = 90}$$

(Aprobaron sólo Matemáticas)

Propiedades de la Intersección de Conjuntos

1. $\boxed{A \cap B = B \cap A}$

   (Propiedad Conmutativa)

2. $\boxed{(A \cap B) \subset A}$

3. $\boxed{(A \cap B) \subset B}$

4. $\boxed{A \subset B \Rightarrow A \cap B = A}$

5. $\boxed{(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)}$

   (Propiedad Asociativa)

6. $\boxed{A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)}$

   (Propiedad distributiva respecto a la unión)

7. $\boxed{A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)}$

   (Propiedad distributiva de la unión respecto a la intersección)

Diferencia:

Diferencia entre los conjuntos "A" y "B", es el conjunto de los elementos "x" que pertenecen a "A" pero no a "B", se simboliza por "A – B".

Por compresión:

$$A - B = \{x/x \in A \text{ y}, x \notin B\}$$

Es decir:

$$x \in (A - B) \Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B$$

Ejemplo 1

Sean los conjuntos: A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}; B = {4, 5, 6, 7, 8, 9} y conjunto universal, el conjunto de los números naturales.

Hallar:

a) A – B b) B – A c) U – (A ∪ B)

Graficándolo en el diagrama de Venn–Euler

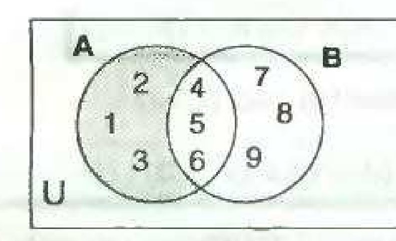
Resolución:

De la definición de diferencia de conjuntos, tenemos:

a) A – B = {1, 2, 3, 4, 5, 6} – {4, 5, 6, 7, 8, 9}

∴ **A – B = {1, 2, 3}**

En el diagrama, la parte achurada, representa: ""A – B"



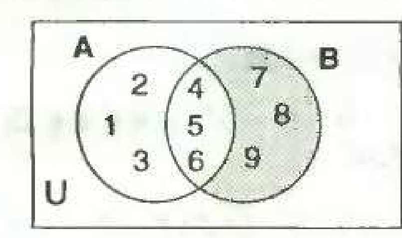
A – B = {1, 2, 3}

b) Si el conjunto universal, está formado por los números naturales, la diferencia será:

B – A = {4, 5, 6, 7, 8, 9} – {1, 2, 3, 4, 5, 6}

∴ **B – A = {7, 8, 9}**

En el diagrama, la parte achurada representa: " B – A"

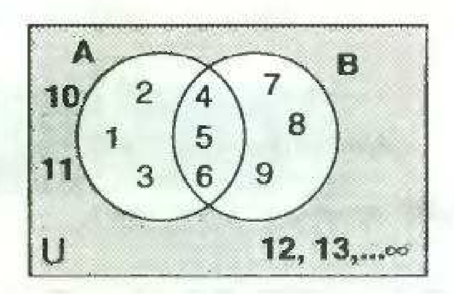


B – A = {7, 8, 9}

c) U – (A ∪ B), serán los elementos que pertenecen al U (universo) pero no al conjunto A ∪ B.

U = {Números naturales}

Observar el diagrama:

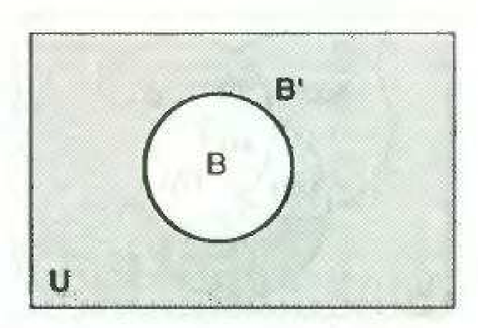


Propiedades de la Diferencia de Conjuntos:

1. A – B = B – A ⇔ A = B
2. Si: A ⊂ B = A – B = ∅
3. A – ∅ = A, ∀ A (∀: significa "para todo")
4. A – B = (A ∪ B) – B = A – (A ∩ B)
5. (A – B) ∩ B = ∅

Complementación:

Complemento de un subconjunto cualquiera "B" respecto a U (Conjunto universal), es el conjunto de elementos de U que no pertenecen a "B". Se llama también complemento de B en U, o simplemente conjunto diferencia U – B.



Notación: C_UB, $\mathscr{C}B$; B'; B^C

Por Comprensión:

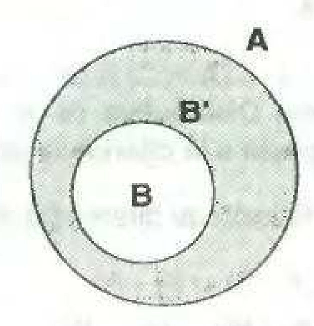
$C_UB = B' = \{x/x \in U \text{ y } x \notin B\}$

Definición 2: Complemento de un subconjunto cualquiera "B" respecto a un conjunto "A" es el conjunto de elementos de "A" que no pertenecen a "B". Se le llama complemento de B en A, o simplemente conjunto diferencia A - B.

Notación: C_AB; $C_A\{B\}$; $\mathscr{C}B$; B'; B^C

Por comprensión:

$$C_AB = B' = \{x/x \in A \text{ y } x \notin B\}$$



Ejemplo 1:

Si el conjunto universal está formado por los habitantes de nuestro país, y si "A" es el conjunto de habitantes de nuestra ciudad, entonces 'A representa los habitantes de nuestro país que no son de nuestra ciudad.

Ejemplo 2:

U = {1,3,5,7,9,11}
A = {3,5,7}
B = {5,7,9}

Hallar:

A) A' B) B' C)(A U B)'
D) (A ∩ B)' E) (B - A)'

Resolución: Tenemos que:

A) A' = {1,9,11}
B) B' = {1,3,11}
C) (A ∪ B)' = {1,11}
D) (A ∩ B)' = {1,3,9,11}
E) (B - A)' = { 1,3,5,7,11}

Propiedades del complemento de un Conjunto:

Para conjuntos A y B contenido en U se cumple:

1. $\mathscr{C}(\mathscr{C}A) = A$
2. $A \subset B \Rightarrow B \subset \mathscr{C}A$?
3. $A - B = A \cap \mathscr{C}B$
4. $\mathscr{C}(A \cup B) = \mathscr{C}A \cap \mathscr{C}B$ (Ley de Morgan)
5. $\mathscr{C}(A \cap B) = \mathscr{C}A \cup \mathscr{C}B$ (ley de Morgan)
6. $A \cup \mathscr{C}A = U$
7. $A \cap \mathscr{C}A = \phi$
8. $\mathscr{C}U = \phi$
9. $\mathscr{C}\phi = \cup$

DIFERENCIA SIMETRICA

Diferencia simétrica de los conjuntos A y B, es el conjunto de elementos de "A" y de "B", excepto los que pertenecen a la intersección. Esto es, que pertenecen a "A" o a "B".

Notación: A Δ B, se lee "A" delta "B" ó "A" diferencia simétrica "B"

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) \quad \text{ó}$$
$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

Por comprensión

$$A \Delta B = \{x/(x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A)\}$$

Ejemplo:

Sean: A = {a,b,c,d,e,f,g} y
B = {c,d,g,h,i}

Hallar: A Δ B

Resolución:

Por definición: A Δ B = (A - B) ∪ (B - A)
= {a,b,e,f} U {h,i}

∴ **A Δ B = {a,b,e,f,h,i}**

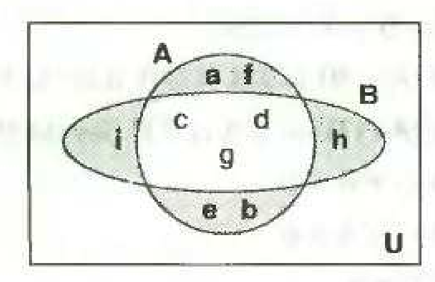
O también:

$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

$= \{a,b,c,d,e,f,g,h,i\} - \{c,d,g\}$

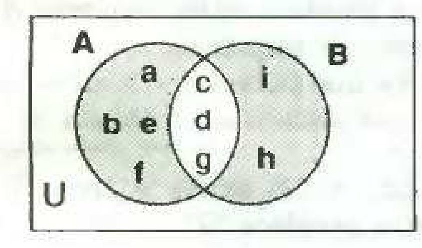
$\therefore$ $A \Delta B = \{a, b, e, f, h, i\}$

Graficando:



$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

$A \Delta B$ = Area sombreada



$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$

$A \Delta B$ = Area sombreada

Propiedades de la Diferecia Simétrica

1. $A \Delta B = B \Delta A$ (Propiedad Conmutativa)
2. $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$ (Propiedad Asociativa)
3. $A \Delta A = \varnothing$
4. $A \Delta \varnothing = A$
5. $(A \Delta B) \cap C = (A \cap C) \Delta (B \cap C)$ (Propiedad Distributiva de la intersección respecto a la diferencia simétrica)
6. De la definición de diferencia simétrica:

   $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$
   $= (A \cap B') \cup (A' \cap B)$
   $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$
   $= (A \cup B) \cap (A \cap B')$
7. $A \Delta B = \varnothing \Leftrightarrow A = B$
8. $(A \Delta B) \cup (B \Delta C)$
   $= (A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C)$

PROBLEMAS RESUELTOS

Problema 1

Determinar el conjunto "B"

$B = \{x / x^2 - 5x + 6 = 0\}$

Resolución:

Factorizamos la expresión:

$x^2 - 5x + 6 = 0$

x ↗ -3

x ↘ -2

Luego: $(x - 3)(x - 2) = 0$

i) $x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$

ii) $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$

Luego, el conjunto "B" queda determinado:

$B = \{x/x = 2; x = 3\}$; $B = \{2,3\}$

Problema 2

Expresar por extensión el siguiente conjunto:

$B = \{x/x \in N; 18 < x < 27\}$

Resolución:

Según la expresión:

18 < x < 27, los valores que toma "x" son:

x = {19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26}

Luego:

B = {19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26}

Problema 3

Determinar por extensión, el siguiente conjunto:

A = {2x + 1/x ∈ N, 3 ≤ x < 6}

Resolución:

Según la expresión: 3 ≤ x < 6; los valores que toma "x" son:

x = {3,4,5}

Luego, reemplazamos cada valor de "x" en la expresión:

A = {2x + 1}

Para: x = 3 → 2(3) + 1 = 7
Para: x = 4 → 2(4) + 1 = 9
Para: x = 5 → 2(5) + 1 = 11

∴ A = {7, 9, 11}

Problema 4

Determinar por comprensión el siguiente conjunto:

A = {3, 5, 7, 9, 11}

Resolución:

Determinar un conjunto por comprensión implica definir dicho conjunto mediante una fórmula que proyecte las propiedades comunes que caracterizan dicho conjunto.

Luego:

A = {x ∈ N / "x" impar, 2 < x < 12}

Problema 5

Si: A = {3,{5}};

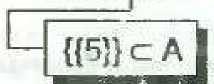
decir cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera.

A) {3, 5} ⊂ A B) {5} ⊂ A C) 5 ∈ A
D) {{5}} ⊂ A E) {{{5}}} ⊂ A

Resolución:

Del conjunto: A = {3, {5}}, calculamos los subconjuntos de dicho conjunto "A"

A = {{3}; {{5}}; {3;{5}},ϕ}

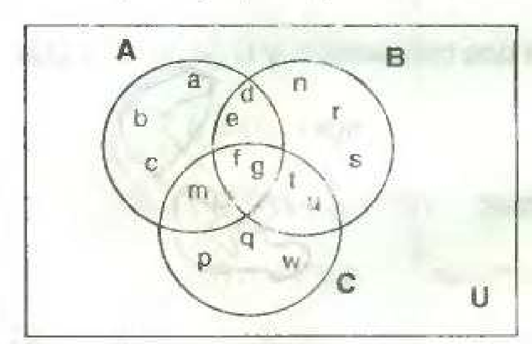


Rpta. D

Problema 6

Del siguiente diagrama de Venn-Euler. Determinar el cardinal del siguiente conjunto.

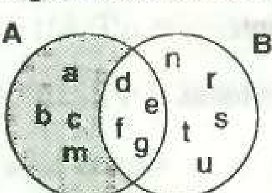
(A - B) - (C - B)



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

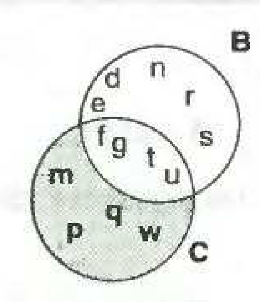
Resolución:

En primer lugar, calculamos: "A - B"



A - B = {a, b, c, m}

En segundo lugar, calculamos: "C - B"



$C - B = \{m, p, q, w\}$

Ahora, calculamos:

$(A - B) - (C - B)$

$\{a, b, c, m\} - \{m, p, q, w\} = \{a, b, c\}$

Número cardinal es el número de elementos del conjunto

$\therefore$ El número cardinal es 3

Rpta. B

Problema (7)

Para dos conjuntos A y B se cumple que:

$$n(A \cup B) = 6$$

además: $n\{P(A)\} + n\{P(B)\} = 40.$

Determinar: $n\{P(A \cap B)\}$

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

Resolución:

Consideremos:

$n(A) = x$ entonces: $n\{P(A)\} = 2^x$

$n(B) = y$ entonces: $n\{P(B)\} = 2^y$

Reemplazamos estos valores en la expresión:

$$n\{P(A)\} + n\{P(B)\} = 40$$

$$2^x + 2^y = 2^3 + 2^5 \text{ (Unica posibilidad)}$$

Donde: $x = 3 \quad ; \quad y = 5$

Pero: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$$6 = x + y - n(A \cap B)$$

$$6 = 3 + 5 - n(A \cap B)$$

Entonces: $n(A \cap B) = 2$

Luego: $n\{P(A \cap B)\} = 2^n = 2^2 = 4$

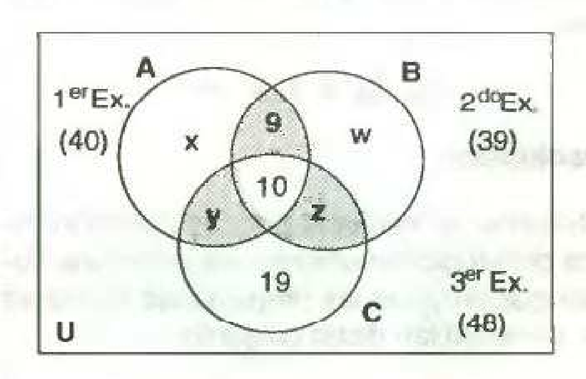
Rpta. B

Problema (8)

En un colegio 100 alumnos han rendido 3 exámenes. De ellos 40 aprobaron el primero, 39 el segundo y 48 el tercer examen. Aprobaron 10 los tres exámenes, 21 no aprobaron examen alguno, 9 aprobaron los dos primeros, pero no el tercero; 19 no aprobaron los dos primeros exámenes pero sí el tercero. Calcúlese cuántos alumnos aprobaron por lo menos 2 exámenes.

Resolución:

Disponemos los datos del problema en un diagrama de Venn-Euler, tomando como conjunto la cantidad de alumnos que llevan el primer, el segundo y el tercer curso y como conjunto universal los 100 alumnos del colegio.



Del diagrama tenemos que:

$x + y + 10 + 9 = 40$ ......(1)

$w + z + 10 + 9 = 39$ ......(2)

$y + z + 10 + 19 = 48$ ......(3)

Se pide; calcular: $9 + y + z + 10 = ?$

De (3): $\boxed{y + z = 19}$

Luego: $\boxed{9 + y + z + 10 = 9 + 19 + 10 = 38}$

Rpta.

Alumnos que aprobaron por los menos dos cursos.

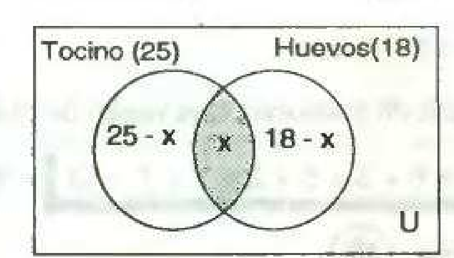
> *NOTA: Los 10 alumnos que aprobaron 3 cursos, además de aprobar los 3 cursos quiere decir que aprobaron 2 cursos. Si en el problema nos preguntaran. ¿Cuántos aprobaron sólo 2 cursos entonces lo que nos piden será:*
>
> $9 + y + z = ?$

Problema (9)

Una persona come huevos o tosino en el desayuno cada mañana durante el mes de Abril. Si como tocino 25 mañanas y huevos 18 mañanas. ¿Cuántas mañanas come huevo y tocino?

Resolución:

Llevando nuestros datos a un diagrama tenemos:



Luego: $(25 - x) + x + (18 - x) = 30$

(# de días que tiene Abril)

$-x + 43 = 30$

$\therefore \boxed{x = 13}$

El número de días que la persona come tocino y huevos durante el mes de Abril es de 13 mañanas.

Rpta.

Problema (10)

De un grupo de 105 deportistas, se observó que:

A) 15 son atletas, que practican el fútbol y la natación.

B) 52 son atletas.

C) 55 son nadadores.

D) Todos los futbolistas son atletas y 12 son deportistas que sólo practican el atletismo.

E) 15 deportistas no practican ninguno de los deportes mencionados.

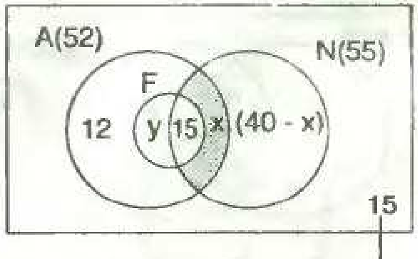
¿ Cuántos deportistas son atletas y nadadores, pero no futbolistas?

Resolución:

Sean: A = {Conjunto de Atletas}

F = {Conjunto de Futbolistas}

N = {Conjunto de Nadadores}



(No practican ningun deporte)

Del diagrama:

i) $12 + y + 15 + x = 52$

$\boxed{y = 25 - x}$

ii) $52 + (40 - x) + 15 = 105$

$$52 + (40 - x) = 90$$

$$92 - x = 90$$

$$\therefore \boxed{x = 2} \quad \textbf{Rpta.}$$

Problema (11)

De 180 alumnos de una Academia Pre-Universitaria que gustan de los cursos "Razonamiento Matemático", "Algebra", o "Aritmética" se supo que:

A) 34 gustan de "Razonamiento Matemático" pero no de "Algebra"

B) 28 gustan de "Razonamiento Matemático" pero no de "Aritmética"

C) 16 gustan de "Algebra" pero no de "Razonamiento Matemático"

D) 24 gustan de "Algebra" pero no de "Aritmética"

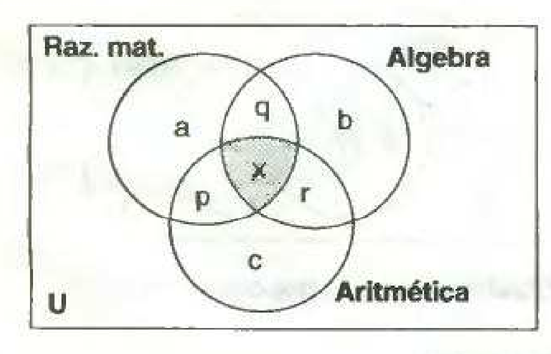
E) 48 gustan de "Aritmética pero no de "Razonamiento Matemático"

F) 18 gustan de "Aritmética" pero no de "Algebra"

¿A cuántos jóvenes le gustan los 3 cursos mencionados?

Resolución:

Llevando nuestros datos, tenemos:



Del diagrama:

$$a + p = 34$$
$$a + q = 28$$
$$b + r = 16$$
$$b + q = 24$$
$$c + r = 48$$
$$c + p = 18$$

$$\Sigma \text{ m.a.m. } 2a + 2b + 2c + 2p + 2q + 2r = 168$$

$$2(a + b + c + p + q + r) = 168$$

$$\boxed{a + b + c + p + q + r = 84}$$

Pero:

$$\underbrace{a + b + c + p + q + r}_{} + x = 180$$

$$\rightarrow 84 + x = 180$$

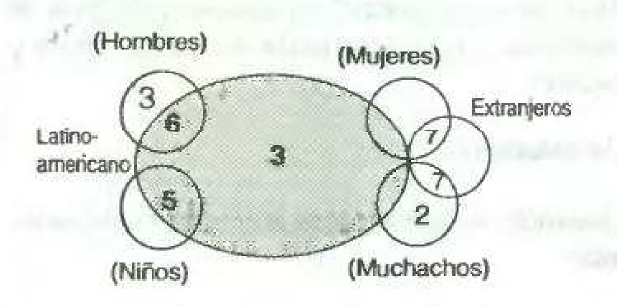
$$\therefore \boxed{x = 96} \quad \text{(Les gusta los 3 cursos)}$$

Problema (12)

En un avión transcontinental viajan 9 muchachos, 5 niños latinoamericanos, 9 hombres, 7 muchachos extranjeros, 14 latinoamericanos, 6 latinoamericanos hombres, 7 mujeres extranjeras. Determinar el número de personas que viajan en el avión.

Resolución:

Realizando un diagrama con los datos, se tiene:



El número de personas que viajan en el avión:

$$\boxed{3 + 6 + 3 + 5 + 2 + 7 + 7 = 33} \quad \textbf{Rpta.}$$

Problema (13)

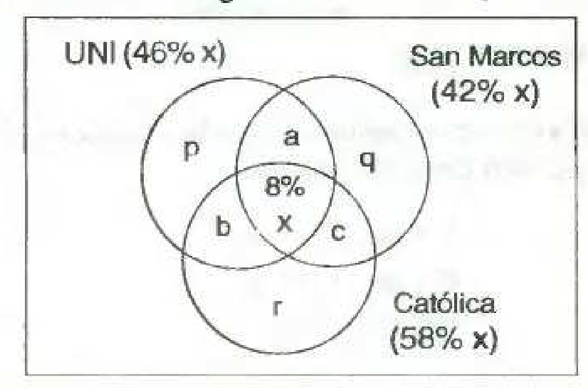
De un grupo de postulantes a Universidades, se sabe que:

A) El 46% postulan a la "UNI"
B) El 42% postulan a "San Marcos"
C) El 58% postulan a "Católica"
D) El 8% postulan a las tres universidades
E) El 5% no postulan a ninguna de estas 3 universidades

Si 1 290 estudiantes postularon a por lo menos a 2 universidades, diga ¿Cuántos postulantes hubieron en total?

Resolución:

Realizando un diagrama con los datos, se tiene:



Sea: # de postulantes: x < > 100% x de este 100%, el 5% no postulan a ninguna de estas 3 universidades, esto quiere decir que los que postulan son el 95% x.

Del diagrama:

$$a + b + p + 8\%\ x = 46\%\ x$$
$$a + c + q + 8\%\ x = 42\%\ x$$
$$b + c + r\ + 8\%\ x = 58\%\ x$$

Σ M.A.M: $(a + b + c) + (a + b + c) + (p + q + r) + 24\%\ x = 146\%\ x$

$$(a+b+c) + [(a+b+c) + (p+q+r)] = 122\%\ x \quad ...(\alpha)$$

Sabemos que: 1 290 estudiantes postularon a por lo menos a 2 universidades. Del enunciado, obtenemos:

$$a + b + c + 8\%\ x = 1\ 290$$
$$(a + b + c) = 1290 - 8\%\ x \quad ...(\beta)$$

Además sabemos que:

$$a + b + c + p + q + r + 8\%\ x = 95\%\ x$$
$$[(a + b + c) + (p + q + r)] = 87\%\ x \quad ...(\theta)$$

Ahora, reemplazamos (β) y (θ) en (α):

$$(1290 - 8\%\ x) + 87\%\ x = 122\%\ x$$
$$1\ 290 = 43\%\ x$$
$$1\ 290 = \frac{43}{100}x$$
$$\therefore \boxed{x = 3\ 000} \quad \textbf{Rpta.}$$

(# de postulantes en total)

Problema (14)

En una fiesta donde habían 120 personas, 30 eran hombres que no les gustaba la música "criolla", 50 eran mujeres que gustaban de esta música. Si el número de hombres que gustaban de la música "criolla" es la tercera parte de las mujeres que no gustan de esta música. ¿A cuántos le gusta la música "criolla"?

Resolución:

Realizando un diagrama con los datos, se tiene:

H	M
Musica	Criolla
$\frac{x}{3}$	50
30	x

Como el número total de personas es 120, tenemos:

$$30 + x + \frac{x}{3} + 50 = 120$$
$$\frac{4}{3}x = 40$$
$$\therefore \boxed{x = 30}$$

Por lo Tanto gustan de la música criolla:

$$\boxed{\frac{x}{3} + 50 = 60 \text{ personas}}$$

Problema (15)

Al realizarse una encuesta entre los alumnos del Quinto año de un colegio, se sabe que:

A) $\frac{1}{2}$ de los alumnos postulan a la "UNI"

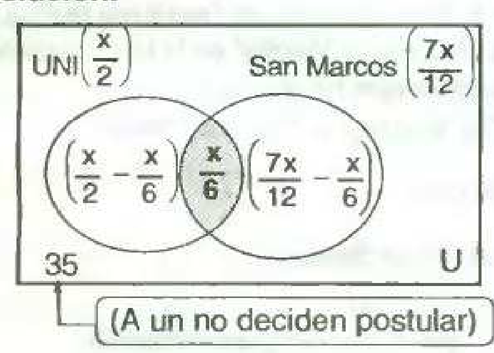
B) $\frac{7}{12}$ de los alumnos postulan a "San Marcos"

C) $\frac{1}{6}$ de los alumnos postulan a las dos universidades

D) 35 alumnos aún no deciden donde donde postular.

¿Cuántos alumnos hay en el Quinto año de dicho colegio?

Resolución:



Sea: "x" = # de alumnos del quinto año de dicho colegio:

– Postulan a la UNI: $\frac{x}{2}$

– Postulan a San Marcos: $\frac{7x}{12}$

– A las dos universidades: $\frac{x}{6}$

Entonces:

– Sólo postulan a la UNI: $\frac{x}{2}-\frac{x}{6}$

– Sólo postulan a la San Marcos: $\frac{7x}{12}-\frac{x}{6}$

Luego: $\left(\frac{x}{2}-\frac{x}{6}\right)+\frac{x}{6}+\left(\frac{7x}{12}-\frac{x}{6}\right)+35=x$

$$\underbrace{\frac{2x}{6}+\frac{x}{6}}+\frac{5x}{12}+35=x$$

$$\frac{x}{2}+\frac{5x}{12}+35=x$$

$$\frac{11}{12}x+35=x$$

$$11x+420=12x$$

$\therefore$ $\boxed{x=420}$

(# total de alumnos de quinto año) **Rpta.**

Problema (16)

Hallar: b + c - a, sabiendo que los conjuntos: A, B y C son conjunto iguales

$A = \{a+2; 3-a\}$
$B = \{a-1; 6-a\}$
$C = \{1; b+c\}$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Resolución:

Para que dichos conjuntos sean iguales; debe cumplirse que:

$A = \{\underline{a+2}; \underline{3-a}\}$

$B = \{\underline{a-1}; \underline{6-a}\}$

i) $a+2=6-a \Rightarrow 2a=4 \rightarrow \boxed{a=2}$

ii) $3-a=a-1 \Rightarrow 4=2a \rightarrow \boxed{a=2}$

De los conjuntos B y C, obtenemos:

$B = \{\underline{a-1}; \underline{6-a}\}$

$C = \{\underline{1}; \underline{b+c}\}$

i) $a-1=1 \Rightarrow a=2$

ii) $6-a=b+c \Rightarrow 6-2=b+c$

$$4 = b + c$$

Luego: $\boxed{b + c - a = 4 - 2 = 2}$ **Rpta. A**

Problema (17)

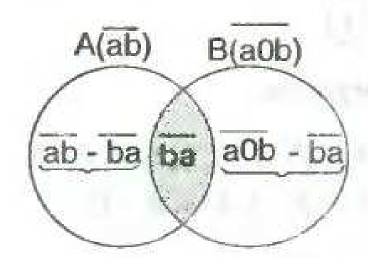
Se hizo una encuesta a 832 personas sobre preferencias respecto a 2 revistas A y B, observándose que:

$\overline{ab}$ leen la revista A
$\overline{a0b}$ leen la revista B
$\overline{ba}$ leen la revista A y B

Sí todos leen por lo menos una de las 2 revistas. Hallar: "a + b"

A) 11 B) 13 C) 12 D) 15 E) 17

Resolución:



Al decir que todos leen por lo menos una de las 2 revistas quiere decir que mínimo leen 1 revista, aunque también algunos leen 2 revistas.

Del gráfico; obtenemos:

$$\overline{ab} - \overline{ba} + \overline{ba} + \overline{a0b} - \overline{ba} = 832$$

Por descomposición polinómica, se tiene:

$$(10a + b) + (100a + b) - (10b + a) = 832$$

$$109a - 8b = 832;$$

8 5

por tanteo; a = 8 y b = 5

Luego: $\boxed{a + b = 13}$

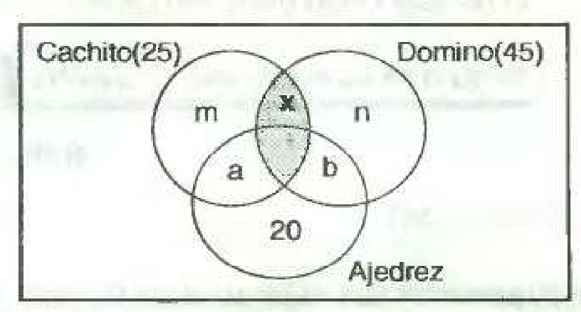
Rpta. B

Problema

Se reunen en un club, 80 socios de los cuales 25 juegan al "cachito", 45 juegan al "dominó" y 20 juegan sólo "ajedrez". Entonces los que juegan "cachito" y "dominó" son:

A) 5 B) 10 C) 15
D) 20 E) Falta más información

Resolución:



Del diagrama:

$$m + n + a + b + 20 + x = 80$$

$\boxed{m + n + a + b + x = 60}$ ...(I)

Además:

i) $m + a + x = 25$

ii) $n + b + x = 45$

Σ M.A.M. $m + n + a + b + x + x = 70$

$$60 + x = 70$$

$\therefore$ $\boxed{x = 10}$ **Rpta. B**

Problema (19)

Si: A = {1, 2, {4, 3}, 8}, determinar cuántas expresiones son correctas:

I. $\{\{4, 3\}\} \not\subset A$ II. $\{\{1,2\}\} \in A$
III. $\{4, 3\} \subset A$ IV. $\{\{1, 8\}\} \in A$
V. $\varnothing \in A$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

Resolución:

Analizamos cada uno de las expresiones dadas, veamos:

I. {{4, 3}} si es subconjunto de A
II. La pertenencia ∈ se usa entre un elemento y un conjunto
III. {4, 3} es un elemento de A y no un subconjunto
IV. {{1, 8}} es un subconjunto de A y no un elemento de A
V. Ø no está como elemento de A

∴ Ninguna de las expresiones es correcta

Rpta. E

Problema (20)

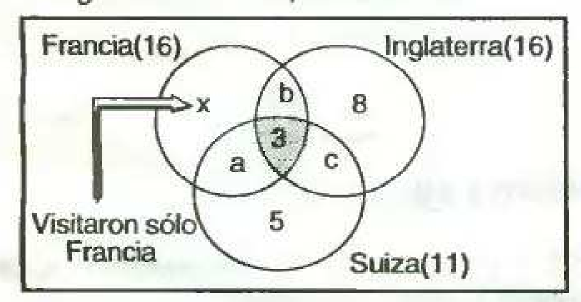
De 30 personas que viajan rumbo a Europa, 16 dijeron que visitarian Francia, 16 Inglaterra y 11 Suiza, 5 de los escuestados viajarán a Francia y Suiza, y tres de ellos visitarán también Inglaterra, 5 sólo van a Suiza y 8 sólo a Inglaterra. ¿Cuántos visitarán sólo Francia?

A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 4

Resolución:

Total de personas que viajan rumbo a Europa = 30

Por diagrama de Venn, obtenemos:



- 5 de los encuestados viajarán a Francia y Suiza, y tres de ellos visitarán también Inglaterra, esto nos da a entender que 3 visitarán Francia, Suiza e Inglaterra, lo cual el 3 lo colocamos en el centro del diagrama.

Del enunciado, obtenemos:

i) $a + 3 = 5 \rightarrow \boxed{a = 2}$

ii) $a + 3 + c + 5 = 11$

$2 + 8 + c = 11 \rightarrow \boxed{c = 1}$

iii) $b + 3 + c + 8 = 16$

$b + 3 + 1 + 8 = 16 \rightarrow \boxed{b = 4}$

iv) $x + a + 3 + b = 16$

$x + 2 + 3 + 4 = 16 \rightarrow \boxed{x = 7}$

Luego, las personas que sólo visitaron Francia son: 7

Rpta. C

PROBLEMAS CON REGIONES SOMBREADAS

Problema (1)

Sean los conjuntos:

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$
$$B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$$

Hallar: "A - B" y "B - A"

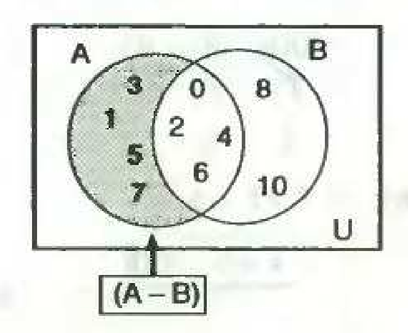
Resolución:

Aplicando la definición; calculamos:

$$A - B = \{⓪, 1, ②, 3, ④, 5, ⑥, 7\} - \{⓪, ②, ④, ⑥, 8, 10\}$$

∴ $\boxed{A - B = \{1, 3, 5, 7\}}$

Gráficamente tenemos:



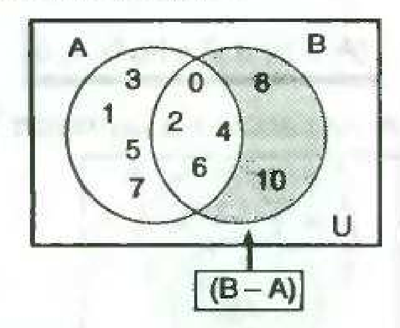
Aplicando la definición, calculamos:

B - A = {0, 2, 4, 6, 8, 10} -

{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

∴ B - A = {8, 10}

Gráficamente tenemos:



Problema (2)

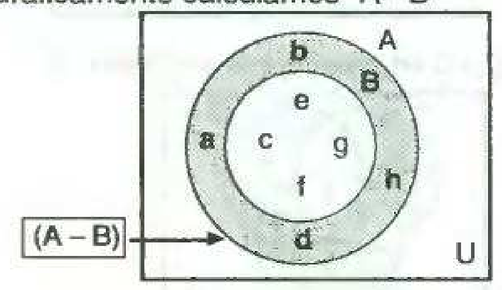
Dados los conjuntos:

A = {a, b, c, d, e, f, g, h}
B = {c, e, f, g}

Hallar: "A - B" y "B – A"

Resolución:

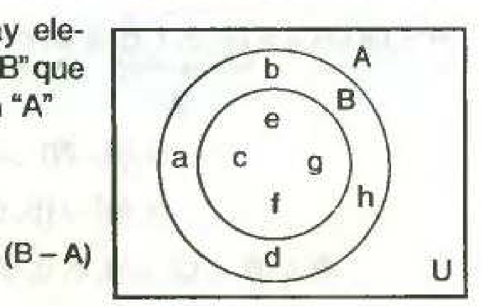
Gráficamente calculamos "A - B"



Gráficamente calculamos "B - A"

B - A = { }

pues no hay elementos de "B" que no esten en "A"



Problema (3)

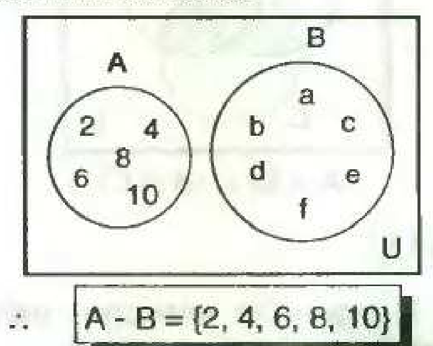
Dados los conjuntos:

A = {2, 4, 6, 8, 10}
B = {a, b, c, d, e, f}

Hallar: "A - B"

Resolución:

Gráficamente tenemos:

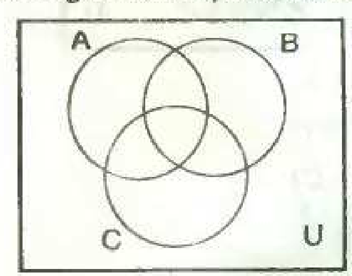


∴ A - B = {2, 4, 6, 8, 10}

¿Recuerda la definición de conjuntos disjuntos?

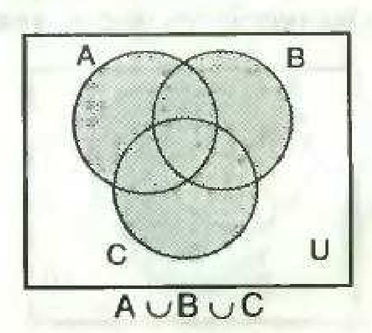
Problema (4)

Achurar en el diagrama de Venn-Euler cada una de las siguientes operaciones:

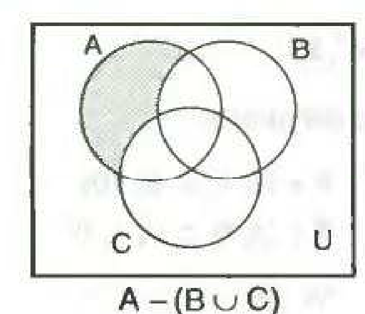


a) $A \cup B \cup C$
b) $A - (B \cup C)$
c) $(A \cap C) \cup (B \cap C)$

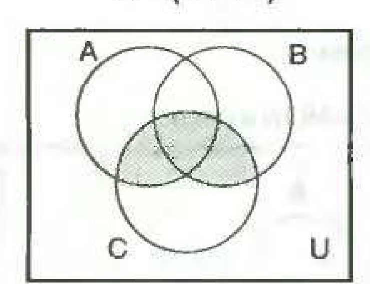
Resolución:



$A \cup B \cup C$



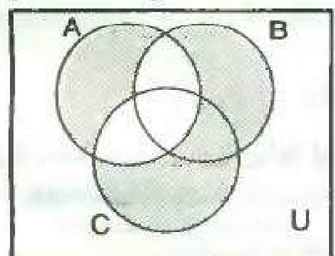
$A - (B \cup C)$



$(A \cap B) \cup (B \cap C)$

Problema (5)

¿Cuál de la siguientes relaciones expresa mejor la siguiente región achurada?



A) $(A \cup B) \Delta C$

B) $(A \Delta B) \cup C$

C) $A \Delta (B \cup C)$

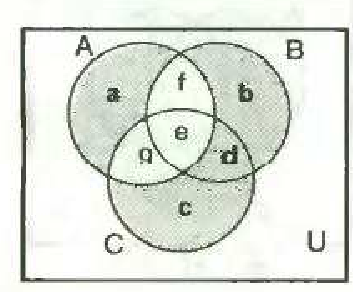
D) $(A \Delta B) - (A \cap B \cap C)$

E) N.A.

Resolución:

Para su mejor entendimiento a cada una de las regiones le designamos una letra minúscula o un número; y empezamos a reemplazar en cada una de las relaciones dadas, veamos:

A)



Región sombreada = {a, b, c, d} ...(α)

$(A \cup B) \Delta C = \underbrace{\{a, b, d, e, f, g\}}_{M} \Delta \underbrace{\{c, d, e, g\}}_{C}$

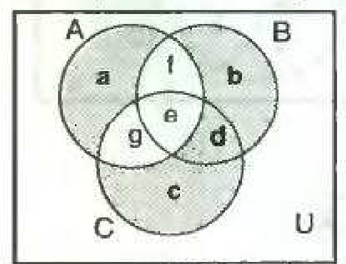
$= (M - C) \cup (C - M)$

$= \{a, b, f\} \cup \{c\}$

$\therefore$ $(A \cup B) \Delta C = \{a, b, c, f\}$

(falso), no se parece a la expresión "α"

B)



Región sombreada = {a, b, c, d} ...(α)

$(A \Delta B) \cup C = [(A - B) \cup (B - A)] \cup C$

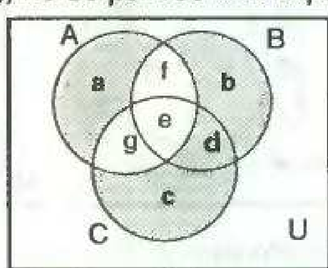
$= [\{a, g\} \cup \{b, d\}] \cup \{c, d, e, g\}$

$= \{a, b, d, g\} \cup \{c, d, e, g\}$

$\therefore$ $(A \Delta B) \cup C = \{a, b, c, d, e, g\}$

(Falso), no se parece a la expresión "α"

C)



Región sombreada = {a, b, c, d} ...(α)

$A \Delta (B \cup C) = \underbrace{\{a, \bar{e}, \bar{f}, \bar{g}\}}_{A} \Delta \underbrace{\{b, c, d, \bar{e}, \bar{f}, \bar{g}\}}_{N}$

$= (A - N) \cup (N - A)$

$= \{a\} \cup \{b, c, d\}$

$A \Delta (B \cup C) = \{a, b, c, d\}$

$\therefore$ $A \,\Delta\, (B \cup C)$ = Región sombreada

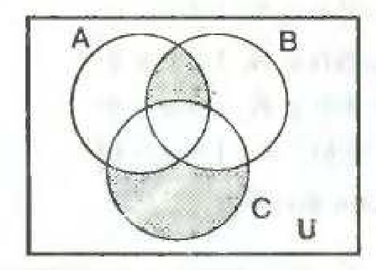
NOTA: Como ya hemos encontrado la relación correcta, siendo esta la "c", ya no es necesario continuar con las relaciones D y E.

Rpta. C

Problema (6)

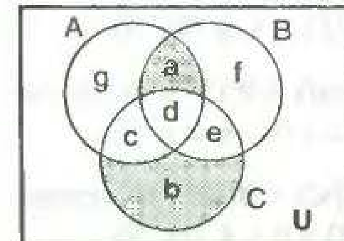
¿Cuál de las siguientes relaciones expresa mejor la siguiente región, achurada?

A) $(A - B) \cup \{C - (A \cup B)\}$
B) $(C - B) \cup (C - A)$
C) $\{(A - C) \cap (B - C\} \cup C$
D) $\{(A \cap B) - C\} \cup \{C - (A \cup B)\}$
E) Ninguna



Resolución:

Al igual que el problema, anterior a cada región le designamos una letra minúscula, veamos:



Región Sombreada = {a, b}

A) $(A - B) \cup \{C - (A \cup B)\}$

$= \{g, c\} \cup \{\{b, \overline{c}, \overline{d}, \overline{e}\} - \{a, \overline{c}, \overline{d}, \overline{e}, f, g\}\}$

$= \{g, c\} \cup \{b\}$

$= \boxed{\{g, c, b\}}$ diferente al área achurada

B) $(C - B) \cup (C - A) = \{b, c\} \cup \{b, e\}$

$= \boxed{\{b, c, e\}}$ diferente al área achurada

C) $\{(A - C)\} \cap (B - C)\} \cup C$

$= \{\overline{a}, g\} \cap \{\overline{a}, f\} \cup \{b, c, d, e\}$

$= \{a\} \cup \{b, c, d, e\}$

$= \boxed{\{a, b, c, d, e\}}$ diferente al área achurada

D) $\{(A \cap B) - C\} \cup \{C - (A \cup B)\}$

$= \{\{a, \overline{d}\} - \{b, c, \overline{d}, e\}\} \cup$

$\{\{b, \overline{c}, \overline{d}, \overline{e}\} - \{a, \overline{c}, \overline{d}, \overline{e}, f, g\}\}$

$= \{a\} \cup \{b\}$

$= \boxed{\{a, b\}}$

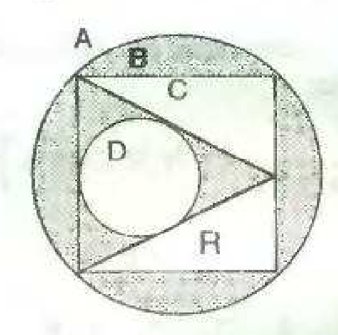
Luego:

$\{(A \cap B) - C\} \cup \{C - (A \cup B)\} = \{a,b\} =$ Región achurada

Rpta. D

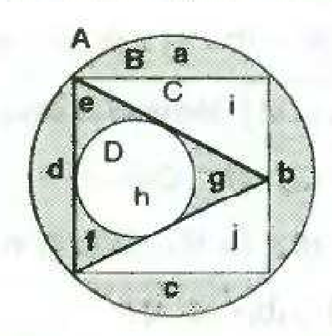
Problema (7)

¿Cuál de las siguientes relaciones expresa mejor la siguiente región achurada?



A) $[A \cap D^C] \cap [B^C \cup C]$
B) $[A \cap D] \cap [B \cap C^C]$
C) $[A \cup C^C] \cap [B^C \cap C]$
D) $[A \cup B^C] \cup [C \cap D^C]$
E) $[A \cap B^C] \cap [C \cup D^C]$

Resolución:



Región achurada = {a, b, c, d, e, f, g}

De la primera relación (A), obtenemos:

$A \cap D^C =$ {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j} $\cap$

{a, b, c, d, e, f, g, i, j}

$[A \cap D^C]$ = {a, b, c, d, e, f, g, i, j} ...(α)

$[B^C \cup C]$ = {a, b, c, d} U {e, f, g, h}

$[B^C \cup C]$ = {a, b, c, d, e, f, g, h} ...(β)

Ahora intersectamos (α) y (β):

$[A \cap D^C] \cap [B^C \cup C]$ = {a, b, c, d, e, f, g}

∴ $A \cap D^C] \cap [B^C \cup C]$ = Región sombreada

Rpta. A

PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1.- Determinar el conjunto solución del siguiente conjunto:

$$A=\left\{x\in Q / x^2-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}=0\right\}$$

A) $A=\left\{-\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right\}$ B) $A=\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right\}$

C) $A=\left\{\frac{1}{2},-\frac{1}{3}\right\}$ D) $A=\left\{1,\frac{1}{6}\right\}$

E) $A=\left\{1,\frac{1}{5}\right\}$

Problema 2.- Determinar por extensión el siguiente conjunto:

$$P=\left\{\frac{1}{2x+5} / x\in N, 2\le x\le 8\right\}$$

A) $\left\{\frac{1}{11};\frac{1}{13};\frac{1}{15};\frac{1}{17};\frac{1}{19}\right\}$

B) $\left\{\frac{1}{9};\frac{1}{13};\frac{1}{15};\frac{1}{17};\frac{1}{19};\frac{1}{21}\right\}$

C) $\left\{\frac{1}{9};\frac{1}{11};\frac{1}{13};\frac{1}{15};\frac{1}{17};\frac{1}{19};\frac{1}{21}\right\}$

D) $\left\{\frac{1}{7};\frac{1}{11};\frac{1}{13};\frac{1}{15};\frac{1}{17};\frac{1}{19};\frac{1}{21}\right\}$

E) Ninguna anterior

Problema 3.- Dado el conjunto A = {7, 10, 15, 22, 31, 42, 55, 70}. Determinar por comprensión, un subconjunto de "A", cuyos elementos sean los números: 10, 22, 42, 70.

A) $\{4n^2 + 6/n \in N, 1 \le n \le 3\}$

B) $\{4n^2 + 6/n \in N, 1 \le n \le 4\}$

C) $\{2n^2 + 6/n \in N, 1 \le n \le 4\}$

D) $\{2n^2 + 8/n \in N, 1 \le n \le 6\}$

E) Ninguna anterior

Problema 4.- Determinar por comprensión el siguiente conjunto:

A = {36, 45, 54, 63, 72}

A) A = $\{x/x = 3^2(2^2 + n)$, donde: $0 \le n \le 4, n \in R\}$

B) A = $\{x/x = 2^2(3^2 + n)$, donde: $0 \le n \le 4, n \in R\}$

C) A = $\{x/x = 3^2(2^2 - n)$, donde: $0 \le n \le 4, n \in R\}$

D) A = $\{x/x = 2^2(4^2 - n)$, donde: $0 \le n \le 4, n \in R\}$

E) Ninguna anterior

Problema 5.- Sea el conjunto:

A = {m, n,{p}, {q,r}}

y dadas las siguientes proposiciones.

I. El conjunto A, tiene 5 elementos
II. El conjunto A, tiene 4 elementos
III. El conjunto P(A), tiene 16 elementos
IV. El conjunto A, tiene 16 subconjuntos

Marcar la alternativa correcta:

A) Son verdaderas sólo II y IV
B) Son falsas sólo I y III
C) Sólo I es falsa
D) Sólo III es falsa
E) Todas son falsas

Problema 6.- Se tiene los conjuntos:

$A = \{x/x \in N \wedge x^2 + 2x - 15 = 0\}$

$B = \{x/x \in Z^+ \wedge x^2 - 9 = 0\}$

$C = \{x/x \in R \wedge x^2 + 25 = 0\}$

Entonces: $(B \cup C) \cap A$, será igual a:

A) {3,5} B) {3} C) {-3, 5}
D) {5} E) Ninguna

Problema 7.- Se tiene los conjuntos:

$A = \{2, 5, 7, 9\}$

$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$

$C = \{2, 3, 6, 8, 9\}$

y el conjunto universal:

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Entonces:

$(A' \Delta B) \cap (B' \Delta C) - (A \cap C')'$ será igual a:

A) {1, 3, 5} B) Ø C) {2, 6, 8}
D) {1, 2, 4, 6} E) Ninguna

Problema 8.- Se tiene los conjuntos:

$A = \{x \in N / 3 \leq x \leq 17\}$

$B = \{x \in N / x \leq 3x - 2 \leq 20\}$

Entonces: $(A \cup B) - (A \cap B)$, tiene:

A) 4 elementos B) 6 elementos
C) 10 elementos D) 16 elementos
E) 12 elementos

Problema 9.- En un salón de clase hay 90 alumnos: 32 postulan a la UNI, 43 postulan a San Marcos, 29 a Villarreal, 8 postulan a la UNI y San Marcos, 10 a San Marcos, y Villarreal y 6 a la Villarreal y UNI y 4 alumnos postulan a las tres universidades, Determinar:

a) ¿Cuántos postulan solamente a San Marcos?
b) ¿Cuántos postulan a UNI o San Marcos pero no a Villarreal?

A) 22 y 59 B) 29 y 55 C) 29 y 59
D) 17 y 10 E) N.A.

Problema 10.- El departamento de estadística de la UNI, realiza una encuesta entre los estudiantes, obteniendo los siguientes resultados:

a) El 75% fuman "Premier"
b) El 65% fuman "Nevado"
c) El 50% fuman "premier" o "Nevado", pero no ambos
d) 300 estudiantes no fuman ninguna de estas marcas de cigarrillos

¿Cuántos estudiantes fueron encuestados?

A) 2 000 B) 3 000 C) 4 000
D) 6 000 E) N.A.

Problema 11.- En una fiesta donde habían 100 personas, 30 eran hombres que no gustaban música "salsa", 60 eran mujeres que gustaban de esta música, Si el número de hombres que gusta de la música "salsa" es la cuarta parte de las mujeres que no gustan de esta

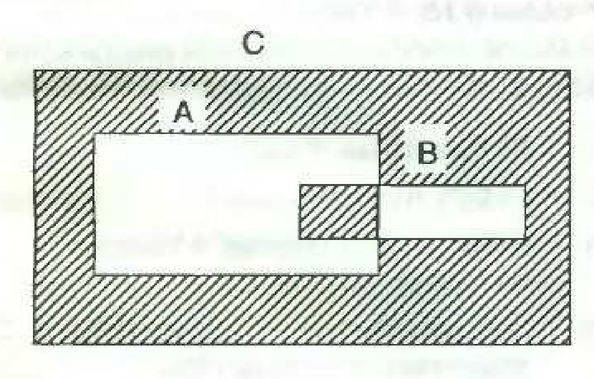
música. ¿A cuantos les gusta la música "salsa"?

A) 70 B) 62 C) 68
D) 64 E) N.A.

Problema 12.- ¿Cierto número de medallas de oro, de plata y de cobre son repartidas entre 100 atletas en un festival deportivo, se sabe que 45 personas reciben medallas de oro, 45 personas reciben medallas de plata, 60 personas reciben medallas cobre, 15 personas reciben tantas medallas de oro como de plata, 25 personas reciben medallas de plata y cobre, 20 personas reciben medallas de oro y de cobre y 5 personas reciben medallas de oro, plata y cobre. Se pide: ¿Cuántas personas no reciben medallas?

A) 4 B) 3 C) 5
D) 6 E) 7

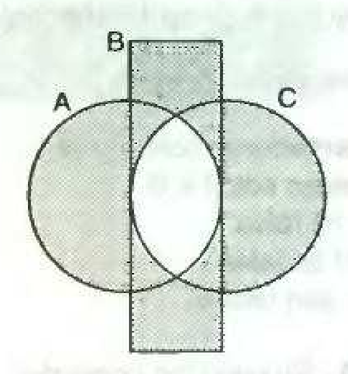
Problema 13.- ¿Cuál de las siguientes relaciones,expresa mejor la siguiente región achurada?



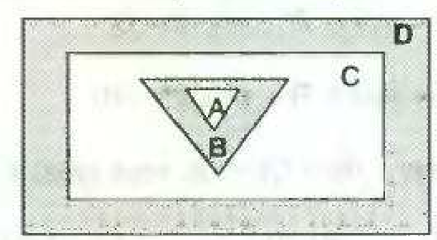
A) $(A \cup B)^C \cup (A \cap B)^C$
B) $C \cap (A \cup B)$
C) $C \cap (A^C \cap B^C) \cup (A \cap B)$
D) $C \cap (A \cup B)^C$
E) $C \cap (A \cup B) \cup (A \cap B)$

Problema 14.- ¿Cuál de las siguientes relaciones, expresa mejor la siguiente región achurada?

A) $(A \cup B \cup C) - (A \cup B \cap C)$
B) $(A \Delta C) \cup B$
C) $(A \cup B \cup C) \cap (A' \cup B' \cup C')$
D) $(A \Delta C) - (B \cup C)$
E) $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C)^C$

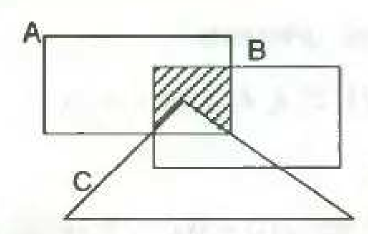


Problema 15.- En la siguiente figura, la región sombreada está representada por:



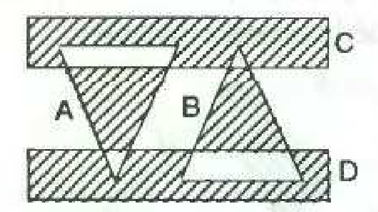
A) $(C - B) \cup (A \cap D)$
B) $C' \cup (B' \cap A)$
C) $(D - C) \cup [C - (A \cap B)]$
D) $(D - C) \cup (B - A)$
E) $D - [C - (B - A)]$

Problema 16.- En el siguiente gráfico, la región sombreada representa:



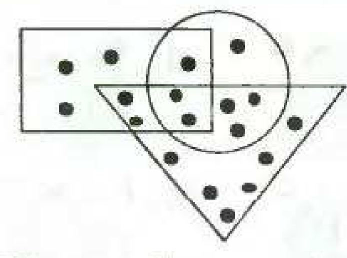
A) $(A \cap C) - B$
B) $\{(A \cup B) - (A \Delta B)\} - C$
C) $(A \cap B \cap C) - C$
D) $(A \cap B) - (B - C)$
E) Ninguna

Problema 17.- La región sombreada está representada por:



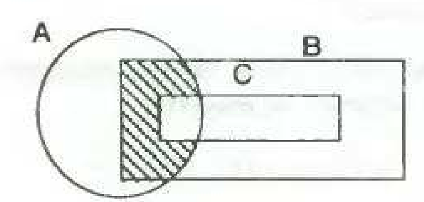
A) $(A \cup B) - (C \cup D)$
B) $(A \cup B) \cup (C - D)^C$
C) $(A \cup B) \Delta (C \cup D)$
D) $(A \cup B) \cup (C \cap D)$
E) $(A \cup B) \cap (C \cup D)$

Problema 18.- ¿Cuántos puntos hay en el triángulo y cuadrado pero no en el círculo?



A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

Problema 19.- ¿Qué representa la región sombreada?



A) $(A \cap B) - C$ B) $A - (B \cap C)$
C) $(A \cap B) - (A \cap C)$ D) $(A \cup B) - C$
E) A y C

Problema 20.- De un grupo de 59 personas, se observa lo siguiente:

a) 8 personas leen sólo el "Popular"
b) 16 personas leen sólo el "Idolo"
c) 20 personas leen sólo el "expreso"
d) 7 personas leen "El Popular e Idolo"
e) 8 personas leen "El Popular y Expreso"
f) 4 personas leen "El Idolo y Expreso"
g) 2 personas no leen ninguno de estos periódicos

¿Cuántas personas leen el Popular e Idolo, pero no Expreso?

A) 2 B) 3 C) 4
D) 7 E) Ninguna

Problema 21.- En una encuesta realizado en un grupo de 100 estudiantes de un instituto de idiomas, se obtuvo el siguiente resultado: Estudiaban español 28; alemán 30; francés 42; español y alemán 8; español y frances 10; aleman y francés 5; los tres idiomas 3. ¿Cuántos estudiantes toman el francés como único idioma de estudios?

A) 15 B) 20 C) 30
D) 35 E) N.A.

Problema 22.- Al simplificar:

$$(B \cap A') \cup (A \cup B)' \cup (B' \cap A)$$

Se obtiene:

A) $A' \cup B'$ B) $(A \cup B')$ C) $A' \cap B$
D) $(A \cap B')'$ E) Ninguna

Problema 23.- Sean A, B y C conjuntos tales que:

$A \subset B \subset C$ simplificar la siguiente expresión:

$$(A' \cap B) \cup (A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap B')$$

A) A B) B C) C
D) Ø E) Ninguna

Problema 24.- El registro central de la "Universidad Nacional del Callao" proporciona los siguientes datos: respecto a un grupo de 200 estudiantes del primer ciclo:

*) 105 están inscritos en Básica I
*) 115 están inscritos en Matemática I
*) 75 están inscritos en Física I
*) 65 están inscritos en Básica I y Matemática I

*) 35 están inscritos en Física I y Básica I

*) 30 están inscritos en Matemáticas I y Física I

*) 20 están inscritos en los tres cursos

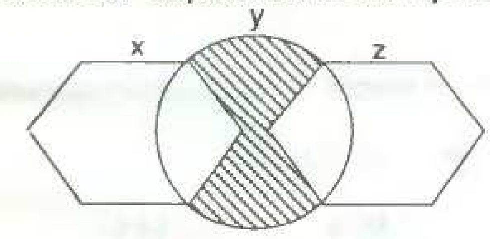
Determinar el número que están inscritos exactamente en dos de los tres cursos.

A) 80 B) 70 C) 95
D) 15 E) N.A

Problema 25.- Cierta Compañía solicitó jóvenes que hubieran seguido cursos en Ingeniería Civil, Mecánica o Industrial para realizar trabajos relacionados con estas especialidades. El criterio utilizado para la selección fue de que hubieran llevado más de un curso en dichas especialidades. Treinta de los postulantes habían llevado cursos de Ingeniería Civil, 35 en Ingeniería Industrial, 50 en Ingeniería Mecánica y 3 fueron aceptados por haber llevado cursos en todas las carreras, mientras que 26 fueron desertados porque sólo siguieron Ingeniería Mecánica, 10 por sólo seguir Ingeniería Industrial y 14 por sólo seguir Ingeniería Civil. ¿Cuántos se presentaron? ¿Cuántos fueron seleccionados?

A) 81 y 31 B) 81 y 29 C) 79 y 31
D) 80 y 40 E) Ninguna anterior

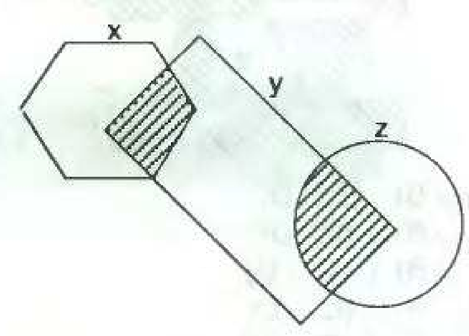
Problema 26.- La parte achurada representa:



A) $(x \cup y \cup z)-(x \cup z)$
B) $x \cup y \cup z - x \cap z$
C) $x \cap z$
D) $y \cap (x \cup x)$
E) Otra relación

Problema 27.- La parte achurada de la figura representa:

A) $x \cap y \cap z$
B) $(x \cap y) \cup (z \cap y)$
C) $(y - x) \cup (z - y)$
D) $(x \cup y \cup z) - y$
E) Todo lo anterior es falso



Problema 28.- La diferencia simétrica entre los conjuntos P y Q está representada sólo por uno de los siguientes diagramas de Venn. ¿cuál?

A) P Q B) P Q

C) P Q D) P Q

E) P Q

Problema 29.- ¿Cuál de los diagramas del problema anterior representa:

$$(P - Q) \cup (Q - P) \cup P?$$

A) A B) B C) C D) D E) E

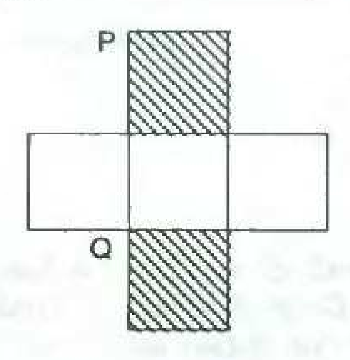
Problema 30.- ¿Cuál de los diagramas del problema 28, corresponde a:

$$(P \cap Q) \cup (P - Q) \cup (Q \cap P)$$

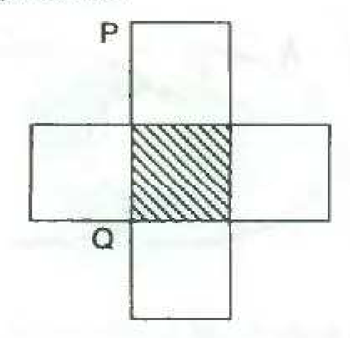
A) A B) B C) C D) D E) E

Problema 31.- La parte "Achurada" de la figura, representa:

A) $P \cap Q$ B) $P - Q$
C) $Q - P$ D) $(P \cup Q) \cap P$
E) $(P - Q) \cap Q$



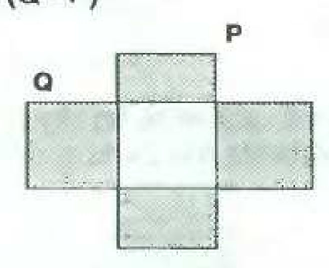
Problema 32.- La parte "Achurada" de la figura, representa:



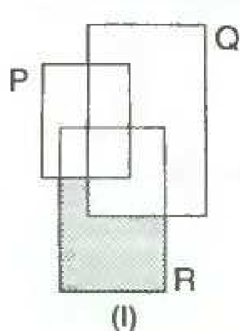
A) $P \cap Q$
B) $P - Q$
C) $Q - P$
D) $(P - Q) \cup (Q - P)$
E) $(P - Q) \cap (Q - P)$

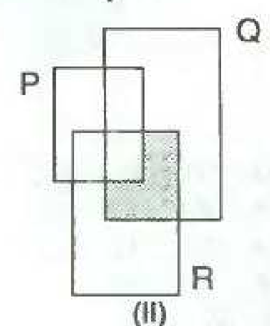
Problema 33.- La parte "Achurada" de la figura, representa:

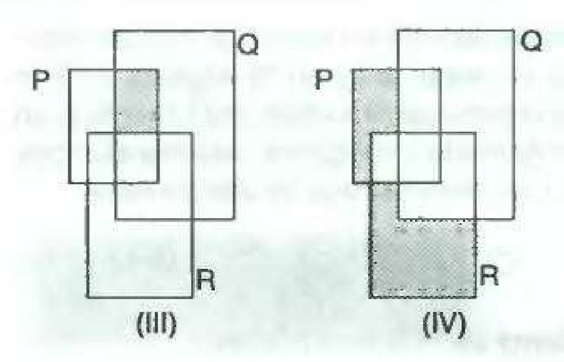
A) $P \cap Q$
B) $P - Q$
C) $Q - P$
D) $(P - Q) \cup (Q - P)$
E) $(P - Q) \cap (Q - P)$



Los cuatro diagramas siguientes se refieren a laspreguntas 34 y 35







Problema 34.- La parte "Achurada" de cuál de estos diagramas representa:

$$(Q \cap R) - (P \cap Q \cap R)$$

A) I
B) II
C) III
D) IV
E) Ninguno

Problema 35.- La parte "Achurada" de cuál de estos diagramas representa:

$$[R - (P \cup Q] \cup [P - (R \cup Q)]$$

A) I
B) II
C) III
D) IV
E) Ninguno

Problema 36.- En un grupo de 230 estudiantes el número de los que sólo rindieron el segundo examen es un tercio de los que rindieron sólo el primer examen. El número de los que rindieron sólo el primer examen es el doble de los rindieron ambos exámenes e igual a la mitad de los que no rindieron ningún examen.
¿Cuántos alumnos rindieron solamente un examen?

A) 120
B) 140
C) 210
D) 80
E) 90

Problema 37.- Dado los siguientes conjuntos iguales:

$A = \{a + 1; a + 2\}$

$B = \{8 - a; 7 - a\}$

$C = \{4; b + 2\}$

$D = \{c + 1; b + 1\}$

Calcular: "a + b + c"

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Problema 38.- En un grupo de 100 estudiantes; 49 no llevan el curso de Algebra y 53 no siguen el curso de Arimética; si 27 alumnos, no siguen Aritmética ni Algebra, cuántos alumnos llevan exactamente uno de tales cursos.

A) 24 B) 30 C) 36 D) 48 E) 26

Problema 39.- Dado el conjunto:

A = {0; 1; 2; {1}; {1; 2}; {3}; {0; 3}}

y dadas las proposiciones:

I) $2 \in A$	V) $\{0;3\} \subset A$
II) $\{1\} \subset A$	VI) $\phi \subset A$
III) $\{0\} \in A$	VII) $\{\{3\}\} \subset A$
IV) $\{3\} \subset A$	VIII) $\phi \in A$

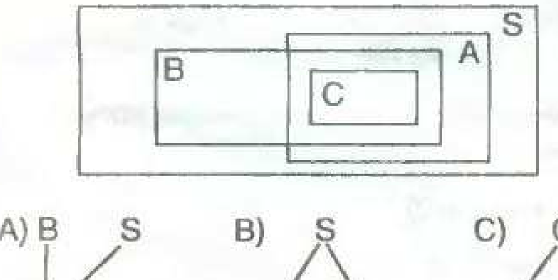
El número de proposiciones verdaderas es:

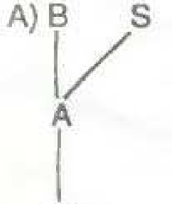
A) 6 B) 5 C) 4 D) 2 E) 7

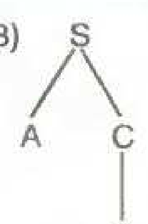
Problema 40.- ¿Cuántas personas habrá en un grupo de estudiantes de los cuales, 18 estudian aritmética, 19 algebra y 17 geometria; además 3 estudian aritmética y algebra, 6 estudiaban aritmética y geometria, 7 estudian algebra y geometria pero no aritmética, 2 estudian los 3 cursos y 12 estudian otros cursos?

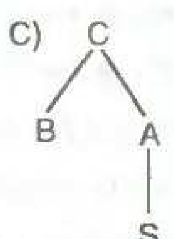
A) 38 B) 39 C) 50 D) 56 E) 58

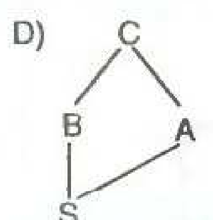
Problema 41.- Traducir a un Diagrama Lineal, el siguiente Diagrama de Venn Euler.



A)


B)


C)


D)


E) Ninguna

Problema 42.- Si: A = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7}, B = {5; 6; 7; 8; 9} ∧ C = {4; 5}. Entonces: cuáles son los elementos que deben estar achurada en el diagrama.

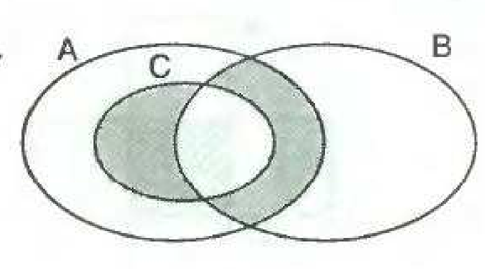
A) 4, 5, 6

B) 4, 5, 6, 7

C) 4, 6, 7

D) 1, 2, 3

E) 6, 7



Problema 43.- Si: P = {8; 9; 10}, Q = {1; 3; 4; 5; 8; 9} y R = {2; 4; 5; 6; 7; 8}. Entonces: cuáles son los elementos que deben estar en la parte achurada del diagrama.

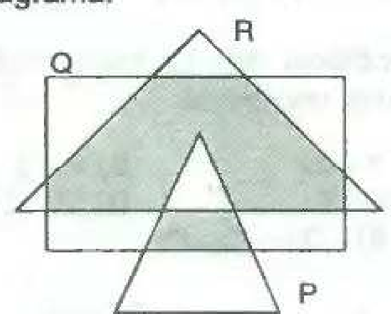
A) 1; 2; 3

B) 4; 5

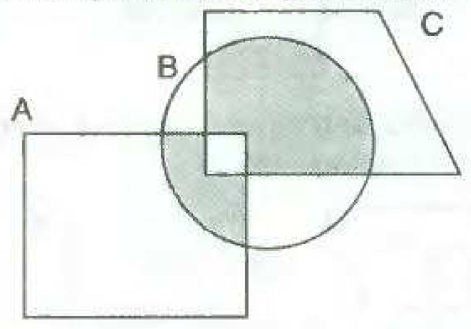
C) 4; 5; 9

D) 1; 3; 8

E) 4; 6; 7; 9



Problema 44.- ¿Cuál de las siguientes expresiones representa a la parte sombreada.



A) $[(A - C) \cap B] \cap [(C - A) \cap B]$
B) $(A \cap B) \cup (B \cap C)$
C) $(A - C) \cup (C - A)$
D) $(A \Delta C) \cap B$
E) $B - (A \cap C)$

Problema 45.- Si el conjunto A tiene cuatro elementos y el conjunto B tiene tres elementos. ¿Cuál de los siguientes enunciados podría ser verdadero?

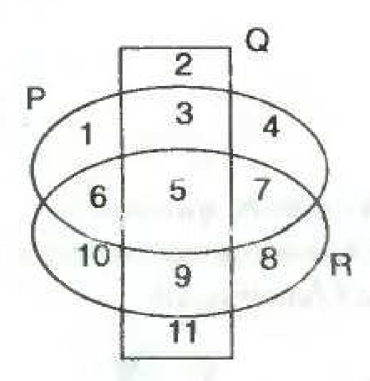
A) $A \cup B$, tiene 8 elementos.
B) $B \cup C$, tiene un elemento.
C) $A \cup B$, tiene 5 elementos.
D) $B \cup A$, tiene 6 elementos.
E) $A \cup B$, tiene 2 elementos.

Problema 46.- ¿Cuál es el mínimo número de elementos, que puede tener (A « B) » C; Si: n (A) = 4; n (B) = 3 y n (C) = 2?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9

Problema 47.- Del siguiente diagrama:

Hallar:
"$(P \cup R) \cap Q$"



A) {1; 3; 4; 5}

B) {3; 5; 9}

C) {1; 3; 4; 5; 6; 7; 9}

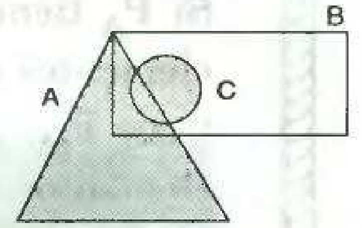
D) {2; 3; 5; 9; 11}

E) {1; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10}

Problema 48.- Dado el conjunto A y B, se tiene que: n(A) = 2n(B); $n(A \cap B) = 5$ y $n(A \cup B) = 19$. ¿Cuántos elementos tiene A?

A) 11 B) 4 C) 8 D) 16 E) 13

Problema 49.- Si: A = {1; 2; 3; 4}; B = {3; 4; 5; 6; 7} $\wedge$ C = {4; 5}. Entonces: cuáles son los elementos que deben estar en la parte achurada del diagrama?



A) 3; 4; 5

B) 1; 2; 3; 4

C) 1; 3; 2

D) 1; 2; 3; 4; 5

E) 3; 4; 5

Problema 50.- Dado los conjuntos A y B se tiene que: $A \subset B$; 3n (A) = 2n (B) y $n (A \cup B) = 18$. ¿Cuántos elementos tiene B?

A) 6 B) 8 C) 12 D) 18 E) 16

CLAVE DE RESPUESTAS

1. B	14. C	27. B	40. C
2. C	15. D	28. E	41. D
3. B	16. B	29. A	42. C
4. A	17. C	30. D	43. C
5. C	18. A	31. B	44. D
6. B	19. E	32. A	45. D
7. B	20. C	33. D	46. B
8. E	21. C	34. B	47. A
9. B	22. A	35. D	48. D
10. D	23. C	36. D	49. D
11. B	24. B	37. D	50. D
12. C	25. A	38. D	
13. C	26. A	39. C	

Si P_A tiene 16 elementos y P_B tiene 32 elementos determinar cuántos elementos tiene $P_{(A \cup B)}$ si se sabe que $A \cap B$ tiene 3 elementos

Respuesta. **64**

Razone

¿Cómo adivinar el día y el mes de nacimiento?

Propóngale a un compañero(a) que escriba en una hoja de papel el día del mes en que nació y haga las operaciones siguientes:

Que duplique el número escrito,
que multiplique por 10 lo obtenido.
que le sume 73 al producto,
que multiplique por 5 la suma,
y que al total le añada el número de orden del mes en que nació.

El(ella) le dice a usted. el resultado final de todas las operaciones y usted le dice la fecha en que nació. ¿Cómo puede usted hacer esto?

Ejemplo:

*Si **Sarita** nació el 16 de noviembre, es decir, el día **16** del mes **11.** Ella hace lo siguiente:*

$16 \times 2 = 32$
$32 \times 10 = 320$
$320 + 73 = 393$
$393 \times 5 = 1\,965$
$1965 + 11 = 1\,976$

Sarita le dice a usted el número 1976
Usted hace lo siguiente: 1 976 - 365 = 1 611

16 de Noviembre

***Conclusión:** Para saber la fecha que se busca hay que restarle 365 al resultado final*

SERIES 3

SERIE: *Es una expresión matemática en la que sus términos van escritos sucesivamente los mismos que se forman a través de Reglas Válidas matemáticamente. Todos los términos de una Serie dependen de una constante llamada razón que podrá determinarse por diferencia, por cociente o por cualquier ley que se desee establecer, los procedimientos aqui ha utilizarse no son únicos, hay muchas formas de establecer relaciones sencillas entre las operaciones matemáticas.*

Clasificación de las Series:

1) *De Acuerdo a la razón de sus términos*
2) *De Acuerdo a su fórmula de recurrencia.*

1. De Acuerdo a la Razón de sus términos.- pueden ser:

A) Series Aritméticas.- Cuando la razón entre sus términos consecutivos se halla por diferencia.

Ejemplo 1: 2 , 4 , 7 , 11 , 16 , 22 , ...

+2 +3 +4 +5 +6 ⇨ Razón

+1 +1 +1 +1 ⇨ Razón

Ejemplo 2: 5 ; 8 ; 11 ; 14 ; 17 ; 20 ; ....

+3 +3 +3 +3 +3 ⇨

Cuando la razón es **constante**, la serie recibe el nombre de **Progresión Aritmética.**

B) Series Geométricas.- Cuando la Razón entre sus términos consecutivos se halla por cociente.

Ejemplo 1: 3 ; 6 ; 18 ; 72 ; 360 ; ....

×2 ×3 ×4 ×5 ⇨ Razón

Ejemplo 2: 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64 ; ....

×2 ×2 ×2 ×2 ⇨

(Cuando la razón es **constante**, la serie, recibe el nombre de **Progresión Geométrica**)

Ejemplo 3: 4 ; 1 ; 1 ; 4 ; 64 ; ....

$\times\frac{1}{4}$ ×1 ×4 ×16 ⇨ Razón

×4 ×4 ×4 ⇨ Razón

Observación 1: *Hay casos en que se plantean ejercicios combinando las dos clases anteriores.*

Ejemplo: 1 ; 3 ; 12 ; 60 ; 360 ; ....

×3 ; ×4 ; ×5 ; ×6 ⇨ Razón Geométrica

+1 ; +1 ; +1 ⇨ Razón Aritmética

Observación 2: *Se pueden plantear series literales en función del alfabeto castellano.*

Ejemplo 1: Que letra sigue en: **A ; E ; I ; M** ;...

Resolución: Para resolver esta clase de ejercicios también se busca una razón de distancia, entre letra y letra, siempre encontrará Ud. una relación de simetría, así como nuestro caso obsérvece y convénzase.

Ⓐ; B ; C ; D ; Ⓔ; F ; G ; H ; Ⓘ; J ; K ; L ; Ⓜ; N ; Ñ ; O ; Ⓟ;...

Luego; sin temor a errar podemos decir que nuestra razón de distancia es tres letras.

∴ La letra que sigue en la serie: A; E; I; M; ... es la P.

Ejemplo 2: Que letra sigue en: B ; D ; G ; K;...

Resolución: Si recurrimos al abecedario:

Ⓑ; C ; Ⓓ; E ; F ; Ⓖ; H ; I ; J ; Ⓚ; L ; M ; N ; Ñ ; Ⓞ; ...

1 Letra — 2 Letras — 3 Letras — 4 Letras

∴ La letra que sigue en la serie: A; E; I; M;... es la O.

Nota: *Estimado alumno no vayas a pensar que estas son las únicas relaciones que pueden establecerse entre letras, hay muchísimas más le recomiendo que al resolver estos ejercicios, escriba en sus hojas de práctica el abecedario y le facilitará la resolución.*

Recomendaciones: Si en la serie no se encuentra la letra CH, es porque no se va a considerar la letra LL o viceversa; pero si en la serie se encuentra la letra CH, es porque se va a considerar la LL o viceversa.

Ejemplo: ¿Qué letra sigue en la serie? A ; B ; CH ; F ; J ; ...

Resolución: Reemplazando cada letra por su número correspondiente se tiene:

1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 11 ; ⑮

+2 ; +2 ; +3 ; +3 ; +4

Le corresponde la letra M

A = 1;	F = 7;	L = 13;	P = 19;	V = 25;
B = 2;	G = 8;	LL = 14;	Q = 20;	W = 26;
C = 3;	H = 9;	M = 15;	R = 21;	X = 27;
CH = 4;	I = 10;	N = 16;	S = 22;	Y = 28;
D = 5;	J = 11;	Ñ = 17;	T = 23;	Z = 29;
E = 6;	K = 12;	O = 18;	U = 24;	

2. **De acuerdo a su fórmula de recurrencia:**

I. **Series Polinómicas:** Que a su vez pueden ser:

a) **Series Lineales:** Aquellas que son de la forma:

$a_n = r.n + a_o$ ⇨ $S_n = \{a_n / a_n = r.n + a_o ; n \in \mathbb{N}\}$

Lectura:

- a_n = Término a encontrarse
- a_o = Término anterior al primero
- r = razón
- n = cantidad de términos o lugar del término pedido.

Para encontrar a_o, se usa la fórmula:

$a_o = a - r$; siendo: a = primer término

Ejemplo 1:

i) $a_n = 2n + 3$ ⇨ $S_n = \{5 ; 7 ; 9 ; 11 ; 13 ; ....\}$

(n = 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; .....)

ii) $a_n = 3n - 1$ ⇨ $S_n = \{2 ; 5 ; 8 ; 11 ; 14 ; ....\}$

(n = 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; ....)

Ejemplo 2.- Encontrar el término que ocupa el lugar 120 en la serie:

2 ; 5 ; 8 ; 11 ; ....

Resolución

– En primer lugar, calculamos la razón: 2 ; 5 ; 8 ; 11 ; ...

r = 5 - 2 = 8 - 5 = 11 - 8 = 3

– En segundo lugar; hallamos el término anterior al primero (a_o)

$a_o = a - r$ ⇨ $a_o = 2 - 3 = -1$ ⇨ ∴ $a_o = -1$

Luego, si aplicamos la fórmula: $a_n = r.n + a_o$, a cada término de la serie, comprobamos que cumple con estos valores observe:

$a_1 = 3.1 + (-1) = 2$
$a_2 = 3.2 + (-1) = 5$
$a_3 = 3.3 + (-1) = 8$
$a_4 = 3.4 + (-1) = 11$
⋮
$a_{120} = 3.120 + (-1) = 359$

∴ a_{120} = 359, es el término que ocupa el lugar 120.

(Lugares) (Términos de la serie)

b) **Series Cuadráticos:** Aquellos que son de la forma:

$a_n = An^2 + Bn + C$ ⇨ $S_n = \{a_n / a_n = An^2 + Bn + C; n \in N\}$

Ejemplos:

i) $a_n = 3n^2 + 2n + 1$ ⇨ $S_n = \{6; 17; 34; 57; ...\}$

(n = 1,2,3,4,...)

ii) $a_n = 2n^2 - 3n + 4$ ⇨ $S_n = \{3; 6; 13; 24; ...\}$

(n = 1,2,3,4,...)

II. Series Potenciales: aquellos que son de la forma:

*) $a_n = n^a$ ⇨ $S_n = \{1; 2^a; 3^a; 4^a; ....\}$

**) $a_n = Ka^n$ ⇨ $S_n = \{Ka; Ka^2; Ka^3, ...\}$

III. Series Exponenciales: aquellos que son de la forma:

*) $a_n = a^n$ ⇨ $S_n = \{a^1; a^2; a^3, ...\}$

**) $a_n = Ka^n$ ⇨ $S_n = \{Ka; Ka^2; Ka^3, ...\}$

IV. Series Logarítmicas: aquellos que son de la forma:

$a^n = K\log n$ ⇨ $S_n = \{K\log 1 + K\log 2 + K\log 3 + ...\}$

V. Series Trascendentes: aquellos que son de la forma:

*) $a_n = \text{Sen } n^o$ ⇨ $S_n = \{\text{Sen}1^o + \text{Sen}2^o + \text{Sen}3^o + ...\}$

**) $a_n = \text{Cos } n^o$ ⇨ $S_n = \{\text{Cos}1^o + \text{Cos}2^o + \text{Cos}3^o + ...\}$

C. Series No Lineales: Son aquellas en que la razón no es **constante**, para resolver estos ejercicios se tiene que encontrar primero una **Ley de Formación *o* Fórmula de Recurrencia** que cumpla por lo menos con los dos primeros términos de la serie, luego los términos restantes estarán en función de una constante "K" y el número de términos "n". Veamos los siguientes ejemplos:

Ejemplo1: Qué número sigue en la serie: 1; 3; 5; 43; ...

Resolución:

- Tomemos los 2 primeros términos de la serie: 1,3
- A estos 2 primeros términos, podemos considerarlos como una Serie Lineal, como se podrá comprobar su fórmula de recurrencia será: $\mathbf{a_n = 2n - 1}$.

- Ahora comprobemos si todos los términos, de la serie cumplen con dicha fórmula, veamos:

$a_1 = 2(1) - 1 = 1$
$a_2 = 2(2) - 1 = 3$
$a_3 = 2(3) - 1 = 5$
$a_4 = 2(4) - 1 = \textcircled{7}$

* Como se podrá observar el tercer término, debió de habernos salido 43, y no 7.

Como hemos afirmado anteriormente, a la fórmula que cumple con los primeros términos le vamos a agregar un término que sea igual a **cero** (se anule) para los términos primeros de la serie, es decir, para: 1, 3 y 5. Este será de la forma: K (n - 1) (n - 2) (n - 3), preguntémonos ¿Porqué?

Porque si: n = 1; n = 2; n = 3; este se anula, y sí funcionará cuando n = 4; n = 5,...

Luego la Ley de Formación será: $a_n = (2n - 1) + K(n - 1)(n - 2)(n - 3)$

Ahora si encontramos el valor de "K"; sabiendo que: $a_4 = 43$, tendremos que:

$$a_4 = (2(4) - 1) + K(4 - 1)(4 - 2)(4 - 3)$$

$$43 = 7 + K(3)(2)(1) \Rightarrow 36 = K(6)$$

$$\therefore \quad K = 6$$

Volvamos a comprobar con la Ley de Formación: $a_n = (2n - 1) + K(n - 1)(n - 2)(n - 3)$ que el término del lugar 4 es 43, veamos:

$$a_4 = (2 \times 4 - 1) + 6(4 - 1)(4 - 2)(4 - 3)$$

$$a_4 = 7 + 6(3)(2)(1) \Rightarrow a_4 = 43$$

Ahora bien, como en el ejercicio nos piden el quinto término, se tendrá:

$$a_n = (2n - 1) + K(n - 1)(n - 2)(n - 3)$$

$$a_5 = (2 \times 5 - 1) + 6(5 - 1)(5 - 2)(5 - 3)$$

$$a_5 = 9 + 6(4)(3)(2) \Rightarrow a_5 = 153$$

El término que sigue en la serie es: 297 **Rpta.**

Recomendación: Estimado alumno, tu puedes proceder de igual forma cuando te pidan, términos que ocupen lugares mucho más altos, como por decir, Hallar el término de lugar 130.

En la fórmula de Recurrencia: $a_n = (2n - 1) + K(n - 1)(n - 2)(n - 3)$

Calculamos: $a_{130} = (2 \times 130 - 1) + 6(130 - 1)(130 - 2)(130 - 3)$

$a_{130} = (259) + 6(129)(128)(127)$

$\therefore$ $\boxed{a_{130} = 12\,582\,403}$ (término de lugar 130)

Ahora preguntémonos: ¿ K (n - 1) (n - 2) (n - 3) puede cambiar?

Por supuesto que si, esto dependerá de lo serie que nos planteen.

Ejemplo 2: Qué número sigue en la siguiente serie: 2; 4; 6; 8; 10; 252;...

Resolución:

- Tomemos los 2 primeros términos de la serie: 2; 4.
- A estos 2 primeros términos, podemos considerarlos como una serie, lineal, como se podrá comprobar su fórmula de recurrencia será: $a_n = 2n$
- Ahora comprobemos si todos los términos, de la serie cumplen con dicha fórmula, veamos:

$a_1 = 2(1) = 2$
$a_2 = 2(2) = 4$
$a_3 = 2(3) = 6$
$a_4 = 2(4) = 8$
$a_5 = 2(5) = 10$
$a_6 = 2(6) = 12$

* Como se podrá observar el quinto término, debió de habernos salido 252, y no 12.

- Como hemos afirmado anteriormente, a la fórmula que cumple con los primeros términos le vamos agregar un término que sea igual a Cero (se anule) para los términos primeros de la serie, es decir, para: 2; 4; 6; 8; 10,...Este será de la forma: K (n - 1) (n - 2) (n - 3) (n - 4) (n - 5), preguntemos ¿porqué?

Porque Si: n = 1; n = 2; n = 3; n = 4; n = 5; este se anula y sí funcionará cuando: n = 6; n = 7; ...

Luego; la Ley de Formación será: $\boxed{a_n = 2n + K(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}$

Ahora si encontraremos el valor de "K", sabiendo que: $a_6 = 252$, tendremos que:

$$a_6 = 2(6) + K(6-1)(6-2)(6-3)(6-4)(6-5)$$
$$\Downarrow$$
$$252 = 12 + K(5)(4)(3)(2)(1) \Rightarrow \therefore \boxed{K = 2}$$

Volvamos a comprobar con la Ley de Formación:

$$a_n = 2n + K(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5);$$

que el término de lugar 6 (a_6) es 252, veamos:

$$a_6 = 2(6) + 2(6-1)(6-2)(6-3)(6-4)(6-5)$$
$$a_6 = 12 + 2(5)(4)(3)(2)(1) \Rightarrow \therefore \boxed{a_6 = 252}$$

Ahora bien, como en el ejercicio nos piden el sétimo término (a_7), se tendrá:

$$a_n = 2n + K(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)$$
$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$
$$a_7 = 2(7) + 2(7-1)(7-2)(7-3)(7-4)(7-5)$$
$$a_7 = 14 + 2(6)(5)(4)(3)(2) \Rightarrow \quad \therefore \quad \boxed{a_7 = 1\,454}$$

El término que sigue en la serie es: 1 454 **Rpta.**

Ejemplo 3: Hallar el término 80 de la serie: 4; 7; 16; 31; 52;...

Resolución:

- Tomemos los 2 primeros términos de la serie: 4; 7.
- A estos 2 primeros términos, podemos considerarlos como una serie lineal, como se podrá comprobar su fórmula de recurrencia será: $a_n = 3n + 1$
- Ahora comprobemos; si todos los términos, de la serie cumplen con dicha fórmula; veamos:

$$a_1 = 3(1) + 1 = 4$$
$$a_2 = 3(2) + 1 = 7$$
$$a_3 = 3(3) + 1 = 10$$

* Como se podrá observar el tercer término, debió de habernos salido 16 y no 10.

Como hemos afirmado anteriormente, a la fórmula que cumple con los primeros términos le vamos a agregar un término que sea igual a cero (se anule), para los términos primeros de la serie, es decir, para 4;7 y este será de la forma: K (n - 1) (n - 2); preguntémonos ¿Porqué?

Porque si: n = 1; n = 2; este se anula; y sí funcionará cuando n = 3; n = 4;...

Luego la Ley de Formación será: $a_n = (3n + 1) + K(n-1)(n-2)$

Ahora si encontramos el valor de "K"; sabiendo que: $a_3 = 16$; tendremos que:

$$a_3 = (3(3) + 1) + K(3-1)(3-2)$$
$$\Downarrow$$
$$16 = 10 + K(2)(1) \Rightarrow \quad \therefore \quad \boxed{K = 3}$$

Como ya determinamos el valor de "K", la fórmula de recurrencia será:

$a_n = (3n + 1) + 3(n-1)(n-2)$ y podemos comprobarla:

Si: n = 1 ⇨ $a_1 = (3(1) + 1) + 3(1-1)(1-2) = 4$

Si: n = 2 ⇨ $a_2 = (3(2) + 1) + 3(2-1)(2-2) = 7$

Si: n = 3 ⇨ $a_3 = (3(3) + 1) + 3(3-1)(3-2) = 16$

Si: n = 4 ⇨ $a_4 = (3(4) + 1) + 3(4-1)(4-2) = 31$

Si: n = 5 ⇨ $a_5 = (3(5) + 1) + 3(5-1)(5-2) = 52$

Como, puede ver, cumple con todos los valores de la serie dada; por lo tanto para:

$\boxed{n = 80}$ ⇨ $a_{80} = (3\,(80) + 1) + 3\,(80 - 1)\,(80 - 2) = \boxed{18\,727}$

El término de lugar 80 es: 18 727 **Rpta.**

- **Series Potenciales:**

Ejemplo 1: Hallar el término que sigue en la serie. 1; 4; 9; 16; 25; 36;...

Resolución: Cada uno de los términos se pueden escribir así:

$$1^2; 2^2; 3^2; 4^2; 5^2; 6^2; \ldots$$

Luego, el número que sigue es: $\boxed{7^2 = 49}$ **Rpta.**

Ejemplo 2: Hallar el número que sigue en la serie: 2; 8; 18; 32; 50; 72;...

Resolución: Cada uno de los términos se pueden escribir así:

$$2 \times 1^2; 2 \times 2^2; 2 \times 3^2; 2 \times 4^2; 2 \times 5^2; 2 \times 6^2; \ldots$$

Luego, el número que sigue es: $\boxed{2 \times 7^2 = 98}$ **Rpta.**

Ejemplo 3: Hallar el número que sigue en la serie: 2; 11; 26; 47;...

Resolución: Cada uno de los términos se pueden escribir así:

$$3 \times 1 - 1; 3 \times 4 - 1; 3 \times 9 - 1; 3 \times 16 - 1; \ldots$$

$$3 \times 1^2 - 1; 3 \times 2^2 - 1; 3 \times 3^2 - 1; 3 \times 4^2 - 1; \ldots$$

Luego, el número que sigue es: $\boxed{3 \times 5^2 - 1 = 74}$ **Rpta.**

Ejemplo4: Hallar el número que sigue en la serie: 2; 8; 26; 80;...

Resolución: Cada uno de los términos se pueden escribir así:

$$3 - 1; 9 - 1; 27 - 1; 81 - 1; \ldots$$

$$3^1 - 1; 3^2 - 1; 3^3 - 1; 3^4 - 1; \ldots$$

Luego, el número que sigue es: $\boxed{3^5 - 1 = 242}$ **Rpta.**

- **Series Exponenciales:**

Ejemplo 1: Hallar el término que sigue en la serie: 3; 9; 27; 81;...

Resolución: Cada uno de los términos se puede escribir así:

$$3^1; 3^2; 3^3; 3^4; \ldots$$

Luego, el número que sigue es: $3^5 = 243$ **Rpta.**

Ejemplo 2: Hallar el término que sigue en la serie: 4; 8; 16; 32; 64;...

Resolución: Cada uno de los términos se puede escribir así:

$2^2; 2^3; 2^4; 2^5; 2^6; ...$

Luego, el número que sigue es: $2^7 = 128$ **Rpta.**

Nota: Estas series exponenciales se resuelven como progresiones geométricas si la base es constante.

EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio 1: Qué número sigue en la siguiente serie: 4; 10; 18; ...

A) 20 B) 26 C) 28 D) 24 E) 32

Resolución: La Ley de Formación es: **n (n + 3)**; donde: n = {1, 2, 3, 4,...}

Luego, reemplazamos los valores de "n" hasta llegar al número que se nos pida, veamos:

4	10	18	?
1 (1 + 3)	2 (2 + 3)	3 (3 + 3)	4 (4 + 3) — Es igual a 28

∴ El número que sigue es: 28 Rpta. C

Otra forma:

4 ; 10 ; 18 ; "y" ; .... ⇨ 18 + x = y ⇒ 18 + 10 = y

+6 +8 +x ∴ 28 = y

+2 +2 ⇨ 8 + 2 = x

10 = x

Ejercicio 2: Qué número sigue en la siguiente serie: 2; 10; 24; 44; ...

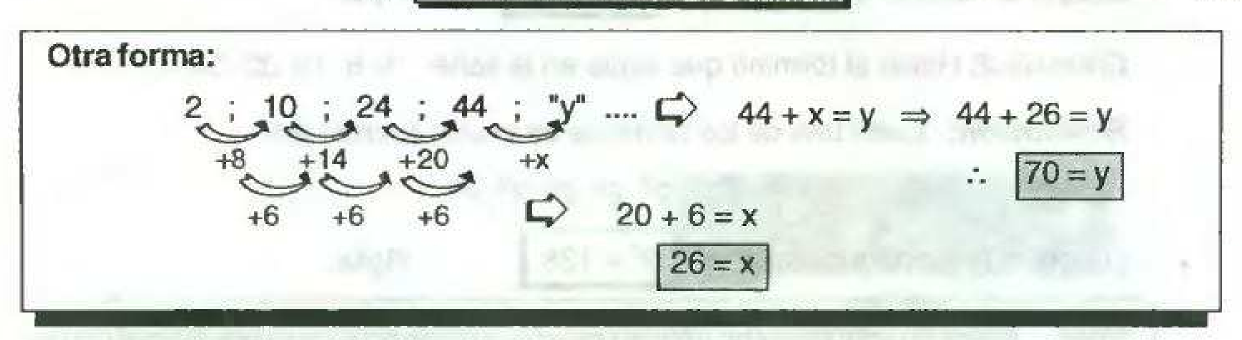
A) 60 B) 70 C) 72 D) 75 E) 80

Resolución: La Ley de Formación es: (3n - 1)n, donde: n = {1, 2, 3, 4,...}

Luego, reemplazamos los valores de "n" hasta llegar al número que se nos pida, veamos:

2	10	24	44	?
(3 (1) - 1).1	(3 (2) - 1).2	(3 (3) - 1). 3	(3 (4) - 1).4	(3 (5) - 1).5 — es igual a 70

∴ El número que sigue es: 70 **Rpta. B**



Ejercicio 3: ¿Cuál de los números debe ser reemplazado por 225 en la serie:

126 ; 159 ; 192 ; 230 ; 258 ; 291 ; 324

A) 258 B) 159 C) 192 D) 230 E) 291

Resolución:

Como se podrá observar, la diferencia por cada dos términos consecutivos es 33; pero hay dos grupos en que la diferencia es 38 y 28, esto indica que el término 230, debe ser reemplazado por 225.

126 ; 159 ; 192 ; 230 ; 258 ; 291 ; 324

+33 +33 +38 +28 +33 +33

Verificación:

126 ; 159 ; 192 ; 225 ; 258 ; 291 ; 324

+33 +33 +33 +33 +33 +33

∴ El número 225 debe ser reemplazado por 230 para que se obtenga la razón igual a 33.

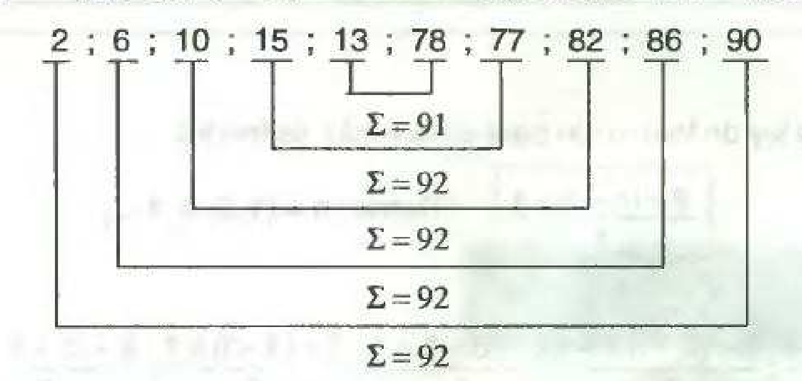
Ejercicio 4: La siguiente serie esta bien escrita desde el 2 sucesivamente hasta el número 13, después de este hay un término mal escrito, ¿Cuál es?

2 ; 6 ; 10 ; 15 ; 13 ; 78 ; 77 ; 82 ; 86 ; 90

A) 77 B) 78 C) 82 D) 13 E) 86

Resolución:

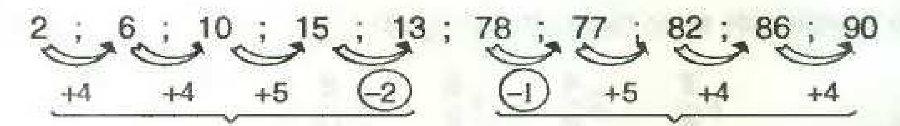
- Al sumar los términos extremos nos debe dar un mismo número (constante) veamos:



Como se podrá observar el error esta en la suma de: 13 + 78 = 91, que debe ser 92, esto quiere decir que en lugar de 78 debe ir 79. Osea: 13 + 79 = 92.

∴ El término mal escrito es el 78; pues debe ser 79 **Rpta. B**

Otra forma:



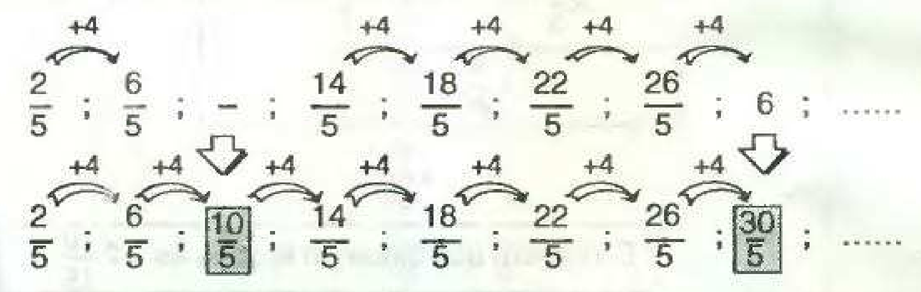
Se verifica que las razones en el primer grupo de 5 términos son: 4, 4, 5 y -2, y en el segundo grupo de 5 términos se puede observar el error ya que las razones son: 4, 4, 5 y -1, pues en lugar de -1 debe ser -2, esto quiere decir que en lugar del número 78 debe ir el número 79.

Ejercicio 5: ¿Qué término falta en la serie?

$$\frac{2}{5} ; \frac{6}{5} ; - ; \frac{14}{5} ; \frac{18}{5} ; \frac{22}{5} ; \frac{26}{5} ; 6 ; ......$$

A) 1 B) 3 C) 2 D) 4 E) 6

Resolución: Es fácil darse cuenta que la razón para los numeradores es 4; veamos:



∴ El número que falta en la serie es: $\frac{10}{5}$ ó 2 **Rpta. C**

Otra forma:

Si buscamos la ley de formación para el ejercicio, se tendrá

$$\boxed{\frac{2+(n-1)\times 4}{5}} \quad ; \text{Donde: } n = \{1, 2, 3, 4, ...\}$$

Luego:

$$\underbrace{\frac{2+(1-1)\times 4}{5}}_{\frac{2}{5}} ; \underbrace{\frac{2+(2-1)\times 4}{5}}_{\frac{6}{5}} ; \underbrace{\frac{2+(3-1)\times 4}{5}}_{\boxed{\frac{10}{5}}} ; \underbrace{\frac{2+(4-1)\times 4}{5}}_{\frac{14}{5}} ; \underbrace{\frac{2+(5-1)\times 4}{5}}_{\frac{18}{5}} ; ....$$

$\frac{10}{5}$ → es igual a 2.

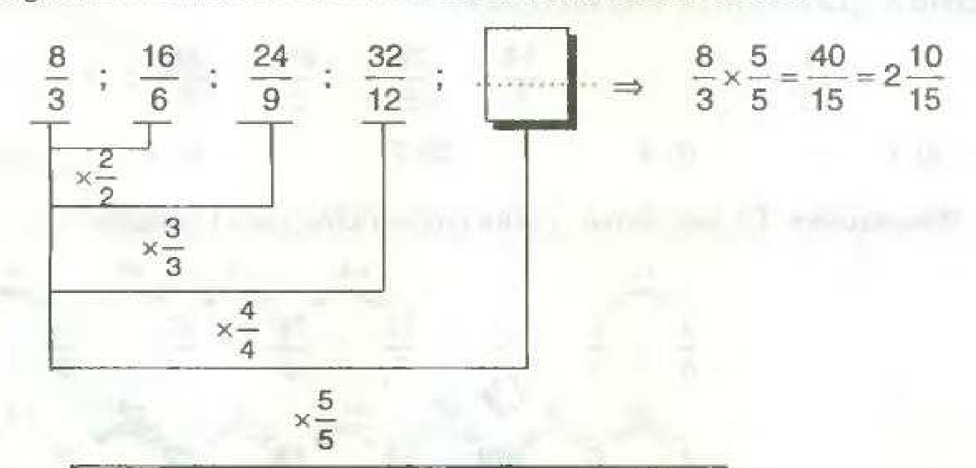
Ejercicio 6: En la siguiente serie que número sigue:

$$2\frac{2}{3} \; ; \; 2\frac{4}{6} \; ; \; 2\frac{6}{9} \; ; \; 2\frac{8}{12} \; ; ....$$

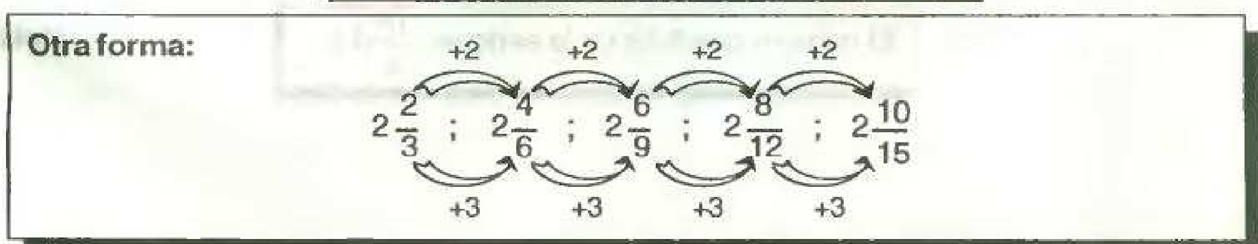
A) $2\frac{5}{15}$ B) $2\frac{15}{10}$ C) $2\frac{10}{15}$ D) $2\frac{10}{20}$ E) $2\frac{15}{20}$

Resolución:

- En primer lugar transformamos los números mixtos a fracciones; así:



∴ El número que sigue en la serie es: $2\frac{10}{15}$ **Rpta. C**

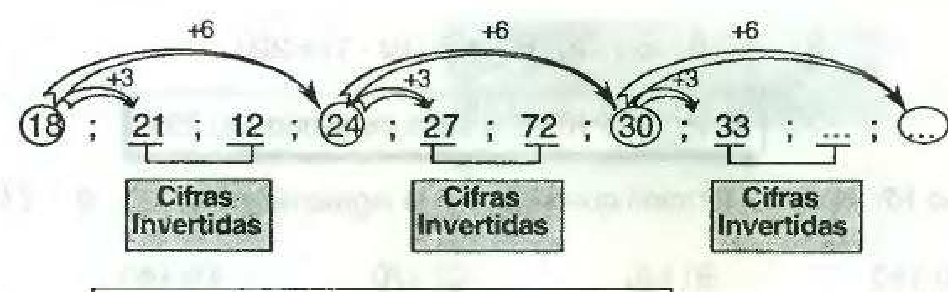


Ejercicio 7: ¿Cuál es el número que sigue en la serie:

18 ; 21 ; 12 ; 24 ; 27 ; 72 ; 30 ; 33 ; ...

A) 36 B) 39 C) 41 D) 33 E) 52

Resolución:



∴ El número que sigue en la serie es: 33 **Rpta. D**

Ejercicio 8: ¿Cuál es el número que completa correctamente la serie?

12 ; 15 ; 21 ; 33 ; ...... ; 105

A) 52 B) 57 C) 60 D) 72 E) 83

Resolución: Si hallamos la diferencia por cada dos términos consecutivos, observamos que la razón se va duplicando; veamos:

$15 - 12 = 3$ (×2)
$21 - 15 = 6$ (×2)
$33 - 21 = 12$

$x - 33 = 24$ ⇨ $x = 24 + 33 = 57$ ⇨ ∴ $x = 57$

$105 - x = 48$ ⇨ $105 - 57 = 48$

∴ El número que completa correctamente la serie es el 57. **Rpta. B**

Ejercicio 9: Hallar el término 40 en la siguiente serie: 8 ; 13 ; 18 ; 23 ; ...

A) 200 B) 197 C) 203 D) 183 E) 82

Resolución:

Hallamos la Ley de formación para los 4 primeros términos: 8 ; 15 ; 18 ; 23 ; ...
(r = 5)

Aplicando la fórmula: $a_n = a_o + (n - 1) \times r$

- a_o = primer término
- r = razón
- a_n = término de lugar "n"

⇓

$a_n = 8 + (n - 1) \times 5$ ∴ $a_n = 8 + 5(n - 1)$ **(Ley de Formación)**

Luego: Si: n = 1 ⇒ $a_1 = 8 + 5(1 - 1) = 8$
Si: n = 2 ⇒ $a_2 = 8 + 5(2 - 1) = 13$
Si: n = 3 ⇒ $a_3 = 8 + 5(3 - 1) = 18$
Si: n = 4 ⇒ $a_4 = 8 + 5(4 - 1) = 23$
⋮
Si: n = 40 ⇒ $a_{40} = 8 + 5(40 - 1) = 203$

∴ **El término 40 en la serie es el número 203** **Rpta. C**

Ejercicio 10: Hallar el término que sigue en la siguiente serie: 5 ; 8 ; 21 ; 44 ; 77 ; ...

A) 110 B) 130 C) 120 D) 140 E) 160

Resolución:

5 ; 8 ; 21 ; 44 ; 77 ; "y" ⇨ y = 77 + x ⇨ y = 77 + 43 ∴ y = 120

+3 +13 +23 +33 +x

+10 +10 +10 +10 ⇨ 33 + 10 = x ∴ x = 43

∴ **El término que sigue en la serie es: 120** **Rpta. C**

Ejercicio 11: La fórmula que expresa la relación existente entre "x" é "y" según los valores de la siguiente tabla es:

x	1	2	3	4	5	6
y	-1	5	15	29	47	69

A) $y = 2x - 3$ B) $y = 2x^2 - 3$ C) $y = 2x^2 - 1$ D) $y = 3x^2 - 1$ E) $y = 3x^2 - 2x + 1$

Resolución:

Para este tipo de ejercicios es recomendable trabajar con las alternativas de la manera siguiente:

A) $y = 2x - 3$ Cuando: x = 1 ⇒ y = 2 (1) - 3 = -1 (si cumple)
Cuando: x = 2 ⇒ y = 2 (2) - 3 = 1 (no cumple); porque de acuerdo a la tabla cuando x = 2; y = 5.

B) $y = 2x^2 - 3$

cuando: x = 1 ⇒ $y = 2(1)^2 - 3 = -1$
cuando: x = 2 ⇒ $y = 2(2)^2 - 3 = 5$
cuando: x = 3 ⇒ $y = 2(3)^2 - 3 = 15$
cuando: x = 4 ⇒ $y = 2(4)^2 - 3 = 29$
cuando: x = 5 ⇒ $y = 2(5)^2 - 3 = 47$
cuando: x = 6 ⇒ $y = 2(6)^2 - 3 = 69$

Como los valores hallados, estan en la tabla esto quiere decir que la respuesta correcta es la B.

- Como ya tenemos la respuesta, no es necesario continuar trabajando con las otras altenativas.

∴ La fórmula que expresa la relación existente entre "x" é "y" según los valores de la tabla es: $y = 2x^2 - 3$. **Rpta. B**

Ejercicio 12: ¿Cuál es el término que sigue en la siguiente serie: 5 ; 9 ; 13 ; 29 ; ...

A) 47 B) 56 C) 68 D) 71 E) 73

Resolución:

Se trata de una serie no lineal observe que los tres primeros términos estan regidos por la misma ley de formación; veamos:

$$5 \; ; \; 9 \; ; \; 13 \; ; \; ... \qquad r = 4$$

Aplicamos la fórmula: $a_n = a_o + (n - 1)\, r$

$a_n = 5 + (n - 1)\, 4$ ⇨ $a_n = 5 + 4\,(n - 1)$ **(Ley de Formación)**

- Comprobemos si todos los términos de la serie cumplen con dicha fórmula:

Si: $n = 1 \Rightarrow a_1 = 5 + 4\,(1 - 1) = 5$

Si: $n = 2 \Rightarrow a_2 = 5 + 4\,(2 - 1) = 9$

Si: $n = 3 \Rightarrow a_3 = 5 + 4\,(3 - 1) = 13$

Si: $n = 4 \Rightarrow a_4 = 5 + 4\,(4 - 1) = \boxed{17}$ (No cumple)

El 17 no cumple con la serie, porque el término de lugar cuarto es 29, ¿Crees que está mal propuesto el ejercicio?, claro no agregamos un término que anule a los tres primeros términos de dicha serie; este debe ser de la forma: $K\,(n - 1)\,(n - 2)\,(n - 3)$

Luego, la ley de formación quedará así:

$$a_n = (5 + 4\,(n - 1)) + K\,(n - 1)\,(n - 2)\,(n - 3)$$

Ahora, hallamos el valor de "K":

$$a_n = 5 + 4\,(4 - 1) + K\,(4 - 1)\,(4 - 2)\,(4 - 3)$$
$$\Downarrow$$
$$29 = 5 + 12 + K\,(3)\,(2)\,(1) \quad ⇨ \quad ∴ \; \boxed{K = 2}$$

Como ya determinamos el valor de "K", la fórmula de recurrencia será:

$a_n = [5 + 4\,(n - 1) + 2\,(n - 1)\,(n - 2)\,(n - 3)$, y podemos comprobarla:

Si: $n = 1$ ⇨ $a_1 = [5 + 4\,(1 - 1)] + 2\,(1 - 1)\,(1 - 2)\,(1 - 3) = 5$

Si: n = 2 ⇒ $a_2 = [5 + 4 (2 - 1)] + 2 (2 - 1) (2 - 2) (2 - 3) = 9$

Si: n = 3 ⇒ $a_3 = [5 + 4 (3 - 1)] + 2 (3 - 1) (3 - 2) (3 - 3) = 13$

Si: n = 4 ⇒ $a_4 = [5 + 4 (4 - 1)] + 2 (4 - 1) (4 - 2) (4 - 3) = 29$

Si: n = 5 ⇒ $a_5 = [5 + 4 (5 - 1)] + 2 (5 - 1) (5 - 2) (5 - 3) = 71$

∴ El término que sigue en la serie es: 71 **Rpta. D**

EJERCICIOS PROPUESTOS

Ejercicio 1: ¿Qué número sigue en la serie?

9 ; 16 ; 23 ; 30 ; 37 ; ...

A) 35 B) 24 C) 46 D) 44 E) 39

Ejercicio 2: El término siguiente en la serie es:

11 ; 14 ; 18 ; 23 ; 29 ; ..

A) 32 B) 44 C) 36 D) 41 E) 35

Ejercicio 3: ¿Qué número sigue en la serie:

-15 ; -9 ; -1 ; 9 ; ...

A) 18 B) 15 C) 12 D) 21 E) 23

Ejercicio 4: ¿Qué número completa correctamente la serie?

1 ; 9 ; 20 ; 34 ; 51 ; ...... ; 94

A) 60 B) 71 C) 63 D) 72 E) 78

Ejercicio 5: ¿Qué número sigue en la serie:

1,32 ; 1,37 ; 1,44 ; 1,53 ; 1,64 ; ...

A) 1,65 B) 1,69 C) 1,77
D) 1,76 E) 1,81

Ejercicio 6: El término siguiente en la serie es:

$3; \frac{11}{2}; 8; \frac{21}{2}; 13; ......$

A) 17 B) $\frac{29}{2}$ C) 16 D) $\frac{31}{2}$ E) $\frac{33}{2}$

Ejercicio 7: El término siguiente en la serie es:

0,03 ; 0,08 ; 0,15 ; 0,24 ; ...

A) 0,28 B) 0,35 C) 0,36
D) 0,43 E) 0,53

Ejercicio 8: ¿Qué número sigue en la serie:

$\frac{2}{7}; \frac{11}{21}; \frac{6}{7}; \frac{9}{7}; ....$

A) $\frac{36}{7}$ B) $\frac{15}{7}$ C) $\frac{35}{21}$ D) $\frac{12}{7}$ E) $\frac{38}{21}$

Ejercicio 9: El término siguiente en la serie es:

-45 ; -32 ; -17 ; 0 ; 19 ; ...

A) 23 B) 42 C) 40 D) 27 E) 31

Ejercicio 10: ¿Qué número sigue en la serie?

0 ; 0,3 ; 0,65 ; 1,05 ; 1,5 ; ...

A) 200 B) 20 C) 2 D) 2,4 E) 1,8

Ejercicio 11: El término siguiente en la serie es:

13 ; 14 ; 17 ; 17 ; 21 ; 20 ; 25 , ...

A) 29 B) 23 C) 24 D) 31 E) 25

Ejercicio 12: ¿Qué número completa correctamente la serie?

9 ; 13 ; 25 ; .... ; 169

A) 52 B) 61 C) 63 D) 67 E) 59

Ejercicio 13: En la siguiente serie:

-3 ; 4 ; -1 ; 7 ; 3 ; 12 ; x ; 9.
Hallar: x + y

A) 24 B) 26 C) 28 D) 31 E) 35

Ejercicio 14: ¿Qué número completa correctamente la serie?

$$-\frac{4}{5};\frac{2}{5};2;....;\frac{32}{5}$$

A) 6 B) 4 C) 7 D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{13}{5}$

Ejercicio 15: En la serie: 2 ; 7 ; 15 ; 26 ; 40 ; el cuarto término después del 40 es:

A) 116 B) 126 C) 162
D) 158 E) 186

Ejercicio 16: ¿Qué número sigue en la serie:

$$81 ; 27 ; 9 ; 3 ; 1 ; \frac{1}{3} ; ......$$

A) 1 B) 1/27 C) 1/9 D) 1/81 E) 1/3

Ejercicio 17: El término siguiente en la serie es:

2 ; 1 ; 1 ; 2 ; 8 ; 64 ;...

A) 128 B) 192 C) 1 024
D) 1 240 E) 1 204

Ejercicio 18: ¿Qué número sigue en la serie:

1 ; 20 ; 200 ; ...

A) 40 B) 80 C) 1 000
D) 100 E) 400

Ejercicio 19: En la siguiente serie:

128 ; 3 ; 32 ; 15 ; 8 ; 75 ; x ; y
Hallar: "y - x"

A) 371 B) 373 C) 471
D) 372 E) 733

Ejercicio 20: El término siguiente en la serie es:

0,04 ; 0,12 ; 0,36 ; 1,08 ; ...

A) 4,32 B) 2,34 C) 3,24
D) 2,43 E) 3,42

Ejercicio 21: En la serie: 120 ; 120 ; 60 ; 20 ; el tercer término después de 60, es:

A) 5 B) 1 C) 2 D) 3 E) 6

Ejercicio 22: ¿Qué número sigue en la serie:

-10 ; 4 ; -4 ; 20 ; 2 ; 100 ; 8 ;...

A) 400 B) 500 C) 600 D) 14 E) 28

Ejercicio 23: ¿Qué número sigue en la serie?

24 ; 8 ; 8 ; 24 ; ...

A) 48 B) 72 C) 98 D) 120 E) 216

Ejercicio 24: ¿Qué número completa correctamente la serie?

7 ; 8 ; 14 ; 16 ; 20 ; 24 ; 25 ; ... ; 29

A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

Ejercicio 25: ¿Qué número siguen en la serie?

$$1;\ \frac{7}{8};\ \frac{4}{5};\ \frac{3}{4};\ __ ;\ __ ;\ ......$$

A) $\frac{5}{7}$ y $\frac{11}{16}$ B) $\frac{6}{11}$ y $\frac{11}{12}$ C) $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{7}$

D) $\frac{3}{5}$ y $\frac{5}{8}$ E) $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{5}$

Ejercicio 26: ¿Qué número sigue en la serie?

1; 3; 3; 6; 12; 12;...

A) 24 B) 36 C) 60 D) 72 E) 144

Ejercicio 27: ¿Qué número faltan en la serie?

...; 18 ; 29 ; 45 ; 68 ; ...

A) 12 y 81 B) 8 y 64 C) 6 y 100
D) 9 y 72 E) 10 y 100

Ejercicio 28: ¿Qué número sigue en la serie:

9 ; 15 ; 23 ; 34 ; 49 ; ...

A) 61 B) 59 C) 69 D) 73 E) 84

Ejercicio 29: El término siguiente en la serie es:

12; 96; 384; 768; 768;...

A) 438 B) 348 C) 483
D) 834 E) 384

Ejercicio 30: El término siguiente en la serie es:

$$-\frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{3}{5}; \frac{5}{6}; ...$$

A) 7/8 B) 6/7 C) 5/8 D) 1 E) 2

Ejercicio 31: ¿Qué letra sigue en la serie:

A ; B ; D ; G ; K ; ...

A) L B) M C) N D) O E) P

Ejercicio 32: ¿Qué letra sigue en la serie?

A; C; G; M;...

A) Ñ B) O C) T D) W E) Z

Ejercicio 33: ¿Qué letra sigue en la serie?

W; U; R; Ñ;...

A) K B) J C) L D) I E) H

Ejercicio 34: El término siguiente en la serie es:

A; B; B; C; D; F; G;...

A) H B) I C) J D) K E) L

Ejercicio 35: El término siguiente en la serie es:

A; B; C; D; F; F; J;...

A) H B) I C) J D) K E) L

Ejercicio 36: ¿Qué letra sigue en la serie?

Y; V; S; P;...

A) L B) M C) N D) K E) O

Ejercicio 37: ¿Qué letra sigue en la serie?

X; T; P; M; I; ...

A) A B) B C) C D) D E) E

Ejercicio 38: ¿Qué letra sigue en la serie?

D ; C ; S ; O ; D ; D ; ...

A) A B) B C) C D) D E) E

Ejercicio 39: El término siguiente en la serie es:

(a + 1); (b + 2); (c + 4); (d + 8); ...

A) (e + 18) B) (e + 15) C) (e + 17)
D) (f + 15) E) (f + 16)

Ejercicio 40: El término siguiente en la serie es:

A; B; C; B; B; D; D; F; G; B; I;...

A) H B) I C) J D) K E) L

Ejercicio 41: El término siguiente en la serie es:

b^2; bd; $\overline{af}$; db^c;...

A) fd B) h^2 C) $\overline{gd}$ D) $\overline{bdf}$ E) $\overline{na}$

Ejercicio 42: Hallar el término 60 de la serie:

1; 5; 9; 13; 17;...

A) 240 B) 273 C) 237 D) 252 E) 327

Ejercicio 43: Hallar el término 26 de la serie:

-17, -10; -3; 4; 11; ...

A) 173 B) 162 C) 185
D) 158 E) 581

Ejercicio 44: Hallar el término 45 de la serie:

17; 22; 27, 32;...

A) 372 B) 273 C) 732
D) 327 E) 237

Ejercicio 45: Hallar el término 32 de la serie:

-9; -11, -13; -15;...

A) -69 B) -17 C) -71 D) -57 E) -47

Ejercicio 46: Hallar el término 123 de la serie:

-10; -7; -4; -1; 2;...

A) 263 B) 358 C) 365
D) 356 E) 458

Ejercicio 47: El término siguiente en la serie es:

3; 4; 5; 54;...

A) 6 B) 48 C) 198
D) 190 E) 199

Ejercicio 48: Hallar el término siguiente en la siguiente serie:

0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 124 ; ...

A) 605 B) 604 C) 506
D) 328 E) 1 205

Ejercicio 49: Hallar el término siguiente en la siguiente serie:

2 ; 4 ; 8 ; 8,5 ;...

A) 13 B) 14 C) 12 D) 17 E) 21

Ejercicio 50: Diga Ud. cuál de las siguientes, alternativas representa a la expresión que da origen a los valores de la tabla.

x	1	2	3	4	5
y	1	10	25	46	73

A) $2x^2 - 1$ B) $3x^2 + 2$ C) $3x^2 - 2$
D) $2x - 1$ E) $4x^2 - 3$

Ejercicio 51: La fórmula que expresa la relación existente entre "x" e "y" según los valores de la siguiente tabla es:

x	1	2	3	4	5
y	0	5	12	21	32

A) $y = x^2 - x$ B) $x^2 + 3x - 4$
C) $2x^2 - 3x + 1$ D) $y = x^2 + 2x - 3$
E) $3x^2 - 2x - 1$

Ejercicio 52: La fórmula que expresa la relación existente entre "X" y "Y" según los valores de la siguiente tabla es:

X	0	1	2	3	4
Y	2	0	-2	2	18

A) $x^2 - 5x + 2$ B) $x^3 + 3x^2 + 2$
C) $x^3 - 3x^2 + 2$ D) $x^2 + x - 2$
E) $x^3 - 2x^2 + 3$

CLAVE DE RESPUESTAS

1. D	11. B	21. B	31. D	41. B	51. D
2. C	12. B	22. B	32. C	42. C	52. C
3. D	13. C	23. E	33. B	43. D	
4. B	14. B	24. E	34. B	44. E	
5. C	15. B	25. D	35. A	45. C	
6. D	16. C	26. C	36. C	46. D	
7. B	17. C	27. E	37. E	47. E	
8. E	18. C	28. C	38. C	48. A	
9. C	19. B	29. E	39. B	49. C	
10. C	20. C	30. D	40. D	50. C	

Razone

Dada la serie de los números:

2

4 6

8 10 12

14 16 18 20

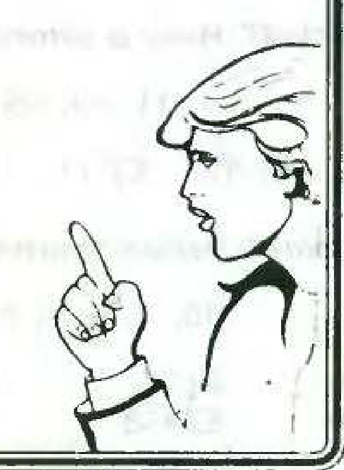
22 24 26 28 30

... ...

... ...

Hallar la suma de los términos de la fila 20.

Respuesta 8 020



Razone

Se tiene las siguientes series:

Serie 1 : 1

Serie 2 : 3 5

Serie 3 : 7 9 11

Serie 4 : 13 15 17 19

Serie 5 : 21 23 25 27 29

Hallar el promedio aritmético de los términos pertenecientes a la serie "n"

Respuesta: n^2

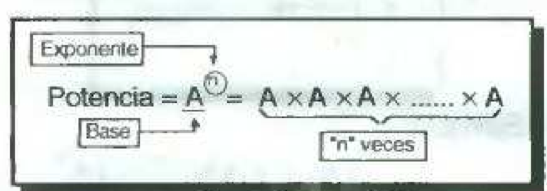
TEORIA DE EXPONENTES 4

La teoría de exponentes, estudia todas las clases de exponentes que existen y las diferentes relaciones que existen entre ellos, mediante leyes. La operación que da origen al exponente, es la potenciación.

POTENCIACIÓN:

Es la operación que consiste en repetir un número llamado base, tantas veces como factor, como lo indica otro llamado exponente denominando al resultado de esta operación potencia.

Representación:



Ejemplos: $3^4 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{(4\ \text{veces})} = 81$

$2^6 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{(6\ \text{veces})} = 64$

Leyes De Exponentes:

Las principales leyes de los exponentes son las siguientes:

1. **PRODUCTO DE BASES IGUALES:**

$$A^m \times A^n = A^{m+n}$$

Ejemplo:

$$3^2 \times 3^1 = 3^{2+1} = 3^3 = 27$$

2. **COCIENTE DE BASES IGUALES:**

$$\frac{A^m}{A^n} = A^{m-n}$$

Donde: (A ≠ O)

Ejemplo:

$$\frac{3^4}{3^2} = 3^{4-2} = 3^2 = 9$$

3. **PRODUCTO DE BASES DIFERENTES E IGUAL POTENCIA:**

$$A^m \times B^m = (A \times B)^m$$

Ejemplo:

$$5^2 \times 2^2 = (5 \times 2)^2 = (10)^2 = 100$$

4. **COCIENTE DE BASES DIFERENTES E IGUAL POTENCIA:**

$$\frac{A^m}{B^m} = \left(\frac{A}{B}\right)^m$$

Donde: (B ≠ O)

Ejemplo:

$$\frac{6^2}{3^2} = \left(\frac{6}{3}\right)^2 = (2)^2 = 4$$

5. **POTENCIA DE POTENCIA:**

$$(A^m)^n = A^{m \times n}$$

Ejemplo:

$$(2^3)^2 = 2^6 = 64$$

6. **POTENCIA DE POTENCIA DE POTENCIA:**

$$[(A^m)^n]^p = A^{m \times n \times p}$$

Ejemplo:

$$[(2^3)^2]^4 = 2^{3 \times 2 \times 4} = 2^{24}$$

7. **EXPONENTE NEGATIVO:**

$$A^{-n} = \frac{1}{A^n}$$ Donde: $(A \neq 0)$

Ejemplo:

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

(8.) EXPONENTE NEGATIVO DE UN COCIENTE:

$$\left[\frac{A}{B}\right]^{-n} = \left[\frac{B}{A}\right]^{n}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{6}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{6}\right)^{1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(9.) EXPONENTE CERO O NULO:

$$A^0 = 1$$ Donde: $(A \neq 0)$

Ejemplos:

i) $3^0 = 1$

ii) $3 \times 5^0 = 3 \times 1 = 3$

iii) $(3x + 5y^2)^0 = 1$

(10) RAIZ DE UNA POTENCIA:

$$\sqrt[n]{A^m} = A^{\frac{m}{n}}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{A^4} = A^{\frac{4}{3}}$$

(11) PRODUCTO DE RADICALES HOMOGENEOS:

$$\sqrt[n]{A} \cdot \sqrt[n]{B} = \sqrt[n]{A \cdot B}$$

Ejemplo: $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{4 \times 2} = \sqrt[3]{8} = 2$

(12.) COCIENTE DE RADICALES HOMOGENEOS:

$$\frac{\sqrt[n]{A}}{\sqrt[n]{B}} = \sqrt[n]{\frac{A}{B}}$$

Ejemplo:

$$\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

(13) POTENCIA DE UN RADICAL:

$$\left[\sqrt[n]{A^m}\right]^p = \sqrt[n]{A^{m \times p}}$$

Ejemplo: $\left(\sqrt[3]{A^4}\right)^5 = \sqrt[3]{A^{4 \times 5}} = \sqrt[3]{A^{20}}$

(14) RADICAL DE RADICAL:

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{A}} = \sqrt[m \times n]{A}$$

Ejemplo: $\sqrt[3]{\sqrt[4]{A}} = \sqrt[3 \times 4]{A} = \sqrt[12]{A}$

TEOREMAS FUNDAMENTALES DE LOS RADICALES.

i) $\sqrt[m]{A^n} = \sqrt[mk]{A^{nk}}$	iii) $\sqrt[\frac{p}{q}]{A^{\frac{r}{s}}} = A^{\frac{q \times r}{p \times s}}$
ii) $\sqrt[m]{A^n} = \sqrt[\frac{m}{k}]{A^{\frac{n}{k}}}$	iv) $\sqrt[-n]{A^m} = \sqrt[n]{A^{-m}}$

LEYES DE LOS SIGNOS DE LAS OPERACIONES ALGEBRAICAS.

Multiplicación	División
a) (+) x (+) = (+)	a) $\frac{(+)}{(+)} = (+)$

Multiplicación		División	
B)	$(+) \times (-) = (-)$	B)	$\frac{(+)}{(-)} = (-)$
C)	$(-) \times (+) = (-)$	C)	$\frac{(-)}{(+)} = (-)$
D)	$(-) \times (-) = (+)$	D)	$\frac{(-)}{(-)} = (+)$

*NOTA: En la multiplicación y en la división de dos cantidades se cumple: que a igual signo resulta (**positivo**); y signos diferentes resulta (**negativo**).*

POTENCIACION Y RADICACION

Potenciación		Radicación	
A)	$[(+)]^{par} = (+)$	a)	$\sqrt[par]{(+)} = (\pm)$
B)	$[(+)]^{impar} = (+)$	b)	$\sqrt[impar]{(+)} = (+)$
C)	$[(-)]^{par} = (+)$	c)	$\sqrt[impar]{(-)} = (-)$
D)	$[(-)]^{impar} = (-)$	d)	$\sqrt[par]{(-)} =$ Cantidad imaginaria

EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio 1: Al simplificar:

$$M = \left[\frac{5^{n^2+3} - 5^{n^2+2} + 5^{n^2+1}}{5^{n^2+2} - 5^{n^2}} \right]^{-1}$$

se obtiene:

A) 35/8 B) 8/35 C) 7/8 D) 8/7 E) 5/8

Resolución:

Por propiedad: $A^{m+n} = A^m \times A^n$

obtenemos:

$$M = \left[\frac{5^{n^2} \times 5^3 - 5^{n^2} \cdot 5^2 + 5^{n^2} \cdot 5^1}{5^{n^2} \cdot 5^2 - 5^{n^2}} \right]$$

factorizamos "5^{n^2}" en el numerador y denominador.

$$M = \left[\frac{\cancel{5^{n^2}}(5^3 - 5^2 + 5^1)}{\cancel{5^{n^2}}(5^2 - 1)} \right]^{-1} = \left[\frac{125 - 25 + 5}{25 - 1} \right]^{-1}$$

$$M = \left[\frac{105}{24} \right]^{-1} = \left[\frac{35}{8} \right]^{-1}$$; Por propiedad:

$$\left(\frac{A}{B} \right)^{-m} = \left(\frac{B}{A} \right)^{m}$$; obtenemos:

$$\therefore \quad M = \frac{8}{35}$$

Rpta. B

Ejercicio 2: Reduciendo:

$$\frac{\sqrt{x^3\sqrt{x^3}}}{\sqrt[3]{x^2\sqrt[3]{x^2}}}$$;obtenemos una expresión

de la forma:

$\sqrt[a^2]{x^{b^2}}$ indicar: "a + b", si: a, b $\in$ IN

A) 12 B) 8 C) 6 D) 7 E) 13

Resolución:

La expresión dada se puede escribir como:

$$\frac{\sqrt{x^3\sqrt{x^3}}}{\sqrt[3]{x^2\sqrt[3]{x^2}}}=\sqrt[a^2]{x^{b^2}}$$

Aplicamos la propiedad:

$$\boxed{\sqrt[n]{A^m\sqrt[p]{A^q}}=A^{\frac{m\times p+q}{n\times p}}}$$

obtenemos:

$$\frac{x^{\frac{3\times 2+3}{2\times 2}}}{x^{\frac{2\times 3+2}{3\times 3}}}=\sqrt[a^2]{x^{b^2}}$$

$\dfrac{x^{9/4}}{x^{8/9}}=\sqrt[a^2]{x^{b^2}}$; por propiedad: $\boxed{\dfrac{A^m}{A^n}=A^{m-n}}$

Obtenemos:

$$x^{\frac{9}{4}-\frac{8}{9}}=x^{\frac{b^2}{a^2}} \Rightarrow x^{\frac{49}{36}}=x^{\frac{b^2}{a^2}}$$

Como las bases son iguales en ecuación, los exponentes también deben ser iguales.

De donde: $\dfrac{49}{36}=\dfrac{b^2}{a^2}$

$$\frac{7^2}{6^2}=\frac{b^2}{a^2} \quad \boxed{b=7} \quad \boxed{a=6}$$

$\therefore$ $\boxed{a+b=6+7=13}$

Rpta. E

Ejercicio 3: Si: $n - m = 1$

Reduzca:

$$T(x)=\sqrt[\sqrt[m]{n^n}]{x^{\sqrt[m]{n}}}$$

A) $\sqrt[n]{x}$ B) $\sqrt[m]{x}$ C) x^m

D) x^n E) x

Resolución:

Aplicando la propiedad: $\boxed{\sqrt[p]{A^q}=A^{\frac{q}{p}}}$

La expresión dada se puede escribir como:

$$T(x)=x^{\frac{\sqrt[m]{n}}{\sqrt[m]{n^n}}}$$; por propiedad:

$$\boxed{\frac{\sqrt[p]{A}}{\sqrt[p]{B}}=\sqrt[p]{\frac{A}{B}}}$$

$$T(x)=x^{\sqrt[m]{\frac{n}{n^n}}}=x^{\sqrt[m]{n^{1-n}}}$$; por dato:

$$\boxed{\begin{array}{l} n-m=1 \\ -m=(1-n) \end{array}}$$

Luego:

$$T(x)=x^{\sqrt[m]{n^{-m}}}=x^{n^{-1}}=x^{\frac{1}{n}}$$

$$\boxed{T(x)=\sqrt[n]{x}}$$

Rpta. A

Ejercicio 4: Efectuar:

$$R=\left[\sqrt[\sqrt{2}]{(4)2^{\sqrt{2}}}\right]^{(\sqrt{2}-1)}$$

A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$

D) $\sqrt[-\sqrt{2}]{2}$ E) $\sqrt{2}/2$

Resolución:

La expresión dada, se puede escribir como:

$$R=\left[\sqrt[\sqrt{2}]{\left(2^2\right)2^{\sqrt{2}}}\right]^{(\sqrt{2}-1)}$$

$$R=\left[2^{2+\sqrt{2}}\right]^{\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right)} \quad \text{Pero: } \boxed{2=\sqrt{2}^{2}}$$

$$R=\left[2^{\sqrt{2}^{2}+\sqrt{2}}\right]^{\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right)}$$

$$R=2^{\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}}}$$

Por diferencia de cuadrados:

$$\boxed{A^2-B^2=(A+B)(A-B)}$$

obtenemos:

$$P=\left[2^{\sqrt{2}^{2}-1}\right]=2^{2-1}=2^{1}=2$$

$$\therefore \boxed{R=2}$$

Rpta. A

Ejercicio 5: Calcular el valor de "**P**"

$$P=\left[2^{\sqrt[-2]{2}}\right]^{\left(\sqrt{2}^{\sqrt{3}}\right)^{\left(27^{\frac{1}{6}}\right)}}$$

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) 4 E) $4\sqrt{2}$

Resolucion:

Para este tipo de problema es recomendable analizarlo de arriba hacia abajo, veamos:

$$27^{\frac{1}{6}}=\left(3^{3}\right)^{\frac{1}{6}}=3^{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$$

El valor obtenido, lo reemplazamos en la expresión dada, obteniendo:

$$P=\left[2^{\sqrt[-2]{2}}\right]^{\left(\sqrt{2}^{\sqrt{3}}\right)^{(\sqrt{3})}}=\left[2^{\sqrt[-2]{2}}\right]^{\sqrt{2}^{3}} \quad ....(\alpha)$$

Por propiedad:

$$\boxed{\sqrt[-2]{2}=\sqrt[2]{2^{-1}}=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}^{-1}}$$

El valor obtenido, lo reemplazamos en (α):

$$P=\left[2^{\sqrt{2}^{-1}}\right]^{\sqrt{2}^{3}}=2^{\sqrt{2}^{-1+3}}=2^{\sqrt{2}^{2}}=2^{2}$$

$$\therefore \boxed{P=4}$$

Rpta. D

Problema 6: Si: $a^a=3$; calcular:

$$Q=\sqrt[a^a-1]{a^{a^{a+1}}}$$

A) $\sqrt{3}$ B) 3 C) $3\sqrt{3}$ D) 3^{-1} E) $\sqrt[3]{3}$

Resolución:

La expresión "Q", se puede escribir como:

$$Q=\sqrt[a^a-1]{a^{a^a\cdot a^1}} \quad ; \text{por dato: } \boxed{a^a=3}$$

Reemplazando en "Q", obtenemos:

$$Q=\sqrt[3-1]{a^{3\cdot a^1}}=\sqrt[2]{a^{3a}}=\sqrt{a^{a\cdot 3}}$$

$$Q=\sqrt{(a^a)^3}; \quad \text{pero: } \boxed{a^a=3}$$

$$Q=\sqrt{3^3}=\sqrt{3^2\cdot 3}=3\sqrt{3}$$

$$\therefore \boxed{Q=3\sqrt{3}}$$

Rpta. C

Ejercicio 7*:* Si: $\frac{a}{c}=\sqrt[4]{2}$ Hallar:

$$M=\frac{\left[(a^3b)^3\cdot c\right]^3}{\left[(c^3b)^3\cdot a\right]^3}$$

A) 2 B) 4 C) 16 D) 32 E) 64

Resolución:

Aplicando la propiedad: $\boxed{(A^m)^n=A^{m\times n}}$; obtenemos:

$$M=\frac{\left[a^9b^3\cdot c\right]^3}{\left[c^9b^3\cdot a\right]^3}=\frac{a^{27}b^9c^3}{c^{27}b^9a^3}$$

$$M=\frac{a^{24}}{c^{24}}=\left(\frac{a}{c}\right)^{24} \quad ; \text{pero: } \frac{a}{c}=\sqrt[4]{2}$$

Luego:

$$M=\left(\sqrt[4]{2}\right)^{24}=2^{6}=64$$

$\therefore$ $\boxed{M=64}$ **Rpta. E**

Ejercicio 8: Si: $A=\sqrt{2}$ $\quad B=\sqrt[\sqrt{2}]{2}$

Expresar "B" en términos de "A"

A) A B) A^A C) $\sqrt{A}$ D) A^{-A} E) 1/A

Resolución:

La expresión "B" por propiedad:

$\boxed{\sqrt[n]{A^m}=A^{\frac{m}{n}}}$; se puede escribir como:

$$B=\sqrt[\sqrt{2}]{2}\ \Rightarrow\ B=2^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\ ;\text{pero}:\ \frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$B=2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\sqrt{2}}\quad ;\text{ pero: } 2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$$

$$B=\left(\sqrt{2}\right)^{\sqrt{2}}\quad ;\text{ por dato: } A=\sqrt{2}$$

$\therefore$ $\boxed{B=A^A}$ **Rpta. B**

Ejercicio 9: Hallar el valor de:

$$R=\frac{\left(2^3\right)^2\times\left(2^4\right)^{-m}}{\left(2^m\right)^{-2^2}\times 2^{2^2}}$$

A) 2 B) 4 C) 1 D) 1/2 E) 1/4

Resolución:

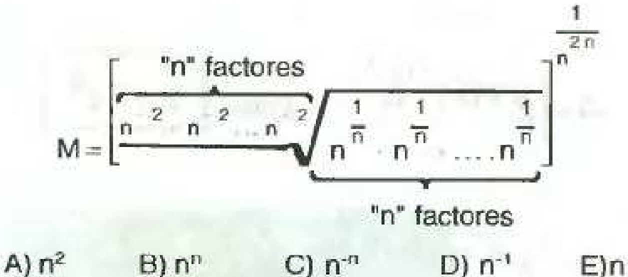
La expresión dada, se puede escribir como:

$$R=\frac{2^6\times 2^{-4m}}{\left(2^m\right)^{-4}\times 2^4}=\frac{2^6\times \cancel{2^{-4m}}}{\cancel{2^{-4m}}\times 2^4}=\frac{2^6}{2^4}$$

$$R=2^{6-4}=2^2=4$$

$\therefore$ $\boxed{R=4}$ **Rpta. B**

Ejercicio 10: Efectuar:



A) n^2 B) n^n C) n^{-n} D) n^{-1} E) n

Resolución:

Sabemos que:

i) $\underbrace{n^{-2}\cdot n^{-2}\cdot\ldots\cdot n^{-2}}_{\text{"n" factores}}=\left(n^{-2}\right)^n=n^{-2n}$

ii) $\underbrace{n^{\frac{1}{n}}\cdot n^{\frac{1}{n}}\cdot\ldots\cdot n^{\frac{1}{n}}}_{\text{"n" factores}}=\left(n^{\frac{1}{n}}\right)^n=n$

Ahora, reemplazamos (i) y (ii) en "M"

$$M=\left[\sqrt[n^{-2n}]{n}\right]^{n^{\frac{1}{2n}}}\ \Rightarrow\ M=\left[\sqrt[n^{2n}]{n}\right]^{n^{\frac{1}{2n}}}=n$$

$\therefore$ $\boxed{M=n}$ **Rpta. E**

Ejercicio 11: Hallar el valor reducido para: "E"

$$E=\frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}\cdot\sqrt{\sqrt[n]{a^{4m+n}}}}{\sqrt[4n]{a^{4m+5n}}}$$

A) a B) $\sqrt{a}$ C) $\sqrt[4]{a}$ D) a^2 E) $a\sqrt{a}$

Resolución:

La expresión dada, se puede escribir como:

$$E=\frac{a^{\frac{n-m}{n}}\cdot a^{\frac{4m+n}{2n}}}{a^{\frac{4m+5n}{4n}}}=\frac{a^{\frac{n-m}{n}+\frac{4m+n}{2n}}}{a^{\frac{4m+5n}{4n}}}$$

Damos común denominador a los exponentes del numerador:

$$E=\frac{a^{\frac{2(n-m)+4m+n}{2n}}}{a^{\frac{4m+5n}{4n}}}=\frac{a^{\frac{3n+2m}{2n}}}{a^{\frac{4m+5n}{4n}}}$$

$$E = a^{\frac{3n+2m}{2n} - \frac{4m+5n}{4n}};$$

damos común denominador al exponente de esta última expresión.

$$E = a^{\frac{2(3n+2m)-4m-5n}{4n}} = a^{\frac{n}{4n}} = a^{\frac{1}{4}}$$

$\therefore$ $\boxed{E = \sqrt[4]{a}}$ **Rpta. C**

Problema 12: Hallar la raíz cuadrada de la expresión "Q"

$$Q = \left[0,0625^{0,125^{-0.25^{-0.5}}}\right]^{2^{-6}}$$

A) 16 B) 32 C) 8 D) 64 E) 26

Resolución:

Sabemos que:

i) $0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

ii) $0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

iii) $0,125 = \frac{125}{1\,000} = \frac{1}{8}$

iv) $0,0625 = \frac{625}{10\,000} = \frac{1}{16}$

Ahora, reemplazamos dichos valores en "Q".

$$Q = \left[\left(\frac{1}{16}\right)^{\left(\frac{1}{8}\right)^{-\left(\frac{1}{4}\right)^{-\left(\frac{1}{2}\right)}}}\right]^{2^{-6}}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

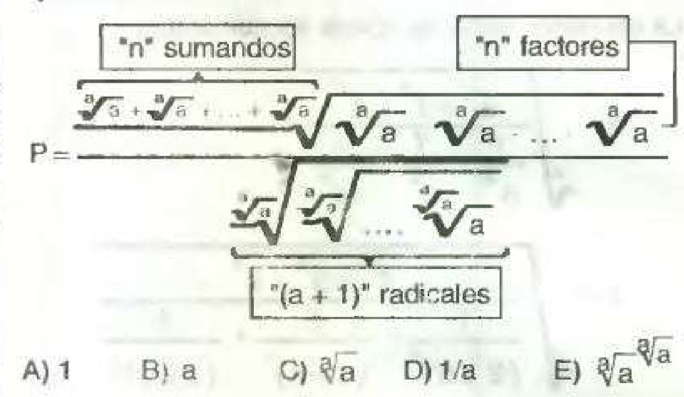
$$Q = \left[\left(\frac{1}{16}\right)^{-\left(\frac{1}{8}\right)^{-2}}\right]^{\frac{1}{2^6}}$$

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{-2} = 8^2 = 64$$

$$Q = \left[\left(\frac{1}{16}\right)^{-64}\right]^{\frac{1}{64}} = \left[(16)^{64}\right]^{\frac{1}{64}} = 16$$

$\therefore$ $\boxed{Q = 16}$ **Rpta. A**

Ejercicio 13: Reducir:



A) 1 B) a C) $\sqrt[a]{a}$ D) 1/a E) $\sqrt[a]{a}^{\sqrt[a]{a}}$

Resolución:

Sabemos que:

i) $\underbrace{\sqrt[a]{a} + \sqrt[a]{a} + \ldots\ldots + \sqrt[a]{a}}_{\text{"n" sumandos}} = n(\sqrt[a]{a})$

ii) $\underbrace{\sqrt[a]{a} \cdot \sqrt[a]{a} \ldots\ldots \sqrt[a]{a}}_{\text{"n" factores}} = (\sqrt[a]{a})^n$

iii) $\underbrace{\sqrt[\sqrt[a]{a}]{\sqrt[\sqrt[a]{a}]{\ldots\ldots \sqrt[\sqrt[a]{a}]{a}}}}_{\text{"(a + 1) radicales}} = \sqrt[(\sqrt[a]{a})^{(a+1)}]{a}$

Ahora, reemplazamos los valores hallados en "P"

$$P = \frac{\sqrt[n(\sqrt[a]{a})]{(\sqrt[a]{a})^n}}{\sqrt[(\sqrt[a]{a})^{(a+1)}]{a}} = \frac{\sqrt[a\sqrt[a]{a}]{a}}{\sqrt[\sqrt[a]{a}^{a}\ \sqrt[a]{a}^{1}]{a}}$$

$$P = \frac{\sqrt[a\sqrt[a]{a}]{a}}{\sqrt[a\sqrt[a]{a}]{a}} = 1$$

$\therefore$ $\boxed{P = 1}$ **Rpta. A**

Ejercicio 14: Calcular el valor reducido de la expresión "N"

$$N = \sqrt[a]{\frac{2^a + 3^a + 4^a}{6^{-a} + 8^{-a} + 12^{-a}}}$$

A) 6 B) 8 C) 12 D) 24 E) 36

Resolución:

La expresión dada, se puede escribir como:

$$N = \sqrt[a]{\frac{2^a + 3^a + 4^a}{\frac{1}{6^a} + \frac{1}{8^a} + \frac{1}{12^a}}}$$

$$N = \sqrt[a]{\frac{2^a + 3^a + 4^a}{\frac{1}{(2\times 3)^a} + \frac{1}{(2\times 4)^a} + \frac{1}{(3\times 4)^a}}}$$

$$N = \sqrt[a]{\frac{2^a + 3^a + 4^a}{\frac{1}{2^a\times 3^a} + \frac{1}{2^a\times 4^a} + \frac{1}{3^a\times 4^a}}}$$

damos común denominador en el denominador de la fracción.

$$N = \sqrt[a]{\frac{2^a + 3^a + 4^a}{\frac{1}{2^a\times 3^a} + \frac{1}{2^a\times 4^a} + \frac{1}{3^a\times 4^a}}}$$

esta expresión se puede escribir como:

$$N = \sqrt[a]{\frac{\left(\frac{2^a + 3^a + 4^a}{1}\right)}{\left(\frac{4^a + 3^a + 2^a}{2^a\times 3^a\times 4^a}\right)}}$$

$$N = \sqrt[a]{\frac{(2^a + 3^a + 4^a)(2^a\times 3^a\times 4^a)}{(4^a + 3^a + 2^a)}}$$

$$N = \sqrt[a]{(2\times 3\times 4)^a} = 24$$

$\therefore$ $\boxed{N = 24}$ **Rpta.D**

Problema 15: Hallar el valor reducido de "A":

$$A = \sqrt[5]{\frac{3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4}}{3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} + 3^{x-4}}}$$

A) 3 B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt[3]{3}$ D) $\sqrt[4]{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Resolución:

La expresión dada, se puede escribir como:

$$A = \sqrt[5]{\frac{3^x\cdot 3^1 + 3^x\cdot 3^2 + 3^x\cdot 3^3 + 3^x\cdot 3^4}{\left(\frac{3^x}{3^1} + \frac{3^x}{3^2} + \frac{3^x}{3^3} + \frac{3^x}{3^4}\right)}}$$

damos común denominador en el denominador de la fracción:

$$A = \sqrt[5]{\frac{3^x\cdot 3^1 + 3^x\cdot 3^2 + 3^x\cdot 3^3 + 3^x\cdot 3^4}{\left(\frac{3^3\cdot 3^x + 3^2\cdot 3^x + 3\cdot 3^x + 3^x}{3^4}\right)}}$$

$$A = \sqrt[5]{\frac{3^4(3^x\cdot 3^1 + 3^x\cdot 3^2 + 3^x\cdot 3^3 + 3^x\cdot 3^4)}{(3^3\cdot 3^x + 3^2\cdot 3^x + 3\cdot 3^x + 3^x)}}$$

factorizamos en el numerador y denominador de la fracción.

$$A = \sqrt[5]{\frac{3^4\cdot 3\cdot 3^x(1+3+3^2+3^3)}{3^x(3^3+3^2+3+1)}} = \sqrt[5]{3^5}$$

$\therefore$ $\boxed{A = 3}$ **Rpta. A**

Ejercicio 16: Halle el valor reducido de:

$$E = \frac{\sqrt[3\sqrt{2}]{2\sqrt{2}}}{\sqrt[\sqrt{2}]{\sqrt{2}}}$$

A) 1 B) 2 C) $\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{2}$

Resolución:

Aplicamos la propiedad: $\boxed{\sqrt[n]{A^m} = \sqrt[nk]{A^{mk}}}$
en denominador obtenemos:

$$E = \frac{\sqrt[3\sqrt{2}]{2\sqrt{2}}}{\sqrt[3\sqrt{2}]{(\sqrt{2})^3}} = \sqrt[3\sqrt{2}]{\frac{2\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^3}}$$

$$E=\sqrt[3\sqrt{2}]{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}^{2}(\sqrt{2})}}=\sqrt[3\sqrt{2}]{\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}}$$

$$E=\sqrt[3\sqrt{2}]{1}=1$$

$\therefore$ $\boxed{E=1}$ **Rpta.A**

Ejercicio 17: Efectuar:

$$R=\frac{(0{,}5)\cdot 8^{n}-2(0{,}125)^{-n}}{(0{,}125)^{1-n}}$$

A) - 32 B) - 16 C) - 24 D) - 12 E)- 18

Resolución:

Sabemos que: $0{,}5=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}=2^{-1}$

$$0{,}125=\frac{125}{1000}=\frac{1}{8}=2^{-3}$$

Reemplazamos los valores hallados en "R"

$$R=\frac{\left(\frac{1}{2}\right)\cdot 2^{3n}-2\left(2^{-3}\right)^{-n}}{\left(2^{-3}\right)^{1-n}}=\frac{\frac{2^{3n}}{2}-2\left(2^{3n}\right)}{2^{3n-3}}$$

$$R=\frac{2^{3n}\left(\frac{1}{2}-2\right)}{\left(\frac{2^{3n}}{2^{3}}\right)}=\frac{2^{3n}\left(-\frac{3}{2}\right)}{2^{3n}\left(\frac{1}{8}\right)}=-\frac{24}{2}$$

$\therefore$ $\boxed{R=-12}$ **Rpta. D**

Ejercicio 18: Si: $m^{m}=m+1$, calcular el valor de:

$$Q=\sqrt[m^{m^{m}}]{(m+1)^{(m+1)}}$$

A) 1 B) m C) m^{-1} D) m + 1 E) m - 1

Resolución:

Reemplazando el valor dado en "Q", obtenemos que:

$$Q=\sqrt[m^{m^{m}}]{(m^{m})^{m^{m}}}=\sqrt[m^{m^{m}}]{m^{m\cdot m^{m}}}$$

$$Q=m^{\frac{m^{1}\cdot m^{m}}{m^{m^{m}}}}=m^{\frac{m^{m+1}}{m^{m^{m}}}}=m^{\frac{m^{m^m}}{m^{m^m}}}$$

$\therefore$ $\boxed{Q=m^{1}=m}$ **Rpta. B**

Ejercicio 19: Reducir:

$$R=\frac{\sqrt[p]{2}^{\,p-2}\cdot 4^{1+4p^{-1}}}{\sqrt[2p]{16}^{\,p+3}}$$

A) 2 B) 4 C) 1/2 D) 1/4 E) 1

Resolución:

La expresión dada se, puede escribir así:

$$R=\frac{2^{\frac{p-2}{p}}\cdot 4^{1+\frac{4}{p}}}{16^{\frac{p+3}{2p}}}=\frac{2^{\frac{p-2}{p}}\cdot 2^{2\left(\frac{p+4}{p}\right)}}{2^{4\left(\frac{p+3}{2p}\right)}}$$

Aplicando la propiedad:

$$\boxed{\frac{A^{m}\cdot A^{n}}{A^{q}}=A^{m+n-q}}$$; obtenemos:

$$R=2^{\frac{p-2}{p}+2\left(\frac{p+4}{p}\right)-2\left(\frac{p+3}{p}\right)}$$

$$R=2^{\frac{p-2+2p+8-2p-6}{p}}$$

$$R=2^{\frac{p}{p}}=2^{1}$$

$\therefore$ $\boxed{R=2}$ **Rpta. A**

Ejercicio 20: Efectuar:

$$E=\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\cdot 2^{\sqrt{2}}\cdot \sqrt[\sqrt{2}]{\sqrt{2}}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}}$$

A) 4 B) $2\sqrt{2}$ C) 16 D) 1 E) 32

Resolución:

$$E=\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\cdot 2^{\sqrt{2}}\cdot \sqrt[\sqrt{2}]{2}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}=\left(\frac{2}{1}\right)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$$

Luego:

$$E=\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\cdot 2^{\sqrt{2}}\cdot \sqrt[\sqrt{2}]{2}\right)^{\sqrt{2}}$$

Aplicamos la propiedad:

$$\boxed{(A^m \cdot A^p \cdot A^q)^n = A^{mn}\cdot A^{pn}\cdot A^{qn}}$$

Obtenemos:

$$E=\sqrt{2}^{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}\cdot 2^{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}\cdot \sqrt[\sqrt{2}]{2}^{\sqrt{2}};$$

pero: $\boxed{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{2}^2=2}$

$$E=\sqrt{2}^2\cdot 2^2\cdot 2=2\cdot 4\cdot 2=16$$

$\therefore$ $\boxed{E=16}$ **Rpta. C**

PROBLEMAS PROPUESTOS

Ejercicio 1: hallar el valor de "M":

$$M=\left[\frac{2^{a+2}}{2^b}\right]:\left[\frac{2^a}{2^{b+2}}\right]$$

A) 2 B) 2^2 C) 2^4 D) 2^6 E) 2^8

Ejercicio 2: Calcular:

$$z=(2)^{\frac{1}{7}}\cdot(9)^{\frac{2}{7}}\cdot\left(2+\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{7}}\cdot\left(4+\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{7}}$$

A) 3/4 B) 2/3 C) 2/9 D) 9/4 E) 9/2

Ejercicio 3: Calcular:

$$T=\sqrt[3]{\sqrt{\left[(-2)^3\right]^2\cdot\sqrt[4]{\left(4^3\right)^2}}\cdot\sqrt[-4]{4}}$$

A) 1 B) –2 C) –4 D) 4 E) 2

Ejercicio 4: Simplificar:

$$\sqrt[a-b]{\frac{xy}{\sqrt[b]{(xy)^a}}}\cdot\sqrt[b-1]{\frac{xy^b}{\sqrt[b]{xy}}}$$

A) x B) y C) xy D) x/y E) 1

Ejercicio 5: Reducir:

$$P=\left[\sqrt[6]{\frac{x^5\sqrt[8]{x^3}}{x^3\cdot\sqrt[4]{x}}}\right]\cdot\sqrt{\sqrt{\sqrt[4]{\underbrace{x^5\cdot x^5\cdot x^5\cdot\ldots\cdot x^5}_{\text{9 factores}}}}}$$

A) $x^3\cdot\sqrt[5]{x^3}$ B) $x^5\cdot\sqrt[3]{x}$ C) x^{2^4}

D) $x^2\cdot\sqrt[4]{x^3}$ E) $x^3\cdot\sqrt[6]{x}$

Ejercicio 6: Calcular:

$$T=\sqrt{2^{\sqrt{2}}\sqrt{2^{\sqrt{2}}\cdot\sqrt[\sqrt{2}]{16}}}$$

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) $\sqrt{2}$

Ejercicio 7:

$$Q=\left(\sqrt[a]{a^b x}\cdot\sqrt[b]{\left(a^2+b^2\right)^a}\right)^b$$

Si: $a=a^2+b^2$

A) a B) b C) a^b D) ab E) a/b

Ejercicio 8: Simplificar:

$$R=\left[-5^{-4^{-3^{-2^{-1}}}}\right]^{\sqrt[3]{8\sqrt{4^{\sqrt{12}}}}}$$

A) - 5 B) 0,2 C) 25 D) 0,4 E) 0,04

Ejercicio 9: Si:

$$A=\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}+\left(\frac{16}{121}\right)^{-\frac{1}{2}}+\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^{2^{-1}}$$

Entonces el valor de:

$$\left(\frac{2A-5}{A+1}\right)^{\frac{1}{3}};\ \text{es}:$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Ejercicio 10: Si:

$$a=\sqrt[-2\sqrt{2}]{5^{\frac{2}{\sqrt{2}}}}$$

Calcular el valor de: $J=(0,1)^{\frac{a}{25}}$

A) 0,000 1 B) 0,001 C) 0,1
D) 1 000 E) 100 000

Ejercicio 11: De las siguientes proposiciones cuales no son falsas:

i) $\sqrt[\sqrt{5}]{5^{\frac{\sqrt{5}}{5}}}=5$

ii) $\sqrt[\sqrt{2}]{2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}}=4^{\frac{1}{4}}$

iii) $\sqrt[\sqrt{2}]{2^{\frac{2}{\sqrt{2}}}}=2$

A) Sólo (i) B) Sólo (ii) C) Sólo (iii)
D) i y ii E) i y iii

Ejercicio 12: Reducir:

$$E=\left[9\cdot\left(\sqrt[k]{3}\right)^{k-12}\cdot\left(\sqrt[k]{27}\right)^{k+4}\right]^{-\frac{1}{3}}$$

A) 1 B) 0,3 C) 0,1 D) 0,037 E) 0,012

Ejercicio 13: Si: $a=\sqrt{7}$; Hallar el valor de:

$$S=(7)^{mn}\left(\sqrt{7}\right)^{mn-1}\cdot(49)^{\frac{mn}{4}+\frac{5}{4}}$$

A) a • B) a^2 C) a^3 D) a^4 E) a^5

Ejercicio 14.- Simplificar:

$$M=\sqrt[a+1]{a^{a^2}\cdot\sqrt[a-1]{a}\sqrt{a\sqrt[a-1]{a^a}}}$$

A) a B) a^{a+1} C) a^a
D) a^{a-1} E) $\sqrt[a^2-1]{a}$

Ejercicio 15:

$$A=\sqrt{\frac{5\cdot 4^{n-1}}{2^{2n-2}+4^{n-2}}}$$

A) 2 B) 1/2 C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{2}/2$ E) 1

Ejercicio 16: Reducir:

$$B=\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^{-\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}}-(4)^{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}}+1}$$

A) 23 B) 27 C) 31 D) 35 E) 37

Ejercicio 17: Hallar el valor reducido de "F":

$$F=(0,1)^{-1}\cdot(0,3)\cdot(0,5)^{-2}\cdot(0,25)^{\frac{1}{2}}$$

A) 12 B) 6 C) 3 D) 1 E) 1/2

Ejercicio 18: Reducir:

$$G=\left[\sqrt[9]{\frac{\overbrace{\sqrt[7]{x^2}\cdot\sqrt[7]{x^2}\cdots\sqrt[7]{x^2}}^{140\text{ veces}}}{\sqrt[4]{(\underbrace{\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}\cdots\sqrt{x}}_{328\text{ veces}})^{-1}}}}\right]^{3^{-2}}$$

A) 1 B) $\sqrt[7]{x}$ C) x^3 D) x E) x^{-1}

Ejercicio 19: Señale el exponente de "H" después de efectuar la multiplicación:

$$H=\sqrt[x^x]{A^{x^{2x}}}\cdot\sqrt[x^{2x}]{A^{x^{3x}}}\cdot\sqrt[x^{4x}]{A^{x^{5x}}}$$

Siendo "A" una variable.

A) $2x^x$ B) $4x^x$ C) $3x^x$ D) x^x E) 3

Ejercicio 20: Reducir:

$$M=\frac{\underbrace{a^{2}\cdot a^{2}\cdot a^{2}\cdots a^{2}}_{\text{"m" veces}}\!\!\!\sqrt{\underbrace{\left(a^{2a^{2m}}\right)\cdot\left(a^{2a^{2m}}\right)\cdots}_{\text{"m" veces}}}}{\underbrace{\left(\frac{1}{a}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{1}{a}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{1}{a}\right)^{-1}\cdots\left(\frac{1}{a}\right)^{-1}}_{\text{"m" veces}}}$$

A) 1 B) a C) a^m D) a^{ma} E) a^{a^m}

Ejercicio 21: Al efectuar:

i) $\sqrt[3]{x^2\sqrt[3]{x^2}}$; resulta :...

ii) $\sqrt[n-2]{\dfrac{(9x^2)^{n-1}}{\sqrt[n]{3x}^{\,-1}}}$; resulta :...

iii) $\dfrac{\sqrt[3]{x^5\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3.5]{x}^{\,-1}}$; resulta :...

Luego, después de multiplicarlas todas, es:

A) 3x B) $9x^2$ C) $8x^2$ D) x^2 E) $3x^2$

Ejercicio 22: Reducir:

$$R=\sqrt[a^{2a}]{\sqrt[a^a+b]{a^{a^{4a}}}\cdot\sqrt[a^a]{\sqrt[a^a+b]{a^{b\cdot a^{4a}}}}}$$

A) a^{b^a} B) $\left(a^{a^a}\right)^b$ C) a^a

D) $a^{a^{2a}}$ E) a^{a^a}

Ejercicio 23: Reducir:

$$M=\frac{(0{,}5)^{n-1}\cdot(2)^{n+1}}{(0{,}25)^{n+2}\cdot(4)^{n-2}}$$

A) 0,16 B) 32 C) 1024 D) 0,64 E) 64

Ejercicio 24: Efectuar:

$$E=\frac{\sqrt[\frac{3}{m}]{(32)^{-9}\ \sqrt[1\frac{1}{3}]{4^2}}}{(0{,}125)^{5m}}$$

A) 2^m B) 8 C) 2^{2m} D) 1 E) 1/2

Ejercicio 25: Calcular:

$$Q=\left(\frac{1}{3}\right)^{-\left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{-\left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}}}$$

A) 3 B) 9 C) 1/3 D) 1/9 E) 27

Ejercicio 26: Si: $p=\sqrt[n-1]{n}$;

halle el equivalente de: $T=\sqrt[n^p]{n}\cdot\dfrac{1}{\sqrt[-n^p]{p}}$

A) $\sqrt[n]{n}$ B) n^n C) $\sqrt[p]{p}$

D) p^p E) p

Ejercicio 27: Señale el exponente de "x" obtenido al reducir:

$$Q(x)=\left[\frac{x^{n^{2n}}}{x^{n^{n}}}\right]^{n^{-n}}$$

A) 1 B) n C) n^n

D) n^n+1 E) n^n-1

Ejercicio 28: Ordenar en forma decreciente:

$A=1^{2^{3^4}}$ $B=2^{3^{1^4}}$ $C=3^{1^{4^2}}$

$D=4^{3^{2^1}}$ $E=4^{1^{3^2}}$

A) B, E, D, C, A B) A, D, B, C, E

C) B, D, C, E, A D) D, E, B, C, A

E) D, B, E, C, A

Ejercicio 29: Efectuar:

$$S=2^{-2}(-2)^2-2^{-2}(-2)^{-2}$$

A) 0 B) 1 C) 4

D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{15}{16}$

Ejercicio 30:

$$F=\frac{\sqrt[13]{\sqrt[12]{\sqrt[13]{13\sqrt[12]{13}}}}}{\sqrt[12]{\sqrt[13]{\sqrt[12]{13}}}}$$

A) $\sqrt[12]{13}$ B) 13 C) 1

D) $\sqrt[12]{13}^{\sqrt[12]{13}}$ E) $\sqrt[12]{12}$

Ejercicio 31: Reducir:

$$E=\sqrt[(\sqrt{2}-1)^{-12}]{2^{(\sqrt{2}+1)^{11}}}\cdot\sqrt[\sqrt{2}]{0,25}$$

A) 0,25 B) 2 C) 4 D) 0,5 E) 1

Ejercicio 32: Simplificar:

$$R=\left[\frac{\left(ab^{-1}\right)^{b}}{\left(a^{-1}b\right)^{a}}\right]^{\frac{a}{ab+b^{2}}}\cdot\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{a}{b}}$$

A) R = 0 B) R = 1 C) R = 2
D) R = a/b E) R = b/a

Ejercicio 33: Si:

$$\sqrt{x\sqrt[-2]{y\sqrt[3]{xy^{2}}}}=z$$

determinar el valor de T: $T=\dfrac{2x}{yz^{2,4}}$

A) 2 B) 1 C) 0,2 D) 0,5 E) 0,4

Ejercicio 34: Ordenar las siguientes expresiones en forma ascendente:

$$M=\left(\left(a^{3}\right)^{2}\right)^{\sqrt{2}}\quad;\quad C=\left(a^{3}\right)^{\sqrt{2}^{2}}$$

$$N=(a)^{\sqrt{2}^{2^{3}}}\text{ ; Sabiendo que: } a\in Z^{+}$$

A) M,C,N B) M,N,C C) C,N,M.
D) C,M,N E) N,C,M

Ejercicio 35: Al reducir:

$$M=\sqrt[18]{10^{9}\cdot\sqrt[10^{-2}]{(0,1)^{0,01}\cdot(10)^{0,1}}}$$

se obtiene:

A) $M = 10^{10}$ B) $M = 10^{9}$ C) $M = 10$
D) $M = 10^{-10}$ E) $M = 10^{-1}$

Ejercicio 36: Reducir:

$$S=\frac{3\sqrt[2^{n}-2]{2^{2^{n}+2}}+\sqrt[2^{n+1}-4]{16^{2^{n}}}}{\sqrt[2^{n}-2]{2^{2^{n}+2}}}$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Ejercicio 37: Simplificar:

$$P=\sqrt[a]{\frac{a^{-2}\cdot(-2a)^{-a}}{(-a)^{-a-2}}}$$

A) –1 B) -1/2 C) –4 D) 1/2 E) $\sqrt[a]{2}$

Ejercicio 38: Calcule el valor de:

$$Q=\left[\sqrt[x^{3}+8]{\frac{2^{x^{2}+3x+4}}{\sqrt[x]{32^{x^{2}}}}}\right]^{(x+2)}$$

A) 1 B) 2 C) 4 D) $\sqrt{2}$ E) 8

Problema 39: Si: $a^{a} = 2^{-2}$

Hallar el valor de:

$$E=a^{-5a/2}$$

A) 2 B) 8 C) 16 D) 32 E) N.A

Problema 40: Reducir la siguiente expresión:

$$M=\sqrt[mn]{\frac{2^{mn}+3^{mn}+4^{mn}}{6^{-mn}+8^{-mn}+12^{-mn}}}$$

A) 6 B) 8 C) 12 D) 24 E) 36

Problema 41: Si: $a^{a} = b^{b}$ y $a = bx$

Calcular el valor de:

$$R=\sqrt[b]{b^{1-x}}$$

A) 1/x B) $\sqrt[x]{x}$ C) x^{-x} D) x E) $\sqrt[-x]{x}$

Problema 42: Efectuar:

$$P = \sqrt[n]{\frac{36\,(3^{8n})}{27^{2n+1} + 9^{3n+1}}}$$

A) 9 B) $\sqrt[n]{9}$ C) 3 D) $\sqrt[n]{3}$ E) $\sqrt{3}$

Problema 43: Simplifique:

$$R = m^{-m^m} \cdot \left(\sqrt[1-m^{-1}]{\left(m^{m^{-2}} \right)^{m-1}} \right)^{m^{m+1}}$$

para: m ± 0

A) m^o B) m C) m^{-m} D) m^m E) m^{m^m}

Problema 44: Reducir:

$$\left(3^{27}\right)^{3^7} : 3$$

A) 3 B) 1/9 C) 1/3 D) 1 E) 9

Problema 45: Reducir:

$$\sqrt[(\sqrt{2}-1)]{2^{(\sqrt{2}+1)^{11}}} \cdot \sqrt[\sqrt{2}]{0,25}$$

A) 0,25 B) 2 C) 4 D) 0,5 E) 1

Problema 46: Si: $a^a = a + 1$; reducir:

$$Q = \sqrt[a^{a^a}]{(a+1)^{a+1}}$$

A) Q = 1 B) Q = a C) $Q = a^{-1}$
D) Q = a + 1 E) Q = a - 1

Problema 47: Cálcular el valor de:

$$[(0,125)\cdot 4]^{\sqrt[8]{2}(0,25)^{(0,0625)}}$$

A) 0,125 B) 2 C) 0,0625 D) 1 E) 0,5

Problema 48: Simplificar:

$$T = \sqrt[4]{\frac{1+81^m}{1+81^{-m}}}$$

A) 81^m B) -81^m C) 3^m D) -3^m E) 1

Problema 49: Reducir:

$$K = \sqrt[2^{2^2}]{\sqrt[4^{4^4}]{16^{16^{16}}}}$$

A) $2^{2^{28}}$ B) $2^{2^{30}}$ C) $2^{2^{32}}$
D) $2^{2^{34}}$ E) $2^{2^{36}}$

Problema 50: Calcular: $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{a+b}$

Conociendo que:
i) $2^{a+b} = 6^b$
ii) $3^a = 3\,(2^{b+1})$

A) 3 B) 1/6 C) 6
D) 216 E) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

CLAVE DE RESPUESTAS

1. C	14. C	27. E	40. D
2. E	15. A	28. E	41. D
3. E	16. C	29. E	42. A
4. B	17. B	30. C	43. A
5. E	18. D	31. D	44. B
6. C	19. C	32. B	45. D
7. A	20. C	33. A	46. B
8. E	21. E	34. D	47. E
9. B	22. E	35. A	48. C
10. C	23. C	36. E	49. D
11. E	24. A	37. D	50. B
12. C	25. E	38. B	
13. D	26. C	39. D	

SUCESIONES Y PROGRESIONES 5

- **Sucesión:**

Denominaremos así, a todo conjunto de elementos, al cual se de puede asignar un orden determinado, o dicho de otra forma, cuyos elementos obedecen a una **Ley de Formación**, a esta ley también se le sabe llamar **Fórmula de Recurrencia.**

Ejemplo 1: Sea la fórmula de recurrencia:

$$a_n = 2n + 3$$

La sucesión que da origen será:

$$S_n = \{a_n / a_n = 2n + 3;\ n \in \mathbb{N}\}$$

Luego, podemos conocer, algunos elementos de la sucesión, veamos:

para: $n = 1 \rightarrow a_1 = 2(1) + 3 \rightarrow a_1 = \boxed{5}$ Primer Término

para: $n = 2 \rightarrow a_2 = 2(2) + 3 \rightarrow a_2 = \boxed{7}$ Segundo Término

para: $n = 3 \rightarrow a_3 = 2(3) + 3 \rightarrow a_3 = \boxed{9}$ Tercer Término

para: $n = 4 \rightarrow a_4 = 2(4) + 3 \rightarrow a_4 = \boxed{11}$ Cuarto Término

⋮

para: $n = n \rightarrow a_n = 2(n) + 3 \rightarrow a_n = \boxed{2n+3}$ n-ésimo Término

$$\therefore\ S_n = \{5, 7, 9, 11, \ldots, (2n + 3)\}$$

Recuerda que:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots, n\}$$

Ejemplo 2: Sea la Fórmula de Recurrencia:

$$a_n = \frac{n^2+1}{2n^3-1}$$

La sucesión que da origen será:

$$S_n = \left\{ a_n \Big/ a_n = \frac{n^2+1}{2n^3-1};\ n \in \mathbb{N} \right\}$$

Luego, podemos conocer, algunos elementos de la sucesión, veamos:

para: $n = 1 \rightarrow a_1 = \frac{1^2+1}{2(1)^3-1} \rightarrow a_1 = \boxed{\frac{2}{1}}$ Primer Término

para: $n = 2 \rightarrow a_2 = \frac{2^2+1}{2(2)^3-1} \rightarrow a_2 = \boxed{\frac{5}{15}}$ Segundo Término

para: $n = 3 \rightarrow a_3 = \frac{3^2+1}{2(3)^3-1} \rightarrow a_3 = \boxed{\frac{10}{53}}$ Tercer Término

⋮

para: $n = n \rightarrow a_n = \frac{n^2+1}{2(n)^3-1} \rightarrow a_n = \boxed{\frac{n^2+1}{2n^3-1}}$ n-ésimo Término

$$\therefore\ S_n = \left\{ \frac{2}{1}; \frac{5}{15}; \frac{10}{53}; \ldots\ldots; \frac{n^2+1}{2n^3-1} \right\}$$

Ejercicios Resueltos

Ejercicio 1: Escribir el término general de la sucesión: $\frac{1}{2}; \frac{4}{5}; \frac{9}{10}; \frac{16}{17}; \ldots\ldots$

Resolución:

La sucesión se puede escribir así:

$$\frac{1^2}{1^2+1}; \frac{2^2}{2^2+1}; \frac{3^2}{3^2+1}; \frac{4^2}{4^2+1}; \ldots\ldots$$

Como se observará todos los términos de la sucesión son fracciones cuyos numeradores

son siempre cuadrados perfectos y cuyos denominadores son una unidad, más que el numerador correspondiente. Se ve además, que la base de cada cuadrado coincide con el lugar que ocupa cada término de la sucesión.

Luego:

$$\frac{1^2}{1^2+1};\frac{2^2}{2^2+1};\frac{3^2}{3^2+1};\frac{4^2}{4^2+1};.............;\frac{n^2}{n^2+1}$$

∴ El Término General o n-ésimo será: $\dfrac{n^2}{n^2+1}$

Ejercicio 2: Escribe el término general de la sucesión : $\frac{1}{4};\frac{2}{5};\frac{3}{6};\frac{4}{7};..................$

Resolución:

La sucesión puede escribirse así:

$$\frac{1}{1+3};\frac{2}{2+3};\frac{3}{3+3};\frac{4}{4+3};.............$$

Como se observará todos los términos de la sucesión son fracciones cuyos denominadores se diferencian de los numeradores en 3 unidades.

Luego:

$$\frac{1}{1+3};\frac{2}{2+3};\frac{3}{3+3};\frac{4}{4+3};.............;\frac{n}{n+3}$$

∴ El Término General o n-ésimo será: $\dfrac{n}{n+3}$

Ejercicio 3: El término general de una sucesión es: $2n^2 - 18$

a) Escribe el término de lugar 13 y el de lugar 21.

b) ¿Es nulo algún término de esta sucesión?

Resolución:

a) Para hallar el término de lugar 13, reemplazamos por el valor de n = 13, en la expresión: $2n^2 - 18$, obteniendo:

$S_{13} = 2\,(13)^2 - 18 \Rightarrow S_{13} = 2\,(169) - 18 = 320$

∴ El término de lugar 13 es: 320

* De igual manera, para hallar el término de lugar 21, reemplazamos el valor de n = 21, en la expresión: $2n^2 - 18$, obteniendo:

$S_{21} = 2\,(21)^2 - 18 \Rightarrow S_{21} = 2\,(441) - 18 = 864$

∴ El término de lugar 21 es: 864

b) Para determinar si existe algún término nulo se establece la ecuación:

$2n^2 - 18 = 0 \Rightarrow 2n^2 = 18$

$n^2 = 9$

De donde: $n = \pm\sqrt{9} \Rightarrow \boxed{n = \pm 3}$

Observación:

Sólo se tomará el valor positivo, puesto que estamos trabajando con números enteros positivos.

Por lo tanto el término que se anula es el tercero ya que n = 3; veamos:

Para: n = **1** ; el término de la sucesión es:

$2\,(\mathbf{1})^2 - 18 = -16$

Para: n = **2** ; el término de la sucesión es:

$2\,(\mathbf{2})^2 - 18 = -10$

Para: n = **3** ; el término de la sucesión es:

$2\,(\mathbf{3})^2 - 18 = 0$ (se anula)

∴ El Término Nulo de la Sucesión: $2n^2 - 18$, es el tercero.

Ejercicio 4: Hallar el Término General de la Sucesión: $\frac{1}{4};\frac{4}{7};\frac{9}{12};\frac{16}{19};..................$

y calcular el término de lugar 20.

Resolución:

La sucesión puede escribirse así:

$$\frac{1^2}{1^2+3};\frac{2^2}{2^2+3};\frac{3^2}{3^2+3};\frac{4^2}{4^2+3};\ldots\ldots$$

Como se observará todos los términos de la sucesión son fracciones, cuyos numeradores son cuadrados perfectos y cuyos denominadores son 3 unidades más que sus numeradores respectivos.

Luego:

$$\frac{1^2}{1^2+3};\frac{2^2}{2^2+3};\frac{3^2}{3^2+3};\frac{4^2}{4^2+3};\ldots\ldots;\frac{n^2}{n^2+3}$$

Donde:

El Término General o n-ésimo es: $\frac{n^2}{n^2+3}$

Ahora, calculamos el término de lugar 20, veamos:

Para: n = 20 ⇨ $\frac{n^2}{n^2+3}=\frac{20^2}{20^2+3}=\frac{400}{403}$

∴ El término de lugar 20 en la sucesión: $\frac{n^2}{n^2+3}$ es $\frac{400}{403}$

- **Progresiones:**

A. ***Progresión Aritmética (P.A).-*** Es una sucesión de números que se caracteriza por ser cualquier término de ella excepto el primero, igual al anterior aumentada en una cantidad constante llamada **Razón de la Progresión.** También se le denomina **Progesión por Diferencia.**

Ejemplo 1: La sucesión: 3; 7; 11; 15;........ es una progresión aritmética cuya razón es 4.

* La razón se halla restando el 2º menos el 1º; 3º menos el 2º; 4º menos el 3º y así sucesivamente, veamos:

Sucesión: 3; 7; 11; 15;.....

Razón: 7 - 3 = 11 - 7 = 15 - 11 = 4
(Diferencia Común)

Ejemplo 2: La sucesión: 8; 4; 0; -4;...... es una progresión aritmética cuya razón es -4, veamos:

Sucesión: 8; 4; 0; -4;.....

Razón: 4 - 8 = 0 - 4 = -4 - 0 = -4
(Diferencia Común)

> ***Observación:***
>
> *Si la diferencia es Positiva la progresión es Creciente, como en el ejemplo 1, por el contrario, si la diferencia es Negativa, la progresión es Decreciente como en el ejemplo 2.*

La Progresión Aritmética se suele representar de la forma siguiente:

$\div\ a_1; a_2; a_3; a_4;\ \ldots\ldots\ldots\ ;\ a_n$ ó también:

$\div\ a_1; (a_1+r); (a_1+2r); (a_1+3r);\ldots\ldots(a_1+(n-1)r)$

Donde:

- $\div$ → Inicio de la progresión Aritmética (P.A)
- a_1 → Primer término
- a_n → Término enésimo
- r → Razón

- ***Clases de Progesiones:***

Hay 2 clases de progresiones:

I) Progresión Aritmética Creciente; si: $r > 0$

II) Progresión Aritmética Decreciente; si: $r < 0$

Forma Abstracta de obtener la fórmula del término n-ésimo ⇨ - De acuerdo a la definición de Progresión Aritmética se obtienen las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned} a_2 &= a_1 + r\\ a_3 &= a_2 + r\\ a_4 &= a_3 + r\\ a_5 &= a_4 + r\\ &\vdots\\ a_{n-1} &= a_{n-2} + r\\ a_n &= a_{n-1} + r \end{aligned}$$

; Pues hay (n - 1) igualdades porque se empieza por a_2 y termina en a_n.

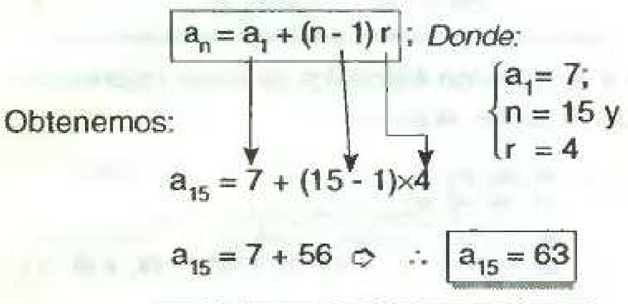
ΣM.A.M: $a_n = a_1 + (n-1)r$ .... (1)

> ***Por tanto:***
> *Un término cualquiera de una progresión aritmética se obtiene sumando a su primer término el producto de la diferencia por el número de términos que le preceden.*

Ejemplo 1: Hallar el término 15 de la progresión: ÷ 7; 11; 15;.........

Resolución:

La razón de la progresión es 4. Aplicando la fórmula **(1)**.



$a_n = a_1 + (n-1)r$; *Donde:* $\begin{cases} a_1 = 7; \\ n = 15 \text{ y} \\ r = 4 \end{cases}$

Obtenemos:

$a_{15} = 7 + (15-1)\times 4$

$a_{15} = 7 + 56 \Rightarrow \therefore \boxed{a_{15} = 63}$

Rpta. El término de lugar 15 en la progresión es 63.

Ejemplo 2: Se sabe que una progresión aritmética el término que ocupa el lugar 12 es 24 y que la razón es 2. Hallar el primer término de la progresión.

Resolución:

Los datos son: $a_{12} = 24$; $r = 2$
Incógnita: $a_1 = ?$

Aplicando la fórmula **(1)**:

$a_n = a_1 + (n-1)r$; se obtiene

$a_{12} = a_1 + (12-1)\times 2$

$24 = a_1 + 11\times 2 \Rightarrow \therefore \boxed{a_1 = 2}$

Rpta. El primer término de la progresión es 2.

Ejemplo 3: Se desea saber el número de múltiplos de 5 que hay entre 9 y 308.

Resolución:

De acuerdo al enunciado, la progresión aritmética; tiene la siguiente forma:

$\boxed{9}; \underbrace{a_1; a_2; a_3; \ldots\ldots\ldots; a_n}_{\text{Progresión Aritmética}}; \boxed{308}$

1º) Hallamos el primer término de la progresión siendo este multiplo de 5 y mayor que 9; pues el valor que tomaría a_1 es 10 ya que es el más cercano al 9 y es múltiplo de 5.

Entonces: $\boxed{a_1 = 10}$

2º) Sabemos que los multiplos de 5 aumentan de 5 en 5, siendo la razón de la progresión 5; $\boxed{r = 5}$

3º) Hallamos el n-ésimo término, es decir el múltiplo de 5 menor que 308, siendo el más cercano el número 305; pues 305 si es múltiplo de 5.

Entonces: $\boxed{a_n = 305}$

4º) Ahora, hallamos el lugar que ocupa el número 305 en la progresión, veamos:

De la fórmula **(1)**:

$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)r}$

$305 = 10 + (n-1)\times 5;$

Sacamos quinta a cada término.

$61 = 2 + (n-1)$

$59 = n - 1 \Rightarrow \therefore \boxed{n = 60}$

Rpta. El número de múltiplos de 5 que hay entre 9 y 308 es: 60.

Ejemplo 4: ¿Cuántos números impares hay desde 19 hasta 271?

Resolución:

De acuerdo al enunciado, la progresión aritmética tiene la siguiente forma:

$\boxed{19}$;...............................; $\boxed{271}$

a_1 ; ; a_n

Observación:

Para este tipo de problema cuando nos mencionan las palabras ***desde - hasta****, es porque se van a tomar los números extremos.*

Ahora, decimos que la razón es 2; ya que el problema nos habla de números impares y sabemos que los números impares consecutivos se diferencian en 2 unidades (r = 2).

De la fórmula **(1)**.

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)r}$$

Obtenemos:

$$271 = 19 + (n-1)\times 2$$

$$252 = (n-1)\times 2$$

$$126 = n - 1 \Rightarrow \therefore \boxed{n = 127}$$

Rpta. Los números impares que hay desde 19 hasta 271 son: 127 números.

Ejemplo 5: En la siguiente progresión aritmética:

$\div$ (a - 4); (a - 1); (a + 2); ....;

hay 41 términos. Hallar el último término.

Resolución:

En primer lugar, calculamos la razón de dicha progresión, restando el 2º término menos el 1º término; osea:

$$r = (a-1) - (a-4) \Rightarrow \boxed{r = 3}$$

Además sabemos que: $\begin{cases} a_1 = (a-4) \\ n = 41 \text{ términos} \end{cases}$

De la fórmula **(1)**: $\boxed{a_n = a_1 + (n-1)\,r}$

Obtenemos: $a_n = (a-4) + (41-1)\times 3$

$$\therefore \boxed{a_n = a + 116}$$

Rpta. El último término de la progresión es: (a + 116)

Ejemplo 6: La suma de los dos primeros términos de una progresión aritmética es la solución de la ecuación: $x^2 + 6x - 55 = 0$, siendo el quinto término 13; hallar la razón.

Resolución:

- En primer lugar, hallamos la solución positiva de la ecuación: $x^2 + 6x - 55 = 0$; resolviendo dicha ecuación, obtenemos:

$$x^2 + 6x - 55 = 0$$

$$\begin{matrix} x & +11 \\ x & -5 \end{matrix}$$

Donde:

$$(x+11)(x-5) = 0$$

Igualamos cada factor a cero.

i) $x + 11 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -11}$

ii) $x - 5 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 5}$

De las dos soluciones (valores que toma "x"), sólo tomamos el positivo osea: x = 5

- En segundo lugar representamos la progresión aritmética así:

a; (a + r); (a + 2r); (a + 3r); (a + 4r);......

Del enunciado:

*) $a + (a + r) = 5 \Rightarrow 2a + r = 5$ ..... (α)

**) $a + 4r = 13 \Rightarrow a = 13 - 4r$ ..... (β)

Reemplazamos (β) en (α):

$$2(13 - 4r) + r = 5$$

$$26 - 7r = 5 \Rightarrow \boxed{r = 3}$$ ***Rpta.***

- ***Interpolación de Medios Aritméticos o Medios Diferenciales:***

En la fórmula del término n-ésimo que reproducimos aquí:

$a_n = a_1 + (n - 1)r$ .....**(1)** ;

intervienen cuatro números:

a_n = último término,
a_1 = primer término
n = número de términos y
r = razón o diferencia común

y es claro que, conocidos tres de ellos, se puede hallar el cuarto, por ejemplo:

$a_1 = a_n - (n - 1)r$ ...... **(2)**

$n = 1 + \dfrac{a_n - a_1}{r}$ ...... **(3)**

y finalmente: $r = \dfrac{a_n - a_1}{n - 1}$ ...... **(4)**

De estas fórmulas la (4), es la que nos permite resolver el problema de la **"Interpolación de Medios Diferenciales"**. Expliquemos en que consiste esto.

Dados dos números, nos pueden pedir que intercalemos entre ellos otros varios, **de manera que todos formen una progresión aritmética;** a esta operación se le llama **"Interpolación de Medios Diferenciales"**.

El problema de la Interpolación de Medios Diferenciales (o medios aritméticos como también se les llama) se resuelve simplemente aplicando la fórmula (4); pues una vez conocida la diferencia "r", basta ir sumándola sucesivamente para ir obteniendo los términos que forman la progresión.

Ejemplo 1: Interpolar 4 medios diferenciales (o aritméticos) entre los números 3 y 28.

Resolución:

En este caso:

$a_1 = 3$ *(primer término de la progresión)*

n = 6 términos *(pues hay que contar los 2 términos dados que se llaman extremos, y los 4 que pidan intercalar).*

Además:

$a_6 = 28$ *(último término de la progresión)*

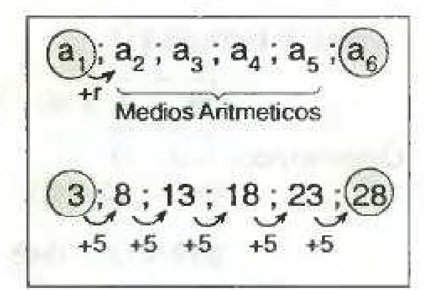
Aplicando la fórmula **(4)**:

$r = \dfrac{a_n - a_1}{n - 1}$; se obtiene:

$$r = \frac{a_6 - a_1}{6 - 1} = \frac{28 - 3}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

$\therefore$ $r = 5$

(Conocido la razón, r = 5, la progresión aritmética se forma inmediatamente, partiendo de "a_1" y de "r", veamos)



Luego:

Los cuatro medios aritméticos pedidos son los que se van entre los extremos dados 3 y 28.

Rpta. Los 4 medios diferenciales (o artiméticos entre los números 3 y 28 son: 8; 13; 18 y 23)

Ejemplo 2: Interpolar 3 medios aritméticos entre 4 y 44.

Resolución:

En este caso:

$a_1 = 4$ *(primer término de la progresión).*

n = 5 términos *(pues se han contado los términos extremos más los 3 términos que nos piden intercalar.)*

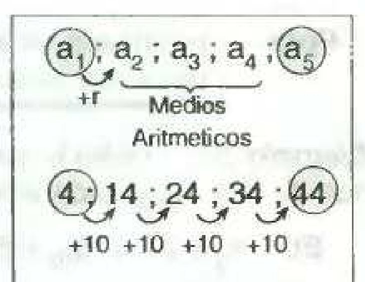
$a_5 = 44$ (último término de la progresión)

De la fórmula **(4)**:

$$r=\frac{a_n-a_1}{n-1}=\frac{a_5-a_1}{5-1}=\frac{44-4}{4}=10$$

$\therefore$ $\boxed{r=10}$

(Conocido la razón, r = 10, la progresión aritmética se forma inmediatamente, partiendo de "a_1" y de "r", veamos)



Rpta. Los tres medios aritméticos entre 4 y 44 son: 14; 24 y 34.

- ***Suma de los Términos de una Progresión Aritmética***

Sea la progresión aritmética:

$$\div\, a_1 \,;\, a_2 \,;\, a_3 \,;\ldots\ldots\ldots;\, a_n$$

La suma de sus "n" términos es:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots\ldots\ldots + a_n \quad \ldots\ldots (I)$$

Que se puede escribir en orden inverso, así:

$$S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \ldots\ldots + a_1 \quad \ldots\ldots (II)$$

Sumamos miembro a miembro **(I)** y **(II)**: obteniendo:

$$2S_n = (a_1+a_n)+(a_2+a_{n-1})+(a_3+a_{n-2})+\ldots\ldots+(a_n+1)$$

Los términos entre parentesis son equidistantes; por tanto

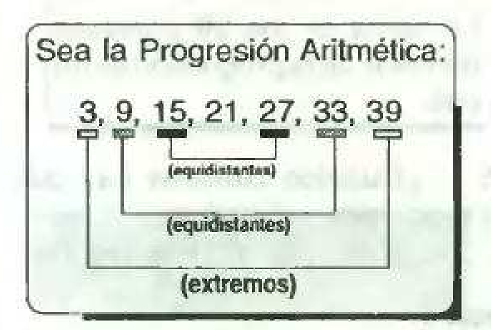
$$(a_2+a_{n-1})=(a_3+a_{n-2})=\ldots\ldots=(a_n+a_1)=\boxed{(a_1+a_n)}$$

Luego:

$$2S_n = \underbrace{(a_1+a_n)+(a_1+a_n)+(a_1+a_n)+\ldots\ldots+(a_n+1)}_{\text{Hay "n" términos}}$$

$$2S_n = n(a_1+a_n) \Rightarrow \therefore \boxed{S_n=\left(\frac{a_1+a_n}{2}\right)\cdot n}$$

Fórmula 5



Osea: *La suma de los "n" términos de una progresión aritmética es igual a la semi suma de los términos extremos por el número de términos.*

Ejemplo 1: Hallar la suma de los 20 primeros términos de la progresión aritmética:

6, 9, 12, 15,.............

Resolución:

Aplicando la fórmula **(1)**:

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)r}$$

Donde:

$$\begin{cases} a_1 = 6 \\ n = 20 \\ r = 9-6 = 12-9 = 15-12 = 3 \end{cases}$$

Reemplazando valores en la fórmula **(1)**, obtenemos:

$$a_{20} = 6 + (20-1)\times 3 \Rightarrow \boxed{a_{20} = 63}$$

Luego, aplicamos la fórmula **(5)**:

$$\boxed{S_n=\left(\frac{a_1+a_n}{2}\right)\cdot n} \ ; \text{ Donde: } \begin{cases} a_1 = 6 \\ a_n = a_{20} = 63 \\ n = 20 \end{cases}$$

Reemplazando valores en la fórmula **(5)**, obtenemos:

$$S_{20}=\left(\frac{6+63}{2}\right)\times 20 \Rightarrow \therefore \boxed{S_{20}=690}$$

Rpta. La suma de los 20 primeros términos de la progresión es de 690.

Ejemplo 2: ¿Cuántos términos hay que tomar en la progresión aritmetica:
÷ 1; 5; 9;..............para que la suma sea 780.

Resolución:

De la progresión:

÷ 1; 5; 9;.............

Razón: r = 5 - 1 = 9 - 5 = 4 ⇨ $\boxed{r = 4}$

Si:
"a_n" es el último término de la progresión y "n" el número de términos, aplicando las fórmulas (1) y (5) se obtiene el sistema de ecuaciones:

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

$$\boxed{a_n = 1 + (n - 1)\times 4} \quad .... \textbf{(I)}$$

$$S_n = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)\times n$$

$$\boxed{780 = \left(\frac{1 + a_n}{2}\right)\times n} \quad .... \textbf{(II)}$$

Sustituyendo el valor de "a_n" de la ecuación **(I)** en la ecuación **(II)**, obtenemos:

$$780 = \left(\frac{1 + [1 + (n-1)\times 4]}{2}\right)\times n$$

$$780 = \left(\frac{4n - 2}{2}\right)\times n \;⇨\; 780 = 2n^2 - n$$

$$2n^2 - n - 780 = 0$$

2n ↘↗ + 39
n ↗↘ - 20

De Donde:

$(2n + 39)(n - 20) = 0$

i) $2n + 39 = 0 \Rightarrow \boxed{n = -39/2}$

ii) $n - 20 = 0 \Rightarrow \boxed{n = 20}$

De los dos valores que toma "n" solo se tomará el valor positivo pues el número de términos no puede ser negativo, entonces: n = 20.

Rpta. El número de términos que hay que tomar en la progresión es 20.

Ejemplo 3: Hallar la suma de los 12 términos de una progresión aritmética.

Si: $a_3 = 24$ y $a_{10} = 66$.

Resolución:

Sea:

La progresión aritmética de 12 términos:

a; (a + r); (a + 2r); (a + 3); ...; (a + 9r);...; (a + 11r)

Del enunciado:

i) $a_3 = 24 \Rightarrow \boxed{(a + 2r) = 24}$ ..... **(1)**

ii) $a_{10} = 66 \Rightarrow \boxed{(a + 9r) = 66}$ ..... **(2)**

De las ecuaciones **(2)** y **(1)**:

$$\begin{cases} a + 9r = 66 \\ a + 2r = 24 \end{cases}$$

Restamos **M.A.M:** $7r = 42 \Rightarrow r = 42/7$

$\therefore \boxed{r = 6}$

Reemplazamos el valor de r = 6; en la ecuación **(1)**:

$a + 2r = 24 \Rightarrow a + 2(6) = 24$

$\boxed{a = 12} \Rightarrow \boxed{a_1 = 12}$

Ahora, calculamos el término DOCE; osea: a_{12} = ?; siendo este:

$a_{12} = a + 11r$;reemplazando valores, obtenemos:

$a_{12} = 12 + 11(6) \Rightarrow \boxed{a_{12} = 78} \Rightarrow \boxed{a_n = 78}$

Luego, calculamos la suma de los términos de la progresión

$$\boxed{S_n = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)\times n}$$

Reemplazando valores se tiene:

$$S_{12}=\left(\frac{12+78}{2}\right)\times 12=\left(\frac{90}{2}\right)\times 12$$

$\therefore$ $\boxed{S_{12}=540}$

Nota:

Otra forma de escribir la fórmula:

$$\boxed{S=\left(\frac{a_1+a_n}{2}\right)\times n}$$

Es reemplazando el valor de:

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)r}$$

En dicha fórmula, veamos:

$$S=\left\{\frac{a_1+\left[a_1+(n-1)r\right]}{2}\right\}\times n$$

$$\therefore\ \boxed{S=\left[\frac{2a_1+(n-1)r}{2}\right]\times n}$$

* En el problema anterior puede aplicarse esta última fórmula así:

$$S_n=\left[\frac{2a_1+(n-1)r}{2}\right]\times n\ ;\ \textit{Siendo:}\ \begin{cases} a_1 = a = 12 \\ n = 12 \text{ términos} \\ r = 6 \end{cases}$$

Luego:

$$S_{12}=\left[\frac{2\times 12+(12-1)\times 6}{2}\right]\times 12$$

$\therefore$ $\boxed{S_{12}=540}$

Ejemplo 4: Hallar la suma de los números impares comprendidos entre 21 y 157.

Resolución:

De acuerdo al enunciado, la progresión aritmética tiene la siguiente forma:

$\boxed{21}$; 23 ;................................; 155 ; $\boxed{157}$

$r = 2$

> ***Observación:***
>
> *Para este tipo de problema cuando nos mencionan las palabras **Comprendidos - Entre**, es porque no se van a tomar los números extremos.*

De la progresión decimos que la razón es 2; ya que el problema nos habla de números impares y sabemos que los números impares consecutivos se diferencian en 2 unidades ($r = 2$).

Ahora, calculamos el número de términos osea el valor de "n", aplicando la fórmula **(1)**:

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)\,r}$$

Siendo: $a_n = 155$; $a_1 = 23$; $r = 2$

Reemplazamos dichos valores en la fórmula **(1)**:

$$155 = 23 + (n-1)\times 2 \Rightarrow 132 = (n-1)\times 2$$

$$66 = n - 1 \Rightarrow \therefore\ \boxed{n = 67}$$

Calculamos la suma de los términos de la progresión:

23 ;................................; 155

\# de términos: $n = 67$

$$S=\left(\frac{a_1+a_n}{2}\right)\times n$$

$$S=\left(\frac{23+155}{2}\right)\times 67=(89)\times 67=5\,963$$

Rpta. La suma de los números impares comprendidos entre 21 y 157 es: 5 963

Ejemplo 5: Nataly empieza ahorrando 25 soles y cada mes aumenta 10 soles a sus ahorros. ¿Cuánto ahorrará al cabo de 1 año?

Resolución:

De acuerdo al enunciado, se forma la siguiente progresión aritmética:

$\div$ 25; 35; 45; 55; ....

r = 10

Como cada término representa lo que ahorra cada mes, en total tendriamos n = 12 términos en la progresión ya que el año tiene 12 meses. De donde:

$\div$ 25; 35; 45; 55; .... ?
⇩ a_1 ... ⇩ a_{12}

De la fórmula **(1)**:

$a_n = a_1 + (n - 1)r$; obtenemos:

$a_{12} = 25 + (12 - 1)\times 10 \Rightarrow \therefore \boxed{a_{12} = 135}$

Luego, hallamos la suma de los 12 términos que es lo que ahorra en 1 año.

De la fórmula (5):

$S_n = \left(\dfrac{a_1 + a_n}{2}\right)\times n$; obtenemos

$S_{12} = \left(\dfrac{25+135}{2}\right)\times 12 \Rightarrow \therefore \boxed{S_{12} = 960}$

Rpta. Al cabo de un año Nataly ahorrará 960 soles.

Ejemplo 6: Una progresión aritmética tiene 15 términos y su término central vale 5. ¿Cuánto vale la suma de los 15 términos?

Resolución:

La progresión aritmética de 15 términos; se representará de la siguiente manera:

$\div\ a_1 ; (a_1 + r) ; (a_1 + 2r) ; ... ; (a_1 + 7r) ; ... ; (a_1 + 14r)$

1º término — término central (8º término) — 15º termino

Observación:

Para saber que término ocupa el Término Central se suma el primero más el último y este resultado se divide entre 2. Para nuestro problema seria:

Término Central $= \dfrac{1^\circ + 15}{2} = 8^\circ$ término

Del enunciado:

Término Central: $\boxed{(a_1 + 7r) = 5}$ ..... **(1)**

De la fórmula **(5)**:

$$S_n = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)\times n$$

$$S_{15} = \left[\frac{a_1 + (a_1 + 14r)}{2}\right]\times 15$$

$$S_{15} = \left(\frac{2a_1 + 14r}{2}\right)\times 15 = \frac{2(a_1 + 7r)\times 15}{2}$$

$\boxed{S_{15} = 15\,(a_1 + 7r)}$ ..... **(2)**

Reemplazamos **(1)** en **(2)**:

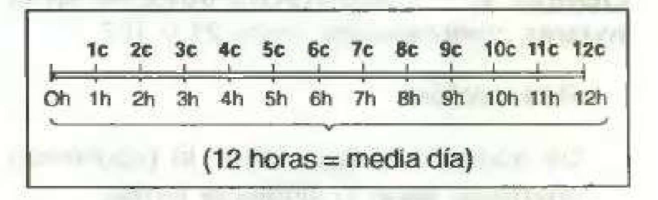
$S_{15} = 15\,(5) = 75 \Rightarrow \therefore \boxed{S_{15} = 75}$

Rpta. La suma de los 15 términos de la progresión es 75.

Ejemplo 7: ¿Cuál es el número de campanadas que da un reloj en una semana, si sólo marca las horas?

Resolución:

Para su mejor entendimiento, representamos el medio día (12 horas) mediante el siguiente gráfico:



Observación:

Hemos tomado medio día como base puesto que el otro medio día el reloj vuelve a repetir el mismo número de campanadas. Osea si fueran las 6 de la mañana el reloj tocará 6 campanadas de igual manera si fueran las 6 de la tarde el reloj también tocará 6 campanadas.

Ahora, hallamos el número total de campanadas que da el reloj en medio día.
veamos:

De la fórmula **(5)**:

$$S_n = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)\times n$$

$$S_{12} = \left(\frac{a_1 + a_{12}}{2}\right)\times 12 \Rightarrow S_{12} = \left(\frac{1+12}{2}\right)\times 12$$

$$\boxed{S_{12} = 78 \text{ campanadas}}$$

Si en medio día el reloj da 78 campanadas en 1 día dará:

$$\boxed{2\times 78 = 156 \text{ campanadas.}}$$

Luego:

En 1 semana = 7 días ;

El reloj dará: 7×156 = 1 092 campanadas

Rpta. El número de campanadas que dará en 1 semana es 1 092.

Ejemplo 8: Probar cuales de las sucesiones son progresiones aritméticas:

a) 12; 7; 2; -3; -8;..............................

b) 1; -1; 1; -1;..............................

c) $x ; \frac{3x}{2} ; 2x ; \frac{5x}{2} ; 3x ;$..............................

d) $3 ; \frac{2n-1}{n} ; \frac{n-2}{n} ; \frac{-3}{n} ;$..............................

Resolución:

a) La sucesión: 12; 7; 2; -3; -8;........ si es una progresión aritmética, pues la diferencia entre sus términos consecutivos es común.
veamos:

12; 7; 2; -3; -8;........

$r = -5$

*** Como se observará la razón "r" es constante.**

b) La sucesión: 1; -1; 1; -1;.......... no es una progresión aritmética, ya que la diferencia entre sus términos consecutivos no es común:

1; -1; 1; -1;............

$r = -2$ $r = +2$

*** Como se observará la razón "r" no es constante.**

c) La sucesión:

$x ; \frac{3x}{2} ; 2x ; \frac{5x}{2} ; 3x ;$......................

si es una progresión aritmética; ya que la diferencia entre sus términos consecutivos es común.

Veamos:

$x ; \frac{3x}{2} ; 2x ; \frac{5x}{2} ; 3x ;$......................

$r = \frac{1}{2}x$

*** Como se observará la razón "r" es constante.**

d) La sucesión:

$3 ; \frac{2n-1}{n} ; \frac{n-2}{n} ; \frac{-3}{n} ;$......................

si es una progresión aritmética ya que la diferencia entre sus términos consecutivos es común.

Veamos:

$3 ; \frac{2n-1}{n} ; \frac{n-2}{n} ; \frac{-3}{n} ;$......................

$r = -\frac{3}{n} - \frac{n-2}{n} = \boxed{\frac{-n-1}{n}}$

$r = \frac{n-2}{n} - \frac{2n-1}{n} = \boxed{\frac{-n-1}{n}}$

$r = \frac{2n-1}{n} - 3 = \boxed{\frac{-n-1}{n}}$

Observación:

*) No toda sucesión es una progresión, pero si toda progresión es una sucesión.

**) Una progresión tiene una razón constante.

***) Una sucesión puede o no tener una razón constante.

****) Toda progresión aritmética tiene una cantidad limitada de términos.

B. ***Progresión Geométrica (P.G).-*** Es una sucesión de números en la cual el primer término y la razón son diferentes de cero y además un término cualquiera excepto el primero es igual a su anterior multiplicado por una cantidad constante llamada **razón**. También se le denomina **progresión por cociente.**

Ejemplo 1: La sucesión: 3, 12, 48, 192;..... es una progresión geométrica cuya razón es 4.

* La razon se halla dividiendo el 2º entre el 1º; 3º entre el 2º; 4º entre el 3º y así sucesivamente; veamos:

Sucesión:

3; 12; 48; 192; ....

$$r = \frac{12}{3} = \frac{48}{12} = \frac{192}{48} = 4 \text{ (Cociente Común)}$$

Ejemplo 2: La sucesión: 56; 28; 14; 7;...... es una progresión geométrica cuya razón es 1/2; veamos:

Sucesión:

56; 28; 14; 7;................

$$r = \frac{28}{56} = \frac{14}{28} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2} \text{ (Cociente Común)}$$

Observación:

Las progresiones geométricas pueden ser Crecientes o Decrecientes dependiendo del signo del primer término a_1 y del valor de la razón "r".

Así se puede establecer:

$r > 1$ $\begin{cases} a_1 > 0 \text{ ; Progresión Creciente} \\ a_1 < 0 \text{ ; Progresión Decreciente} \end{cases}$

$0 < r < 1$ $\begin{cases} a_1 > 0 \text{ ; Progresión Creciente} \\ a_1 < 0 \text{ ; Progresión Decreciente} \end{cases}$

$r < 0$ { Progresión Oscilante, tendrá los términos consecutivos de signo opuestos.

La progresión geométrica se suele representar de la forma siguiente:

$$\div\!\div\, a_1 : a_2 : a_3 : a_4 : \ldots\ldots\ldots\ldots : a_n$$

$$\div\!\div\, a_1 : a_1r : a_1r^2 : a_1r^3 : \ldots\ldots\ldots\ldots : a_1r^n$$

Donde:

$\div\!\div$ ⟶ Inicio de la Progresión Geométrica (P.G)

a_1 ⟶ Primer término

a_n ⟶ Término enésimo

r ⟶ razón

Forma Abstracta de obtener la fórmula del término n-ésimo

Sea la progresión geométrica:

$$\div\!\div\, a_1 : a_2 : a_3 : \ldots\ldots\ldots\ldots : a_n$$

Aplicando la definición de progresión geométrica a los sucesivos términos, puede escribirse así.

$$\left.\begin{aligned} a_2 &= a_1 \cdot r \\ a_3 &= a_2 \cdot r \\ a_4 &= a_3 \cdot r \\ a_5 &= a_4 \cdot r \\ &\vdots \\ a_{n-1} &= a_{n-2} \cdot r \\ a_n &= a_{n-1} \cdot r \end{aligned}\right\}$$

; Pues hay (n - 1) igualdades porque se empieza por a_2 y termina en a_n.

Multiplicamos miembro a miembro las igualdades y simplificando nos queda:

$a_n = a_1.r^{n-1}$ ***(Fórmula I)***

Por tanto:
El término n-ésimo de una progresión geométrica es igual al primero multiplicado por la razón elevada al número de términos que le anteceden.

Ejemplo 1: Calcular el término 24 de la progresión geométrica:

$\div\div 4 : 12 : 36 : ....$

Resolución:

La razón de la progresión es: $r = 3$ y aplicando la fórmula **(I)**.

$a_n = a_1.r^{n-1}$; se obtiene:

$a_{24} = 4.3^{24-1} \Rightarrow \therefore$ $a_{24} = 4\times3^{23}$

Rpta. El término 24 de la progresión es: 4×3^{23}

Ejemplo 2: En una progresión geométrica, el término que ocupa el quinto lugar es 48 y la razón es 2. Hallar el primer término de la progresión.

Resolución:

Los datos son:

$a_5 = 48;\ r = 2;$ incógnita: $a_1 = ?$

Aplicando la fórmula **(I)**:

$a_n = a_1.r^{n-1}$; se obtiene:

$a_5 = a_1.r^{5-1} \Rightarrow 48 = a_1.2^4$

De donde:

$48 = a_1.\ 16 \Rightarrow \therefore$ $a_1 = 3$

Rpta. El primer término de la progresión es: 3

Ejemplo 3: En una progresón geométrica el término de sexto lugar es 486 y el primer término es 2. Hallar la razón de la progresión.

Resolución:

Los datos son:

$a_6 = 48$; $a_1 = 2$; incógnita: $r = ?$

Aplicando la fórmula **(I)**:

$a_n = a_1.r^{n-1}$; se obtiene:

$a_6 = a_1.r^{6-1} \Rightarrow 486 = 2.r^5$

Donde:

$\frac{486}{2} = r^5 \Rightarrow 243 = r^5 \Rightarrow \sqrt[5]{243} = r$

Pero: $243 = 3^5 \Rightarrow \sqrt[5]{3^5} = r$

$\therefore$ $3 = r$

Rpta. La razón de la progresión es: 3

Ejemplo 4: Hallar el término de lugar 20 de la progresión geométrica.

$\div\div \frac{1}{1\,000} : \frac{1}{100} : \frac{1}{10} : ....$

Resolución:

- En primer lugar, calculamos la razón:

$r = \frac{\frac{1}{100}}{\frac{1}{1\,000}} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{100}} = 10 \Rightarrow$ $r = 10$

- El primer término es: $\frac{1}{1\,000} \Rightarrow$ $a_1 = 10^{-3}$

Aplicando la fórmula **(I)**:

$a_n = a_1.r^{n-1}$; obtenemos:

$a_{20} = a_1.r^{20-1} \Rightarrow a_{20} = 10^{-3}.(10)^{19}$

Donde:

$a_{20} = 10^{-3}.10^{19} = 10^{16} \Rightarrow \therefore$ $a_{20} = 10^{16}$

Rpta. El término de lugar 20 es: 10^{16}

Ejemplo 5: Probar cuáles de las sucesiones son progresiones geométricas y cuales no.

a) $2; \frac{4}{3}; \frac{8}{9}; \frac{16}{27}; ....$

b) 12; 20; 50; ....

c) 27; 45; 75; 125; ....

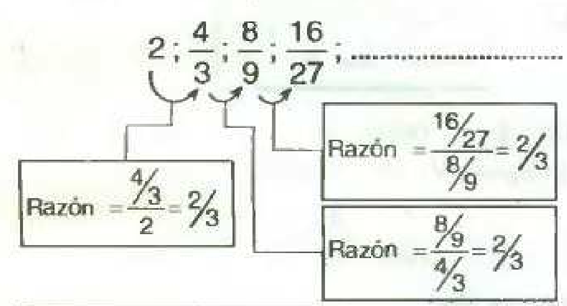
d) $\frac{x}{x+1}; 1; \frac{x+1}{x}; \frac{x+2}{x}; ....$

Resolución:

a) La sucesión:

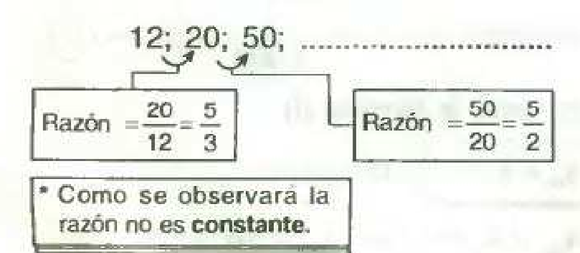
$$2; \frac{4}{3}; \frac{8}{9}; \frac{16}{27}; ....$$

si es una progresión geométrica; pues el cociente entre sus términos consecutivos es constante; veamos:



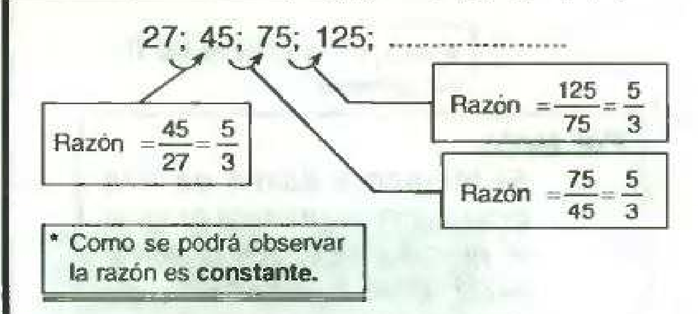
* Como se observará la razón es **constante.**

b) La sucesión: 12; 20; 50;............... no es una progresión geométrica, pues el cociente entre sus términos consecutivos no es constante, veamos:



* Como se observará la razón no es **constante.**

c) La sucesión: 27; 45; 75; 125; .... si es una progresión geométrica; pues el cociente entre sus términos consecutivos no es constante, veamos:

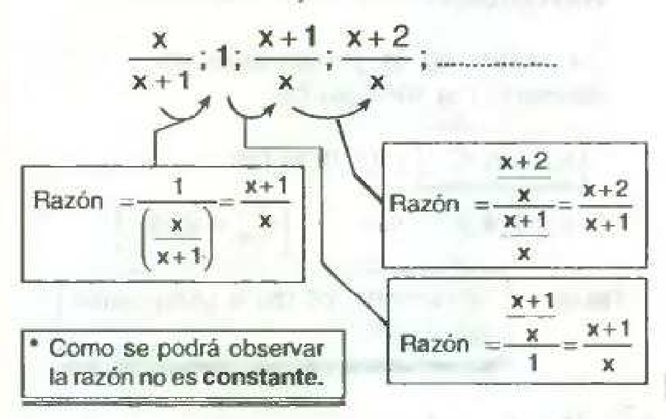


* Como se podrá observar la razón es **constante.**

d) La sucesión:

$$\frac{x}{x+1}; 1; \frac{x+1}{x}; \frac{x+2}{x}; ....$$

no es una progresión geométrica; pues el cociente entre sus términos consecutivos no es constante, veamos:



* Como se podrá observar la razón no es **constante.**

Ejemplo 6: Construye tres progresiones geométricas con las condiciones siguientes:

a) Que sea creciente, y el primer término valga 3.
b) Que sea decreciente y el $a_3 = -12$
c) Que sea oscilante y el $a_4 = -32$

Resolución:

a) Para que la P.G. sea creciente, cuyo primer término vale 3, la razón tiene que ser mayor que uno ($r > 1$) y el primer término mayor que cero ($a_1 > 0$), veamos:

$$\div\div\ a_1 : a_1r : a_1r^2 : a_1r^3 : a_1r^4$$

Donde: $r = 2$ (estimado alumno tu podrías darle otro valor a r.)

$$\div\div\ 3 : 3\times2 : 3\times2^2 : 3\times2^3 : 3\times2^4$$

$\therefore$ $\div\div\ 3 : 6 : 12 : 24 : 48$ **(P.G. Creciente)**

b) Para que la P.G. sea decreciente cuyo tercer término vale -12 ($a_3 = -12$) la razón tiene que ser mayor que cero ($r > 0$); y el primer término menor que cero ($a_1 < 0$), veamos:

$\div\div\; a_1 : a_2 : a_3 : a_4$; también:

$\div\div\; a_1 : a_1r : a_1r^2 : a_1r^3 : a_1r^4$

Por dato: $a_3 = a_1r^2 = -12 = -3\times2^2$

Donde: $\boxed{a_1 = -3}$ y $\boxed{r = 2}$

Luego:

$\div\div\; -3 : -3\times2 : -3\times2^2 : -3\times2^3 : -3\times2^4$

$\therefore$ $\boxed{\div\div\; -3 : -6 : -12 : -24 : -48}$ **(P.G. Decreciente)**

c) Para que la P.G. sea oscilante, cuyo cuarto término vale -16 ($a_4 = -32$) la razón tiene que ser menor que cero ($r < 0$); veamos:

$\div\div\; a_1 : a_2 : a_3 : a_4 : a_5$ ó también:

$\div\div\; a_1 : a_1r : a_1r^2 : a_1r^3 : a_1r^4$

Hacemos: $\boxed{a_1 = 4}$ y $\boxed{r = -2}$

Luego:

$\div\div\; 4 : 4(-2) : 4(-2)^2 : 4(-2)^3 : 4(-2)^4$

$\therefore$ $\boxed{\div\div\; 4 : -8 : 16 : -32 : 64}$ **(P.G. Oscilante)**

Fórmulas Derivadas del Término n-ésimo

- ***Interpolación de Medios Geométricos.***

En la fórmula del término n-ésimo, que reproducimos aquí:

$$\boxed{a_n = a_1 . r^{n-1}} \; ..... \textbf{(I)}$$

Intervienen cuatro números:

a_n; a_1; r y n; conocidos 3 de ellos se puede determinar el cuarto.

$$\boxed{a_1 = \frac{a_n}{r^{n-1}}} \; ..... \textbf{(II)} \qquad \boxed{r = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}} \; ..... \textbf{(III)}$$

El cálculo de **"n"** requiere de una operación nueva, que será estudiada en el capítulo de: Logaritmos.

La fórmula (III), permite resolver el problema de **"La interpolación de medios geométricos"**, es decir el problema consiste en intercalar entre dos números otros varios que formen progresión geométrica con ellos.

Observación:

Hay que tener presente, como en las progresiones aritméticas, que el número de términos es igual a los dos términos dados, llamados extremos, más lo que se intercalan.

Ejemplo 1: Interpolar 2 medios geométricos entre 3 y 81.

Resolución:

En este caso el número de términos es 4, osea $\boxed{n = 4}$ (los dos extremos dados y los dos medios geométricos que hay que intercalar)

Aplicando la fórmula **(III)**: $\boxed{r = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}}$

Donde: $a_1 = 3$; $a_n = 81$

Obtenemos:

$$r = \sqrt[4-1]{\frac{81}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3 \Rightarrow \therefore \boxed{r = 3}$$

La progresión geométrica es:

$\div\div\; a_1 : a_2 : .... : a_n$; ó también:

$\div\div\; a_1 : a_1r : a_1r^2 : a_1r^3$

⇩ ⇩ ⇩ ⇩

$\div\div\; 3 : 3\times3 : 3\times3^2 : 3\times3^3$

$\div\div$ ③ : 9 : 27 : ⑧①
(Medios Geométricos)

Rpta. Los dos medios geométricos que hay entre 3 y 81 son: 9 y 27

Ejemplo 2: Interpolar 3 medios geométricos entre 1 y 16.

Resolución:

La progresión geométrica es de la forma:

$$\div\div\ a_1 : a_1r : a_1r^2 : a_1r^3 : a_1r^4$$

De Donde: $\div\div$ ① : $a_1r : a_1r^2$: ⑯ ...... (α)

En este caso el número de términos es 5, osea $n = 5$ (los dos extremos dados y los tres medios geométricos que hay que intercalar)

Aplicando la fórmula (III): $r = \sqrt[n-1]{\dfrac{a_n}{a_1}}$

Donde: $a_1 = 1$; $a_n = 16$

Obtenemos:

$$r = \sqrt[5-1]{\frac{16}{1}} = \sqrt[4]{16} = \pm 2 \begin{cases} r = 2 \\ r = -2 \end{cases}$$

Hay 2 soluciones siendo "r" números reales, que son los siguientes.

* Cuando: $r = 2$; reemplazamos dicho valor en (α):

$$\div\div\ 1 : 1\times 2 : 1\times 2^2 : 1\times 2^3 : 16$$

$\div\div$ ① : 2 : 4 : 8 : ⑯
(Medios Geométricos)

Rpta. Los 3 medios geométricos que hay entre 1 y 16 son: 2; 4 y 8

* Cuando: $r = -2$, reemplazamos dicho valor en (α):

$\div\div$ ① : $1(-2) : 1(-2)^2 : 1(-2)^3$: ⑯

$\div\div$ 1 : -2 : 4 : -8 : 16 (Progresión Geométrica oscilante)

Rpta. Los 3 medios geométricos que hay entre 1 y 16 son: -2; 4 y -8.

Observación:

*Cuando sólo se pide interpolar un medio geométrico entre dos números, recibe el nombre de **Media Geométrica** de los dos números.*

Sean:
a y b los números entre los que queremos interpolar la media geométrica; en este caso: $a_1 = a$; $n = 3$ términos; $a_3 = b$

Aplicando la fórmula (III): $r = \sqrt[n-1]{\dfrac{a_n}{a_1}}$

Obtenemos:

$$r = \sqrt[3-1]{\frac{b}{a}} \Rightarrow \boxed{r = \sqrt{\frac{b}{a}}} \text{ ...... } (\alpha)$$

Luego; la P.G. sería: $\div\div\ a : ar : ar^2$ ..... (β)

Reemplazamos el valor de (α) en (β):

$$\div\div\ a : a\times\sqrt{\frac{b}{a}} : a\times\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2$$

$$a\times\sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}\times a^2} = \sqrt{b\times a} = \sqrt{a\cdot b}$$

La media geométrica de a y b es por tanto $\sqrt{a\cdot b}$ concluyendo que: **La media geométrica de dos números es la raiz cuadrada de su producto.**

Ejemplo: Hallar la media geométrica de: 9 y 16

Resolución:

$$\text{Media Geométrica} = \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{9 \cdot 16} = 3 \cdot 4 = 12$$

Rpta. La Media Geométrica de 9 y 16 es 12.

Ejemplo 3: En una progresión geométrica de 5 términos y razón igual a 2, el término quinto vale 48. ¿Cuánto vale el primer término?

Resolución:

Los datos son:

$n = 5$; $r = 2$; $a_5 = 48$; incógnita: $a_1 = ?$

Aplicando la fórmula **(II)**: $\boxed{a_1 = \dfrac{a_n}{r^{n-1}}}$

Obtenemos:

$$a_1 = \frac{a_5}{2^{5-1}} = \frac{48}{16} = 3 \Rightarrow \therefore \boxed{a_1 = 3}$$

Rpta. El primer término de la progresión vale 3.

- ***Producto de los "n" términos de una Progresión Geométrica***

- El producto de los **n** términos de una progresión geométrica es igual a la raiz cuadrada del producto de los extremos elevado al número de términos.

$$\boxed{P_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}} \quad \textit{(Fórmula V)}$$

Ejemplo 1: Calcular el producto de los seis primeros términos de la progresión geométrica.

$\div\div$ 2 : 6 : 18 : ....

Resolución:

La razón de la progresión es:

$$r = \frac{6}{2} = \frac{18}{6} = 3 \Rightarrow \boxed{r = 3}$$

Aplicando la fórmula **(I)**: $\boxed{a_n = a_1 . r^{n-1}}$

Donde:

$$\begin{cases} a_n = a_6 = ? \\ n = 6 \text{ y } a_1 = 2 \end{cases}$$

Obtenemos:

$$a_6 = 2.3^{6-1} \Rightarrow a_6 = 2.3^5 = 2 \cdot 243$$

$$\therefore \boxed{a_6 = 486}$$

Aplicando la fórmula **(V)**:

$$\boxed{P_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}}$$

Donde:

$\{a_1 = 2$; $a_n = a_6 = 486$ y $n = 6$

Obtenemos:

$$P_6 = \sqrt{(2 \times 486)^6} = (972)^3$$

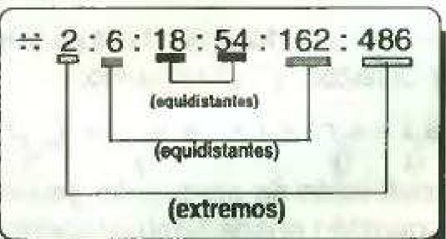
$$\therefore \boxed{P_6 = (972)^3}$$

Rpta. El producto de los seis términos de la progresión es: $(972)^3$

(A). En toda Progresión Geométrica el producto de dos términos equidistantes de los extremos es igual al producto de los extremos.

Ejemplo:

Sea la Progresión Geométrica:



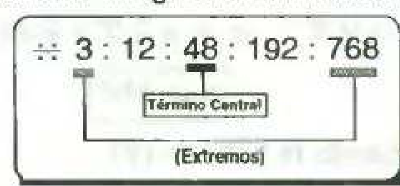
De donde:

$$18 \times 54 = 6 \times 162 = 2 \times 486 = \boxed{972}$$

(B). En una Progresión Geométrica de un número impar de términos, el Término Central es igual a la raiz cuadrada del producto de los extremos.

Ejemplo:

Sea la Progresión Geométrica:



$$a_c = \sqrt{a_1 \cdot a_n}$$ ***(Fórmula VI)***

Siendo:

a_c = Término Central
a_1 = primer término
a_n = último término

De donde:

$$48 = \sqrt{3 \times 768}$$

- ***Suma de los términos de una Progresión Geométrica***

Sea la Progresión Geométrica:

$$\div\ a_1 : a_2 : a_3 : \ldots\ldots\ldots : a_{n-1} : a_n$$

Llamando "S_n" a la suma de los "n" términos puede escribirse:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n \quad (\alpha)$$

Multiplicamos los dos miembros de la igualdad (α) por la razón "r", obteniendo:

$$S_n.r = a_1.r + a_2.r + a_3.r + \ldots + a_{n-2}.r + a_{n-1}.r + a_n.r$$

Por la definición de progresión geométrica la última igualdad puede también escribirse así:

$$a_2 = a_1.r \,;\, a_3 = a_2.r \,;\, \ldots \,;\, a_{n-1} = a_{n-2}.r \,;\, a_n = a_{n-1}.r$$

Luego:

$$S_n.r = a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-1} + a_n + a_{n.r} \quad \ldots (\beta)$$

Restamos miembro a miembro las igualdades (α) y (β):

$$S_n.r = a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-1} + a_n + a_{n.r}$$
$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$$

- M.A.M: $S_n.r - S_n = a_n.r - a_1$

Factorizamos "S_n" en el primer miembro:

$$S_n\,(r-1) = a_n.r - a_1$$

$$\therefore\ S_n = \frac{a_n.r - a_1}{r-1}$$ ***(Fórmula VII)***

Osea:

La suma de los términos de una progresión geométrica es una fracción cuyo numerador es la diferencia entre el producto del último término por la razón y el primer término; y cuyo denominador es la razón disminuida en uno.

En la fórmula **VII** se puede sustituir el término n-ésimo en función del primero y la razón y así llegar a una fórmula que depende exclusivamente de a_1 y r. es decir:

$$a_n = a_1.r^{n-1}$$

y sustituyendo en **la fórmula VII:**

$$\therefore\ S_n = \frac{a_n.r - a_1}{r-1}$$

Tendremos:

$$S_n = \frac{(a_1.r^{n-1}).r - a_1}{r-1} = \frac{a_1.r^{n-1+1} - a_1}{r-1}$$

$$S_n = \frac{a_1.r^n - a_1}{r-1}$$

$$\therefore\ S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r-1}$$ ***(Fórmula VIII)***

Ejemplo 1: En la progresión geométrica de razón 2 y cuyo primer término vale 6. Calcular la suma de los siete primeros términos.

Resolución:

- En primer lugar, calculamos el término siete ($a_7 = ?$)

De la fórmula **(I)**: $a_n = a_1.r^{n-1}$

Donde: $\{n = 7 ; r = 2$ y $a_1 = 6$

Obtenemos:

$$a_7 = 6.2^{7-1} \Rightarrow a_7 = 6.2^6 = 6\times64$$

$$\therefore \boxed{a_7 = 384}$$

- En segundo lugar, calculamos, la suma de los siete primeros términos de la P.G.

De la fórmula **(VII)**: $S_n = \dfrac{a_n.r - a_1}{r-1}$

Donde: $\{n = 7 ; r = 2$ y $a_1 = 6$

Obtenemos:

$$S_7 = \frac{a_7.r - a_1}{r-1} = \frac{384\times2-6}{2-1}$$

$$\therefore \boxed{S_7 = 762}$$

Rpta. La suma de los 7 primeros términos de la progresión es: 762.

Ejemplo 2: Una progresión geométrica tiene como primer término igual a 2 y razón igual a 3. Hallar la suma de sus 12 términos.

Resolución:

- Aplicando directamente la fórmula **(VIII)**:

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r-1}$$

Obtenemos:

$$S_{12} = \frac{2(3^{12}-1)}{3-1} = \frac{2(3^{12}-1)}{2}$$

$$\therefore \boxed{S_{12} = 3^{12} - 1}$$

Rpta. La suma de sus 12 términos de la progresión es: $3^{12} - 1$.

Ejemplo 3: La suma de los 7 primeros términos de una progresión geométrica de razón igual a 2 es 127. Construir esta progresión.

Resolución:

Los datos son: $S_7 = 127$; $n = 7$ y $r = 2$

De la fórmula **(VIII)**: $S_n = \dfrac{a_1(r^n - 1)}{r-1}$

Obtenemos:

$$S_7 = \frac{a_1(r^7-1)}{r-1} \Rightarrow 127 = \frac{a_1(2^7-1)}{2-1}$$

$$127 = a_1(128 - 1)$$

$$\therefore \boxed{a_1 = 1}$$

Como ya conocemos el primer término ($a_1 = 1$) y la razón ($r = 2$), la progresión geométrica que se forma es:

$$\div\div\ a_1 : a_1.r : a_1.r^2 : a_1.r^3 : a_1.r^4 : a_1.r^5 : a_1.r^6$$

Luego:

$$\div\div\ 1 : 1\times2 : 1\times2^2 : 1\times2^3 : 1\times2^4 : 1\times2^5 : 1\times2^6$$

$$\therefore \boxed{\div\div\ 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64}$$ Progresión Geométrica

- ***Progresión Geométrica Indefinida y Decreciente***

Sea la Progresión Geométrica Indefinida:

$$\div\div\ a_1 : a_2 : a_3 : \ldots\ldots\ldots : a_n : \ldots\ldots\ldots$$

Siendo: $0 < r < 1$, se verifica $|r| < 1$, osea es decreciente, entonces podemos establecer el cambio:

$$\boxed{r = \frac{1}{q}} \quad ; \ \textbf{\textit{Siendo:}} \ |q| > 1$$

Elevamos a la "n" ambos miembros de la igualdad anterior:

$$\boxed{r^n = \left(\frac{1}{q}\right)^n} \Rightarrow r^n = \frac{1}{q^n}$$

La potencia q^n crece indefinidamente al crecer el exponente n y; por tanto, la fracción $1/q^n$ puede ser tan pequeña como se quiera eligiendo "n" suficientemente grande. Es decir:

$$\boxed{r^n = \frac{1}{q^n}}$$; se aproxima a cero al crecer **n**.

Siendo la progresión geométrica indefinida el número "n" de términos es infinito y por tanto r^n es practicamente cero. Si en la fórmula **(VIII)** se hace: $r^n = 0$; queda:

$$\boxed{S = \frac{a_1}{1-r}}$$ ***(Fórmula IX)***

> ***Es decir:***
>
> *La suma de los infinitos términos de una progresión geométrica indefinida decreciente es una fracción cuyo numerador es el primer término y cuyo denominador es la unidad disminuida en la razón.*

Ejemplo 1: Hallar el valor hacia el cual tiende la suma de infinitos términos de la siguiente progresión geométrica.

$$\div\div \ 9 : 3 : 1 : \frac{1}{3} : \frac{1}{9} : \ldots\ldots\ldots$$

Resolución:

Aplicando la fórmula **(IX)**: $\boxed{S = \frac{a_1}{1-r}}$

Donde:

$$\begin{cases} a_1 = 9 \ \textbf{(primer término)} \\ r = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \ \textbf{(razón)} \end{cases}$$

Obtenemos:

$$S = \frac{9}{1-\frac{1}{3}} = \frac{9}{\frac{2}{3}} = \frac{9\times3}{2} = 13{,}5 \Rightarrow \therefore \boxed{S = 13{,}5}$$

Rpta.

Ejemplo 2: Hallar el valor hacia el cual tiende la suma de infinitos términos de la siguiente progresión geométrica:

$$\div\div \ 20 : 4 : \frac{4}{5} : \frac{4}{25} : \ldots\ldots\ldots$$

Resolución:

Aplicando la fórmula **(IX)**: $\boxed{S = \frac{a_1}{1-r}}$

Donde:

$$\begin{cases} a_1 = 20 \ \textbf{(primer término)} \\ r = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \ \textbf{(razón)} \end{cases}$$

Obtenemos:

$$S = \frac{20}{1-\frac{1}{5}} = \frac{20}{\frac{4}{5}} = \frac{20\times5}{4} = 25 \Rightarrow \therefore \boxed{S = 25}$$

Rpta.

Ejemplo 3: Se tiene un cuadrado de lado igual a 1cm; uniendo los puntos medios de sus lados se forma otro cuadrado; uniendo los puntos medios de sus lados de este segundo cuadrado se forma un tercer cuadrado, y asi se prosigue indefinidamente ¿Cuánto vale la suma de las áreas de todos estos cuadrados cuando el número de ellos tiende a infinito?

Resolución:

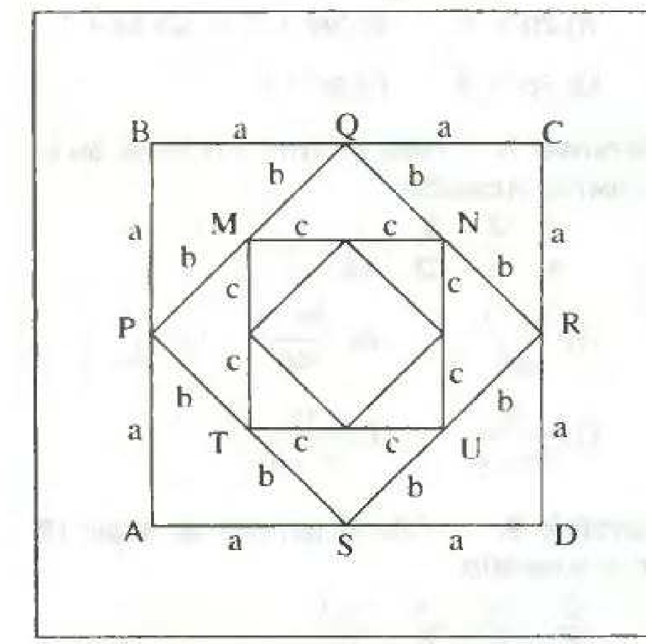
Para su mejor entendimiento, hacemos el siguiente dibujo:

- Llamamos al lado del cuadrado: ⇨ **ABCD = 2a**

Donde:

$\underbrace{\text{Area } \square ABCD = (2a)^2}$

$1 = 4a^2 \Rightarrow \boxed{a = \pm\frac{1}{2}}$



* Solo tomamos el valor positivo de "r", pues el valor de "a" no puede ser negativo.

$\therefore \boxed{a = \frac{1}{2}}$

- En el ◺ RCQ: Calculamos el valor de "b^2" por el teorema de Pitagoras:

$\boxed{\overline{QR}^2 = \overline{QC}^2 + \overline{CR}^2}$; ***Pero*** : $\begin{cases} \overline{OC} = a \\ \overline{CR} = a \end{cases}$

$(2b)^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow 4b^2 = 2a^2$

$4b^2 = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$

$\therefore \boxed{b^2 = \frac{1}{8}}$

Luego:

El área $\square$ PQRS $= (2b)^2 = 4b^2 = 4\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{2}$

$\therefore$ $\boxed{\text{área } \square \text{ PQRS} = \frac{1}{2}}$ ***(Segundo Cuadrado)***

- En el △MQN = Calculamos el valor de "c^2" por el Teorema de Pitagoras:

$\boxed{\overline{MN}^2 = \overline{MQ}^2 + \overline{QN}^2}$

$(2c)^2 = b^2 + b^2 = 2b^2$

$4c^2 = 2\left(\frac{1}{8}\right) \Rightarrow \therefore \boxed{c^2 = \frac{1}{16}}$

Luego:

El área $\square$ TMNU $= (2c)^2 = 4c^2 = 4\left(\frac{1}{16}\right) = \frac{1}{4}$

$\therefore$ $\boxed{\text{área } \square \text{ TMNU} = \frac{1}{4}}$ ***(Tercer Cuadrado)***

La Progresión Geométrica que se forma es:

$\div\div$ área 1° cuadrado : área 2° cuadrado : área 3° cuadrado : ....

$\div\div\ 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Ahora calculamos la suma de las áreas de todos estos cuadrados cuando el número de ellos tienden al infinito, veamos:

$\boxed{S = \frac{a_1}{1-r}}$ Donde: $\begin{cases} a_1 = 1 \text{ (primer término)} \\ r = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2} \text{ (razón)} \end{cases}$

Reemplazando valores en la fórmula, obtenemos:

$S = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)} = 2 \Rightarrow \therefore \boxed{S = 2}$

> ***Observación:***
>
> *Este resultado es bastante curioso; nos muestra que la suma de todas las áreas interiores, al primer cuadrado es igual a la unidad, que es precisamente el área del primer cuadrado.*

Ejercicios Propuestos

Ejercicio 1: Halla el término general de la siguiente sucesión:

$\frac{1}{3}; 1; \frac{9}{5}; \frac{8}{3}; \frac{25}{7};$ ....

A) $\frac{n}{n+2}$ B) $\frac{n^2}{n+1}$ C) $\frac{n}{n+1}$

D) $\frac{n^2}{n+2}$ E) $\frac{2n}{n+1}$

Ejercicio 2: Halla el término General de la suecesión:

1 ; 1 ; 2 ; 6 ; 24 ; ....

A) n! B) (n + 1)! C) (n - 1)!

D) n - 1 E) 2n - 1

Ejercicio 3: Calcular el término de lugar 15 de la sucesión siguiente:

$0; \frac{2}{3}; \frac{3}{2}; \frac{12}{5}; \frac{10}{3};$ ....

A) $\frac{14}{15}$ B) $\frac{120}{7}$ C) $\frac{28}{15}$

D) $\frac{105}{8}$ E) $\frac{15}{14}$

Ejercicio 4: Hallar el término General de la siguiente sucesión:

$\frac{1}{5}; \frac{5}{7}; \frac{11}{9}; \frac{19}{11};$ ....

A) $\frac{n^2+3n-5}{2n}$ B) $\frac{n(n-3)}{4n-1}$ C) $\frac{n^2+n-1}{2n+3}$

D) $\frac{n^3-n}{n}$ E) $\frac{n^3-1}{2n+3}$

Ejercicio 5: Calcular el término de lugar 23, de la sucesión siguiente:

-1 ; ∞ ; 5 ; 3,5 ; ....

A) $\frac{46}{22}$ B) $\frac{47}{21}$ C) $\frac{45}{21}$

D) $\frac{45}{23}$ E) $\frac{49}{21}$

Ejercicio 6: Halla el término General de la siguiente sucesión:

5 ; 11 ; 21 ; 35 ; 53 ; ....

A) $2n^2 + 1$ B) $3n^2 + 2$ C) $4n + 1$

D) $2n^2 + 3$ E) $2n + 3$

Ejercicio 7: Halla el término n-ésimo de la siguiente sucesión:

$\frac{1}{4}; \frac{3}{8}; \frac{5}{12}; \frac{7}{16};$ ....

A) $\frac{2n-1}{4n^2}$ B) $\frac{2n-1}{4n}$ C) $\frac{n}{3n+1}$

D) $\frac{n}{2n+2}$ E) $\frac{n^2}{2+n^2}$

Ejercicio 8: Halla el término de lugar 18 de la sucesión:

$\frac{-2}{7}; \frac{-5}{8}; \frac{-8}{9}; \frac{-11}{10};$ ....

A) $\frac{-51}{24}$ B) $\frac{-53}{12}$ C) $\frac{-53}{24}$

D) $\frac{-24}{53}$ E) $\frac{-56}{24}$

Ejercicio 9: Halla el término de lugar 30 de la sucesión:

$\frac{1}{3}; \frac{4}{4}; \frac{9}{5}; \frac{16}{6};$ ....

A) $\frac{450}{18}$ B) $\frac{900}{32}$ C) $\frac{600}{32}$

D) $\frac{900}{36}$ E) $\frac{800}{34}$

Ejercicio 10: Halla el término de lugar 20 de la sucesión:

1×4 ; 3×6 ; 5×8 ; 7×10 ; 9×12 ;...........

A) (2n - 1)2n B) (2n - 1)(2n + 2)

C) $(2n - 1)n^2$ D) n (2n + 2)

E) $n (n^2 + 3)$

Ejercicio 11: Halla el término n-ésimo de la siguiente sucesión:

$-6 ; -1 ; 4 ; 9 ; 14 ; ....$

A) $4n - 10$ B) $5n - 11$ C) $2n - 8$

D) $2n^2 - 8$ E) $4n^2 - 2n - 8$

Ejercicio 12: Halla el término de lugar 100 de la sucesión:

$\frac{2}{5} ; \frac{4}{7} ; \frac{6}{9} ; \frac{8}{11} ; ....$

A) $\frac{200}{109}$ B) $\frac{200}{205}$ C) $\frac{200}{203}$

D) $\frac{400}{203}$ E) $\frac{280}{143}$

Ejercicio 13: Cuáles de las siguientes sucesiones son progresiones aritméticas:

I) $8 ; 5 ; 2 ; -1 ; -4 ; ....$

II) $6 ; 10 ; 14 ; 16 ; 20 ; ....$

III) $4 ; \frac{10}{3} ; \frac{11}{2} ; \frac{29}{6} ; ....$

IV) $1 ; \frac{n+1}{n} ; \frac{2n+1}{n} ; \frac{3n+1}{n} ; ....$

A) Sólo **I** B) Sólo **II** C) **I** y **II**

D) **II** y **III** E) **III** y **IV**

Ejercicio 14: Hallar el término de lugar 100 de progresión aritmética:

$\div\, 2 ; 9 ; 16 ; 23 ; ....$

A) 688 B) 681 C) 709 D) 695 E) 702

Ejercicio 15: Hallar el término de lugar 22 de la P.A.:

$\div -31 ; -26 ; -21 ; -16 ; ....$

A) 74 B) 79 C) 69 D) 64 E) 84

Ejercicio 16: Hallar el término de lugar 50 de la progresión aritmética:

$\div\, \frac{3}{4} ; \frac{5}{4} ; \frac{7}{4} ; \frac{9}{4} ; ....$

A) $\frac{97}{4}$ B) $\frac{99}{4}$ C) $\frac{101}{4}$ D) $\frac{107}{4}$ E) $\frac{105}{4}$

Ejercicio 17: Hallar el término de lugar 26 de la progresión aritmética:

$\div\, \frac{2}{3} ; \frac{7}{6} ; \frac{5}{3} ; ....$

A) $\frac{79}{3}$ B) $\frac{79}{6}$ C) $\frac{80}{6}$ D) $\frac{80}{3}$ E) $\frac{77}{3}$

Ejercicio 18: En una progresión aritmética, el primer término es 3 y la razón es 4. Hallar el término que ocupa el lugar 22.

A) 87 B) 91 C) 83 D) 79 E) 95

Ejercicio 19: Obtener el término a_{40} en una progresión aritmética, sabiendo que $a_{25} = 52$ y $r = -3$

A) 1 B) 4 C) 7 D) 10 E) 13

Ejercicio 20: Hallar el término a_{20} de una progresión aritmética en la que: $a_1 = 7$ y $r = -2$.

A) -27 B) -31 C) -33 D) -29 E) -35

Ejercicio 21: ¿Cuántos números pares hay entre 31 y 128?

A) 45 B) 46 C) 47 D) 48 E) 49

Ejercicio 22: Se desea saber el número de múltiplos de 4 que hay entre 10 y 116.

A) 26 B) 27 C) 28 D) 29 E) 30

Ejercicio 23: En la siguiente; P.A.
$\div\, (x - 6); (x - 1); (x + 4); (x + 9);......;$ Hay 37 términos. Hallar el último término.

A) $x + 184$ B) $x + 169$ C) $x + 164$

D) $x + 179$ E) $x + 174$

Ejercicio 24: El mayor de tres números que forman una progresión aritmética es el triple del menor. ¿Cuál es el mayor de estos tres números, si su producto es 1 296?

A) 15 B) 6 C) 18 D) 12 E) 21

Ejercicio 25: La suma de los tres primeros términos de una progresión aritmética es la solución de la ecuación: $x^2 - 17x - 84 = 0$, siendo el sexto término 15. Hallar la razón.

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Ejercicio 26: Una progresión aritmética de 30 términos tiene por primer término 200, y por suma 5 130. ¿Cuánto valen la razón y su último término?

A) -3 y 144 B) -2 y 140 C) -2 y 142

D) -3 y 142 E) -2 y 144

Ejercicio 27: En una P.A. de 60 términos la diferencia común es igual a 5 y la suma de sus términos es 9 150. ¿Cuánto vale a_1 y a_{60}?

A) 10 y 295 B) 5 y 305 C) 0 y 305

D) 5 y 300 E) 0 y 295

Ejercicio 28: Sumar los 30 múltiplos de 5 siguientes a 50.

A) 3 825 B) 3 830 C) 3 855

D) 3 840 E) 3 820

Ejercicio 29: ¿Cuánto vale la suma de todos los números de 3 cifras?

A) 494 551 B) 493 551 C) 494 550

D) 494 579 E) 495 549

Ejercicio 30: Hallar la suma de todos los números de dos cifras que son múltiplo de 3.

A) 1 662 B) 1 665 C) 1 668

D) 1 671 E) 1 674

Ejercicio 31: ¿Cuántos términos hay que tomar en la P.A:

$\div$ -2 ; 2 ; 6 ; 10 ; 14 ; ...., para que la suma sea 8 190.

A) 63 B) 64 C) 65 D) 66 E) 67

Ejercicio 32: Hallar la suma de los números impares desde 29 hasta 137.

A) 4 565 B) 4 594 C) 4 536

D) 4 702 E) 4 428

Ejercicio 33: Hallar la suma de los 25 primeros términos de la P.A.

$$\div \frac{2}{5}; \frac{11}{15}; \frac{16}{15}; \ldots\ldots\ldots\ldots$$

A) 109 B) 110 C) 111 D) 112 E) 113

Ejercicio 34: Una progresión aritmética tiene 33 términos y su término central vale 8. ¿Cuánto vale la suma de los 33 términos?

A) 263 B) 264 C) 265 D) 266 E) 267

Ejercicio 35: El menor ángulo de un exágono irregular (ángulos desiguales) es de 100° y los seis ángulos están en progresión aritmética. ¿Cuánto vale el mayor de los ángulos?

A) 100° B) 110° C) 120° D) 130° E) 140°

Ejercicio 36: Si se sabe que: a, a^2 y 3a son los tres términos de una progresión aritmética entonces la suma de los 10 primeros términos es:

A) 11 + 10a B) 10a + 11 C) 111a

D) 110 E) 120

Ejercicio 37: Hallar el valor de c^2 en:

$\div$ a ; b ; c ; d ; e

Si se sabe que: a + e = 20

A) 400 B) 100 C) 20 D) 10 E) 160

Ejercicio 38: Las dimensiones de un paralelepípedo rectángular están en progresión aritmética cuya suma de dichas dimensiones es 30 m, el volumen del paralelepipedo es de 640 m^3 ¿Cuánto mide la arista mayor?

A) 6m B) 8m C) 12m D) 14m E) 16m

Ejercicio 39: (x + y) ; (4x - 3y); (5y + 3x); son tres términos consecutivos de una progresión aritmética. La relación entre "x" e "y" es:

A) $\frac{x}{y}=\frac{1}{3}$ B) $\frac{x}{y}=2$ C) $\frac{x}{y}=3$

D) $\frac{x}{y}=5$ E) $\frac{x}{y}=\frac{1}{4}$

Ejercicio 40: ¿Cuántos términos de la progresión aritmética:

$$6\frac{1}{2}\ ;\ 4\frac{1}{2}\ ;\ 2\frac{1}{2}\ ;\ ....$$

tomar para que la suma sea -396?

A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

Ejercicio 41: En una progresión aritmética de un número impar de términos (n). ¿Cuántos términos hay de lugar impar y cuántos de lugar par?

A) n y (n - 1) B) (n - 1) y (n + 1)

C) $\left(\frac{n+2}{2}\right)$ y $\left(\frac{n-1}{2}\right)$ D) $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ y $\left(\frac{n-1}{2}\right)$

E) $\left(\frac{n+2}{2}\right)$ y $(n+1)$

Ejercicio 42: Halla el octavo término de la progresión geométrica:

$\div\div$ 1 : 2 : 4 : 8 : ....

A) 64 B) 128 C) 256

D) 512 E) 1 024

Ejercicio 43: Dados: $a_{12} = 72$ y $r = 1/2$; en una progresión geométrica, obtener a_8

A) 1 125 B) 1 162 C) 1 152

D) 576 E) 3 456

Ejercicio 44: En una progresión geométrica se sabe que: $a_{15} = 512$ y $a_{10} = 16$; Hallar la razón y el primer término.

A) $r=2$ y $a_1=\frac{1}{16}$ B) $r=2$ y $a_1=\frac{1}{32}$

C) $r=2$ y $a_1=\frac{1}{8}$ D) $r=2$ y $a_1=\frac{1}{64}$

E) $r=2$ y $a_1=\frac{1}{4}$

Ejercicio 45: Cuáles de las sucesiones son progresiones geométricas y cuales no.

I) $12\ ;\ 4\ ;\ \frac{4}{3}\ ;\ \frac{4}{9}\ ;$ ....

II) 16 ; 4 ; 1 ; ....

III) 50 ; 20 ; 8 ; 2 ; ....

IV) $\frac{x+3}{x}\ ;\ 1\ ;\ \frac{x}{x+3}\ ;\ \frac{x^2}{x+3}\ ;$ ....

A) Sólo I B) Sólo II C) I y II

D) II y III E) II y III

Ejercicio 46: La suma de los términos de una P.G. decreciente y prolongada indefinidamente es el doble de la suma de los cinco primeros términos. Hallar la razón.

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ D) $\frac{1}{\sqrt[5]{2}}$ E) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

Ejercicio 47: Una hoja de papel se parte por la mitad, después se superponen las dos mitades y se vuelven a partir, y así sucesivamente. Después de ocho cortes. ¿Cuántos trocitos de papel habrá?

A) 256 B) 260 C) 510 D) 501 E) 105

Ejercicio 48: Halla el término de lugar 16 de la P.G.

$$\frac{1}{3} : \frac{2}{9} : \frac{4}{27} : \frac{8}{81} : ....$$

A) $2^{-15}.\ 3^{16}$ B) $2^{-15}.\ 3^{16}$ C) $2^{15}.\ 3^{-16}$

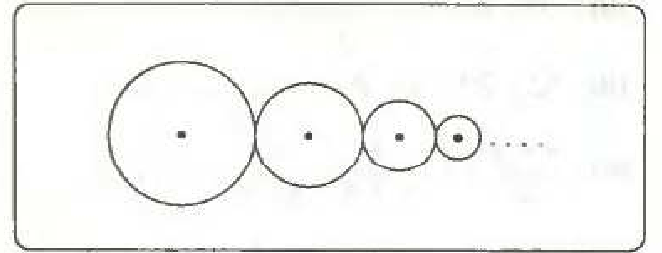
D) $2^{16}.\ 3^{-15}$ E) $3^{15}.\ 2^{-16}$

Ejercicio 49: Halla el producto de los 11 primeros términos de una P.G. sabiendo que el término central vale 2.

A) 3 072 B) 1 024 C) 2 048

D) 4 096 E) 5 120

Ejercicio 50: Un círculo tiene un diámetro de 2m, un segundo circulo tangente exterior del primero, tiene un diámetro de 1m, un tercer circulo, tangente exterior al segundo (y con centro alineado con el del primero) tiene un diámetro igual a 1/2m, si se continua indefinidamente construyendo circulos en las mismas condiciones. ¿Cuántas suman las áreas de estos infinitos circulos?



A) $2\pi\ m^2$ B) $\frac{4}{3}\pi\ m^2$ C) $\frac{3}{4}\pi\ m^2$

D) $\frac{3}{2}\pi\ m^2$ E) $3\pi\ m^2$

Clave de Respuestas

1. D	11. B	21. D
2. C	12. C	22. A
3. D	13. C	23. E
4. C	14. D	24. C
5. C	15. A	25. E
6. D	16. C	26. C
7. B	17. B	27. D
8. C	18. A	28. A
9. B	19. C	29. C
10. B	20. B	30. B

31. C	41. D
32. A	42. B
33. B	43. C
34. B	44. B
35. E	45. C
36. D	46. D
37. B	47. A
38. E	48. C
39. C	49. C
40. C	50. B

ECUACIONES EXPONENCIALES 6

Son aquellas ecuaciones, cuya característica es tener la incógnita en el exponente de una potencia, pudiendo también encontrarse comc base de la potencia. Para su Resolución se utilizará la teoría de exponentes anteriormente estudiada.

PRINCIPALES METODOS DE RESOLUCION:

I. Por Semejanza de Términos

a) Por igualdad de Bases:

$$b^x = b^y \Rightarrow \boxed{x = y} \; ; \quad si: (b \neq 0 \text{ y } 1)$$

b) Igualdad en el Exponente:

$$x^b = y^b \Rightarrow \boxed{x = y} \; ; \quad si: (b \neq 0)$$

> ***NOTA:***
> *En este capítulo no se tomarán en cuenta aquellas soluciones (raíces) que se obtengan fuera del conjunto de los números reales.*

Ejemplo :

Resolver : $x^3 = 1$

Resolución

La expresión dada, se puede escribir como:

$$x^3 = 1^3 \longrightarrow x^3 - 1^3 = 0,$$

descomponiendo se tiene :

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$(x-1)\left[\frac{x+1+\sqrt{3}\,i}{2}\right]\left[\frac{x+1-\sqrt{3}\,i}{2}\right] = 0$$

Donde las soluciones son:

$$\boxed{x = 1; \quad x = \frac{-1-\sqrt{3}\,i}{2}; \quad x = \frac{-1+\sqrt{3}\,i}{2}}$$

De las cuales consideramos : $x = 1$, por ser un número real.

C) Igualdad Base y Exponente:

$$b^b = x^x \Rightarrow \boxed{b = x} \quad Sí: (b \neq 0 \text{ y } 1)$$

Ejemplo:

Resolver : $x^{-x} = \dfrac{1}{\sqrt[9]{3^{-1}}}$

Resolución:

La expresión dada, se puede escribir como :

$$x^{-x} = \frac{1}{\sqrt[9]{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\frac{\sqrt[9]{1}}{\sqrt[9]{3}}} = \sqrt[9]{3}$$

De donde :

$$x^{-x} = \sqrt[9]{3} = 3^{\frac{1}{9}} \Rightarrow x^x = 3^{\frac{1}{-9}}$$

Multiplicamos y dividimos " por 3" a " $-\frac{1}{9}$ "

Luego :

$$x^x = 3^{\frac{3}{-27}} = \left(3^{-3}\right)^{\frac{1}{27}}$$

$$x^x = \left(\frac{1}{27}\right)^{\left(\frac{1}{27}\right)}$$

Por comparación de bases y exponentes:

$$\boxed{x = \frac{1}{27}}$$ **Rpta.**

d) Por Analogía de Términos:

Se presentan de diversas formas y se resuelven construyendo la forma de identificar términos semejantes, las más conocidas son:

i) $a^{a\pm n} = b^{b\pm n}$ ⇨ $\boxed{a=b}$

iii) $a^{a^{a\pm n}\pm n} = b^{b^{b\pm n}\pm n}$ ⇨ $\boxed{a=b}$

II) Por cambio de Variable:

Son aquellas que mediante un adecuado cambio de variable se transforman en una ecuación de primer grado o grado superior.

Ejemplo:

Resolver : $2^{2+x} + 2^{2-x} = 17$

Resolución

Por las propiedades:

$\boxed{A^{m+n} = A^m \cdot A^n}$ y $\boxed{A^{m-n} = \dfrac{A^m}{A^n}}$

La expresión dada; se puede escribir como:

$$2^2 \cdot 2^x + \frac{2^2}{2^x} = 17;$$

hacemos : $\boxed{2^x = A}$

$$2^2 \cdot A + \frac{2^2}{A} = 17$$

$$4A + \frac{4}{A} = 17 \quad \rightarrow \quad 4A^2 + 4 = 17A$$

transponiendo términos se obtiene :

$$4A^2 - 17A + 4 = 0$$

$$\begin{matrix} 4A & -1 \\ A & -4 \end{matrix}$$

De donde : $(4A - 1).(A - 4) = 0$

i) $4A - 1 = 0 \quad \rightarrow \quad A = \frac{1}{4}$

$2^x = 2^{-2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = -2}$

ii) $A - 4 = 0 \quad \rightarrow \quad A = 4$

$2^x = 2^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = 2}$

Rpta.

EXPRESIONES CON OPERACIONES QUE SE REPITEN INDEFINIDAMENTE:

Son aquellas expresiones en donde las operaciones se repiten un número ilimitado de veces. Para su Resolución se deben seguir los siguientes pasos:

1) Asignar a la expresión una variable adecuada.

2) Ejecutar la operación contraria a la indicada, con el fin de obtener la expresión que se tuvo inicialmente que será reemplazada por la variable con la cual se definió a la expresión inicial.

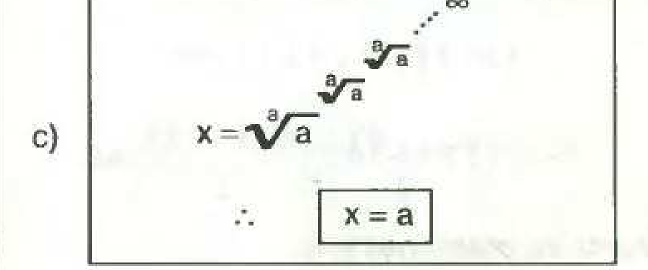
3) Despejar la variable, con lo cual queda resuelto el problema. Las formas más conocidas son:

a) $x = \sqrt[n]{a^m \cdot \sqrt[n]{a^m \cdot \sqrt[n]{a^m \; \ldots \infty \text{ rad.}}}}$

$\therefore \quad \boxed{x = \sqrt[n-1]{a^m}}$

b) $x = \sqrt[n]{b : \sqrt[n]{b : \sqrt[n]{b : \ldots\ldots \infty \text{ rad.}}}}$

$\therefore \quad \boxed{x = \sqrt[n+1]{b}}$

c) 

D) $\sqrt{n(n+1)+\sqrt{n(n+1)+\sqrt{n(n+1)+\ldots\ldots\infty \text{ rad}}}} = \boxed{n+1}$

E) $\sqrt{n(n+1)-\sqrt{n(n+1)-\sqrt{n(n+1)-\ldots\ldots\infty \text{ rad}}}} = \boxed{n}$

f) $x^{x^{x^{\cdot^{\cdot^{\cdot \infty}}}}} = n \Rightarrow \therefore \boxed{x=\sqrt[n]{n}}$

g) $x=\sqrt[a]{b\sqrt[b]{a\sqrt[a]{b\sqrt[b]{a\ldots\infty}}}} \Rightarrow \therefore \boxed{x=b}$

EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio (1)

Si :

$$\frac{1}{2}a^{\frac{1}{2}a} = 2$$

Hallar: a^a

A) 1 B) 2 C) 16 D) $\sqrt{2}$ E) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Resolución :

La expresión : $\boxed{\frac{1}{2}}\, a^{\frac{1}{2}a} = 2$; se puede escribir como :

$$a^{\frac{1}{2}a} = 2\times\frac{2}{1} = 4$$

$$a^a = 4^{\frac{2}{1}} = 4^2 = 16 \quad \therefore \quad \boxed{a^a = 16}$$

Rpta. C

Ejercicio (2)

Indicar cual es el exponente de b^b en la expresión :

$$E = b^{b^3}$$

A) b^2 B) 3 C) b^3 D) 1 E) 4

Resolución :

La expresión "E" se puede escribir como:

$$E = b^{b^3} = b^{b\times b^2} = \left(b^b\right)^{b^2}$$

De donde :

$$E = \left(b^b\right)^{\boxed{b^2}} \longleftarrow \text{exponente de } b^b$$

$\therefore$ $\boxed{\text{El exponente de } b^b \text{ es } b^2}$

Rpta. A

Ejercicio (3)

Resolver : $2^{2x+3} - 3^{2x+1} = 3^{2x+2}$

A) 1 B) 0,5 C) -0,5 D) 0,25 E) -0,25

Resolución :

Aplicando la propiedad : $\boxed{A^{m+n} = A^m \cdot A^n}$, se obtiene :

$$2^{2x} \cdot 2^3 - 3^{2x} \cdot 3^1 = 3^{2x} \cdot 3^2$$

$$2^{2x} \cdot 8 - 3^{2x} \cdot 3 = 3^{2x} \cdot 9$$

$$2^{2x} \cdot 8 = 3^{2x} \cdot 9 + 3^{2x} \cdot 3^1$$

En el segundo miembro, factorizamos 3^{2x}

$$2^{2x} \cdot 8 = 3^{2x}(9+3)$$

$$\frac{2^{2x}}{3^{2x}} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}; \quad \text{pero : } \boxed{\frac{3}{2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x}=\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$$

De donde: $2x=-1$

$$\therefore \boxed{x=-\frac{1}{2}=-0,5}$$

Rpta. C

Ejercicio (4)

Resolver: $\sqrt[\sqrt{2}+1]{2}=a^{a^3-a^2}$

A) $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $a=\sqrt{2}$

C) $a=2\sqrt{2}$ D) $a=2$

E) $a=\frac{\sqrt{2}}{4}$

Resolución:

Por propiedad: $\boxed{\sqrt[n]{A}=A^{\frac{1}{n}}}$; obtenemos:

$2^{\frac{1}{(\sqrt{2}+1)}}=a^{a^2(a-1)}$; racionalizamos por la conjugada

De: "$(\sqrt{2}+1)$", siendo dicha conjugada:

$(\sqrt{2}-1)$

$$\frac{1}{(\sqrt{2}+1)}=\frac{1\times(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)\times(\sqrt{2}-1)}$$

$$=\frac{(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}^2-1^2}=\frac{\sqrt{2}-1}{1}$$

$$\therefore \boxed{\frac{1}{(\sqrt{2}+1)}=\sqrt{2}-1}$$

Luego: $2^{\sqrt{2}-1}=a^{a^2(a-1)}$; pero: $2=\sqrt{2}^2$

$$\sqrt{2}^{2(\sqrt{2}-1)}=a^{a^2(a-1)}$$

$$\sqrt{2}^{\sqrt{2}^2(\sqrt{2}-1)}=a^{a^2(a-1)};$$

Por comparación de términos:

$$\therefore \boxed{a=\sqrt{2}}$$

Rpta. B

Ejercicio (5)

Si: $\sqrt[(x+1)^2]{16}-x=1;\quad x>0$

Hallar el valor de "x"

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 1/2

Resolución

La expresión dada, se puede escribir como:

$\sqrt[(x+1)^2]{16}=(x+1)$; pero $16=2^{2^2}$

$$16=(x+1)^{(x+1)^2}$$

$$2^{2^2}=(x+1)^{(x+1)^2}$$

De donde: $x+1=2$

$$\therefore \boxed{x=1}$$

Rpta. A

Ejercicio (6)

Si: $x^{3x^{0,5}}=0,125$

Hallar el valor de "x"

A) 1/2 B) 1/4 C) 1/8 D) 1/16 E) 1/32

Resolución:

Sabemos que: $0,125=\frac{125}{1\,000}=\frac{1}{8}$

Luego: $x^{3x^{0,5}}=\frac{1}{8}=\left(\frac{1}{2}\right)^3$

$$\left(x^{x^{0,5}}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \quad \text{pero: } \boxed{0,5 = \frac{1}{2}}$$

$x^{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}$; elevamos ambos miembros a la 1/2

$$\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^{x^{\frac{1}{2}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

De donde :

$$x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{1}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \boxed{x = \frac{1}{4}}$$

Rpta. B

Ejercicio 7 Hallar: x : y ; si se cumple que :

$$y^x = x \quad \text{......(I)}$$

$$x^{y^{-1}} = y^{x^{-1}} \quad \text{......(II)}$$

A) 1/4 B) 2/3 C) 4/3 D) 9/2 E) 2

Resolución

De la expresión (I):

$$y^x = x \Rightarrow y = \sqrt[x]{x} \quad \text{......}(\alpha)$$

De la expresión (II):

$$x^{\frac{1}{y}} = y^{\frac{1}{x}} \quad \text{......}(\beta)$$

Reemplazamos (α) en (β):

$$x^{\frac{1}{y}} = \sqrt[x]{x}^{\frac{1}{x}}$$

$$x^{\frac{1}{y}} = x^{\frac{1}{x^2}} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{x^2}$$

$$\therefore \boxed{y = x^2} \quad \text{......}(\theta)$$

Igualamos (α) y (θ)

$$x^2 = \sqrt[x]{x} \Rightarrow x^2 = x^{\frac{1}{x}} \Rightarrow 2 = \frac{1}{x}$$

$$\therefore \boxed{x = \frac{1}{2}}$$

Ahora reemplazamos el valor de "x" en "θ".

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \therefore \boxed{y = \frac{1}{4}}$$

Incógnita :

$$x : y = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = 2 \Rightarrow \therefore \boxed{x : y = 2}$$

Rpta. E

Ejercicio (8)

Determinar "x" en :

$$(x+1)^{(x+1)^{(x+1)^{\cdot^{\cdot^{\cdot \infty}}}}} = 2$$

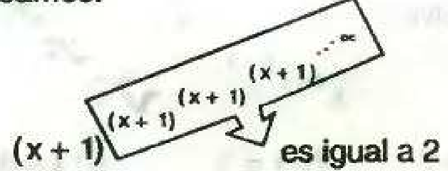
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}+1$

C) $\sqrt{2}-1$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

E) $2\sqrt{2}$

Resolución:

Si a la expresión del primer miembro, le agregamos un término común (x + 1) no altera de valor, veamos:



De donde :

$$(x+1)^2 = 2 \Rightarrow x + 1 = \sqrt{2}$$

$$\therefore \boxed{x = \sqrt{2} - 1}$$

Rpta. C

Ejercicio (9)

Calcular el valor de "E" si:

$$E = \sqrt{32 : \sqrt{32\sqrt{32 : \sqrt{32\sqrt{32 : \ldots \infty \text{ rad}}}}}}$$

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

Resolución

Agregamos un término común, la expresión dada no altera.

$$E = \sqrt{32 : \sqrt{32\underbrace{\sqrt{32 : \sqrt{32\sqrt{32 : \ldots \infty \text{ rad}}}}}_{\text{vale "E"}}}}$$

$$E = \sqrt{32 : \sqrt{32E}}$$

$$E^2 = 32 : \sqrt{32\,E}$$

$$E^2 = \frac{32}{\sqrt{32E}};$$

Elevamos al cuadrado ambos miembros.

$$\left(E^2\right)^2 = \left(\frac{32}{\sqrt{32\,E}}\right)^2$$

$$E^4 = \frac{32 \times 32}{32E} \Rightarrow E^5 = 32$$

$$E^5 = 2^5$$

$\therefore$ $\boxed{E = 2}$ **Rpta. A**

Ejercicio (10)

Resolver :

$$x^{4-x^{4-x^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{\infty}}}}}} = \sqrt[3]{x\sqrt[3]{x\sqrt[3]{x\cdots\infty}}}$$

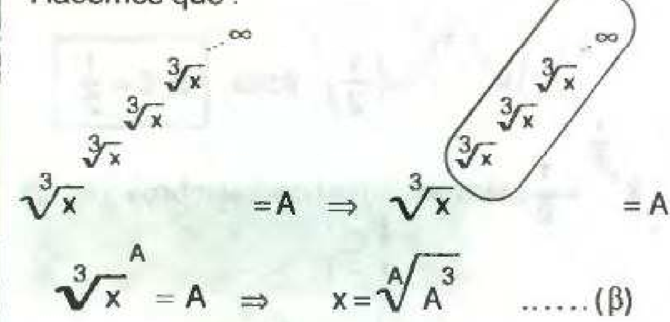
A) $x = 2$ B) $x = 3$ C) $x = 4$

D) $x = \frac{1}{2}$ E) $x = \frac{1}{4}$

Resolución

De la expresión : $x^{4-x^{4-x^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{\infty}}}}}} = \sqrt[3]{x\sqrt[3]{x\sqrt[3]{x\cdots\infty}}}$ ......(α)

Hacemos que :



$$\sqrt[3]{x\sqrt[3]{x\sqrt[3]{x\cdots\infty}}} = A \Rightarrow \sqrt[3]{x\,A} = A$$

$$\sqrt[3]{x\,A} = A \Rightarrow x = \sqrt[A]{A^3} \quad \ldots\ldots(\beta)$$

También sabemos que :

$$x^{4-x^{4-x^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{\infty}}}}}} = A \Rightarrow x^{4-A} = A$$

$$x^{4-A} = A \quad \ldots\ldots(\theta)$$

Reemplazamos (β) en (θ) :

$$\left(\sqrt[A]{A^3}\right)^{4-A} = A \Rightarrow A^{\frac{3(4-A)}{A}} = A^{1}$$

De donde :

$$\frac{3(4-A)}{A} = 1$$

$$12 - 3A = A$$

$$12 = 4A$$

$\therefore$ $\boxed{A = 3}$

Ahora reemplazamos el valor de "A" en "θ"

$$x^{4-3} = 3$$

$\therefore$ $\boxed{x = 3}$ **Rpta. B**

Ejercicio (11)

Hallar : 2^x, sabiendo que

$$3^{5-x}\,.5^{2x-4} = 15^{11-3x}$$

A) 32 B) 4 C) 16 D) 64 E) 8

Resolución

La expresión dada, se puede escribir así:

$$3^{5-x}.5^{2x-4}=(3.5)^{11-3x}$$
$$3^{5-x}.5^{2x-4}=3^{11-3x}.5^{11-3x}$$

Aplicamos: $\boxed{\dfrac{3^{5-x}}{3^{11-3x}}=\dfrac{5^{11-3x}}{5^{2x-4}}}$

$$3^{(5-x)-(11-3x)}=5^{(11-3x)-(2x-4)}$$
$$3^{2x-6}=5^{15-5x}$$

Para que se cumpla esta igualdad los exponentes de ambos miembros deben ser igual a cero.

i) $2x-6=0 \Rightarrow \boxed{x=3}$

ii) $15-5x=0 \Rightarrow \boxed{x=3}$

Luego: $\boxed{2^x=2^3=8}$ **Rpta. E**

Ejercicio (12)

Hallar: $(ab)^2$; si :
$$a^b.b^a=2^{\sqrt{2}}$$

A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 4 E) 8

Resolución

Por artificio: $2=\sqrt{2}^{\,2}$

Luego: $a^b\cdot b^a=\left(\sqrt{2}^{\,2}\right)^{\sqrt{2}}$

$$a^b\cdot b^a=\left(\sqrt{2}\right)^{2\sqrt{2}}=\left(\sqrt{2}\right)^{\sqrt{2}+\sqrt{2}}$$

Aplicamos: $\boxed{A^{m+n}=A^m.A^n}$

$$a^b\cdot b^a=\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$$

Por comparación de términos:

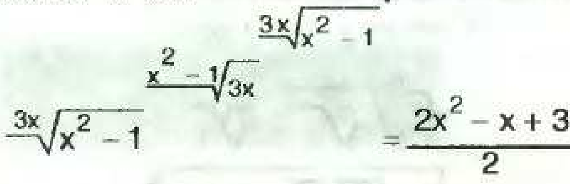
$$\boxed{\begin{array}{l}a=\sqrt{2}\\ b=\sqrt{2}\end{array}}$$

Luego:
$$(ab)^2=\left(\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\right)^2=2^2=4$$

Rpta. D

Ejercicio (13)

Calcular "x" en:

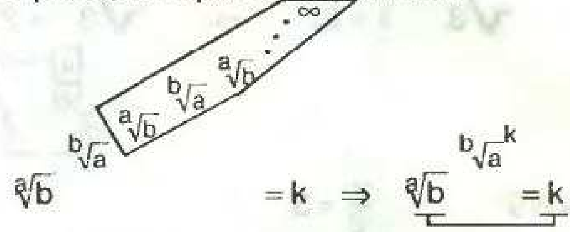


A) x = 2 B) x = 3 C) x = 4
D) x = 5 E) x = 8

Resolución

Por propiedad $\sqrt[a]{b}^{\sqrt[b]{a}^{\sqrt[a]{b}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{\infty}}}}}}=K$

esta expresión, se puede escribir así:



$$\sqrt[a]{b}^{\,\sqrt[b]{a}^{\,k}}=k$$

* Para que se cumpla dicha igualdad: $\boxed{b=k}$

Luego, aplicamos dicha propiedad en el problema, obtenemos:

$$x^2-1=\frac{2x^2-x+3}{2}$$
$$2x^2-2=2x^2-x+3$$
$$\therefore \boxed{x=5}$$ **Rpta. D**

Ejercicio (14)

Calcular el valor de "n"

$$\underbrace{\sqrt[3]{\sqrt{3}\sqrt[3]{\sqrt{3}\sqrt[3]{\sqrt{3}\sqrt[3]{\ldots\sqrt{3}\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}}}}}}}_{(n+1)\text{ radicales}}=\sqrt[81]{2}$$

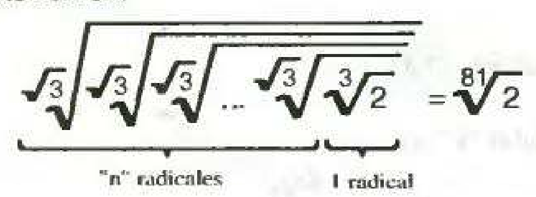
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Resolución

Por propiedad

$$\underbrace{\sqrt[n]{\sqrt[n]{\sqrt[n]{\ldots\sqrt[n]{A}}}}}_{m\text{ radicales}}=\sqrt[n^m]{A}$$

obtenemos:



$$\sqrt{3}^{\,n}\sqrt{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[81]{2};$$

pero $\boxed{\sqrt[p]{\sqrt[q]{M}}=\sqrt[pq]{M}}$ (Propiedad)

Donde:

Por comparación de términos:

$$\sqrt{3}^{\,n}\cdot 3=81 \quad\Rightarrow\quad \sqrt{3}^{\,n}=27$$

$$3^{\frac{n}{2}}=3^3$$

Luego: $\frac{n}{2}=3$

$\therefore$ $\boxed{n=6}$ **Rpta. E**

Ejercicio **15**

Hallar el valor de x^8 si:

$$x^{x^6}=\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$$

A) 2 B) $\sqrt[4]{2}$ C) 4

D) $\sqrt[4]{4}$ E) N.A.

Resolución:

La expresión dada, se puede escribir así:

$$x^{x^6}=\sqrt{\sqrt{2}}^{\,2\sqrt{2}}=\sqrt[4]{2}^{\,2\sqrt{2}};$$

pero: $\boxed{2\sqrt{2}=\sqrt{8}}$

$$x^{x^6}=\sqrt[4]{2}^{\sqrt{8}}=\sqrt[4]{2}^{\sqrt{\sqrt{8}}^{\,2}}$$

$$x^{x^6}=\sqrt[4]{2}^{\sqrt[4]{8}^{\,2}}=\sqrt[4]{2}^{\sqrt[4]{2^3}^{\,2}}$$

$$x^{x^6}=\sqrt[4]{2}^{\sqrt[4]{2}^{\,6}}$$

Por comparación de términos: $x=\sqrt[4]{2}$

Luego: $\boxed{x^8=\left(\sqrt[4]{2}\right)^8=(2)^2=4}$

Rpta. C

Ejercicio 16

Si: $-2^{-2^{-p}}=-4^{-4^{-q}}$

Halle:

$$E=\sqrt[\sqrt{2}]{\sqrt[\sqrt{2}^{p}]{2^{2^q}}}$$

A) 1 B) 4 C) $\sqrt{2}$ D) 2 E) $2^{\sqrt{2}}$

Resolución:

De la condición: $-2^{-2^{-p}}=-4^{-4^{-q}}$

obtenemos:

$$-2^{-2^{-p}}=\left(-2^2\right)^{-4^{-q}}=-2^{2\left(-4^{-q}\right)}$$

A bases iguales, los exponentes también son iguales.

$$-2^{-p}=2(-4^{-q}) \quad\Rightarrow\quad 2^{-p}=2(4^{-q})$$

$$2^{-p}=2(2^{-2q})$$

$$2^{-p}=2^{1-2q}$$

$$-p=1-2q$$

$\therefore$ $\boxed{p+1=2q}$

La expresión "E" se puede escribir así:

$$E=\sqrt[\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}^{p}]{2^{2^q}}=\sqrt[\sqrt{2}^{\,p+1}]{2^{2^q}}$$

$$E=\sqrt[\sqrt{2}^{2q}]{2^{2^{q}}}=\sqrt[2^{q}]{2^{2^{q}}}=2$$

$\therefore$ $\boxed{E=2}$ **Rpta. D**

Ejercicio (17)

Calcular el valor de "x" en:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)^{4^{x}}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

A) 1/2 B) 0,15 C) 5/2 D) 1/3 E) 3/2

Resolución:

Sabemos que: $\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}$

$$\boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}}$$

Luego:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)^{4^{x}}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2\times 1}{2\times 2}}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)^{4^{x}}}=\left(\frac{1}{4}\right)^{\left(\frac{1}{4}\right)};$$

a bases iguales, los exponentes también son iguales.

Donde: $\left(\frac{1}{2}\right)^{4^{x}}=\frac{1}{4} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{4^{x}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2}$

$4^{x}=2 \Rightarrow 2^{2x}=2^{1}$

$2x=1$

$\therefore$ $\boxed{x=\frac{1}{2}}$ **Rpta. A**

Ejercicio (18)

Hallar "x":

$$25^{-8^{-x^{-2^{-1}}}}=5^{-1}$$

A) 3 B) 0 C) 1 D) 9 E) 4

Resolución:

La expresión dada, se puede escribir así:

$$\left(5^{2}\right)^{-8^{-x^{-\left(2^{-1}\right)}}}=5^{-1}$$

$$(5)^{2\cdot 8^{-x^{-\frac{1}{2}}}}=5^{1}$$

A bases, iguales los exponentes también son iguales.

i) $2\cdot 8^{-x^{-\frac{1}{2}}}=1 \Rightarrow 8^{-x^{-\frac{1}{2}}}=\frac{1}{2}$

$$\left(2^{3}\right)^{-x^{-\frac{1}{2}}}=(2)^{-1}$$

ii) $3x^{-\frac{1}{2}}=1 \Rightarrow x^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{3}$

$$x^{-\frac{1}{2}}=3^{-1}$$

$$x^{\frac{1}{2}}=3 \Rightarrow x=3^{2}$$

$\therefore$ $\boxed{x=9}$ **Rpta. D**

Ejercicio (19)

Calcular "x" de: $\sqrt[\sqrt{2}]{\sqrt[x]{\sqrt{2}}}=2^{\sqrt{2}}$

A) 2 B) 2 C) 1/2 D) -1/2 E) 1

Resolución:

Por propiedad: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{A}} = \sqrt[n \cdot m]{A}$

obtenemos: $\sqrt[\sqrt{2}x]{\sqrt{2}} = 2^{\sqrt{2}}$

$$2^{\frac{1}{\sqrt{2}x}} = 2^{\sqrt{2}}$$

a bases iguales,los exponentes también son iguales.

$$\frac{1}{\sqrt{2}x} = \sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{x} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{x} = (\sqrt{2})^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{x} = 2$$

$$\therefore \quad \boxed{x = \frac{1}{2}}$$ **Rpta. C**

Ejercicio 20

Hallar "n" en: $\sqrt[n]{n^2 : \sqrt[n]{n^2 : \sqrt[n]{n^2 : \ldots\ldots}}} = \sqrt[n^2]{n \sqrt[n^2]{n \sqrt[n^2]{n \ldots\ldots}}}$

A) 1/2 B) 1/4 C) 3/4 D) 2 E) 3/4

Resolución:

Hacemos: $\sqrt[n]{n^2 : \sqrt[n]{n^2 : \sqrt[n]{n^2 : \ldots\ldots}}} = E$

Agregamos un término que se repite en el primer miembro, veamos:

$$\sqrt[n]{n^2 : \sqrt[n]{n^2 : \sqrt[n]{n^2 : \sqrt[n]{n^2 \ldots\ldots}}}} = E \quad \Rightarrow \quad \sqrt[n]{n^2 : E} = E$$

$$n^2 : E = E^n \quad \Rightarrow \quad \frac{n^2}{E} = E^n \quad \Rightarrow \quad n^2 = E^n . E$$

$$n^2 = E^{n+1} \quad \therefore \quad \boxed{\sqrt[n+1]{n^2} = E} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(I)}$$

Si al primer miembro le hemos llamado "E", al segundo miembro también se le llama "E".

$$\sqrt[n^2]{n \sqrt[n^2]{n \sqrt[n^2]{n \ldots\ldots}}} = E;$$

agregamos un término que se repite en el primer miembro, veamos:

$$\sqrt[n^2]{n \underbrace{\sqrt[n^2]{n \sqrt[n^2]{n \sqrt[n^2]{n \ldots\ldots}}}}_{E}} = E; \quad \Rightarrow \quad \sqrt[n^2]{nE} = E$$

$$nE = E^{n^2} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{E^{n^2}}{E} = E^{n^2 - 1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{n = E^{(n+1)(n-1)}} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(II)}$$

Reemplazamos (I) en (II) $$n = \left(\sqrt[n+1]{n^2}\right)^{(n+1)(n-1)}$$

$n^1 = n^{2(n-1)}$; a igual base los exponentes también son iguales.

$1 = 2(n-1) \Rightarrow 1 = 2n - 2 \Rightarrow 3 = 2n \therefore$ $\boxed{n = 3/2}$ **Rpta. C**

EJERCICIOS PROPUESTOS

Ejercicio 1.- En la expresión :

$$\sqrt{x^n}\cdot\sqrt[4]{x^{n+1}}\cdot\sqrt[3]{x^{n-1}} - 1 = 0$$

Hallar el valor de "n"

A) -2 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Ejercicio 2.- En la expresión :

$$\sqrt{\sqrt{2}\cdot\sqrt{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2^x}}} = \sqrt[4]{2}$$

Hallar el valor de "x"

A) -2 B) 2 C) 1 D) - 1 E) 0

Ejercicio 3.- Si :

$$\sqrt[a]{\sqrt[4]{4}} = a$$

Evaluar :

$$Q = \left[\left[\sqrt[a^a]{a^a}\right]^{\sqrt[a]{a}}\right]^{\sqrt{a}}$$

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) 4

Ejercicio 4.- En la expresión :

$$\left(\sqrt{2x}\right)^x = \sqrt[\sqrt{2}]{4}$$

Dar el valor de "x"

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
D) 2 E) $2\sqrt{2}$

Ejercicio 5 Determinar: "x + y" de :

$$x^{y^{-1}} = y^{-x} \qquad \text{......(1)}$$

$$(xy) = y \qquad \text{......(2)}$$

A) 1/4 B) 4/9 C) 6/9 D) 6/4 E) 9/4

Ejercicio 6.- El valor de "n" en la expresión:

$$\left[2\sqrt{2^{n+\sqrt{2}}}\right]^{(\sqrt{2}-1)} = 2 \quad \text{es :}$$

A) - 1 B) $\sqrt{2}-1$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
D) $\sqrt{2}$ E) 1

Ejercicio 7.- Determinar el valor de "n" en :

$$(0{,}002)^n = (0{,}2)^{(0,1)} \times (0{,}1)^{(0,2)}$$

A) 10 B) 1/10 C) 10^{-2} D) 1/5 E) 1/50

Ejercicio 8.- En la expresión :

$$\sqrt[2^{a^2-2}]{2^{2^{a^2+2}}} = 2^{\sqrt[n]{2}}$$

Determinar el valor de "n"

A) 2^a B) 4 C) a^2 D) 0,25 E) 0,5

Ejercicio 9.- Para que valor de "x" se cumple que :

$$3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} + 3^{x-4} = 121$$

A) x = 1 B) x = 2 C) x = 3
D) x = 4 E) x = 5

Ejercicio 10.- En la expresión :

$$(4)^{(4)^{-n}} = (2)^{\frac{1}{2}}$$

Determinar el valor de "n"

A) 1 B) 2 C) 3 D) $2\sqrt{2}$ E) 1/3

Ejercicio 11.- Hallar "n" en la siguiente expresión :

$$\sqrt[5]{\frac{5^{n}-5^{4}}{5^{2}-5^{n-2}}}=5$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Ejercicio 12..- En la siguiente expresión. Hallar el valor de "x"

$$16^{8^{-27^{-x^{-4^{-2^{-1}}}}}}=4$$

A) 3 B) 4 C) 9 D) 16 E) 27

Ejercicio 13.- Hallar "x" en :

$$3^{x+\frac{1}{2}}=4^{x+\frac{1}{2}}-3^{x-\frac{1}{2}}$$

A) 1 B) 1/2 C) 3/2 D) 2 E) 5/2

Ejercicio 14.- Calcular el valor de "P" si :

$$P=\sqrt{2\times16:\sqrt{2\times16\sqrt{2\times16:\sqrt{2\times16\sqrt{2\times16:\ldots\infty}}}}}$$

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

Ejercicio 15.- Si :

$$n=\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{16}\right)^{\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{16}\right)^{\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{16}\right)^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{\infty}}}}}}$$

Hallar el valor de : " $\sqrt[2n]{2n}$ "

A) 1/2 B) 1/4 C) 2
D) 4 E) 1

Ejercicio 16.- Calcular el valor de "M" :

$$M=\sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt[3]{4\sqrt{2\ldots\ldots\infty}}}}$$

A) 2 B) 4 C) 1/2 D) 1/4 E) 8

Ejercicio 17.- Resolver la siguiente ecuación:

$$x=\sqrt{2\sqrt[3]{2x\sqrt{2\sqrt[3]{2x\sqrt{2\sqrt[3]{2x\ldots\infty}}}}}}$$

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) 2
D) $\frac{1}{2}$ E) $\sqrt[4]{2}$

Ejercicio 18.- Calcular el valor de "S":

$$S=\sqrt{1+\sqrt{3}\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{3}\sqrt{1+\ldots\infty}}}}$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 3/2

Ejercicio 19.- Resolver la siguiente ecuación:

$$x^{1-x^{1-x^{\cdot^{\cdot^{\infty}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x}:\sqrt{x\sqrt{x}:\sqrt{x\sqrt{x}:\ldots\infty}}}$$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{8}{27}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{2}{3}$

Ejercicio 20.- Hallar "x" en :

$$x^{x^{2x}}=\sqrt[\sqrt{2}]{\frac{2}{\sqrt{2}}}\;;\quad \text{siendo } x>0$$

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ E) $\sqrt{2}$

Ejercicio 21.- Hallar: $\frac{1}{k}$ en:

$$\frac{3^{k+1}+3^{4k-1}}{3^{k+3}}=10$$

A) 3 B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 4 E) 0

Ejercicio 22.- Hallar "x" en:

$$\sqrt[x]{2\sqrt[x]{2\sqrt[x]{2\ldots}}} = \sqrt[4]{4}^{\sqrt[4]{4}^{\sqrt[4]{4}^{\cdot^{\cdot^{\infty}}}}}$$

A) 3/2 B) 2 C) 5/2 D) 3 E) 7/2

Ejercicio 23.- Hallar "k" para que se cumpla la igualdad.

$$2^k = \sqrt[\sqrt{2}-1]{\sqrt{2}^{\sqrt{2}+1}}\cdot\sqrt{2}$$

A) $2-\sqrt{2}$ B) $2+\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}$

D) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{2}-1$

Ejercicio 24.- Calcular "x" si:

$$3^{x^3} - 3^{x^3-2} = 216$$

A) $\sqrt[3]{17}$ B) $\sqrt[3]{4}$ C) $\sqrt[3]{5}$

D) $\sqrt[3]{2}$ E) N.A.

Ejercicio 25.- Indicar el valor de "x" en:

$$\sqrt[\frac{x-1}{2}]{\sqrt[\frac{1}{x}]{81}} = \left(\sqrt[3]{\sqrt[\frac{1}{x+4}]{9}}\right)^4$$

A) $x = \pm 1$ B) $x = \pm\sqrt{3}$ C) 1

D) $x = \pm 4$ E) $x = \pm 2$

Ejercicio 26.- Calcular el valor de "a" en:

$$\sqrt[a]{2a^a}^{\sqrt[2a^a]{a}^{\sqrt[a]{2a^a}^{\cdot^{\cdot^{\infty}}}}} = a^{2a}\cdot 2^{-1}$$

A) 1 B) 2 C) 4 D) 3 E) N.A.

Ejercicio 27.- Calcular el valor de "n"

$$\left(\sqrt[3]{\sqrt{2}}\cdot\sqrt[3]{3\sqrt[7]{2}}\cdot\sqrt[6]{2\sqrt[7]{9}}\right)^{42n} = 36$$

A) 2 B) 1/2 C) 1/4 D) 4 E) 1/8

Ejercicio 28.- Hallar el valor de "x + y", si:

$$4.6^{xy} \cdot 3^{x+1} = 36^{xy+1} \cdot 2^{xy} \cdot 3^{-xy}$$

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

Ejercicio 29.- El valor de "x^6" en:

$$x^{x^3} = \sqrt[3]{4}$$

A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt[3]{2}$ C) 2/3

D) 4 E) $\sqrt[-3]{3}$

Ejercicio 30.- Resolver:

$$\sqrt[3]{2}^{9^{x+5}} = 8^{27^{x-1}}$$

A) x = 1 B) x = 9 C) x = 2

D) x = 3 E) x = 11

CLAVE DE RESPUESTAS

1)	A	16)	A
2)	D	17)	C
3)	C	18)	B
4)	B	19)	B
5)	E	20)	B
6)	D	21)	B
7)	B	22)	A
8)	D	23)	B
9)	D	24)	C
10)	A	25)	E
11)	D	26)	B
12)	C	27)	E
13)	B	28)	A
14)	A	29)	D
15)	B	30)	E

Razone

Hallar el producto de los valores reales de "E", si:

$$\sqrt[3]{x^{5}} - \sqrt[3]{x^{-5}} = E \qquad \text{......(1)}$$

$$\sqrt[3]{x^{20}} - \sqrt[3]{x^{-20}} = 119$$

......*(2)*

Respuesta:	***–9***

Razone

Si: $x^x = 2$, Calcular el valor de:

$$R = \sqrt[2x^{x}]{x}^{\,x^{4x^{1-3x+x^{x+1}}+1}}$$

Respuesta:	***R = 2***

OPERADORES MATEMATICOS 7

OPERACIÓN MATEMÁTICA:

Procedimiento que valiéndose de reglas o leyes previamente establecidas, transforma cantidades o funciones en otra.

Operador:

Símbolo sujeto a reglas o leyes que representa una determinada operación matemática.

Ejemplo:

Suma	(+)
Resta	(−)
Multiplicación	(×)
División	(:)
Radicación	($\sqrt{\ }$)

Los símbolo que se indican son la base para crear operaciones de diferentes reglas o leyes de operar.

Ejemplos de Operadores:

$$A * B = A^2 - 2B$$

Operador Asterisco — Regla de como operar

Ejercicio:

Si: $A * B = A^2 - 2B$. Calcular: $5 * 2$

Resolución:

De la condición: $A * B = A^2 - 2B$

Calculamos: $5 * 2 = 5^2 - 2(2)$

$5 * 2 = 25 - 4$

$\therefore$ $\boxed{5 * 2 = 21}$

Simbología:

% = Operador Porcentaje

Δ = Operador Triángulo

* = Operador Asterisco

□ = Operador Cuadrado

▭ = Operador Rectángulo, etc.

EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio 1: Si se define la operación (...), en los números reales como:

$$a \ldots b = 3a + b^2$$

Calcular:

$$4 \ldots 3$$

A) 19 B) 21 C) 23 D) 18 E) 24

Resolución:

De la condición: $a \ldots b = 3a + b^2$

Calculamos: $4 \ldots 3 = 3(4) + 3^2$

$4 \ldots 3 = 12 + 9$

$\therefore$ $\boxed{4 \ldots 3 = 21}$

Rpta. B

Ejercicio 2: Si se define la operación (Δ), para cualquier par de números reales positivos "x" e "y" como:

$$x \,\Delta\, y = 3\sqrt{x} - 2\sqrt{y}$$

Calcular:

$$25 \,\Delta\, 9$$

A) 8 B) 11 C) 9 D) 15 E) 20

Resolución

De la condición: $x \,\Delta\, y = 3\sqrt{x} - 2\sqrt{y}$

Calculamos: $25 \,\Delta\, 9 = 3\sqrt{25} - 2\sqrt{9}$

$25 \,\Delta\, 9 = 3(5) - 2(3)$

$25 \,\Delta\, 9 = 15 - 6$

$\therefore$ $\boxed{25 \,\Delta\, 9 = 9}$

Rpta C

Ejercicio 3: Sea la operación (#) definida en los reales como:

$$a \# b = \frac{a+b}{a-b}$$

Calcular el valor de "x"; si:

$$x \# 2 = 2x \# 3$$

A) 0 B) 5 C) 2 D) 6 E) 3

Resolución:

De la condición: $\boxed{a \# b = \frac{a+b}{a-b}}$

Calculamos: $x \# 2 = \frac{x+2}{x-2}$ ....(I)

$2x \# 3 = \frac{2x+3}{2x-3}$ ....(II)

Reemplazamos (I) y (II) en la expresión incógnita:

$$x \# 2 = 2x \# 3$$

$$\frac{x+2}{x-2} = \frac{2x+3}{2x-3}$$

$$(x+2).(2x-3) = (x-2).(2x+3)$$

$$2x^2 - 3x + 4x - 6 = 2x^2 + 3x - 4x - 6$$

$$x - 6 = -x - 6$$

$$2x = 0$$

$\therefore$ $\boxed{x = \frac{0}{2} = 0}$

Rpta A

Ejercicio 4: Sean las operaciones (%) y (Δ); definidas en los reales por:

$$a \% b = a + ab + b$$

$$a \,\Delta\, b = a^2 + ab - b^2$$

Calcular: $(2 \% 4) \% (3 \,\Delta\, 2)$

A) 124 B) 160 C) 179 D) 168 E) N.A

Resolución:

De la primera condición: $\boxed{a \% b = a + ab + b}$

Calculamos: $2 \% 4 = 2 + 2 \times 4 + 4$

$\therefore$ $\boxed{2 \% 4 = 14}$ ......(I)

De la segunda condición: $\boxed{a \,\Delta\, b = a^2 + ab - b^2}$

Calculamos: $3 \,\Delta\, 2 = 3^2 + 3 \times 2 - 2^2$

$\therefore$ $\boxed{3 \,\Delta\, 2 = 11}$ ......(II)

Reemplazamos (I) y (II) en la expresión incógnita.

$$(2 \% 4) \% (3 \,\Delta\, 2) = ?$$

$$14 \% 11 = ? \text{ (Nueva incógnita)}$$

De la primera condición: $\boxed{a \% b = a + ab + b}$

Calcular: $14 \% 11 = 14 + 14 \times 11 + 11$

$$(2 \% 4) \% (3 \,\Delta\, 2) = 179$$

$\therefore$ $\boxed{(2 \% 4) \% (3 \,\Delta\, 2) = 179}$

Rpta C

Ejercicio 5: Sí:

$a * b = ab \boxtimes (a+b)$ y $a \boxtimes b = 2a + b$

Calcular: $2 * 3$

A) 12 B) 14 C) 16 D) 17 E) 19

Resolución; De la primera condición:

$\boxed{a * b = ab \boxtimes (a+b)}$

Calculamos: $2 * 3 = 2 \times 3 \boxtimes (2+3)$

$\therefore$ $\boxed{2 * 3 = 6 \boxtimes 5}$ ......(α)

De la segunda condición: $a \boxtimes b = 2a + b$

Calculamos: $6 \boxtimes 5 = 2 \times 6 + 5$

$\therefore$ $\boxed{6 \boxtimes 5 = 17}$ ......(β)

Luego, reemplazamos (α) en (β)

$2 * 3 = \underline{6 \boxtimes 5}$

$\therefore$ $\boxed{2 * 3 = 17}$

Rpta D

Ejercicio 6: Sean las operaciones: ($\bigcirc$), ($\circledast$), ($\nearrow$), ($\searrow$), definidas en los reales por:

$a \bigcirc b = a \circledast b$; $\quad a \searrow b = a \nearrow b$

$a \nearrow b = a^b + b^a$; $\quad a \circledast b = a \searrow b$

Calcular: $4 \bigcirc \frac{1}{2}$

A) 2 B) $2\frac{1}{8}$ C) $2\frac{1}{16}$ D) $3\frac{3}{8}$ E) $\frac{16}{33}$

Resolución:

De las expresiones: $a \bigcirc b = a \circledast b$ y $a \circledast b = a \searrow b$

Obtenemos: $\boxed{a \bigcirc b = a \searrow b}$ ......(I)

De las expresiones: $a \nearrow b = a^b + b^a$ y $a \searrow b = a \nearrow b$

Obtenemos: $\boxed{a \searrow b = a^b + b^a}$ ......(II)

Reemplazamos (II) en (I):

$a \bigcirc b = a^b + b^a$, con esta expresión calculamos:

$$4 \bigcirc \frac{1}{2} = 4^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$4 \bigcirc \frac{1}{2} = \sqrt{4} + \frac{1}{16}$$

$\therefore$ $\boxed{4 \bigcirc \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{16} = 2\frac{1}{16}}$

Rpta C

Ejercicio 7: Sabiendo que:

$a \square b = 2a - 5b$.........si: $a > b$

$a \square b = 3a - 7b$.........si: $a < b$

Calcular: $(-2 \square -1) - (-1 \square -2)$

A) 3 B) -7 C) 4 D) -2 E) N.A

Resolución:

De la 2da. condición: $a \square b = 3a - 7b$; si: $a < b$

Calculamos: $-2 \square -1 = 3(-2) - 7(-1)$

$\therefore$ $\boxed{-2 \square -1 = 1}$ ......(α)

De la 1ra. condición: $a \square b = 2a - 5b$; si: $a > b$

Calculamos: $-1 \square -2 = 2(-1) - 5(-2)$

$\therefore$ $\boxed{-1 \square -2 = 8}$ ......(β)

Reemplazamos (α) y (β) en la expresión incógnita:

$(-2 \square -1) - (-1 \square -2) = 1 - 8 = -7$

$\therefore$ $\boxed{(-2 \square -1) - (-1 \square -2) = -7}$

Rpta B

Ejercicio 8: Se define la siguiente operación:

$A \# B = AB^2 . (A + 2)$

si: $A = x + 3$ y $B = x + k$

Hallar:

$k > 0$, si el término independiente de $A \# B$ es 60.

A) 2 B) 4 C) 0 D) 3 E) 1

Resolución:

En la condición: $A \# B = AB^2 . (A + 2)$;

Reemplazamos los valores A y B.

$$A \# B = (x+3)(x+K)^2 \cdot (x+3+2)$$

$$A \# B = \underbrace{(x+3) \cdot (x+k)^2 \cdot (x+5)}$$

$$A \# B = (x^2+8x+15) \cdot (x+k)^2$$

$$A \# B = \underbrace{(x^2+3x+15) \cdot (x^2+2kx+k^2)}$$

(Término independiente de A # B es 15 k^2)

Por dato: Término independiente de A # B = 60

Luego: $15 \cdot k^2 = 60$

$k^2 = 4$

$$\therefore \boxed{k = \pm 2}$$

Rpta. A

Ejercicio 9: Sea: $\boxed{y \mid a} = y^a \cdot y^{-2}$

Donde: $\boxed{x^2 \mid 3} = 81^{-8^{-3^{-1}}}$

Calcular el valor de "x"

A) 3 B) 9 C) 81 D) 1/9 E) 1/3

Resolución:

En primer lugar reducimos el valor de la expresión:

$$\boxed{x^2 \mid 3} = 81^{-8^{-3^{-1}}}$$

$$\boxed{x^2 \mid 3} = 81^{-8^{-\frac{1}{3}}} \quad ; \quad \boxed{8^{-\frac{1}{3}} = \left(2^3\right)^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}}$$

$$\boxed{x^2 \mid 3} = 81^{\frac{-1}{2}} = \left(9^2\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{9}$$

$$\therefore \boxed{\boxed{x^2 \mid 3} = \frac{1}{9}}$$

De la condición:

$$\boxed{y \mid a} = y^a \cdot y^{-2}$$

Calculamos:

$$\boxed{x^2 \mid 3} = (x^2)^3 \cdot (x^2)^{-2}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{1}{9} = x^6 \cdot x^{-4}$$

$$\frac{1}{9} = x^2 \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{\frac{1}{9}}$$

$$\therefore \boxed{x = \pm \frac{1}{3}}$$

Rpta. E

Ejercicio 10: Se define la operación:

$$a * b = \frac{a+b}{a-b}$$

I) $(a * b) + (b * a) = 0$

II) si: $x * y = 3$; entonces: $x = 2y$

III) $a * b = (a+1) * (b-1)$

Son verdaderas:

A) Sólo (I) B) Sólo (II) C) Sólo (III)

D) I y II E) II y III

Resolución:

De la condición: $\boxed{a * b = \frac{a+b}{a-b}}$

Calculamos:

$$b * a = \frac{b+a}{b-a} \quad \Rightarrow \quad \boxed{b * a = -\frac{(a+b)}{(a-b)}}$$

De la expresión (I):

$(a * b) + (b * a) = 0$; reemplazamos valores, obteniendo:

$$\frac{(a+b)}{(a-b)} - \frac{(a+b)}{(a-b)} = 0 \quad \text{......(verdadero)}$$

De la condición: $\boxed{a * b = \frac{a+b}{a-b}}$

Calculamos: $x * y = \dfrac{x+y}{x-y}$ pero: $x = 2y$

De donde: $x * y = \dfrac{2y+y}{2y-y} = \dfrac{3y}{y} = 3$

∴ $\boxed{x * y = 3}$ (verdadero)

De la condición: $a * b = \dfrac{a+b}{a-b}$

Calculamos:

$$(a+1) * (b-1) = \frac{(a+1)+(b-1)}{(a+1)-(b-1)}$$

$$\boxed{(a+1) * (b-1) = \frac{a+b}{a-b+2}}$$

De la expresión (III):

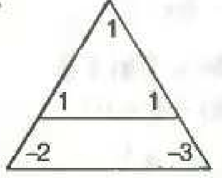
$\boxed{\dfrac{a+b}{a-b} = \dfrac{a+b}{a-b+2}}$; (FALSO)

Rpta. D

Ejercicio 11: Si:

(triángulo con b, a, c) = $\boxed{a+b+c}$ y $\boxed{a} = a^2$

Hallar el valor de:



A) 16 B) 4 C) 1 D) 196 E) 9

Resolución:

De la condición: (triángulo con b, a, c) = $\boxed{a+b+c}$

Calculamos: (triángulo con 1, 1, 1) = $\boxed{1+1+1}$

∴ (triángulo con 1, 1, 1) = $\boxed{3}$ ......(α)

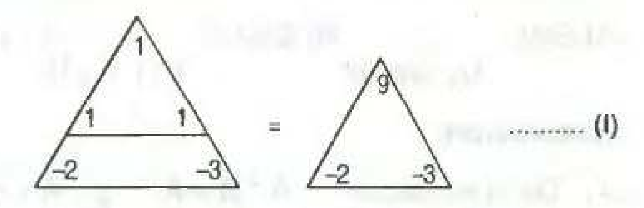
De la condición: $\boxed{a} = a^2$

Calculamos: $\boxed{3} = 3^2$ → $\boxed{3} = 9$ ......(β)

Reemplazamos (β) en (α):

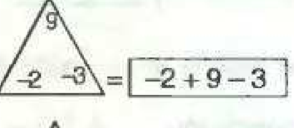
(triángulo con 1, 1, 1) = 9 ....(θ)

Reemplazamos (θ) en:



De la condición: (triángulo con b, a, c) = $\boxed{a+b+c}$

Calculamos:



∴ (triángulo con 9, -2, -3) = $\boxed{4}$ ......(ϕ)

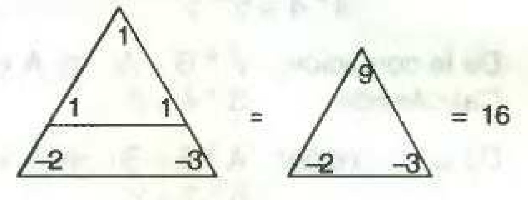
De la condición: $\boxed{a} = a^2$

Calculamos: $\boxed{4} = 4^2 = 16$ ......(ω)

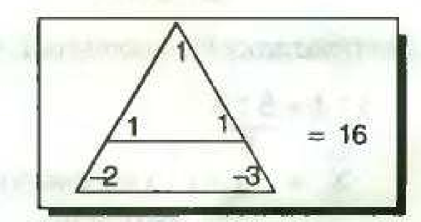
Reemplazamos (ω) en (ϕ):

∴ (triángulo con 9, -2, -3) = 16 ......(II)

Luego, reemplazamos (II) en (I):



∴



Rpta. A

Ejercicio 12: En $A * B = A$; si: $A < B$
$A * B = B$; si: $A > B$

Luego son verdaderas.

I.- $7 * 8 = 8 * 7$
II.- $5 * 3 = 3$
III.- $(5 * 3) * 4 = 5 * (3 * 4)$

3 3
3 3

A) Sólo I B) Sólo II C) I y II D) Sólo III E) I, II y III

Resolución:

A) De la condición: $A * B = A$; si : $A < B$

Calculamos: $\boxed{7 * 8 = 7}$

De la condición: $A * B = B$; si: $A > B$

Calculamos: $\boxed{8 * 7 = 7}$

La expresión (I) es verdadera

B) De la condición: $A * B = B$; si $A > B$

Calculamos: $5 * 3 = 3$ → La expresión (II) es verdadera

C) De la condición: $A * B = B$; si: $A > B$
Calculamos $5 * 3 = 3$

De la condición: $A * B = A$; si $A < B$
Calculamos: $3 * 4 = 3$

Reemplazamos valores en la expresión (III):

$$(5 * 3) * 4 = 5 * (3 * 4)$$

$$3 * 4 = 5 * 3 \quad \text{.............} (\alpha)$$

De la condición: $A * B = A$; si: $A < B$
Calculamos: $3 * 4 = 3$

De la condición: $A * B = B$; si: $A > B$
$5 * 3 = 3$

Luego, reemplazamos los valores hallados en (α):

$$3 * 4 = 5 * 3$$

$3 = 3$ → La expresión (III) es verdadera

Rpta E

Ejercicio 13: Sea la operación:

$$\textcircled{n} = \frac{3n+2}{2n}$$

Entonces el valor de "n" en:

$$\textcircled{\textcircled{n}} = n =; \text{ es:}$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Resolución:

De la condición: $\textcircled{n} = \dfrac{3n+2}{2n}$ ......(I)

Calculamos: $\textcircled{\textcircled{n}} = \dfrac{3\textcircled{n} + 2}{2\textcircled{n}}$

$$n = \frac{3\textcircled{n} + 2}{2\textcircled{n}} \quad \text{......(II)}$$

Reemplazamos (I) en (II):

$$n = \frac{3\left(\frac{3n+2}{2n}\right)+2}{2\left(\frac{3n+2}{2n}\right)}$$

$$n = \frac{\left(\frac{9n+6+4n}{2n}\right)}{\left(\frac{6n+4}{2n}\right)} \Rightarrow n = \frac{13n+6}{6n+4}$$

$$6n^2 + 4n = 13n + 6$$
$$6n^2 - 9n - 6 = 0$$

6n	+3
n	-2

De donde: $(6n+3) . (n-2) = 0$

i) $6n + 3 = 0 \Rightarrow n = -\dfrac{3}{6} \Rightarrow \boxed{n = -\dfrac{1}{2}}$

ii) $n - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{n = 2}$

Rpta B

Ejercicio 14: Si:

$$\begin{array}{|c|c|}\hline a & c \\ \hline b & d \\ \hline\end{array} = ad - bc$$

Hallar: "y" en:

$$\begin{array}{|c|c|}\hline 4 & 1 \\ \hline 6 & 5 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|c|}\hline 3 & x \\ \hline 1 & y \\ \hline\end{array} = \begin{array}{|c|c|}\hline 5 & 1 \\ \hline x & y \\ \hline\end{array}$$

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

Resolución:

De la condición:

a	c
b	d

$= ad - bc$

Calculamos:

4	1
6	5

$= 4 \cdot 5 - 6 \cdot 1 = 14$

3	x
1	y

$= 3 \cdot y - x \cdot 1 = 3y - x$

5	1
x	y

$= 5 \cdot y - x \cdot 1 = 5y - x$

Luego, reemplazamos valores en la expresión:

$\begin{array}{|c|c|}\hline 4 & 1 \\ \hline 6 & 5 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|}\hline 3 & x \\ \hline 1 & y \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|}\hline 5 & 1 \\ \hline x & y \\ \hline \end{array}$

$$14 + (3y - x) = (5y - x) \rightarrow 14 = 2y$$

$\therefore$ $\boxed{y = 7}$ **Rpta D**

Ejercicio 15: Hallar el resultado de la siguiente operación, evaluando de izquierda a derecha.

$$4 * 1 * 2 * 2 * 0 * 3$$

y consultando esta tabla

*	4	3	2	1	0
4	0	4	3	1	1
3	4	1	2	4	2
2	1	3	2	4	3
1	2	4	0	3	4
0	3	2	1	2	0

A) 2 B) 3 C) 5 D) 4 E) 6

Resolución:

Para este tipo de problemas se opera de la siguiente manera para hallar el valor de la expresión:

*	4	③	②	①	⓪
④	0	4	3	1	1
3	4	1	2	4	2
2	1	3	2	4	3
①	2	4	0	3	4
⓪	3	2	1	2	0

$4 * 1 * 2 * 2 * 0 * 3$

$1 * 2 * 2 * 0 * 3$

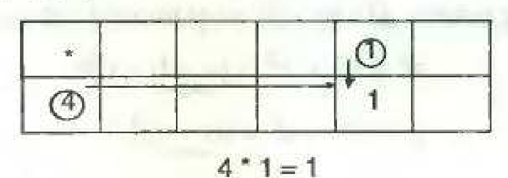
$0 * 2 * 0 * 3$

$1 * 0 * 3$

$4 * 3 = 4$

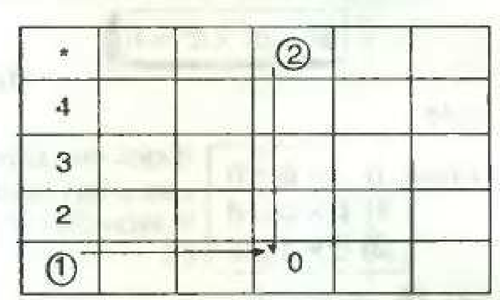
Rpta D

Según la tabla:



$4 * 1 = 1$

(Para este resultado se trazado una línea horizontal y otra vertical el punto de intersección de estas dos líneas será el resultado de



De igual manera se procede para el resto de operaciones.

Ejercicio 16: Sea: (x) la operación definida en:

L = { a, b, c, d, e } ; mediante la tabla

x	a	b	c	d	e
a	a	b	c	d	e
b	b	c	d	e	a
c	c	d	e	a	b
d	d	e	a	b	c
e	e	a	b	c	d

Calcular: $a^2 \times b^2 \times c^2$

A) b B) c C) d D) e E) N.A

Resolución:

x	a	ⓑ	ⓒ	ⓓ	e
ⓐ	a	b	c	d	e
ⓑ	b	c	d	e	a
c	c	d	e	a	b
ⓓ	d	e	a	b	c
e	e	a	b	c	d

La expresión: $a^2 \times b^2 \times c^2$, se puede escribir como:

$$a^2 \times b^2 \times c^2 = (\underbrace{a \times b} \times c)^2$$

$$a^2 \times b^2 \times c^2 = (\underbrace{b \times c})^2$$

$$a^2 \times b^2 \times c^2 = d^2 \; ; \quad \text{pero: } d^2 = d \times d$$

$$a^2 \times b^2 \times c^2 = d \times d$$

$$\therefore \quad \boxed{a^2 \times b^2 \times c^2 = b}$$

Rpta. A

De la tabla:

Calculamos: i) $a \times b = b$ ii) $b \times c = d$ iii) $d \times d = b$ (Estos resultados han sido reemplazados en la expresión: $a^2 \times b^2 \times c^2$)

Ejercicio 17: Sabiendo que:

$$\textcircled{\boxed{x}} = x\,(x+2) \qquad y \qquad \textcircled{x} = x^2 - 1$$

Calcular: $\boxed{3} + \textcircled{2}$

A) 3 B) 4 C) 7 D) F.D E) N.A

Resolución:

De la expresión: $\textcircled{x} = x^2 - 1$

Calculamos: $\textcircled{2} = 2^2 - 1 \rightarrow \textcircled{2} = 3 \ldots\ldots (\alpha)$

De la condición: $\textcircled{x} = x^2 - 1$

Calculamos: $\textcircled{\boxed{x}} = \boxed{x}^2 - 1$

$$x\,(x+2) = \boxed{x}^2 - 1$$

$$\underbrace{x^2 + 2x + 1} = \boxed{x}^2$$

$$(x+1)^2 = \boxed{x}^2 \; ;$$

a exponentes iguales, bases iguales.

$$\therefore \quad \boxed{x} = x + 1$$

De esta última expresión: $\boxed{x} = x + 1$

Calculamos: $\boxed{3} = 3 + 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{3} = 4 \ldots\ldots (\beta)$

Luego, reemplazamos los valores de (α) y (β) en la expresión incógnita.

$$\boxed{3} + \textcircled{2} = 4 + 3$$

$$\therefore \quad \boxed{\boxed{3} + \textcircled{2} = 7}$$

Rpta. C

Ejercicio 18: Se si define la operación (%), para cualquier par de números reales "a" y "b", como:

$$a \;\%\; b = a^2 - ab$$

Calcular el valor de "x" si:

$$(x+2) \;\%\; (x-1) = 5x$$

A) 3 B) 6 C) -3 D) -6 E) N.A

Resolución:

De la condición: $a \;\%\; b = a^2 - ab$

Calculamos:

$$\underbrace{(x+2) \;\%\; (x-1)} = (x+2)^2 - (x+2)(x-1)$$

$$5x = (x^2 + 4x + 4) - (x^2 + x - 2)$$

$$5x = 3x + 6$$

$$2x = 6$$

$$\therefore \quad \boxed{x = 3}$$

Rpta A

Ejercicio 19: Si:

$$2 * 3 = 2$$
$$3 * 2 = 2$$
$$5 * 4 = 27$$
$$1 * 5 = 5$$
$$5 * 2 = 36$$

Calcular el valor de: 2152 * 3543

A) 6 273 B) 2 572 C) 3 572 D) 2 672 E) N.A

Resolución:

La expresión incógnita; se puede escribir como:

```
2 1 5 2 *      i) 2 * 3 = 2
3 5 4 3                ┌── llevamos
-------        ii) 5 * 4 = 27
2 6 7 2                 └── se pone en el
                            resultado
```

iii) 1 * 5 = 5 — Este 5 lo operamos con el 2 que se llevaba de la operación anterior.

De donde:

5 * 2 = 36 (3: se lleva; 6: se pone en el resultado)

IV) 2 * 3 = 2 — Este 2 se operará con el 3 de la operación anterior

Asi: 2 * 3 = 2 — Se coloca al resultado

∴ **2 152 * 3 542 = 2 672**

Rpta. D

Ejercicio 20: Si

$$a \# b = \left(\frac{a^2b + 35b}{4a}\right) \times b^{-1}$$

Calcular el valor de: 5 # [5 # (5 # 5 # <.....> })]

A) 3 B) 2 C) 4 D) 6 E) Imposible

Resolución:

En primer lugar, trataremos de reducir la condición del problema.

$$a \# b = \left(\frac{a^2b + 35b}{4a}\right) \times b^{-1}$$

$$a \# b = \left(\frac{a^2 + 35}{4a}\right) b \times b^{-1}$$

pero: $$b \times b^{-1} = b \times \frac{1}{b} = 1$$

$$\therefore \quad a \# b = \frac{a^2 + 35}{4a}$$

La expresión incógnita la transformamos de la siguiente forma:

5 # [5 # (5 # {5 # ⟨.........⟩ })] = incógnita (donde E = [5 # (5 # {5 # ⟨.........⟩ })])

De la condición: $a \# b = \dfrac{a^2 + 35}{4a}$

Calculamos: $5 \# E = \dfrac{5^2 + 35}{4(5)}$

$$5 \# E = \frac{60}{20} = 3$$

∴ **5 # [5 # (5 # {5 # <.....> })] = 3**

Rpta. A

OPERACIONES BINARIAS:

Las operaciones binarias más usuales y conocidas son la adición, la sustracción, la multiplicación y la división.

Puede decirse que una operación binaria consiste en la asociación de un par de elementos de un conjunto para obtener un nuevo elemento que es el resultado de la operación.

Pueden emplearse diferentes signos para indicar una operación cualquiera los más usados son "∗" (operación asterisco), el " ○ " (operación " ○ ") u otros signos convencionales.

Cuando el resultado de la operación es un elemento del conjunto de partida, se dice que el conjunto **Cerrado** respecto a la operación definida; si el resultado no en un elemento del conjunto se dice que el conjunto es **Abierto** respecto a la operación.

For Ejemplo:

El conjunto de los números Naturales N es "Cerrado" respecto a la adición (la suma de dos números Naturales es un Número Natural. 3 + 4 = 7) y la multiplicación (el producto de dos

Números Naturales es un Número Natural $2 \times 4 = 8$). En cambio, no es Cerrado respecto a la sustracción (la resta de dos Número Naturales puede o no ser un Número Natural. $5 - 8 = -3$) y la división (el cociente de dos Números Naturales puede o no ser un Número Natural. $\frac{5}{2} = 2,5$)

PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES BINARIAS

a) **Conmutatividad.-**

$$\forall a, b \in A \rightarrow a * b = b * a$$

b) **Asociatividad.-**

$$\forall a, b, c \in A \rightarrow a * (b * c) = (a * b) * c$$

c) **Distributividad.-** Si se tiene dos operaciones $*$ $\wedge$ $\bigcirc$ en un conjunto A, para todo a, b, c $\in$ A debe verificarse:

$$a * (b \bigcirc c) = (a * b) \bigcirc (a * c)$$

En este caso la operación * es Distributiva respecto a la operación $\bigcirc$.

d) **Elemento Neutro.-** cuando en un conjunto A existe un elemento " e " que tiene la propiedad en una operación " * ", de aparecer como que no interviniera en ellos, entonces de dice que " e " es el Elemento Neutro en la operación definida. Es decir.

$$\forall a \in A \Rightarrow a * e = a$$

Ejemplos:

1) Para la Adición IR el Elemento Neutro es el 0; pues: $a + 0 = 0 + a = a$
2) Para la multiplicación en el Elemento Neutro es el 1; pues: $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$

e) **Elemento Inverso:** El inverso de un elemento $a \in A$ se designa a^{-1} y debe tener la propiedad que al ser "operado" a con a^{-1} debe obtenerse el Elemento Neutro es decir:

$$\forall a \in A; \quad a * a^{-1} = e$$

En la adición de números reales el inverso de un número " a " es " –a ", llamándose' **inverso aditivo.**

Por lo tanto: $a + (-a) = (-a) + a = 0$ pues el 0 es el elemento neutro para la adición en IR .

En la multiplicación en IR el inverso de " a " es $\frac{1}{a}$ llamándosele **inverso multiplicativo.**

Entonces: $\forall a \neq 0$: $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ pues el 1 es el elemento neutro para la multiplicación en

En los racionales Q el inverso multiplicativo de $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$ pues:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1 \quad (\forall a, b \neq 0)$$

Ejercicio 21: Con los elementos del conjunto: S = {a, b, c, d, e} se efectúa la operación obteniéndose el cuadro siguiente:

*	a	b	c	d	e
a	a	b	c	d	e
b	b	c	d	e	a
c	c	d	e	a	b
d	d	e	a	b	c
e	e	a	b	c	d

I) La operación es abierta
II) La operación es conmutativa
III) Existe un elemento neutro (idéntico)

De estas afirmaciones es (son) verdadera (s)

A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) Sólo I y II E) Sólo II y III

Resolución:

I) La operación NO es abierta si no cerrada ya que el resultado es un elemento del conjunto de partida, veamos por Ejemplo.

$$\left.\begin{array}{l} a * a = a \\ b * b = c \\ c * c = e \\ d * d = b \\ e * e = d \end{array}\right\}$$ Los resultados son elementos del conjunto de partida: S = { a, b, c, d, e }

II) La operación si es conmutativa, veamos:

$$\underbrace{a * c} = \underbrace{c * a}$$
$$c = c$$

III) Si existe un elemento neutro (idéntico), este elemento neutro es:

*	a	b	c	d	e
a	a	b	c	d	e
b	b	c	d	e	a
c	c	d	e	a	b
d	d	e	a	b	c
e	e	a	b	c	d

Fila – Columnas

* Para hallar el elemento neutro, primero nos fijamos que los elementos de una de las filas y columnas sean iguales como en esta figura; la intersección de la fila y columna nos dá el elemento neutro.

Rpta E

Ejercicio 22: Con los elementos del conjunto A = { -2, -1, 0, 1, 2 } se define la operación: a * b = ab + a + b, entonces el valor " x " e " y " en el cuadro de la figura adjunta es:

A) x = + 1; y = -2

B) x = -2; y = -1

C) x = -1; y = -3

D) x = 1; y = 3

E) otros valores.

*	–2	–1	0	1	2
–2				y	
–1		x			
0					
1					
2					

Resolución:

*	–2	–1	0	1	2
–2				y	
–1		x			
0					
1					
2					

De la condición: a * b = ab + a + b

Calculamos: $\underbrace{-1 * -1}_{x} = (-1)(-1) + (-1) + (-1)$

$x = 1 - 1 - 1$

$\therefore$ $\boxed{x = -1}$

De la misma condición: a * b = ab + a + b

Calcular: $\underbrace{-2 * 1}_{y} = (-2)(1) + (-2) + (1)$

$y = -2 - 2 + 1$

$\therefore$ $\boxed{y = -3}$ **Rpta. C**

Ejercicio 23: Se formarán los dos cuadros siguientes correspondientes a dos operaciones siguientes: * y ○

CUADRO (1)

*	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

CUADRO (2)

○	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	1	3
3	0	3	1	4	2
4	0	4	3	2	1

Analice estos cuadros y conteste las preguntas siguientes:

1) ¿Es conmutativa la operación " * "?
2) ¿Es conmutativa la operación " ○ "?
3) ¿Es asociativa la operación " * "?
4) ¿Es asociativa la operación " ○ "?
5) ¿Es distributiva la operación " * " sobre la " ○ "?
6) ¿Es distributiva la operación " ○ " sobre la " * "?

Resolución:

CUADRO (1)

*	0	①	②	3	4
0	0	1	2	3	4
①	1	2	3	4	0
②	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

CUADRO (2)

○	0	1	②	③	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
②	0	2	4	1	3
③	0	3	1	4	2
4	0	4	3	2	1

1) Analizando el primer cuadro obtenemos que la operación " * " es conmutativa, veamos según el cuadro (1).

$$\left.\begin{array}{l}1*2=3\\2*1=3\end{array}\right\} \rightarrow \underbrace{1*2}_{3} = \underbrace{2*1}_{3} \rightarrow \text{(es Conmutativa)}$$

2) Analizando el cuadro (2), obtenemos que la operación "○" es conmutativa, veamos según el cuadro (2).

$$\left.\begin{array}{l}2○3=1\\3○2=1\end{array}\right\} \rightarrow \underbrace{2○3}_{1} = \underbrace{3○2}_{1} \rightarrow \text{(es conmutativa)}$$

3) Analizando el cuadro (1), obtenemos que la operación (*) es asociativa, veamos según el cuadro (1).

$$3*\underbrace{(4*2)}=\underbrace{(3*4)}*2$$

$$\underbrace{3*1}=\underbrace{2*2}$$

$$4=4$$

4) Analizando el cuadro (2), obtenemos que la operación " ○ " es asociativa, veamos según el cuadro (2):

$$3○\underbrace{(2○4)}=\underbrace{(3○2)}○4$$

$$\underbrace{3○3}=\underbrace{1○4}$$

$$4=4$$

5) Analizando los dos cuadros, obtenemos que la operación " * " no es distributiva sobre la operación " ○ ", veamos:

$$4*\underbrace{(2○3)}=\underbrace{(4*2)}○\underbrace{(4*3)}$$

$$\underbrace{4*1}=\underbrace{1○2}$$

$$0\neq 2$$

6) Analizando los dos cuadros, obtenemos que la operación " ○ " si es distributiva sobre la operación " * ", veamos:

$$4○\underbrace{(2*3)}=\underbrace{(4○2)}*\underbrace{(4○3)}$$

$$\underbrace{4○0}=3*2$$

$$0=0$$

Ejercicio 24: Se define la operación * en el conjunto: M = {a; b; c; d;} mediante la siguiente tabla de doble entrada:

*	a	b	c	d
a	c	d	a	b
b	d	a	b	c
c	a	b	c	d
d	b	c	d	a

Hallar el valor de " x " en la siguiente igualdad:

$$a^{-1}*b^{-1}=x*c$$

A) a   B) b   C) c
D) d   E) otro valor

Resolución:

*	a	b	c	d
a	ⓒ	d	a	b
b	d	a	b	ⓒ
c	a	b	c	d
d	b	ⓒ	d	a

De la tabla calculamos el elemento neutro, siendo este "c", luego marcamos en la tabla las letras "c" para así hallar las inversas respectivas veamos:

$$a^{-1}*b^{-1}=x*c$$

$$\underbrace{a*d}=x*c$$

$$b=x*c$$

$$b*c=x*c$$

$$\therefore\ \boxed{x=b}$$

Rpta. B

EJERCICIOS PROPUESTOS

Ejercicio 1: Sabiendo que: $x \boxslash y = \dfrac{x \Delta y}{x - y}$

$$m \Delta n = \sqrt{m^2 + n^2}$$

Hallar el valor de: $R = (8 \boxslash 6) \Delta (3 \boxslash 4)$

A) 0 B) $5\sqrt{2}$ C) $\sqrt{10}$ D) $\sqrt{15}$ E) N.A

Ejercicio 2: Si: $p * q = 2p + 4q$

Simplificar:

$$E = \frac{(p * q) * (q * p)}{0 * 1}$$

A) p B) q C) p+q D) 2p+4q E) 5p + 4q

Ejercicio 3: Si: $x \phi y = x^y + y^x$

$$a \# b = a \times b + \overline{ab}$$

Simplificar la siguiente expresión:

$$M = \frac{5 \# 3}{2 \phi 3}$$

A) 4 B) $\sqrt{3}$ C) 5 D) 6 E) N.A

Ejercicio 4: Si:

$$p * q * r = \frac{(q \% r) \alpha p}{(r \alpha q) \% p}$$

Además: $x \% y = y^2 - x$
$y \alpha x = 2xy - y$

Hallar:

$$E = [(2) * (-2) * (-3)]$$

A) -3 B) 9 C) 0 D) 1/9 E) N.A

Ejercicio 5: Dada la siguiente forma de operación en:

$$(A * B)^{\%} = \frac{A^{\#}}{B^{\#} (A - B)^{\#}}$$

Además:

$$N^{\#} = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times ...... \times N$$

Hallar: $E = (7 * 5)^{\%} + (8 * 3)^{\%}$

A) 56 B) 77 C) 144 D) No se puede calcular E) Ninguna

Ejercicio 6: Si:

$\triangle^{a}_{b} = 2b - ab$; $a * b = a + (a \# b)$

y: $x \# y = y^2 - x$

Hallar el valor de:

$$M = \left[\triangle^{(2*3)}_{(-2*1)} \right] + \{ [2 \# (-1)] * 2 \}$$

A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

Ejercicio 7: Dadas de las siguientes relaciones:

$A \square B = A^{A+B}$; $A \hexagon B = B^{A+B}$ y:

$$A \bigcirc B = \sqrt[A+B]{x^{-1}}$$

Calcular: $(3 \bigcirc -1)$; sabiendo que:

$$x = \frac{2 \square 5}{2 \hexagon 6}$$

A) 9 B) 81 C) $9\sqrt{2}$ D) 1 E) $81\sqrt{2}$

Ejercicio 8: Dado:

$Q^* = 2Q - 5$ .....si: $1 \leq Q < 6$

$Q^* = Q^2 + 1$ .....si: $-4 \leq Q < 1$

Calcular el valor de:

$$S = \frac{5^* - (-3)^* - 4^*}{2^* - 3^* + 0^*} - \frac{3^* - 2^*}{5^*}$$

A) 7,6 B) 8 C) 6,7 D) $2\frac{1}{15}$ E) N.A

Ejercicio 9: Considerando las operaciones:

$A \% \% B = A + B - N$; si: $1 < N < 5$
$A \% \% B = A + B + N$; si: $5 < N < 10$

Donde:
"N" es la suma de las cifras de los operandos (A y B)

Hallar:

$$E = (12 \%\% 15) \%\% (3 \%\% 1)$$

A) 9 B) 4 C) 45 D) 36 E) 0

Ejercicio 10: Definimos estas operaciones:

$$a = \frac{1}{a}; \quad a\uparrow = a^a \quad y \quad a\downarrow = \sqrt[a]{a}$$

Hallar el valor de " M " si: $M = [(2\uparrow) \cdot (4\downarrow)]\downarrow$

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 1/4

Ejercicio 11: Considerando la operación:

$$a \phi b = a + b + 3ab$$

Hallar el valor de " x " en:

$$a \phi x = 1$$

A) a / (3a + 1) B) (a +1) / (3a + 1)
C) (1 – a) / (3a + 1) D) –(a + 1) / (3a + 1) E) –a / (3a + 1)

Ejercicio 12: Si:

$$a \# b = \frac{(a+b)^2}{2}; \quad m \% n = m^2 + n^2$$

Hallar:

" (r-s) " en:

$$(r \% s) - (r \# s) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$$

A) 8 B) 16 C) 64 D) 32 E) 4

Ejercicio 13: Se define la operación como:

$\boxed{P} = \frac{P+8}{P-1}$; sabiendo esto hallar: " m " en:

$\boxed{m} = m$

A) 4 y 2 B) 4 ó -2 C) 4 D) -2 E) 4 y -2

Ejercicio 14: Sabiendo que:

$$m \# n = 2m - n$$

$$a \% b = (a \# b) + 3a + b$$

Simplificar:

$$(5 \# 3) + 5\% (5\% (5\% (5\% \ldots \infty)))$$

A) 25 B) 28 C) 30 D) 32 E) 35

Ejercicio 15: Si definimos la operación (*) de la siguiente manera:

A * B = A + B; sólo si: A > B > 0
A * B = A – B; sólo si: A > B ; B < 0
A * B = A – B; sólo si: A < B

Hallar el valor de: R = (5 * 3) * (2 * 4)

A) 16 B) -4 C) 10 D) 64 E) -12

Ejercicio 16: Si: $S \rightarrow E = (S + E)(S \leftrightarrow E)$

y: $[(S + E) \leftrightarrow E] = 2\,SE$

Hallar: $3 \rightarrow 2$

A) 4 B) 5 C) 10 D) 20 E) 25

Ejercicio 17: Si:

$\boxed{P}\boxed{H} = \frac{p + H + 15}{2}$; $\boxed{3}\boxed{x} = 14$

Hallar el valor de:

$M = \boxed{x^2}\boxed{5}$

A) 125 B) 120 C) 205 D) 81 E) 60

Ejercicio 18: Se define la operación:

$$a \nabla b = ab + b - a;$$

según esto. Hallar " x " en:

$$5 \nabla x = (7 \nabla 4) \nabla 10;$$

luego determinar el valor de: $(x \nabla x)^{\frac{1}{2}}$

A) 50 B) 35 C) 40 D) 25 E) N.A

Ejercicio 19: El siguiente cuadro:

⊠	0	1	2
0	0	1	2
1	1	1	1
2	2	1	0

Corresponde a la ley de formación para: A⊠B

A) $\frac{A+B}{A-B}$ B) A+B-1 C) AB-2
D) A+B-AB E) Ninguna

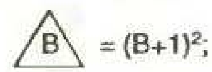
Ejercicio 20: En la tabla de multiplicar de la derecha, se cumple para:

I) $a^2 = a$
II) $a \cdot b = b \cdot a$
III) $b^2 = a$
IV) $a^2 \cdot b^2 = a$

•	a	b
a	a	b
b	b	a

A) Sólo I B) Sólo II C) I y II
D) II y III E) Todos

Ejercicio 21: Si:



$= (B+1)^2$; Hallar el valor " x " en:

$= 100$

A) 3 B) 9 C) $\sqrt{3}-1$ D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{2}-1$

Ejercicio 22: Si: $m * n = 2m + 3n - 1$

Hallar el valor de " x " en:

$$(x-1) * (2x+2) = 7$$

A) 1 B) 3 C) 1/2 D) 1/4 E) N.A

Ejercicio 23: El resultado de la operación:

$$[(3 * 2) * (4 * 3)] * (2 * 4) = 3$$

Corresponde a la tabla:

(I)

*	2	3	4
2	2	3	4
3	3	2	3
4	4	4	2

(II)

*	2	3	4
2	2	3	2
3	3	3	4
4	4	4	3

III)

*	2	3	4
2	3	4	2
3	4	3	3
4	3	2	4

A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) I y II E) I y III

Ejercicio 24:

Sabiendo que:

$\boxed{x} = x^2 - 1$

$\boxed{\triangle x} = x(x+2)$

Calcular el valor de:

$$R = (\triangle 3 + \triangle\triangle 3 - \boxed{2})$$

A) 9 B) 6 C) 81 D) 16 E) 36

Ejercicio 25: Dado:

$\boxed{x}\boxed{0} = 2$; $\boxed{x}\boxed{1} = 3$

Donde:

$\boxed{x}\boxed{n+1} = 3\,\boxed{x}\boxed{n} - 2\,\boxed{x}\boxed{n-1}$; $(n \geq 0)$.

Hallar el valor de:

A) 9 B) 12 C) 17 D) 21 E) N.A

Ejercicio 26: Hallar el resultado de la siguiente operación evaluando de izquierda a derecha

$$4 * 1 * 2 * 2 * 0 * 3$$

y consultando ésta tabla.

*	4	3	2	1	0
4	0	4	3	1	1
3	4	1	2	4	2
2	1	3	2	4	3
1	2	4	0	3	4
0	3	2	1	2	0

A) 3 B) 0 C) 2 D) 1 E) 4

Ejercicio 27: Se define (*) en el conjunto "A".

$A = \{0, 2, 4, 6\}$ y con la tabla adjunta; marcar verdadero (V) o falso (F).

I) $a * b = b * a;\ \forall a, \forall b \forall A$

II) $\left.\begin{array}{l}\exists a \in A \\ \exists b \in A\end{array}\right\}$ talque: $a*b = b*a$

III) $(2*4)*6 = 2*(4*6)$

*	0	2	4	6
0	6	4	2	0
2	2	0	4	6
4	0	2	6	4
6	4	6	0	2

A) FFV B) FVV C) VVV D) VVF E) VFV

Ejercicio 28: De acuerdo a la siguiente tabla:

*	a	b	c	d	e
a	a	b	c	d	e
b	b	c	d	e	a
c	c	d	e	a	b
d	d	e	a	b	c
e	e	d	b	c	d

y dadas las siguientes ecuaciones:

$$x * y = b$$
$$y * z = a$$
$$x * z = d$$

Hallar: $[(x * d) * (y * c) * (z * c)]$

A) a B) b C) c D) d E) e

Ejercicio 29: Dada la tabla definida mediante el operador (↓ ↑)

↓↑	2	5	3
2	20	5	3
5	5	10	23
3	3	23	50

Hallar: 325 ↓↑ 353

A) 5 053 B) 553 C) 5 023 D) 5 523 E) N.A

Ejercicio 30: Sabiendo que: $a^x \varnothing a = x^2 + 1$

Calcular el valor de:

$$\sqrt[4]{2\sqrt[4]{2}} \varnothing \sqrt{4\sqrt{4}}$$

A) $\frac{601}{756}$ B) $\frac{501}{576}$ C) $\frac{601}{576}$ D) $\frac{576}{601}$ E) N.A.

Ejercicio 31: Sabiendo que:

$$a ✿ b = \frac{a + b}{a ✿ b}$$

Resolver: $(2x ✿ 3x)^2 + (3x ✿ 2x)^2 = (3 ✿ 2)^2$

A) $x = \frac{1}{4}$ B) $x = \frac{1}{2}$ C) $x = \frac{1}{3}$ D) $x = \frac{1}{3}$ E) $x = 4$

Ejercicio 32: Dado que:

$$a \nabla b = \begin{cases} a^2\sqrt{b^3}; & a \neq b \\ a + b; & a = b \end{cases}$$

Hallar:
$$M = \frac{\left(\sqrt{2} \nabla 4\right) \nabla (8 \nabla 8)}{8 \nabla 9}$$

A) $M = \frac{1}{27}$ B) $M = \frac{1}{54}$ C) $M = \frac{2}{27}$

D) $M = \frac{4}{27}$ E) $M = \frac{5}{54}$

Ejercicio 33: Definimos la operación " © " del siguiente modo:

$$m © n = \frac{x^m - 1}{x^n - 1}$$

Hallar: (3 © 1) - (4 © 2)

A) 2 © 1

B) 2 © 2

C) (2 © 1) − (1 © 2)

D) (2 © 1) − (1 © 1)

E) (2 © 1) − (3 © 2)

Ejercicio 34: Con los dígitos 1, 2, 3, 4, se define la operación:

$$a * b = \frac{a + b}{2}$$

Entonces, en los espacios x, y, z, debe colocarse respectivamente:

*	1	2	3	4
1				
2	x			
3				y
4		z		

A) 2; 6; 7 B) 1,5; 2,5; 3,5 C) 2; 3; 4
D) 1; 4: 2 E) 1,5; 3,5; 3

Ejercicio 35: Si definimos el operador " ✤ " como:

$$a ✤ b = \sqrt[b]{a \sqrt[a]{b}}$$

Calcular: $\left(2 ✤ \frac{1}{2}\right) ✤ \frac{1}{4}$

A) 1 B) 2 C) 1/2 D) 1/4 E) 4

Ejercicio 36: Se define la operación binaria " ✲ " en " Z " mediante la siguiente relación:

$$a ✲ b = a^2 - b^2$$

Hallar la suma de los elementos del conjunto solución de:

$$x ✲ 3 = 3x + 1$$

A) 5 B) -2 C) 3 D) 4 E) 2

Ejercicio 37: Se define los operadores ⊟ y ◫, de la siguiente manera:

$$a ⊟ b = \begin{cases} (a+b)^2, & a > b \\ ab, & a < b \end{cases}$$

$$a ◫ b = \sqrt[3]{ab}$$

Calcular: (2 ⊟ 3) ◫ (5 ⊟ 1)

A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 4

Ejercicio 38: De acuerdo con las tablas adjuntas el valor de:

$2a. (b^3 + 2c)$ es:

+	a	b	c	d	e
a	a	b	c	d	e
b	b	c	d	e	a
c	c	d	e	a	b
d	d	e	a	b	c
e	e	a	b	c	d

•	a	b	c	d	e
a	a	a	a	a	a
b	a	b	c	d	e
c	a	c	e	b	d
d	a	d	b	e	c
e	a	e	d	c	b

A) a
B) b
C) c
D) d
E) e

Ejercicio 39: Con los elementos del conjunto: {a, b, c, d} se define la operación ☆ obteniéndose el cuadro adjunto de «doble entrada»

☆	a	b	c	d
a	d	c	b	a
b	c	b	a	d
c	b	a	d	c
d	a	d	c	b

Se afirma que;

I) La operación ☆ es conmutativa
II) La operación ☆ es asociativa
II) El elemento neutro es «a»

De estas afirmaciones son verdaderas:

A) Sólo I B) Sólo I y III C) Sólo II y III
D) Las tres son falsas E) Las tres son verdaderas

Ejercicio 40: La operación ✪ efectuada entre los elementos del conjunto

S = {1, 2, 3, 4, 5} da el cuadro siguiente:

✪	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	3	4	5	1
3	3	4	5	1	2
4	4	5	1	2	3
5	5	1	2	3	4

Se afirma que la operación tiene las propiedades siguientes:

I) La operacion es CERRADA
II) Existe para cada elemento un INVERSO
III) Es asociativa

De estas afirmaciones sólo es (son) verdadera (s)

A) La I B) La I y II C) La I y III
D) La II y III E) Los tres

Ejercicio 41: Si: (x + 1) ● (y – 1) = x + y

Cálcular el valor de "a" en:

(5 ● 4) ● (a ● 2) = 14

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Ejercicio 42: Si:

$\boxed{x} = x - x + x - x + \ldots \infty$

Calcular el valor de:

A) 2^{-17}
B) 2^{-18}
C) 2^{-19}
D) 2^{-20}
E) 2^{-21}

Ejercicio 43: Definimos la Operación (✳) mediante la siguiente tabla.

✳	0	1	2	3
0	0	1	0	1
1	1	1	2	1
2	0	2	4	0
3	1	1	0	2

Según esto, calcular:

[(1 ✳ 0) ✳ (0 ✳ 2)] ✳ [(3 ✳ 1) ✳ 2]

A) 3 ✳ 1 B) 2 ✳ 2 C) 3 ✳ 3
D) 4 E) 0 ✳ 3

Ejercicio 44: Si:

$a^a ☆ b^b = b ✱ a$

$x^y ✱ y^x = 2x + y$

Calcular el valor de:

$M = (4 ☆ 1) + (3^{18} ☆ 2^{24})$

A) 9 B) 11 C) 13 D) 14 E) 16

Ejercicio 45: Si:

$x^{(x ☼ y)} = y^{(y-x)}; \quad x \neq y \ \forall \ x, y$

Calcular el valor de:

$$R = \frac{(2 ☼ 5)(5 ☼ 2)}{(99 ☼ 100)(100 ☼ 99)}$$

A) –6 B) 6 C) 9 D) –9 E) 12

CLAVE DE RESPUESTAS

1) B	11) C	21) E	31) B	41) C
2) E	12) E	22) C	32) B	42) D
3) A	13) B	23) A	33) D	43) C
4) A	14) D	24) B	34) E	44) B
5) B	15) C	25) C	35) A	45) C
6) B	16) D	26) E	36) C	
7) E	17) E	27) B	37) C	
8) A	18) C	28) E	38) A	
9) C	19) D	29) A	39) A	
10) E	20) E	30) C	40) E	

CRIPTO ARITMETICO 8

Se denomina Cripto Aritmética, al arte de encontrar las cifras representadas con letras y símbolos en una operación aritmética, teniendo en cuenta las propiedades de las mismas.

Cada uno de los problemas deberá ser tratado en forma particular, ya que no existen formas pre-establecidas y sólo es materia de **INGENIO Y RAZONAMIENTO** al encontrar su solución o soluciones.

Problemas Resueltos

Problema 1

Si se cumple que:

$\overline{abc} \times 6 = .344$ (a > c > b)

Hallar el valor de: $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ac}$

A) 26 B) 24 C) 22 D) 28 E) N.A.

Resolución:

El producto dado, se puede escribir como:

$$\begin{array}{r} \overline{abc}\times \\ 6 \\ \hline .344 \end{array}$$

i) $c \times 6 = .4$

Donde: "c" puede tomar valor de 4 ó 9, probemos con 4;

4×6 = 24

Llevamos — ***Ponemos al resultado***

$$\begin{array}{r} \overline{abc}\times \\ 6 \\ \hline ._\,_\,4 \end{array}$$

ii) $b \times 6 + 2 = .4$

Donde: "b" puede tomar valor de 2 ó 7, probemos con 2;

2×6 + 2 = 14

Llevamos — ***Ponemos al resultado***

iii) $a \times 6 + 1 = .3$

$$\begin{array}{r} \overline{abc}\times \\ 6 \\ \hline _\,_44 \end{array}$$

Donde: "a" toma el valor de 2 ó 7

como "a" es mayor que b y c, tomará el valor de 7, probemos:

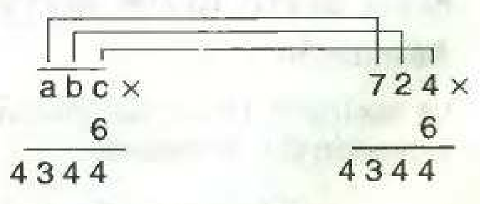
$$\begin{array}{r} \overline{abc}\times \\ 6 \\ \hline 4344 \end{array}$$

7 x 6 + 1 = 43

Se coloca al resultado final

(Este resultado cumple con la condición del problema)

Luego:



$$\begin{array}{r} \overline{abc}\times \\ 6 \\ \hline 4344 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 724\times \\ 6 \\ \hline 4344 \end{array}$$

Ahora, calculamos el valor de:

$$\overline{ab}+\overline{bc}+\overline{ac}=72+24-74$$

$$\therefore \boxed{\overline{ab}+\overline{bc}+\overline{ab}=22} \quad \textbf{\textit{Rpta. C}}$$

Problema (2)

Hallar el máximo valor que puede tomar: $\overline{abcd}$

Sí
$$\begin{array}{r} \overline{a\,a\,a}\,+ \\ b \\ \hline \overline{a\,c\,d} \end{array} \qquad \boxed{(a\neq b\neq c\neq d)}$$

A) 9 859 B) 8 579 C) 8 759

D) 8 795 E) N.A.

Resolución:

Como: $\overline{abcd}$, debe tomar el máximo valor, esto quiere decir que "a" también debe tomar su valor máximo o sea:

a = 9; Si hacemos la comprobación respectiva, notamos que no cumple, ahora hacemos que a = 8

$$\begin{array}{r} \overline{a\,a\,a}\,+ \\ b \\ \hline \overline{a\,c\,d} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} \overline{8\,8\,8}\,+ \\ 7 \\ \hline 8\,9\,5 \end{array}$$

Comparando términos, obtenemos que:

$\boxed{a=8}$; $\boxed{b=7}$

$\boxed{c=9}$ y $\boxed{d=5}$

Luego, calculamos el valor de. $\overline{abcd}$

$$\boxed{\overline{abcd}=8795} \quad \textbf{\textit{Rpta. D}}$$

Problema (3)

Si se cumple que: $\overline{aaa}=\overline{bbb}-111$ y

$\overline{aaa}+\overline{bbb}=1\,665$

Hallar el valor de: $\overline{a(a-b)b}$

A) 827 B) 817 C) 718 D) 615 E) N.A.

Resolución:

La expresión **(1)** la reemplazamos en la expresión **(2)**, obteniendo:

$$(\overline{bbb}-111)+\overline{bbb}=1665$$

$$2\overline{bbb}=1\,776$$

$$\overline{bbb}=\frac{1\,776}{2}$$

$$\boxed{\overline{bbb}=888}$$

De donde: $\boxed{b=8}$

Ahora, reemplazamos el valor de "b" en **(1)**:

$$\overline{aaa}=888-111$$

$$\overline{aaa}=777$$

De donde: $\boxed{a=7}$

Luego, reemplazamos el valor de:

$$\boxed{\overline{a(b-a)b}=718} \quad \textbf{\textit{Rpta. C}}$$

Problema (4)

Hallar la suma de las cifras que faltan en el siguiente producto. (Todas las cifras *son diferentes)

$$\begin{array}{r} {*}{*}{*}5\ \times \\ {*} \\ \hline 39140 \end{array}$$

A) 16 B) 18 C) 28 D) 19 E) N.A.

Resolución:

Sabemos que el producto de un número que termina en 5 multiplicado por cualquier número par siempre terminará en 0. Luego, el único asteristico del multiplicador debe ser un número par de una cifra; si probamos con 2 no cumple pero si probamos 4 si cumple.

Veamos:
$$\begin{array}{r} {*}\,{*}\,{*}\,5\ \times \\ {*} \\ \hline 39\,140 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} {*}\,{*}\,{*}\,5\ \times \\ 4 \\ \hline 39\,140 \end{array}$$

Este último producto, se puede escribir como:

$$39\,140 \;\underline{|\;4\quad}$$
$$\qquad\qquad {*}\,{*}\,{*}\,5$$

efectuamos la división respectiva:

```
39140 |4
36     9785 = ***5
-31
 28
 -34
  32
  -20
   20
   --
```

Reemplazamos valores en el producto inicial, obteniendo:

```
   ***5 ×   ⇨   9785 ×
      *            4
  39140         39140
```

Luego, la suma de las cifras (*) que faltan es:

Σ cifras (*) que faltan $= 9 + 7 + 8 + 4 = 28$

Rpta.C

Problema (5)

Si se cumple que:

```
 abc ×
  14
 •••      (a≠b≠c)
•••
•518
```

Hallar: $\overline{abc} - \overline{bac}$

A) 170 B) 260 C) 180 D) 250 E) N.A.

Resolución:

```
 abc ×
  14
 •••
•••
•518
```

i) c×4 = .8

Donde. "c" puede tomar valor de 2 ó 7

Si probamos con c = 2, (no cumple)

Ahora probaremos con: c = 7

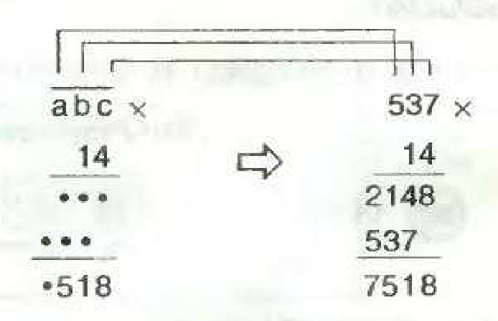
ii) Luego, en forma conveniente se tratará de ir completando dicha operación.

```
 ab7 ×         a37 ×
  14            14
•••8     ⇨    ••48
••7           •37
•518          •518
```

Ahora si es más fácil completar la operacion, veamos:

```
 a37 ×         537 ×
  14            14
•148     ⇨    2148
•37           537
•518          7518
```

Luego:



```
 abc ×         537 ×
  14            14
 •••     ⇨    2148
•••           537
•518          7518
```

Por comparación de términos:

a = 5 , b = 3 y c = 7

Ahora hallamos el valor de:

$\overline{abc} - \overline{bac} = 537 - 357 = 180$ ***Rpta. C***

Problema (6)

Si se sabe que: $\overline{abc} \times \overline{m} = 4\,468$ y

$\overline{abc} \times \overline{n} = 2\,972$

Hallar el valor de: $\overline{abc} \times \overline{mn}$

A) 56 789 B) 45 545 C) 47 652

D) 67 890 E) N.A.

Resolución:

El producto: $\overline{abc}\times\overline{mn}$, se puede escribir como:

$$\begin{array}{r} \overline{abc}\ \times \\ \overline{mn} \\ \hline \end{array}$$

Productos ⇨ $n\times\overline{abc}=\ 2972\ +$

Parciales ⇨ $m\times\overline{abc}=\ 4468$

47652

$\therefore$ $\boxed{\overline{abc}\times\overline{mn}=47\,652}$ ***Rpta. C***

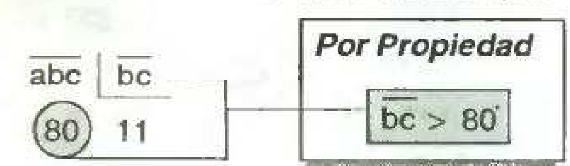
Problema ⑦

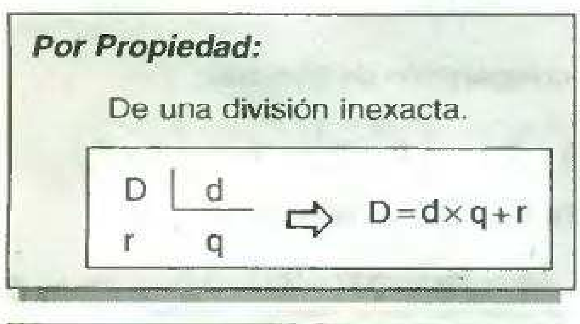
Al dividir el número $\overline{abc}$ entre el número $\overline{bc}$, se obtuvo 11 de cociente y 80 de residuo. Calcular: "a + b - 2c".

A) 19 B) 17 C) 13 D) 12 E) N.A.

Resolución:

De acuerdo al enunciado, se obtiene que:





Por Propiedad: $\overline{abc}=11\overline{bc}+80$

Descomponemos polinómicamente $\overline{abc}$

$$a\times10^2+\underbrace{b\times10+c}=11\overline{bc}+80$$

$$100a+\overline{bc}=11\overline{bc}+80$$

$$100a=10\,\overline{bc}+80$$

sacamos décima a c/término

$$10a=\overline{bc}+8$$

$$10a-8=\overline{bc}$$

damos valores a "a" sólo cumple para : a=9

$$10(9)-8=\overline{bc}$$

$\therefore$ $\boxed{82=\overline{bc}}$

Luego, calculamos el valor de:

$$a+b-2c=9+8-2(2)$$

$\therefore$ $\boxed{a+b-2c=13}$ ***Rpta. C***

Problema ⑧

Si: $E\times\overline{DEJE}=29\,936$

$T\times\overline{DEJE}=37\,420$

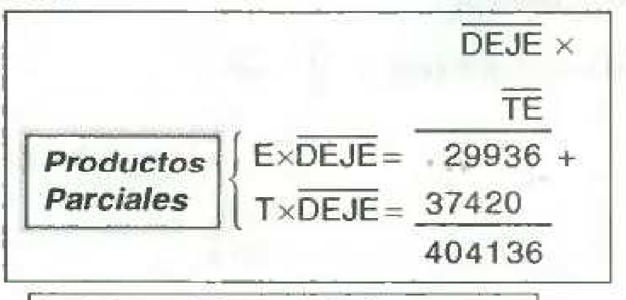
Calcular: $\overline{TE}\times\overline{DEJE}$

A) 67 356 B) 404 316 C) 404 136

D) 404 816 E) 404 613

Resolución:

El producto: $\overline{TE}\times\overline{DEJE}$, se puede escribir como:



$\therefore$ $\boxed{\overline{TE}\times\overline{DEJE}=\overline{DEJE}\times\overline{TE}=404\,136}$

Rpta. C

Problema ⑨

Si: $\overline{DOS}\times\overline{DOS}=\overline{CUATRO}$

Donde: S = 2 y si uno de los productos parciales termina en cero. Hallar: $\overline{CUA}$

A) 392 B) 293 C) 221 D) 417 E) 583

Resolución:

Reemplazando el valor de "S" en la expresión dada, obtenemos:

$$\overline{DO2}\times\overline{DO2}=\overline{CUATRO}$$

$2\times2=O \Rightarrow$ $\boxed{O=4}$

Luego: $\overline{D42}\times\overline{D42}=\overline{CUATR4}$

La espresión del primer miembro se puede escribir como:

$$\begin{array}{r} \overline{D42}\times \\ \overline{D42} \\ \hline \end{array}$$

Productos Parciales:
$2\times\overline{D42}=......4$
$4\times\overline{D42}=.......8$
$D\times\overline{D42}=.......0$ (por dato)

Del Dato: $D\times2=...........0 \Rightarrow \boxed{D=5}$
↓
5

Reemplazamos el valor de "D" en la expresión siguiente

$\overline{D42}\times\overline{D42}=\overline{CUATR4}$

$542\times542=\overline{CUATR4}$

$293764=\overline{CUATR4}$

Por comparación de términos:

$\therefore$ $\boxed{\overline{CUA}=293}$ ***Rpta B***

Problema (10)

Si suponemos que :

$S=\dfrac{682}{\overline{AVE}}$; $\overline{O,R}=\dfrac{170,5}{\overline{AVE}}$

Además
O = cero

Hallar :

$$M=\overline{AV,E}\times\overline{S,ORRO}$$

Dar como respuesta la suma de las cifras enteras del resultado

A) 12 B) 10 C) 70
D) 7 E) SORRO se escribe con "Z"

Resolución:

Las condiciones dadas se pueden escribir así:

i) $S=\dfrac{632}{\overline{AVE}} \Rightarrow S\times\overline{AVE}\times682$

ii) $\overline{O,R}=\dfrac{170,5}{\overline{AVE}} \Rightarrow R\times\overline{AVE}=1705$

La expresión incógnita se puede escribir como:

$$M=\overline{AV,E}\times\overline{S,ORRO}$$

$$M=\frac{\overline{AVE}}{10}\times\frac{\overline{S,ORRO}}{10000}$$

$$\boxed{M=\frac{\overline{AVE}\times\overline{S,ORRO}}{100000}}\ ....(\alpha)$$

Ahora, calculamos el valor de:

$$\overline{AVE}\times\overline{SORRO} \Rightarrow \begin{array}{r} \overline{AVE}\times \\ \overline{SORRO} \\ \hline O\times\overline{AVE}=000\ + \\ R\times\overline{AVE}=1705 \\ R\times\overline{AVE}=1705 \\ O\times\overline{AVE}=000 \\ S\times\overline{AVE}=682 \\ \hline 7007550 \end{array}$$

Donde: $\boxed{\overline{AVE}\times\overline{SORRO}=7007550}$ ......(β)

Reemplazamos (β) en (α)

$$M=\frac{7007550}{100000}=70,0755$$

Luego, la suma de las cifras de la parte entera de "M" es:

Σ cifras enteras de "M" = 7 + 0 = 7

Rpta. D

Problema 11

¿Cuántos números de 3 cifras existen tales que el producto de sus cifras sea igual a 8?

A) 7 B) 9 C) 10

D) 11 E) Más de 11

Resolución:

Los números de 3 cifras, tienen la forma: $\overline{abc}$

Del enunciado:

$$a \times b \times c = 8 \ ;$$

donde el número 8 se puede descomponer de la siguiente manera: ⇨ $8 = 8 \times 1 \times 1$; $8 = 2 \times 4 \times 1$; $8 = 2 \times 2 \times 2$

Luego; los números de 3 cifras que se forman son:

811;	241;	412;	118;	214;
142;	181;	421;	124;	222;

∴ Los números de 3 cifras que se forman son 10. ***Rpta. C***

Problemas 12

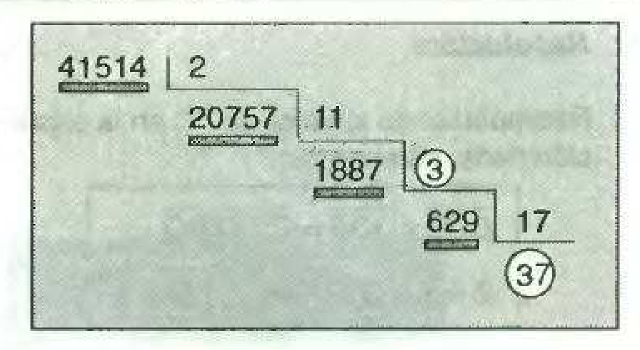
Si se cumple que: $a \cdot \overline{ab} \cdot \overline{abc} = 41\,514$

Hallar: "a - b + c"

A) 2 B) 0 C) 4 D) 8 E) 6

Resolución:

Para este tipo de problema es recomendable, descomponer 41 514 de la siguiente manera:



$$41\,514 = 3 \times 37 \times \underbrace{2 \times 11 \times 17}$$

$$41\,514 = 3 \times 37 \times 374$$

Luego: $a \cdot \overline{ab} \cdot \overline{abc} = 3 \times 37 \times 374$

Comparando términos:

$a = 3$
$b = 7$
$c = 4$

∴ "a - b + c" = 3 - 7 + 4 = 0 ***Rpta. B***

Problema 13

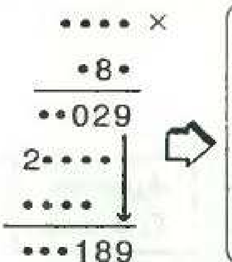
Hallar la suma de las cifras del producto total, de la siguiente multiplicación:

```
  •••• ×
   •8•
  ••02•
 2••••
 ••••
 •••189
```

A) 27 B) 24 C) 29 D) 36 E) 30

Resolución:

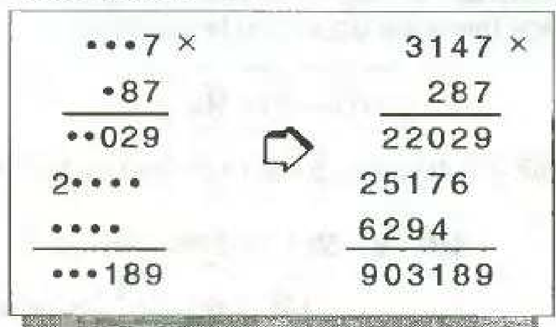
Para este tipo de problema, operamos de la siguiente manera:



⇨ para que el producto (•×•) termine en 9 el valor que pueden tomar (•×•) puede ser (3×3) ó (7×7) probando con (3×3) notamos que no cumple con el problema, la cual tomaremos (7×7).

Luego:

- Completando las cifras que faltan, obtenemos:



$\sum$ cifras del producto total $= 9 + 0 + 3 + 1 + 8 + 9 = 30$

Rpta. E

Problema (14)

En la operación:

$$\begin{array}{l|l} \overline{67b8} & \overline{ab} \\ \hline \overline{dc} & \overline{2fg} \\ \overline{-ab} & \\ \overline{ab} & \\ --8 & \end{array}$$

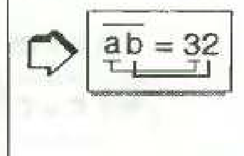
¿Cuál es el valor de: $a + b + c + d + f + g$?

A) 15 B) 16 C) 14 D) 18 E) 11

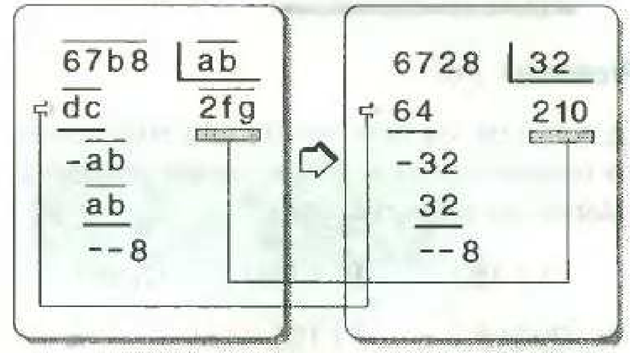
Resolución:

- En primer lugar, dividimos:

Como se observará este último resultado; $\overline{ab}$ debe tomar valor de 32 (aproximadamente) para eso vamos a verificarlo, veamos:



Donde:



Por comparación de términos, obtenemos que:

a = 3 ;	b = 2 ;	c = 4
d = 6 ;	f = 1 ;	g = 0

$\therefore$ $a + b + c + d + f + g = 16$ ***Rpta. B***

Problema (15)

Si se sabe que: $\overline{ab0d} \times \overline{m} = 33\,663$

y que: $\overline{c0} \times \overline{n} = 420$

Hallar el valor de: $\overline{abcd} \times \overline{m}$

A) 55 083 B) 34 083 C) 39 658

D) 58 980 E) Ninguna Anterior

Resolución:

La expresión incógnita: $\overline{abcd} \times \overline{m}$; se puede escribir por descomposición polinómica como:

$$\overline{abcd} \times \overline{m} = (a \times 10^3 + b \times 10^2 + c \times 10 + d) \times \overline{m}$$

$$\overline{abcd} \times \overline{m} = [(a \times 10^3 + b \times 10^2 + 0 \times 10 + d) + (c \times 10 + 0)] \times \overline{m}$$

$$\overline{abcd} \times \overline{m} = (\overline{ab0d} + \overline{c0}) \times \overline{m}$$

$$\overline{abcd} \times \overline{m} = \overline{ab0d} \times \overline{m} + \overline{c0} \times \overline{m}$$

Ahora reemplazando los valores dados, en esta última expresión:

$$\overline{abcd} \times \overline{m} = 33\,663 + 420$$

$\therefore$ $\boxed{\overline{abcd}\times\overline{m} = 34\,083}$ **Rpta. B**

Problema 16

La suma de los términos de una sustracción de números es $\overline{a1a}$. La suma de todos los valores del minuendo será:

A) 1 160 B) 1 030 C) 621

D) 313 E) 106

Resolución:

Sea la sustracción:

$$\boxed{M - S = D} \quad ......\ (1)$$

Del enunciado:

$$\boxed{M + S + D = \overline{a1a}} \quad ......\ (2)$$

Reemplazando **(1)** en **(2):**

$$M + S + (M - S) = \overline{a1a}$$

$2M = \overline{a1a}$
⇩ ⇩
2 2
4 4
6 6
8 8

El número del segundo miembro debe ser divisible por 2, siendo los valores para "a": 2;4;6 y 8

Luego, los valores del minuendo serían:

$2M = $
→ 212 → M = 106
→ 414 → M = 207
→ 616 → M = 308
→ 818 → M = 409

$\therefore$ La suma de todos los valores del minuendo será = 1 030 **Rpta. B**

Problema 17

Si: $\overline{47b} + \overline{5b} = \overline{5bc}$

Hallar: "$\overline{bc} + \overline{cb}$"

A) 33 B) 66 C) 22 D) 77 E) 99

Resolución:

Descomponemos polinómicamente cada uno de los términos dados en la condición

$$\boxed{\overline{47b} + \overline{5b} = \overline{5bc}}$$

$$(4\times10^2 + 7\times10 + b) + (5\times10 + b) = 5\times10^2 + b\times10 + c$$

$$470 + b + 50 + b = 500 + 10b + c$$

$20 = 8b + c$ **(cumple)**
⇩ ⇩
2 4

Por tanteo:

$\boxed{b = 2}$ y $\boxed{c = 4}$

Luego:

$$\overline{bc} + \overline{cb} = 24 + 42$$

$\therefore$ $\boxed{\overline{bc} + \overline{cb} = 66}$ **Rpta. B**

Problema 18

Si:

$$\overline{aa} = (a + b + c + d + e)\times a$$

Calcular el valor de:

$$R = \overline{abcde} + \overline{bcdea} + \overline{ceabd} + \overline{dabab} + \overline{edecc}$$

A) 122 221 B) 133 331 C) 233 332

D) 22 222 E) Ninguna

Resolución:

La condición:

$$\overline{aa} = (a + b + c + d + e)\times a$$

se puede escribir como:

$$11a = (a + b + c + d + e)\times a$$

$\therefore$ $\boxed{a + b + c + d + e = 11}$

La expresión "R", también se puede escribir como:

$\overline{abcde}$ +
$\overline{bcdea}$
$\overline{ceabd}$
$\overline{dabab}$
$\overline{edecc}$

→ e + a + d + b + c = 11 (se lleva / ponemos al resultado)

→ d + e + b + a + c = 11
11 + 1 = 12 (se lleva / ponemos al resultado)

→ c + d + a + b + c = 11
11 + 1 = 12 (se lleva / ponemos al resultado)

→ b + c + e + a + d = 11
11 + 1 = 12 (se lleva / ponemos al resultado)

→ a + b + c + d + e = 11
11 + 1 = 12 (se lleva / ponemos al resultado)

Luego:

$\overline{abcde}$ +
$\overline{bcdea}$
$\overline{ceabd}$
$\overline{dabab}$
$\overline{edecc}$
122221

$$R=\overline{abcde}+\overline{bcdea}+\overline{ceabd}+\overline{dabab}+\overline{edecc}$$

$\therefore$ **R = 122 221** *Rpta. A*

Problema 19

En la siguiente operación:

$$\overline{aaaa}=\overline{(2a)b}\times\overline{aa}$$

Calcular: $(a+b)\overline{ab}$

A) 51 B) 300 C) 306 D) 308 E) 90

Resolución:

Descomponemos polinómicamente la expresión:

$$\overline{aaaa}=\overline{(2a)b}\times\overline{aa}$$

$$a\times10^3+a\times10^2+a\times10+a=\overline{(2a)b}\times[a\times10+a]$$

$$1000a+100a+10a+a=\overline{(2a)b}\times11a$$

$$1111a=11a\times\overline{(2a)b}$$

$$101=\overline{(2a)b}$$

$$101=(2a)\times10+b$$

por tanteo obtenemos: ➧ $101=20a+b$
⇩ ⇩
5 1 ➧ **Cumple**

De donde: $a=5$ y $b=1$

Luego:

$$(a+b)\overline{ab}=(5+1)\overline{51}$$

$\therefore$ $(a+b)\overline{ab}=306$ *Rpta. C*

Problema 20

¿Cuál es el menor número de 5 cifras que multiplicado por 24 nos da un producto cuyas cifras son todos ochos?

A) 37 370 B) 37 037 C) 27 027
D) 47 047 E) N.A.

Resolución:

Sea el menor número de 5 cifras:

$$\overline{abcde}$$

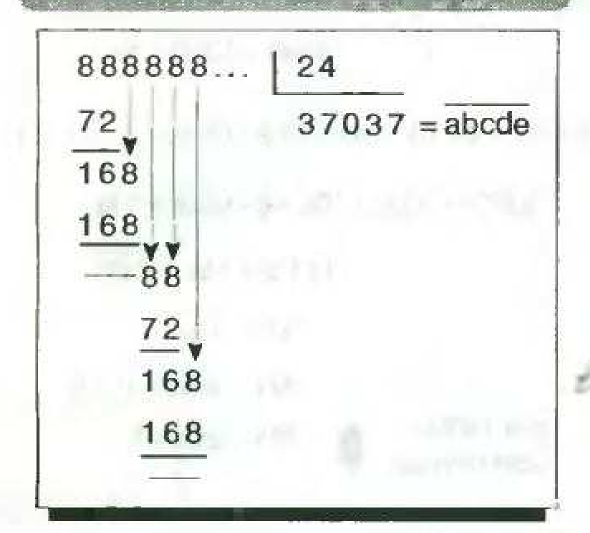
De donde:

$$\overline{abcde}\times 24 = 888.......$$

Esta última expresión, se puede escribir como:

$$888\ldots\ldots \;\big|\; 24 \qquad \overline{abcde}$$

Nota: *Para este tipo de problema, es recomendable ir agregando "ochos", hasta que el residuo se haga cero, veamos:*



$\therefore$ $\overline{abcde} = 37\,037$ ***Rpta. B***

Problema (21)

Se tiene la operación:

$$\overline{ABCAB}\times 6 = \overline{BBBBBB}$$

¿Cuál es el valor de: A + B + C?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 14 E) 16

Resolución:

El producto dado, se puede escribir como:

$$\overline{BBBBBB} \;\big|\; 6 \qquad \overline{ABCAB}$$

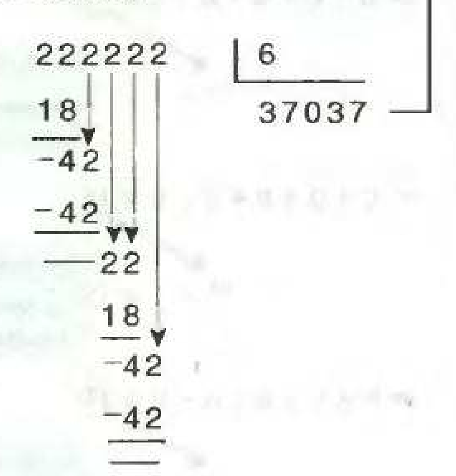
Ahora, empezamos a probar de la siguiente manera:

Cuando: B = 2

$$222222 \;\big|\; 6 \qquad \overline{A2CA2}$$

Según lo que observamos aparenta que se cumplirá dicha operación

Comprobemos:

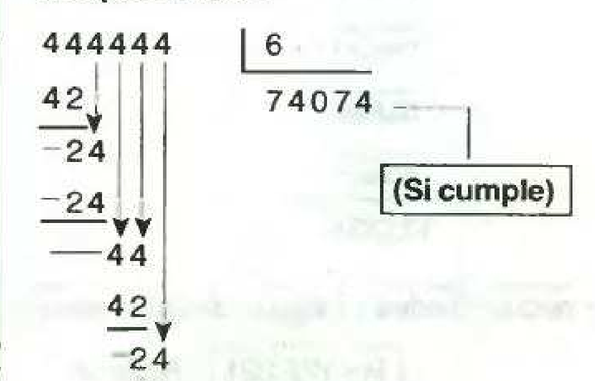


No cumple porque estas cifras debieron ser 2.

Cuando: B = 4

$$444444 \;\big|\; 6 \qquad \overline{A4CA4}$$

Comprobemos:



(Si cumple)

Luego: $A + B + C = 7 + 4 + 0$

$\therefore$ $\boxed{A + B + C = 11}$ ***Rpta. B***

Problema 22

Si: $\overline{MIA} \times 999 = ...1648$

Calcular el valor de:

$\overline{MAMA} \times 99$

A) 319 986 B) 319 896 C) 319 968

D) 319 698 E) N.A.

Resolución:

La expresión: $\boxed{\overline{MIA} \times 999 = ...1648}$

por propiedad se puede escribir como:

$$\begin{array}{r} \overline{MIA000}\ - \\ \overline{MIA} \\ \hline ...1648 \end{array}$$

Ahora, operamos de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r} \overline{MIA000}\ - \\ \overline{MIA} \\ \hline ...1648 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 9910 \\ 352000\ - \\ 352 \\ \hline 351648 \end{array}$$

i) $10 - 8 = A \Rightarrow \boxed{2 = A}$

ii) $9 - 4 = I \Rightarrow \boxed{5 = I}$

iii) $9 - 6 = M \Rightarrow \boxed{3 = M}$

De donde:

$\overline{MIA} = 352$

Por comparación de términos:

$\boxed{M = 3}$

$\boxed{I = 5}$

$\boxed{A = 2}$

Luego, calculamos el valor de:

$$\begin{array}{r} 323200\ - \\ 3232 \\ \hline 319968 \end{array}$$

$\therefore$ $\boxed{\overline{MAMA} \times 99 = 319\,968}$

Rpta. C

> ***Nota:*** *Cuando, se multiplica un número cualquiera por una cierta cantidad de nueves, se operará de la siguiente manera; veamos:*
>
> ***i) 23×9 =*** *(al número 23 se le agrega un cero a su derecha y el número que se obtenga se resta con 23)*
>
> ***Operación:***
> $$\begin{array}{r} 230\ - \\ 23 \\ \hline 207 \end{array}$$
>
> ***ii) 45×99 =*** *(al número 45 le agregamos 2 ceros a su derecha, y el número obtenido lo restamos con 45)*
>
> ***Operación:***
> $$\begin{array}{r} 4\,500\ - \\ 45 \\ \hline 4\,455 \end{array}$$

Problema 23

Si: $\begin{array}{r|l} \overline{abc} & \overline{bc} \\ \cline{2-2} 80 & 11 \end{array}$

Hallar: "a + b + c"

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

Resolución:

Aplicando la propiedad de una división inexacta o sea:

$\begin{array}{r|l} D & d \\ \cline{2-2} r & q \end{array} \Rightarrow \boxed{D = d \times q + r}$

(Donde: $d > r$)

Obtenemos:

$$\overline{abc} = 11\overline{bc} + 80$$

Descomponemos polinómicamente $\overline{abc}$

$$a \times 10^2 + \overline{bc} = 11\overline{bc} + 80 \;;\; (\text{Donde: } \overline{bc} > 80)$$

$$100a + \overline{bc} = 11\overline{bc} + 80$$

$$100a = 10\overline{bc} + 80$$

sacamos la decima a cada término

$$10a = \overline{bc} + 8$$

$$10a - 8 = \overline{bc} \;;$$ Por propiedad: $\overline{bc} > 80$

⇩ 9

$$90 - 8 = \overline{bc}$$

$82 = \overline{bc}$ ⇨ **Cumple: cuando a = 9**

De donde: $b = 8$; $c = 2$

Luego: $a + b + c = 9 + 8 + 2$

$\therefore$ $a + b + c = 19$ ***Rpta. E***

Problema 24

Calcular la suma de las cifras de "P"

$$P = \underbrace{666.........66}_{502\text{ cifras}} \times 8$$

A) 1 551 B) 1 515 C) 1 555

D) 1 511 E) 1 510

Resolución:

El producto dado, se puede escribir como:

$$\begin{array}{r} (502\text{ cifras}) \leftarrow 666..........66 \times \\ 8 \\ \hline 5\underbrace{3333....33}_{500\text{ cifras}}28 \end{array}$$

hay 503 cifras

Luego, calculamos la suma de las cifras de "P" al efectuar el producto.

$$\sum_{\text{de "P"}}^{\text{cifras}} = 5 + 500(3) + 2 + 8$$

$$= 5 + 1\,500 + 10$$

$$\therefore \sum_{\text{de "P"}}^{\text{cifras}} = 1\,515$$ ***Rpta. B***

Problema 25

Si: $13N = ...769$ y $8N = ...704$

¿Cuáles son las 3 últimas cifras en que termina 35N?

A) 745 B) 455 C) 465 D) 755 E) N.A.

Resolución:

Restamos miembro a miembro, las 2 expresiones dadas:

$$\begin{array}{lr} & 13N = ...769 \; - \\ & 8N = ...704 \\ \hline \text{- M.A.M:} & 5N = ...065 \end{array}$$

este último resultado lo multiplicamos por **7** para así obtener: **35N**; osea:

$$5N = ...065$$

multiplicamos por **7** ambos miembros

$$7 \times 5N = ...065 \times 7$$

$$35N = ...455$$

Luego: Las tres últimas cifras en que termina 35N son 455 ***Rpta. B***

Problema 26

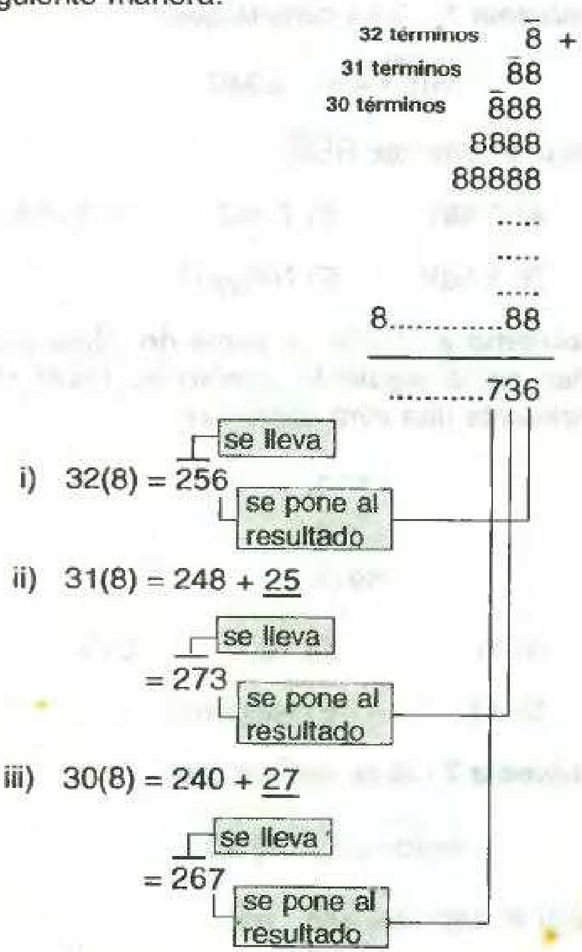
Calcular las tres últimas cifras del resultado de la siguiente suma:

$$\left.\begin{array}{r} 8 \\ 88 \\ 888 \\ 8888 \\ .... \\ .... \\ 8............88 \end{array}\right\} (32\text{ sumandos}) \; +$$
$$\overline{...........CBA}$$

A) 637 B) 736 C) 376 D) 673 E)N.A.

Resolución:

Este tipo de problema, se resuelve de la siguiente manera:



Luego, las tres últimas cifras del resultado son:

$\overline{CBA} = 736$ ***Rpta.B***

Problema (27)

Hallar la suma de todas las cifras que se nos dan a continuación:

(La figura mostrada es un Δ isósceles de 30 cuatros cada uno de sus lados iguales)

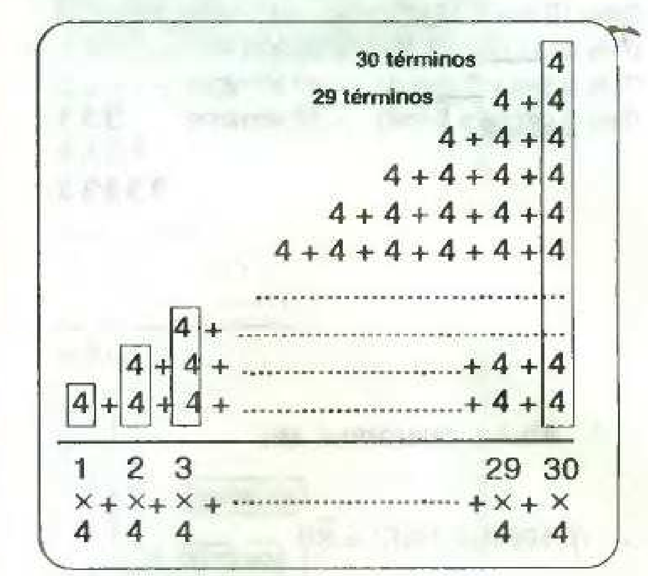
4
4 + 4
4 + 4 + 4
4 + 4 + 4 + 4
4 + 4 + 4 + 4 + 4
4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4
....
4 + ...
4 + 4 + ...+ 4 + 4
4 + 4 + 4 + ...+ 4 + 4

A) 1 680 B) 1 860 C) 1 086

D) 1 068 E) N.A.

Resolución:

Para este tipo de problemas, se opera de la siguiente manera:



ahora efectuamos dicha suma:

$S = 1\times 4 + 2\times 4 + 3\times 4 + ... + 29\times 4 + 30\times 4$

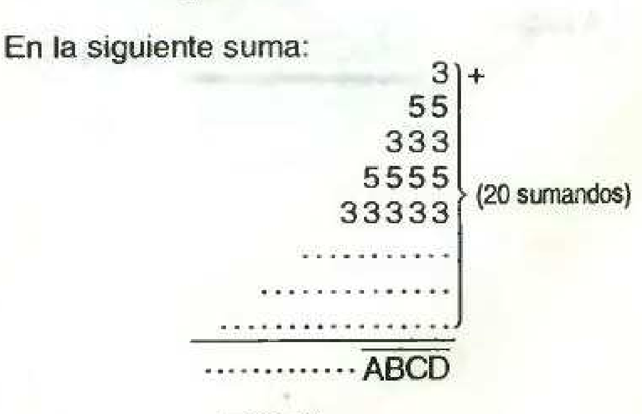
factorizando: 4, obtenemos:

$S = 4(\underbrace{1 + 2 + 3 + ... + 29 + 30}_{\left(\frac{30\times 31}{2}\right)})$

$S = 4\left[\frac{30\times 31}{2}\right] \Rightarrow \therefore \boxed{S = 1\,860}$ ***Rpta. B***

Problema (28)

En la siguiente suma:



Calcular: $\overline{ABCD}$

A) 6 050 B) 5 070 C) 7 050

D) 7 750 E) Ninguna

Resolución:

Este tipo de problema, se resuelve de la siguiente manera:

(Hay 10 tres y 10 cincos) = 20 términos
(Hay 10 cincos y 9 tres) = 19 términos
(Hay 9 tres y 9 cincos) = 18 términos
(Hay 9 cincos y 8 tres) = 17 términos

```
              3 +
             55
            333
           5555
          33333
     ..........
   ............
 ..............
---------------
 ...........7050
```

* Ahora, operamos así:

i) $10(3) + 10(5) = 80$ (8: se lleva; 0: se pone al resultado)

ii) $10(5) + 9(3) = 77$

$77 + \overline{8} = 85$ (8: se lleva; 5: se pone al resultado)

iii) $9(3) + 9(5) = 72$

$72 + \overline{8} = 80$ (8: se lleva; 0: se pone al resultado)

iv) $9(5) + 8(3) = 69$

$69 + \overline{8} = 77$ (7: se lleva; 7: se pone al resultado)

Luego: $\overline{ABCD} = 7\,050$ ***Rpta. C***

Problemas Propuestos

Problema 1.- Si se cumple que:

$$\overline{RIE} \times 41 = ...2349$$

Hallar el valor de: $\overline{REIR}$

A) 7 897 B) 7 987 C) 8 789

D) 8 589 E) Ninguna

Problema 2.- Hallar la suma de cifras que faltan en la siguiente operación: (cada (*) representa una cifra diferente).

```
 ***7 ×
    *
 ----
 6914
```

A) 11 B) 10 C) 9

D) 14 E) Ninguna

Problema 3.- Si se cumple que:

$$\overline{ababa} \times 8 = 242\,424$$

Hallar el valor de: $\overline{aab} - \overline{ab}$

A) 320 B) 200 C) 220

D) 300 E) Ninguna

Problema 4.- Si:

$$\overline{abc} - \overline{c0b} + \overline{ab} = 991 \quad ; \quad (0 = \text{cero})$$

Hallar el valor de: "a + c - b"

A) 5 B) 7 C) 1 D) 8 E) 11

Problema 5.- Si se cumple que:

$$\overline{ab} \times \overline{b} = \overline{c99}$$

Hallar el valor de: "a + b + c"

A) 3 B) 8 C) 11 D) 13 E) 15

Problema 6.- Al dividir $\overline{aba}$ entre $\overline{ba}$; se obtuvo 6 de cociente y de residuo $\overline{ab}$.

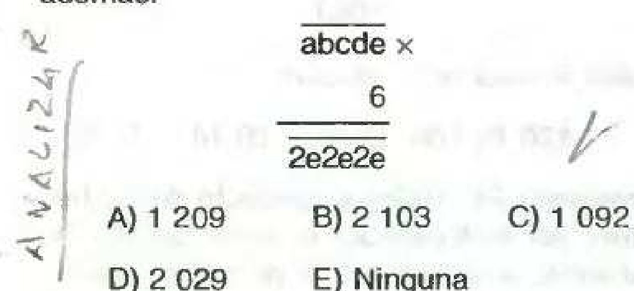
Hallar: (b - a)

A) 3 B) 5 C) 2

D) 6 E) Ninguna

Problema 7.- Hallar: $\overline{abc}+\overline{bde}$

Si se cumple que: a,b,c,d,e, son diferentes y además:



$$\begin{array}{r} \overline{abcde}\times \\ 6 \\ \hline \overline{2e2e2e} \end{array}$$

A) 1 209 B) 2 103 C) 1 092

D) 2 029 E) Ninguna

Problema 8.- Si:

$$\frac{\overline{abcd}_{(n)}-1}{2}=111_{(4)}$$

Hallar el valor de: "a + b + c + d + n"

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Problema 9.- Hallar: "a + b + c". Si se cumple que:

$$\begin{array}{r} \overline{abc}\times \\ 9 \\ \hline ...833 \end{array}$$

A) 10 B) 8 C) 9 D) 15 E) N.A.

Problema 10.- Si: $\overline{bc6}+\overline{6a3}+\overline{1a6}=\overline{1c3a}$

Hallar el valor de: "a + b + c"

A) 11 B) 13 C) 15 D) 12 E) N.A.

Problema 11.- Hallar la suma de las cifras del producto total; sabiendo que cada punto representa una cifra:

$$\begin{array}{r} \bullet\bullet\bullet\times \\ \bullet3\bullet \\ \hline \bullet\bullet\bullet\bullet \\ \bullet\bullet\bullet7 \\ \bullet\bullet\bullet6 \\ \hline \bullet\bullet\bullet623 \end{array}$$

A) 12 B) 15

C) 20 D) 21

E) 23

Problema 12.- ¿Cuál es el menor número entero de cinco que multiplicado por 33 nos da un producto cuyas cifras son todos nueves?. (Dar como respuesta la suma de sus cifras de dicho número entero).

A) 9 B) 10 C) 11 D) 13 E) N.A.

Problema 13.- Se tiene la operación:

$$\overline{abcabc}\times 3=\overline{mmmmmm}$$

¿Cuál es el valor de: "a + b + c + m"

A) 21 B) 23 C) 25 D) 27 E) N.A.

Problema 14.- Calcular la suma de las cifras de "R"

$$R=\underbrace{323232......3232}_{604\ \text{cifras}}\times 6$$

A) 3 624 B) 3 618 C) 3 246

D) 2 628 E) Ninguna

Problema 15.- Si:

25N = ...800 y 4N = ...248

¿Cuales son las tres últimas en que termina 58N?

A) 896 B) 096 C) 196 D) 296 E) N.A.

Problema 16.- Si:

$$\frac{\overline{abcbd}}{346}=\frac{\overline{xxxx}}{\overline{xx}}$$

Calcular el valor de:

$$E=\overline{abcd}+\overline{babc}+\overline{cdab}+\overline{dcda}$$

A) 25 552 B) 24 442 C) 34 996

D) 44 224 E) N.A.

Problema 17.- Si:

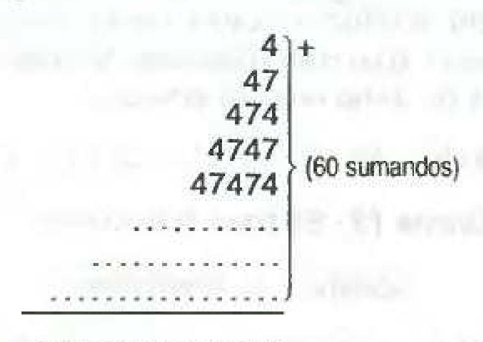
$$\overline{PAL}\times 9999=...9676$$

Calcular el valor de: $\overline{PALA}\times 11$

A) 35 652 B) 36 562 C) 53 662

D) 35 662 E) Ninguna

Problema 18.- Hallar las cinco últimas cifras de la siguiente suma:



A) 37 460 B) 26 460 C) 27 460

D) 27 450 E) Ninguna

Problema 19.- Hallar la suma de todas las cifras que se nos dan a continuación:

(La figura mostrada es un Δ isósceles de 46 cincos cada lado igual)

$$\begin{array}{r} 5 \\ 5+5 \\ 5+5+5 \\ 5+5+5+5 \\ 5+5+5+5+5 \\ \ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots \\ 5+5+\ldots\ldots+5+5 \end{array}$$

A) 4 505 B) 5 405 C) 6 405

D) 5 655 E) Ninguna

Problema 20.- Si: $\overline{abc}-\overline{cba}=\ldots 4$

$\overline{bc}\times\overline{ba}=2\,016$

Hallar el valor de: "b"

A) 1 B) 3 C) 5 D) 4 E) 2

Problema 21.- Encontrar un número capicua $\overline{abba}$ tal que cumple:

$\overline{abba}=\overline{aa}^{3}$; dar como respuesta: 2 (a+b)

A) 6 B) 8 C) 10

D) 12 E) Ninguna

Problema 22.- Si:

$\overline{ab}\times\overline{cd}=450$, halle el menor valor de. $(a-b)\times(c+d)$; siendo. a, b, c y d cifras significativas

A) -27 B) 27 C) -49 D) 49 E) 63

Problema 23.- Si:

$$\begin{array}{r} \overline{3ab}\,+ \\ \overline{bca} \\ \hline 1000 \end{array}$$

Hallar el valor de: "a×b×c"

A) 120 B) 100 C) 96 D) 48 E) 72

Problema 24.- Hallar el producto de las tres cifras del multiplicador si estos suman 11; sabiendo además que el producto total es 11 365 808 y los productos parciales suman 475 376.

A) 48 B) 36 C) 18 D) 28 E) 40

Problema 25.-

Hallar: "m + n + p";

si: $\overline{pmn}-p\cdot\overline{nm}=\overline{mnp}$

A) 7 B) 9 C) 18 D) 13 E) 15

Problema 26.- Se tiene la siguiente operación:

$$\begin{array}{r} \bullet\bullet\bullet\bullet\,\times \\ \bullet 9 \bullet \\ \hline \bullet\bullet\bullet\bullet \\ \bullet\bullet\bullet\bullet 7 \\ \bullet\bullet\bullet 6 \\ \hline \bullet\bullet\bullet 631 \end{array}$$

; dar como respuesta la suma de las 3 cifras que faltan en el producto total.

A) 8 B) 9 C) 10

D) 11 E) 12

Problema 27.- La suma de los productos parciales $\overline{ab}\times\overline{ac}$ (números consecutivos crecientes es 672). Hallar: "a×c" si: a×b, termina en 0.

A) 35 B) 45 C) 42 D) 55 E) 50

Problema 28.- Si:

$N\times 3=\overline{142qp}$ ...... (1)

$$N \times 9 = \overline{rs867} \text{ ...... (2)}$$

Hallar: "p + q + r + s"

A) 20 B) 21 C) 22

D) 23 E) Menos de 20

Problema 29.-

Si suponemos que:

$$I = \frac{944}{\overline{AMO}} \qquad \overline{0,0M} = \frac{708}{\overline{AMO}} \times 10^{-2}$$

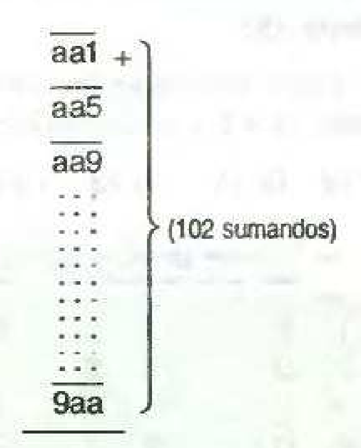
$$\overline{0,00A} = \frac{0,472}{\overline{AMO}} \qquad \text{Además: } (O \neq \text{cero})$$

Hallar: $P = \overline{A,MO} \times \overline{MA,MI}$

Dar como respuesta la suma de las cifras decimales del resultado.

A) 13 B) 11 C) 10 D) 9 E) 14

Problema 30.- Hallar el resultado de sumar:



A) 76 806 B) 75 006 C) 76 900

D) 77 666 E) 78 312

Problema 31:

Hallar el valor de: "a - (b + c)".

Si se sabe que: $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{xb4}$

A) 3 B) -2 C) 1 D) 2 E) -3

Problema 32:

Si: $\overline{ab} - \overline{ba} = \overline{de}$ y

$\overline{de} = \overline{ed} + 27$

Hallar el valor de: "d·e"

A) 36 B) 63 C) 81 D) 18 E) 14

Problema 33:

Si: $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{2mn}$ y $a^2 + c^2 = 5b^2$;

Hallar el valor de: "a + b + c"

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

Problema 34:

Si: $N \times \overline{ab} = 6\,622$

$N \times \overline{ba} = 19\,393$;

Hallar el valor de: "a·b"

A) 6 B) 8 C) 4 D) 12 E) 14

Problema 35:

Si: a + b = 11

¿Cuál es el resto de dividir: $\overline{ababab} : 9$?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Problema 36:

Si:

$$\begin{array}{r} \overline{bac8} + \\ \overline{a7bc} \\ \overline{8caa} \\ \overline{cbcb} \\ \hline \overline{24b22} \end{array}$$

Hallar el valor de: "a·b·c"

A) 30 B) 105 C) 60 D) 90 E) 64

Problema 37:

Los productos parciales del producto del número $\overline{dabc}$ por el número $\overline{de}$ son 50 526 y 21 654. Hallar: $\overline{de}$; Si: d - e = 4.

A) 62 B) 51 C) 73 D) 84 E) 95

Problema 38:

Si: a ≠ b ≠ c, Hallar el menor valor que puede tomar "a" si se cumple que:

$$\begin{array}{r} \overbrace{a99a99a\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}^{25\ \text{cifras}} \quad + \\ b88b\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ c77c\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a66a\ldots\ldots\ldots\ldots \\ b55\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots \\ \ldots\ldots \\ 0.3 \end{array}$$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Problema 39:

Si: $\left(\overline{ab}\right)^{b} \cdot \overline{ba} = 3\ 024$

Calcular el valor de: $\overline{ab} - b$

A) 10 B) 12 C) 13 D) 21 E) N.A.

Problema 40:

El producto de un número de 4 cifras por 42 termina en 49 354. Hallar entonces el producto de dicho número por 4.

A) 11 874 B) 29 216 C) 23 946

D) 19 712 E) 23 748

Problema 41:

Hallar: "a + b + c + d"; Si: $\overline{abab}_{(9)} = 3 \times \overline{cd0}$; Además sabemos que: $\overline{ab}$ es lo menor posible.

A) 11 B) 12 C) 13 D) 10 E) 9

Problema 42: Si: a, b, c, d y e son cifras consecutivos crecientes y $\overline{abc} \times \overline{de}$ termina en 4. Hallar la suma de esas cifras.

A) 30 B) 15 C) 20

D) 47 E) Ninguna

Problema 43: En la siguiente adición:

$$S = \overline{abcd} + \overline{efgh} + \overline{ijkl} + \overline{mnop}$$

Si cumple que: $\overline{ab} + \overline{ef} + \overline{ij} + \overline{mn} = 284$

$\overline{cd} + \overline{gh} + \overline{kl} + \overline{op} = 652$

Hallar el valor de "S".

A) 27 902 B) 29 052 C) 31 122

D) 32 158 E) 25 247

Problema 44:

¿Cuál es la cifras de las unidades de millar del resultado de la siguiente suma:

$$\begin{array}{r} \overbrace{34343\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots343}^{25\ \text{cifras}} \quad + \\ 2626\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots26 \\ 343\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots \\ 2626 \\ 343 \\ \hline \end{array}$$

A) 6 B) 7 C) 8 D) 2 E) 3

Problema 45:

Si: a, b, c son cidras menores que 7.
Hallar: "a + b + c"; Si: 7×(7a = b) = 181 - c

A) 12 B) 11 C) 13 D) 9 E) 14

Clave de Respuestas

1.	*B*	*16.*	*B*	*31.*	*E*
2.	*D*	*17.*	*D*	*32.*	*D*
3.	*D*	*18.*	*C*	*33.*	*E*
4.	*B*	*19.*	*B*	*34.*	*C*
5.	*E*	*20.*	*D*	*35.*	*A*
6.	*C*	*21.*	*B*	*36.*	*D*
7.	*A*	*22.*	*C*	*37.*	*C*
8.	*C*	*23.*	*A*	*38.*	*C*
9.	*D*	*24.*	*B*	*39.*	*A*
10.	*A*	*25.*	*C*	*40.*	*E*
11.	*E*	*26.*	*A*	*41.*	*A*
12.	*A*	*27.*	*A*	*42.*	*C*
13.	*A*	*28.*	*D*	*43.*	*B*
14.	*B*	*29.*	*B*	*44.*	*A*
15.	*B*	*30.*	*A*	*45.*	*C*

TRAZOS Y FIGURAS 9

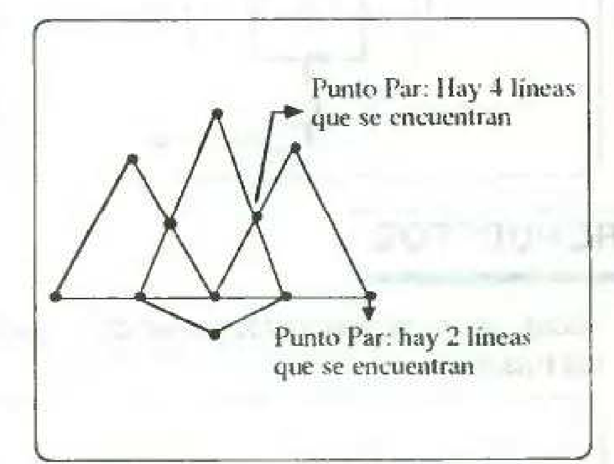
Para este capítulo hay que tener en cuenta los siguientes casos:

CASO I:

Para que una figura se pueda construir sin levantar el lápiz del papel, ni repetir el trazo por segunda vez. Es necesario que todos los puntos de intersección sean pares.

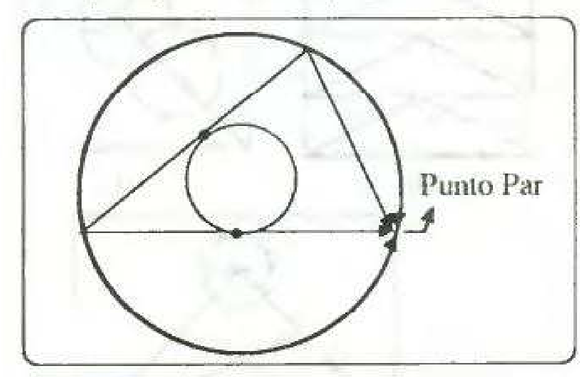
Ejemplo:

a)



- Esta primera figura, si se puede construir, porque todos los puntos son pares.

b)

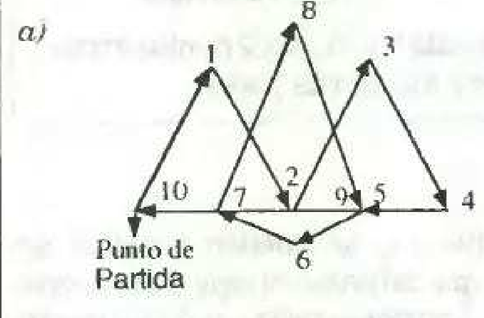


- Esta figura, también se puede construir, porque todos los puntos son pares.

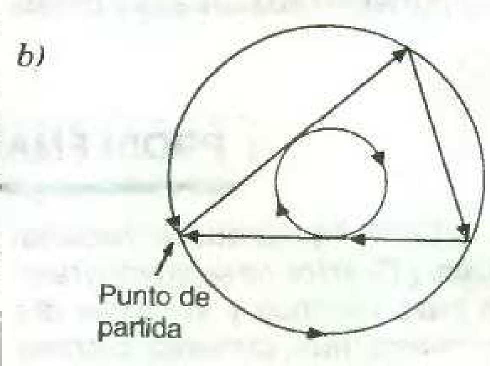
Luego: las dos figuras si se pueden construir sin levantar el lápiz del papel, ni repetir el trazo por segunda vez por tener todos sus puntos pares.

NOTA: En caso que quisiéramos demostrar el porque se pueden construir, pueden empezar por cualquier punto par, veamos:

a)



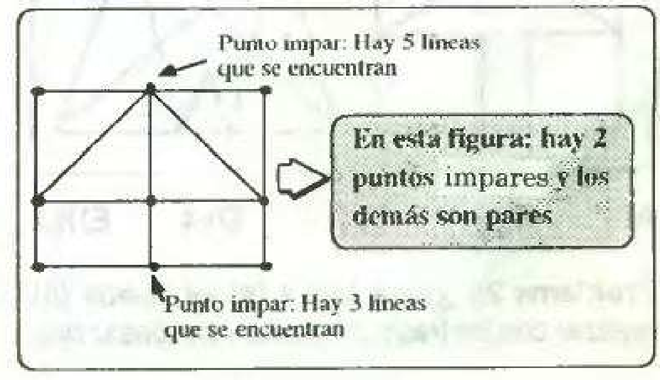
b)



CASO II:

Para que una figura se pueda construir sin levantar el lápiz del papel, ni repetir el trazo por segunda vez, es necesario que existan sólo 2 puntos impares, siendo los demás puntos pares.

Ejemplo:



b)

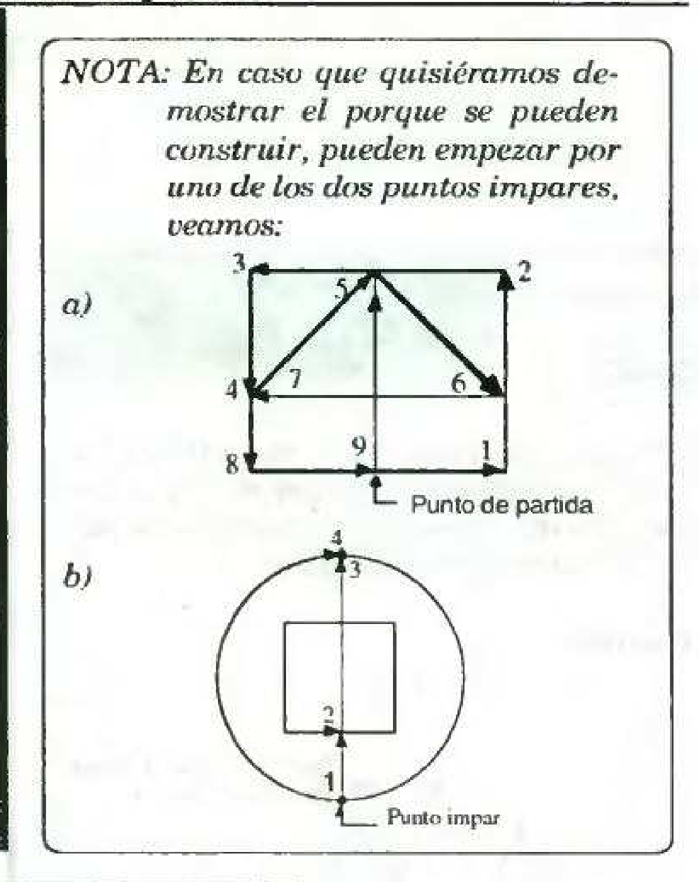
Punto impar

Punto impar

En esta figura: hay 2 puntos impares y los demás pares

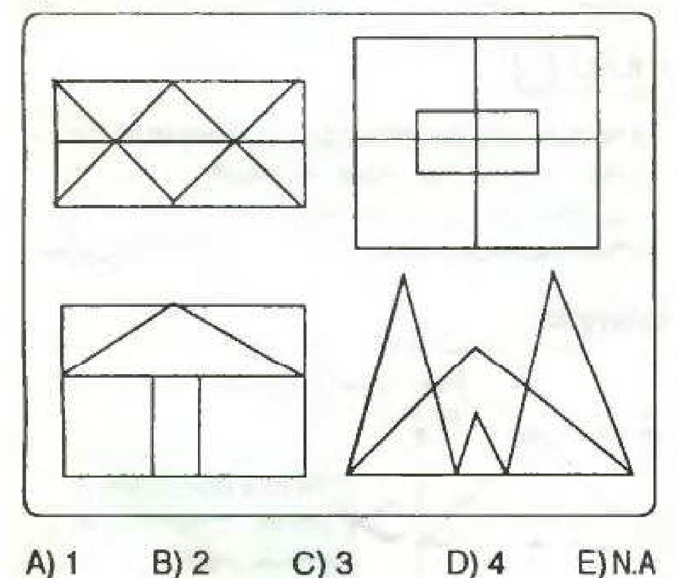
Luego:

Las dos figuras si se pueden construir sin levantar el lápiz del papel, ni repetir el trazo por segunda vez, por tener cada una sólo 2 puntos impares.


NOTA: En caso que quisiéramos demostrar el porque se pueden construir, pueden empezar por uno de los dos puntos impares, veamos:

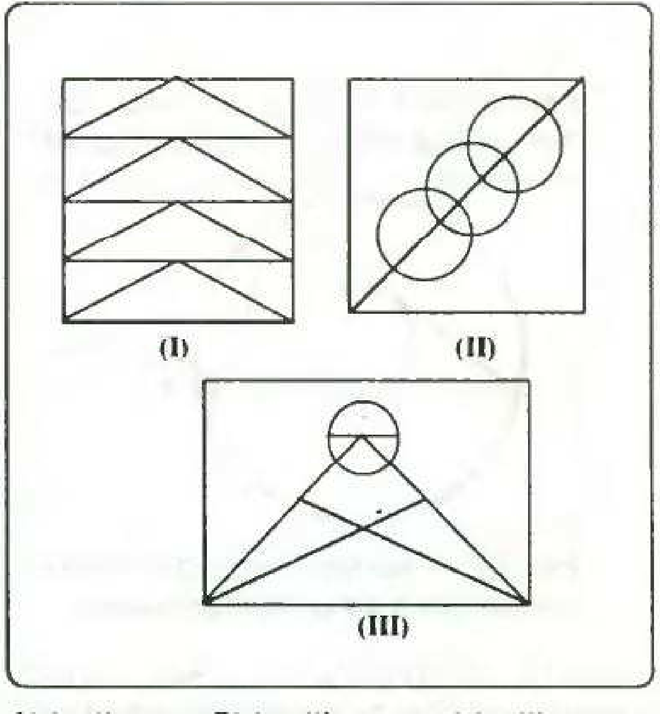
PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1.- De las figuras que se muestran a continuación. ¿Cuántos no se pueden realizar con un trazo continuo y sin pasar dos veces por el mismo trazo, pudiendo cruzarse los trazos.



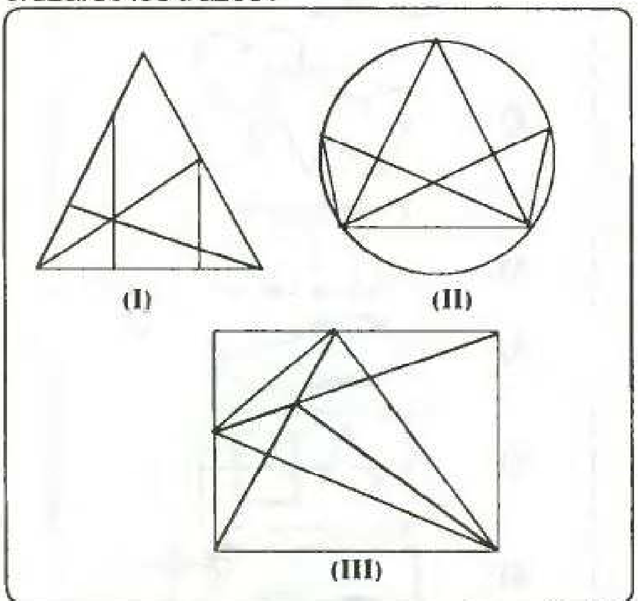
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) N.A

Problema 2.- ¿Qué figura (s) se puede (n) realizar con un trazo continuo y sin pasar dos veces por el mismo trazo, pudiendo cruzarse los trazos.



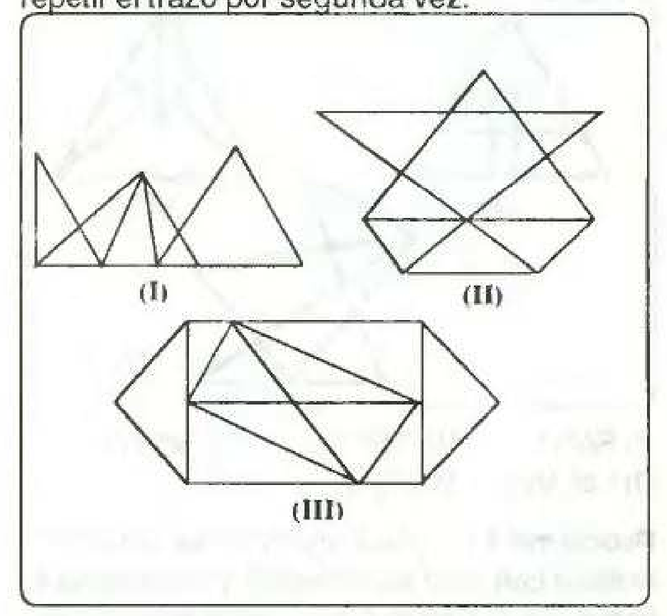
A) I y II B) II y III C) I y III
D) Los tres E) N.A.

Problema 3.- ¿Qué figura(s) se puede(n) realizar con un trazo continuo y sin pasar dos veces por el mismo trazo, pudiendo cruzarse los trazos?



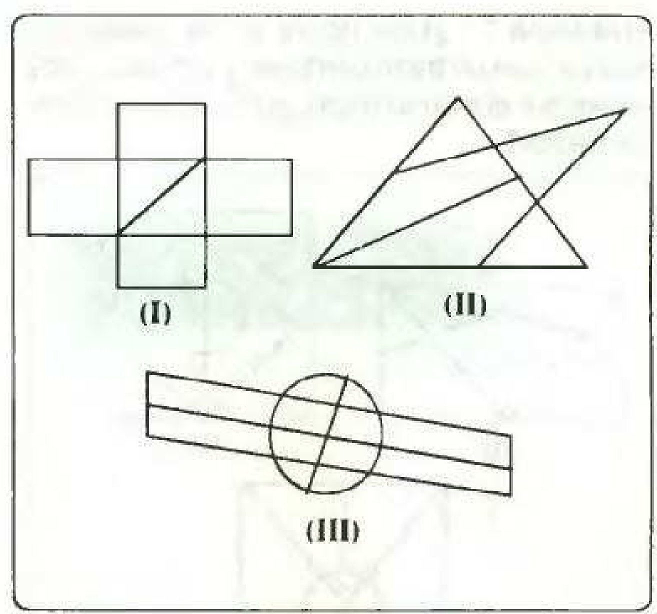
A) Sólo I B) Sólo II C) I y II
D) I y III E) II y III

Problema 4.- Decir que figura (s) se puede (n) construir sin levantar el lápiz del papel, ni repetir el trazo por segunda vez.



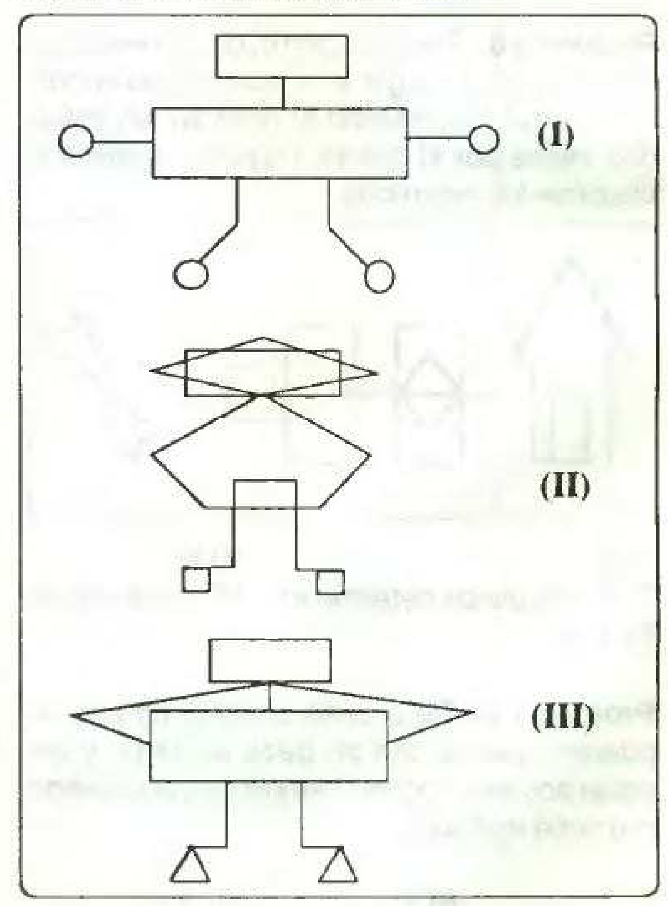
A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) I y II E) II y III

Problema 5.- ¿Qué figura se puede realizar sin pasar por el mismo trazo y sin levantar el lápiz, pudiendo cruzarse.



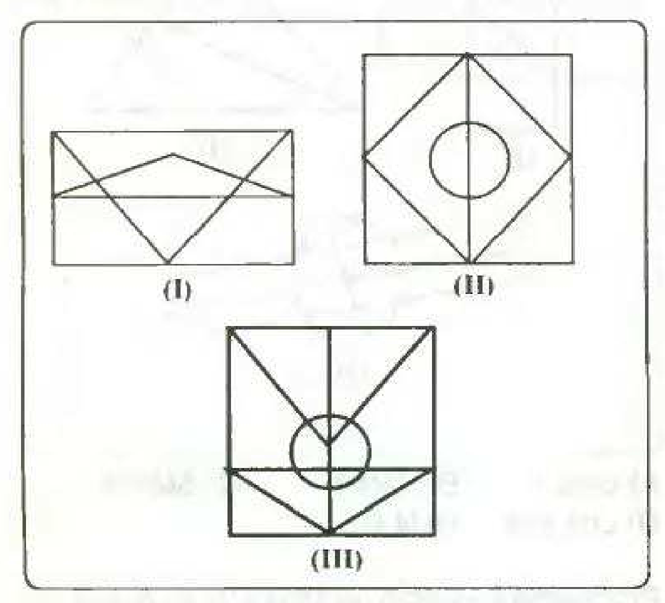
A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) Los tres E) N.A.

Problema 6.- Decir que figura (s) se puede (n) construir sin levantar el lápiz del papel, ni repetir el trazo por segunda vez.



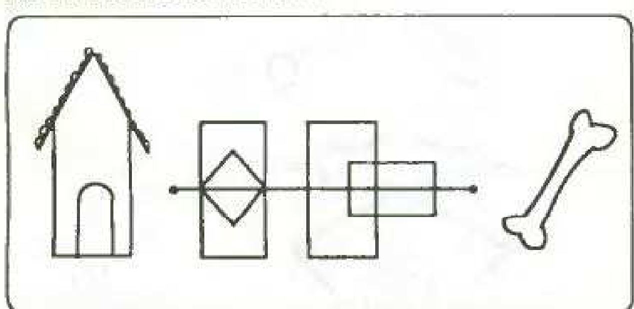
A) Sólo I B) Sólo II C) I y II
D) I y III E) Ninguna

Problema 7.- ¿Qué figura (s) se puede (n) realizar con un trazo continuo y sin pasar dos veces por el mismo trazo, pudiendo cruzarse los trazos?



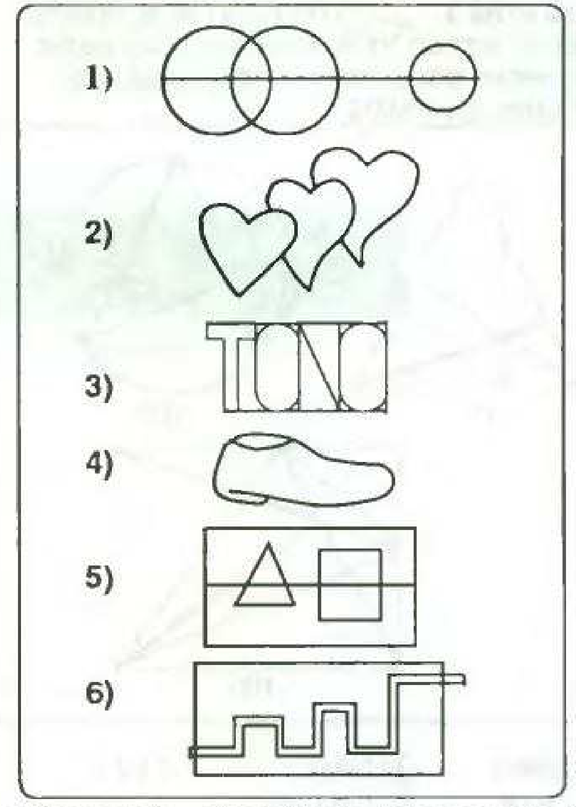
A) I y II B) II y III C) I y III
D) Los tres E) N.A.

Problema 8.- Podrá un perro, que se encuentra en su casa, coger el hueso; con la condición de que recorra todo el trayecto, sin pasar dos veces por el mismo trayecto, pudiendo cruzarse los recorridos.



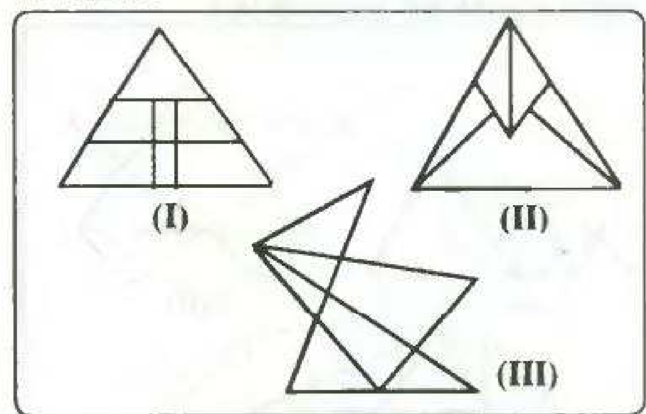
A) Si B) No
C) No se puede determinar D) Faltan datos
E) N.A.

Problema 9.- De la serie cuántas figuras se pueden realizar con un trazo continuo y sin pasar dos veces por el mismo trazo, puediendo cruzarse los trazos.



A) 4 B) 3 C) 2
D) 5 E) N.A.

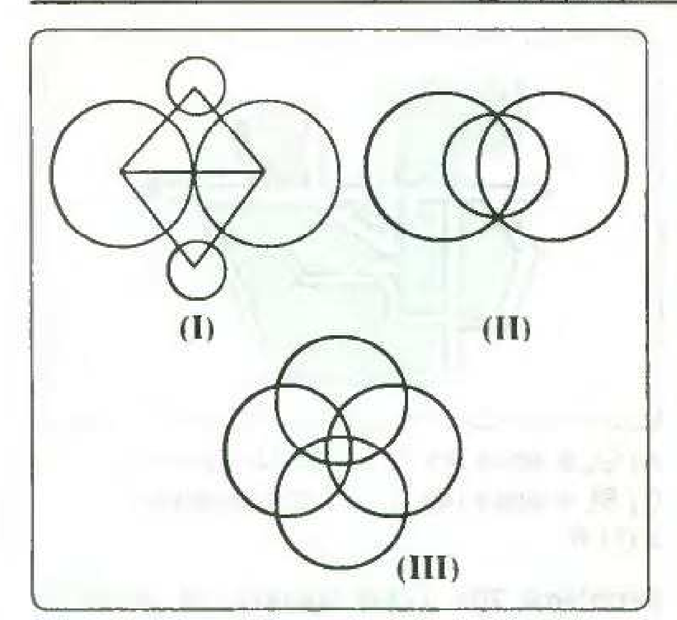
Problema 10.- ¿Qué figura (s) se puede (n) realizar con un trazo continuo y sin pasar dos veces por el mismo trazo, pudiendo cruzarse los trazos?



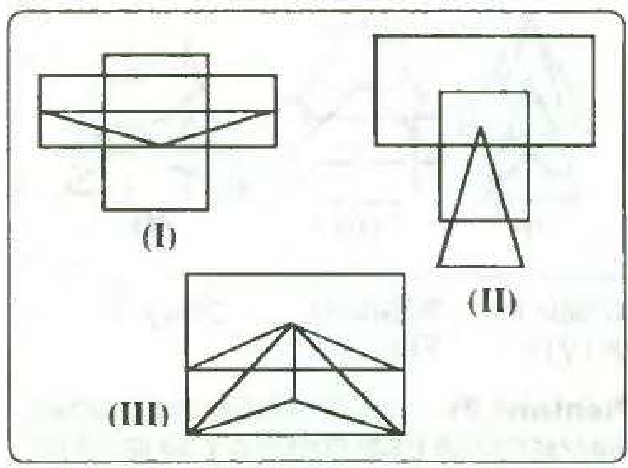
A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) Los tres E) II y III

Problema 11.- ¿Qué figura (s) se puede (n) realizar con un trazo continuo y sin pasar dos veces por el mismo trazo, pudiendo cruzarse los trazos?

A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) Los tres E) N.A.



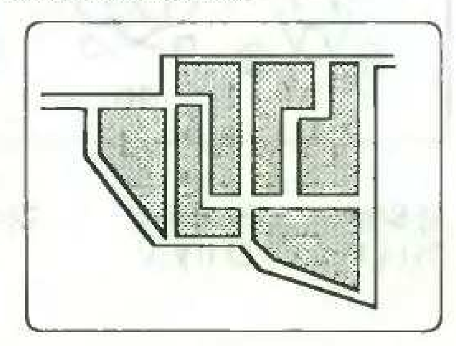
Problema 12.- ¿Qué figura (s) se puede (n) realizar con un trazo continuo y sin pasar dos veces por el mismo trazo, pudiendo cruzarse los trazos.



A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) I y II E) Los tres

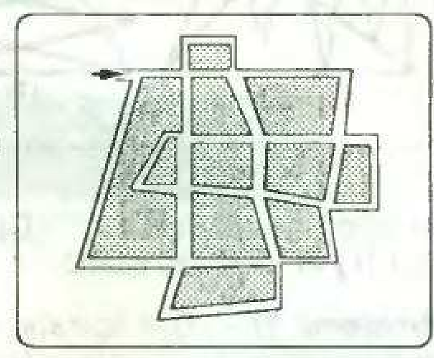
Problema 13.- Podrá un joven entrar al laberinto y recorrer todos los caminos, sin pasar dos veces por el mismo trazo, pudiendo cruzarse en los recorridos hechos.

A) Si, si entra por "A"
B) No puede
C) Si, si entra por "B"
D) Se pierde
E) N.A.

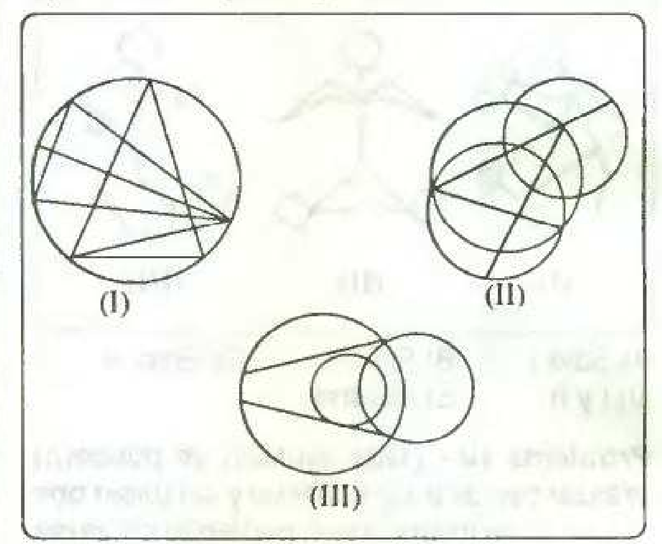


Problema 14.- Podrá un pirata entrar a un laberinto y recorrer todos los caminos, sin pasar dos veces por el mismo tramo, pudiendo cruzarse los recorridos hechos.

A) Si
B) No
C) Le faltaría un tramo
D) Faltan datos
E) N.A.

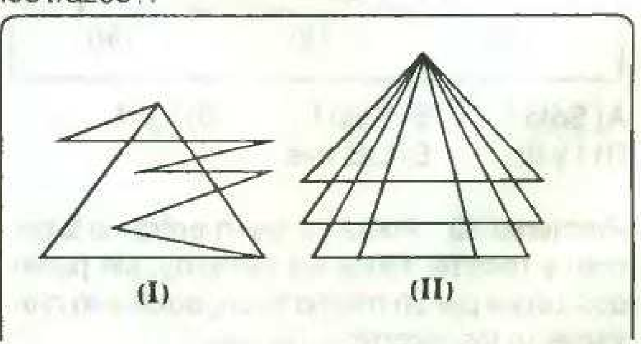


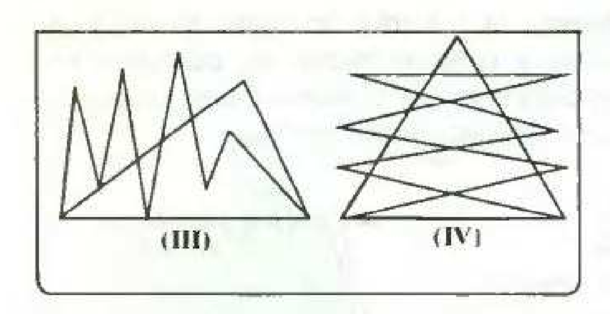
Problema 15.- Decir qué figura (s) no se puede (n), construir sin levantar el lápiz del papel, ni repetir el trazo por segunda vez.



A) Sólo I B) II y III C) Sólo III
D) I y II E) Los tres

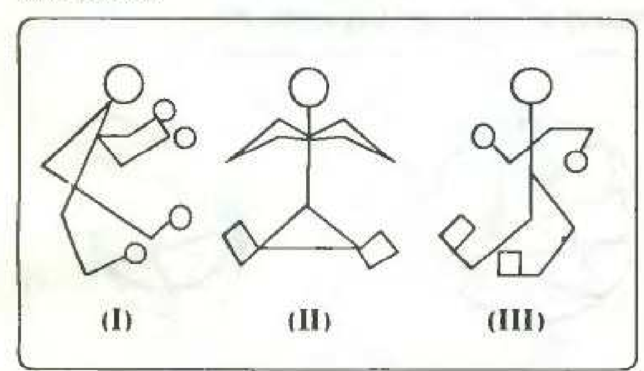
Problema 16.- ¿Qué figura(s) se puede(n) realizar con un trazo continuo y sin pasar dos veces por el mismo trazo, pudiendo cruzarse los trazos?.





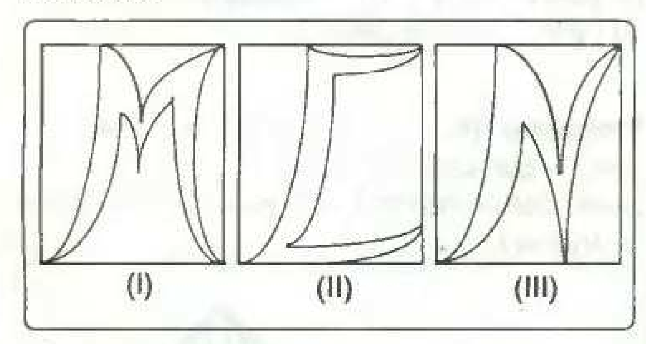
A) Sólo I B) Sólo II C) I y II
D) I, II y III E) Los cuatro

Problema 17.- ¿Qué figura(s) se puede(n) realizar con un trazo continuo y sin pasar dos veces por el mismo trazo, pudiendo cruzarse los trazos?



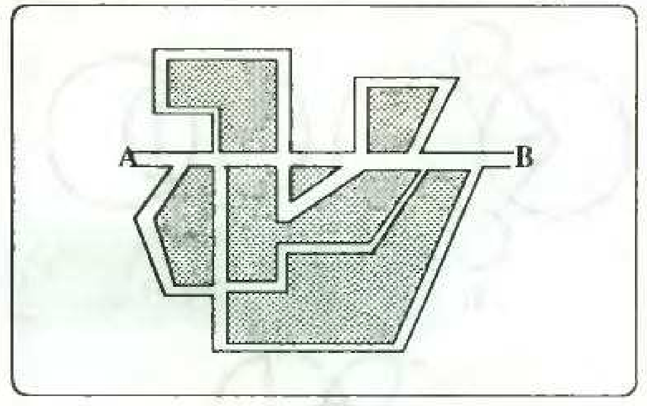
A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) I y II E) Los tres

Problema 18.- ¿Qué figura(s) se puede(n) realizar con un trazo continuo y sin pasar dos veces por el mismo trazo, pudiendo cruzarse los trazos?



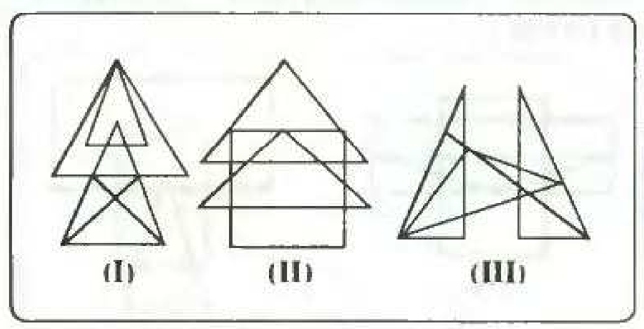
A) Sólo I B) Sólo II C) I y II
D) I y III E) Los tres

Problema 19.- Podrá un joven entrar al laberinto y recorrer todos los caminos, sin pasar dos veces por un mismo trazo, pudiendo cruzarse en los recorridos hechos.



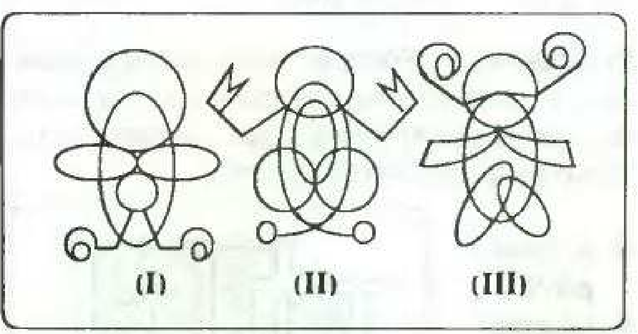
A) Sí, si entra por A. B) No puede
C) Sí, si entra por B. D) Se pierde
E) N.A.

Problema 20.- ¿Qué figura(s) se puede(n) realizar con un trazo continuo y sin pasar dos veces por el mismo trazo, pudiendo cruzarse los trazos?



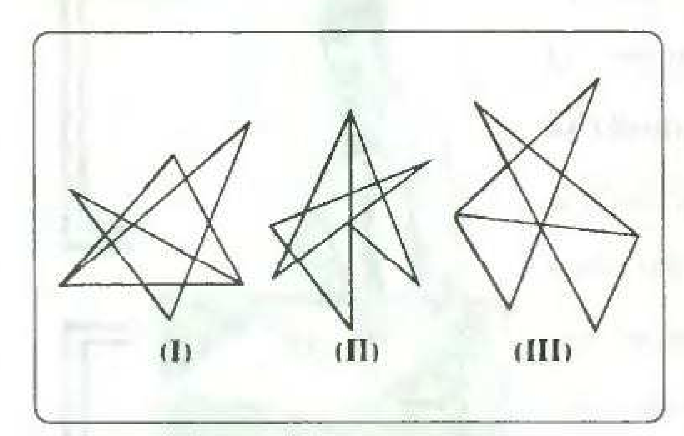
A) Sólo II B) Sólo III C) II y III
D) I y III E) I y II

Problema 21.- ¿Cuál figura(s) se puede(n) realizar con un trazo continuo y sin pasar dos veces por el mismo trazo, pudiendo cruzarse los trazos?



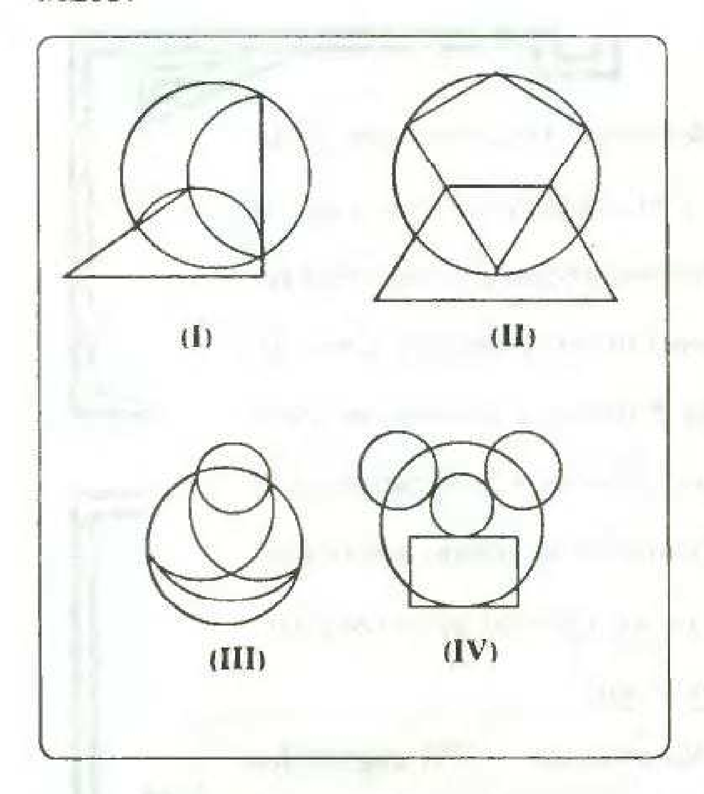
A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) I y II E) II y III

Problema 22: ¿Qué figura (s) se puede(n) realizar con un trazo continuo y sin pasar dos veces por el mismo trazo, pudiendo cruzarse los trazos?



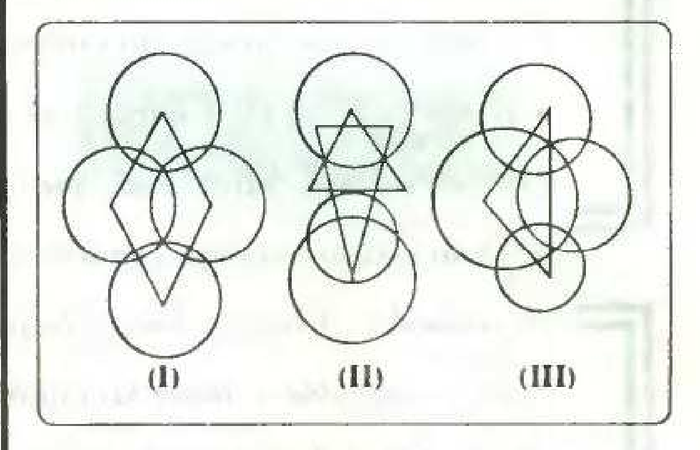
A) Sólo I B) Sólo II C) I y III
D) II y III E) Los tres

Problema 23: De las figuras que se muestran a continuación. ¿Cuántos se pueden realizar con un trazo continuo y sin pasar dos veces por el mismo trazo; pudiendo cruzarse los trazos?



A) 2 B) 3 C) 4
D) 1 E) Ninguno

Problema 24: ¿Qué figura(s) se puede(n) realizar con un trazo continuo y sin pasar dos veces por el mismo trazo, pudiendo cruzarse los trazos?



A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) I y II E) Los tres

CLAVE DE RESPUESTAS

1. C	7. A	13. B	19. A
2. A	8. A	14. A	20. A
3. B	9. A	15. B	21. C
4. A	10. C	16. E	22. E
5. A	11. D	17. D	23. C
6. B	12. E	18. E	24. E

Razone

Dos ánforas de la ***"Teletón"*** *de igual tamaño se comienzan a llenar simultáneamente, el primero se llena en 6 horas y el segundo se llena en 4 horas. Suponiendo que cada ánfora se llena constantemente con una misma clase de moneda. ¿Cuántas horas después de haberse comenzado a llenar las ánforas que falta por llenar de la primera es el triple de la que falta a la segunda?*

Respuesta: $3\frac{3}{7}$ h

Razone

Se tiene un depósito cilíndrico con 26 litros de agua y un caño en el fondo por el cual salen constantemente 2 litros cada segundo. Despues de los primeros 5 segundos se agrega 8 litros al recipiente, pero despues de los siguientes 5 segundos solo 7 y asi sucesivamente en forma alternada, según esto se puede afirmar que el depósito quedará vació en:

Respuesta: **28 segundos**

ANGULOS 10

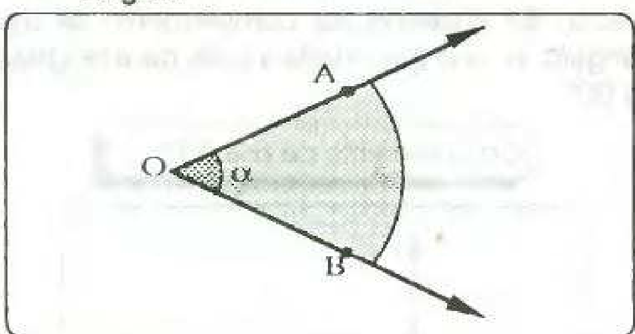
ANGULO: Es aquella figura formada por dos rayos que tienen el mismo origen.

Elementos:

1º LADOS: Son los rayos $\overrightarrow{OA}$ y $\overrightarrow{OB}$

2º VERTICE: Es el origen común "O" de dos rayos

3º ABERTURA: Es la región de plano determinada por los dos lados del ángulo.



Bisectriz de un Angulo:

Es el rayo $\overrightarrow{OX}$ que divide al ángulo AOB en dos partes iguales.

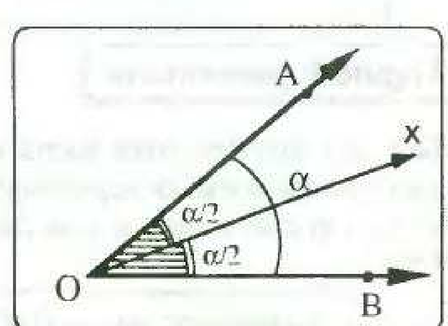
NOTACION:

A) $\angle \alpha$

B) $A\hat{O}B$

C) $\angle AOB$

D) $\hat{O}$

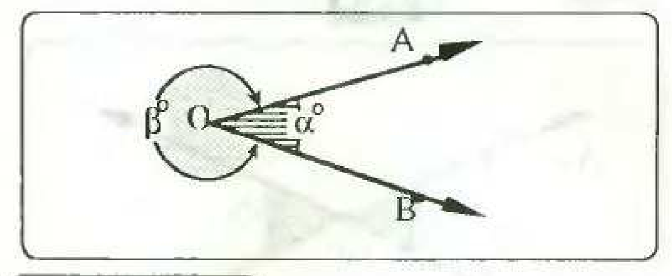


Angulo Convexo y Angulo Cóncavo:

- Los rayos $\overrightarrow{OA}$ y $\overrightarrow{OB}$ dividen al plano en dos regiones o ángulos. La menor "α" se llama ángulo convexo. y la mayor "β" se llama ángulo cóncavo.
- El convexo vale menos de 180º y el cóncavo más de 180º

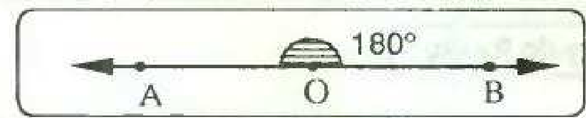
Es decir

$$\alpha^o < 180^o$$
$$\beta^o > 180^o$$



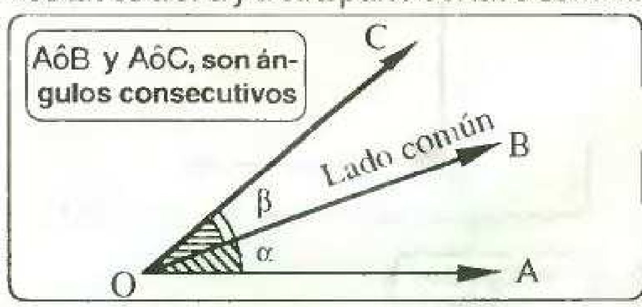
Angulo Llano:

Es el que tiene sus lados en direcciones opuestas sobre una misma recta. Vale 180º



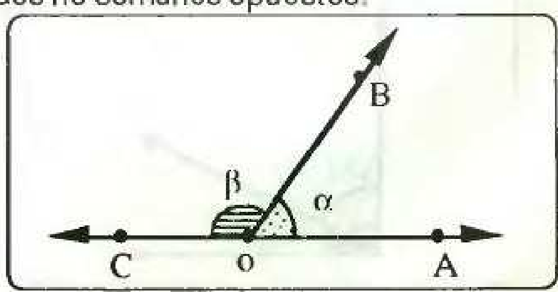
Angulo Consecutivos:

Dos ángulos son consecutivos, cuando tienen el mismo vértice y un lado común, y los otros dos lados a una y a otra parte del lado común.



Angulos Adyacentes:

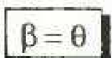
Son dos ángulos "α" y "β" consecutivos de lados no comunes opuestos.

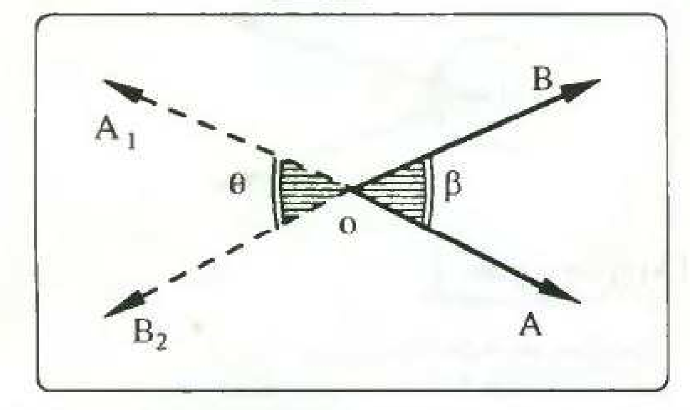


Siendo: $\alpha + \beta = 180^o$

Angulos Opuestos por el Vértice:

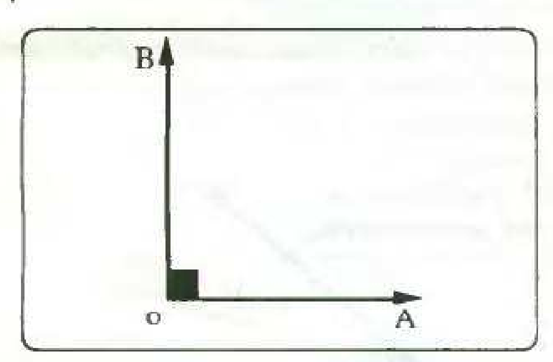
Son dos ángulos "θ" y "β" tales que los lados del ángulo "θ", son prolongaciones de los lados del ángulo "β"

Donde: 



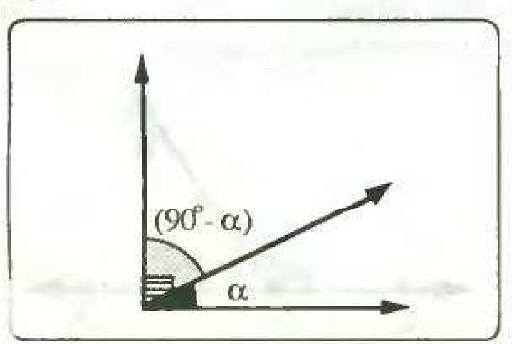
Angulo Recto:

Es aquel ángulo formado por dos semirectas perpendiculares. Su medida es 90°



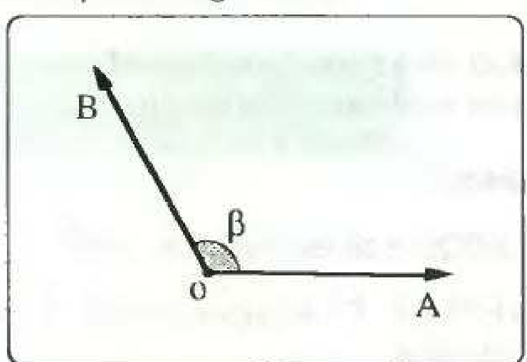
Angulo Agudo:

Es aquel ángulo menor que un ángulo recto y mayor que 0°



Angulo Obtuso:

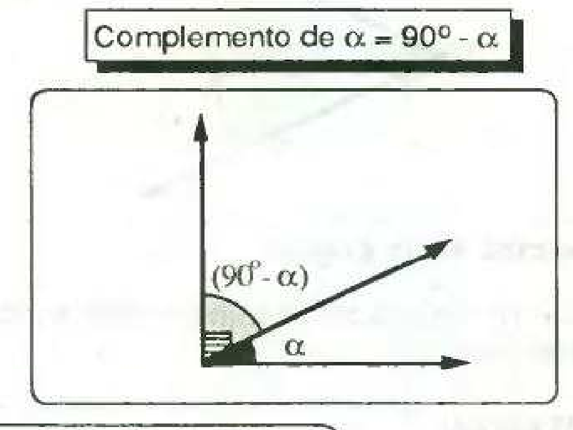
Es aquel ángulo mayor que un ángulo recto y menor que un ángulo llano.



Angulo Complementario:

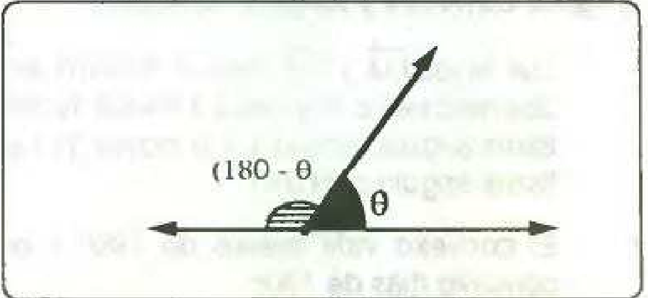
Son dos ángulos cuya suma es un ángulo recto. Se entiende por complemento de un ángulo "α", a lo que le falta a éste, para se igual a 90°.

Complemento de $\alpha = 90^o - \alpha$



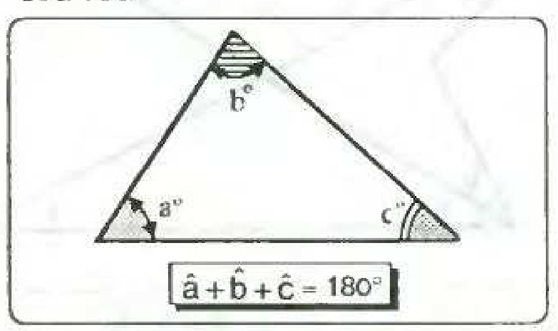
Angulo Suplementario:

Son dos ángulos cuya suma es un ángulo llano. Se entiende por suplemento de un ángulo "θ" a lo que le falta a éste para ser igual a 180°.

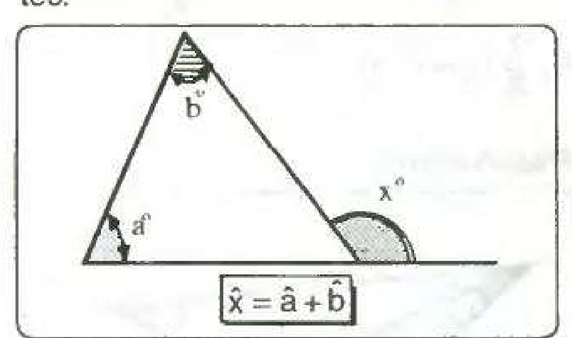


TEOREMAS IMPORTANTES:

1º "La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a un ángulo llano. O sea 180º

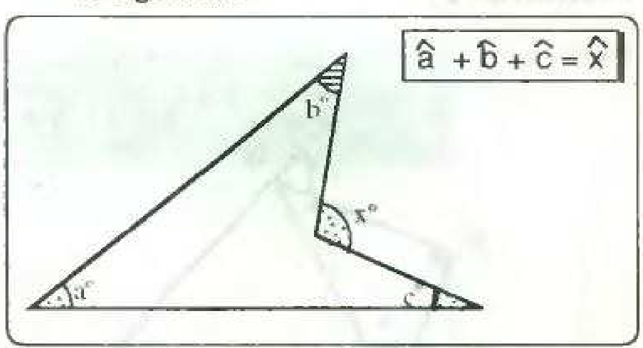


2º "En todo triángulo, un ángulo externo o exterior es igual a la suma de los dos ángulos internos que no le son adyacentes.

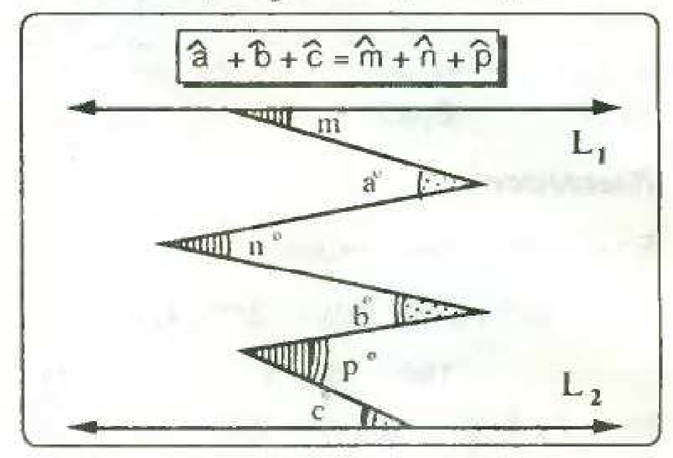


PROPIEDADES IMPORTANTES:

1º En todo cuadrilátero cóncavo se cumple lo siguiente:



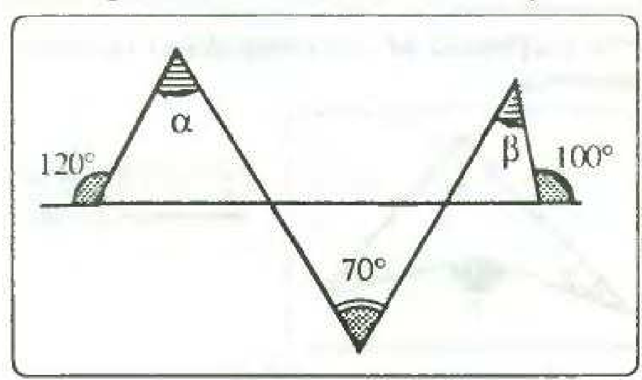
2º Para: $L_1 // L_2$, se cumple lo siguiente:



PROBLEMAS RESUELTOS

Problema (1)

En la figura mostrada. Calcular: "$\alpha+\beta$"

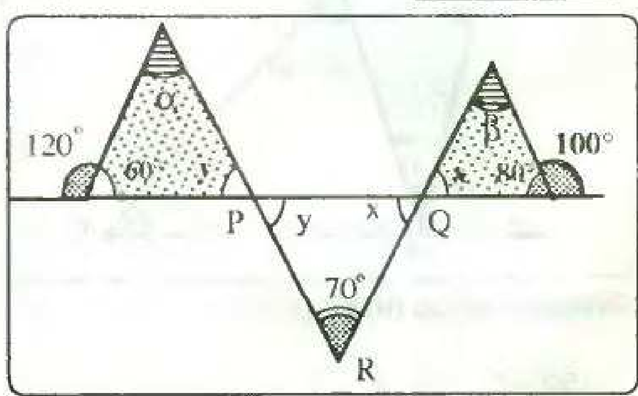


A) 105º B) 125º C) 120º D) 100º E)110º

Resolución:

En el PQR: $\Sigma 3 \angle s = 180°$

$x + y + 70° = 180°$ ∴ $x + y = 110°$



En los triángulos sombreados; tenemos que:

$$x + \beta + 80° = 180°$$

$$y + \alpha + 60° = 180°$$

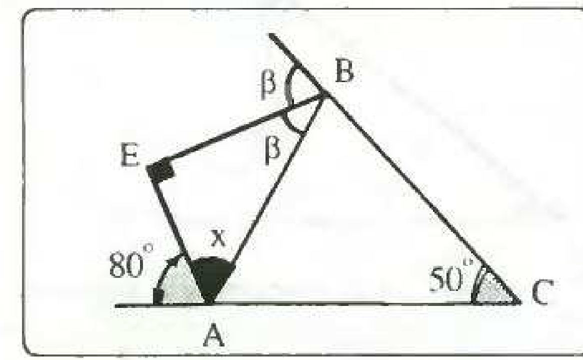
$$\Sigma \text{ M.A.M. } \underline{x+y} + \alpha + \beta + 140° = 360°$$

$$110^\circ + \alpha + \beta = 220^\circ$$

$\therefore$ $\boxed{\alpha + \beta = 110^\circ}$ **Rpta. E**

Problema (2)

En la figura: Hallar el valor del ángulo "x".



A) 40° B) 20° C) 30°
D) 25° E) 35°

Resolución:

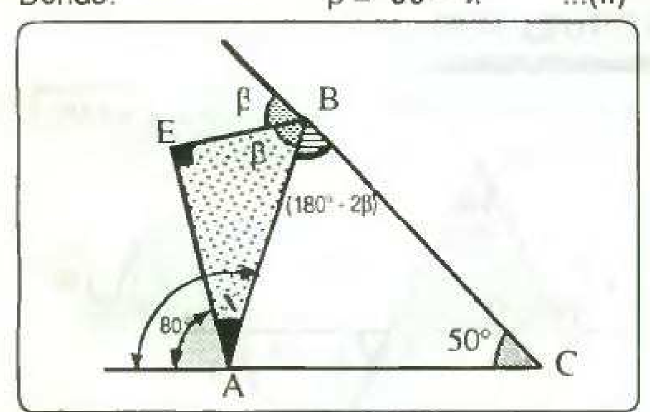
En el Δ ABC: Por $\angle$ exterior:

$$50^\circ + (180^\circ - 2\beta) = (80^\circ + x)$$

$$150^\circ - 2\beta = x \quad ...(I)$$

En el ◺ AEB: $x + \beta = 90^\circ$

Donde: $\beta = 90^\circ - x \quad ...(II)$



Reemplazamos (II) en (I):

$$150^\circ - 2(90^\circ - x) = x$$

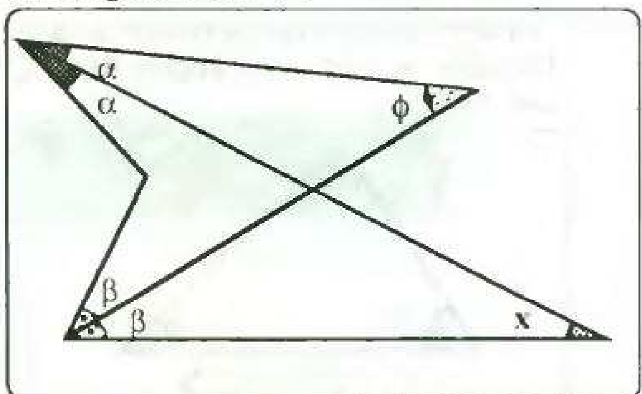
$$-30 + 2x = x$$

$\therefore$ $\boxed{x = 30^\circ}$

Rpta. C

Problema (3)

En la figura hallar "x":

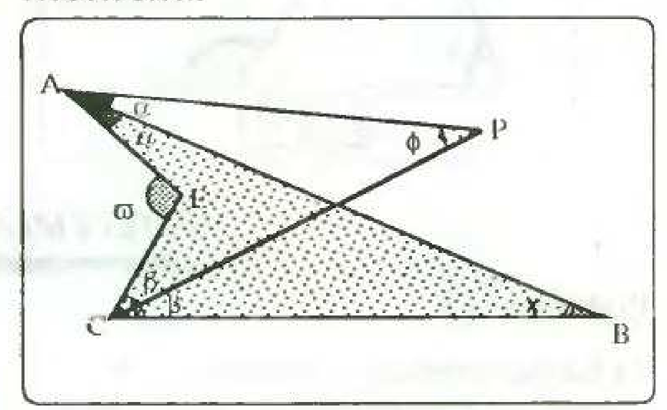


A) $\alpha + \phi - \beta$ B) $\dfrac{\alpha + \phi + \beta}{2}$

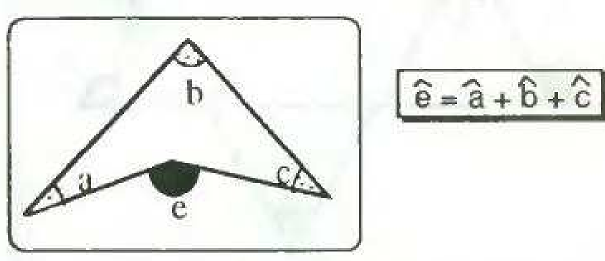
C) $\dfrac{2\alpha + \phi - \beta}{2}$ D) $\dfrac{2\phi + \alpha}{2}$

E) $\dfrac{2}{3}(\alpha + \phi - \beta)$

Resolución:



Por propiedad en un cuadrilátero cóncavo, tenemos:



$\boxed{\hat{e} = \hat{a} + \hat{b} + \hat{c}}$

*) En el cuadrilátero ABCE:

$$\alpha + x + 2\beta = \omega \quad ......(I)$$

**) En el cuadrilátero APCE:

$$2\alpha + \phi + \beta = \omega \qquad ......(II)$$

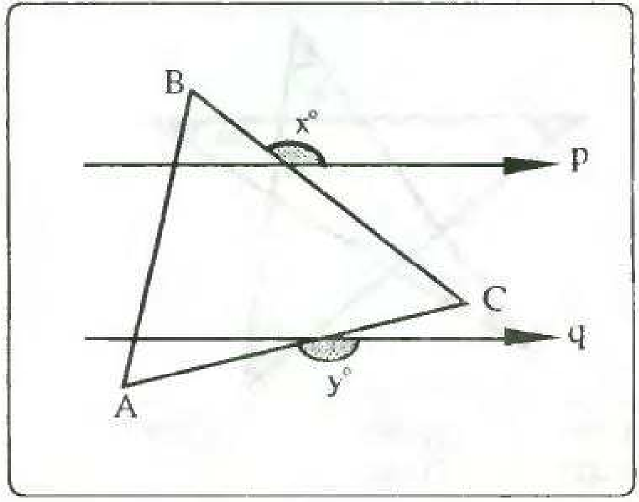
Ahora igualamos (I) y (II):

$$\alpha + x + 2\beta = 2\alpha + \phi + \beta$$

$$\therefore \boxed{x = \alpha + \phi - \beta}$$ **Rpta. A**

Problema (4)

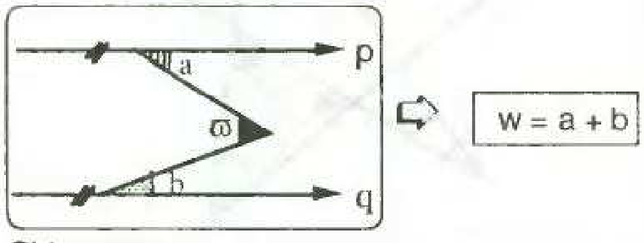
Siendo: El triángulo ABC equilátero y p // q.
Hallar: "x + y"



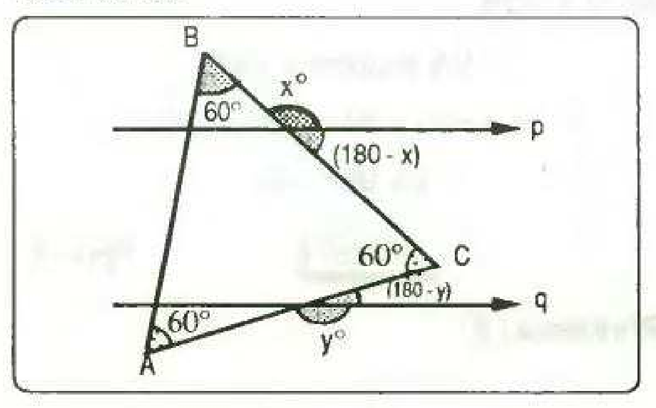
A) 270° B) 300° C) 220°
D) 320° E) N.A.

Resolución:

– Aplicando la propiedad:



Obtenemos:



Del gráfico obtenemos:

$$60° = (180° - x) + (180° - y)$$

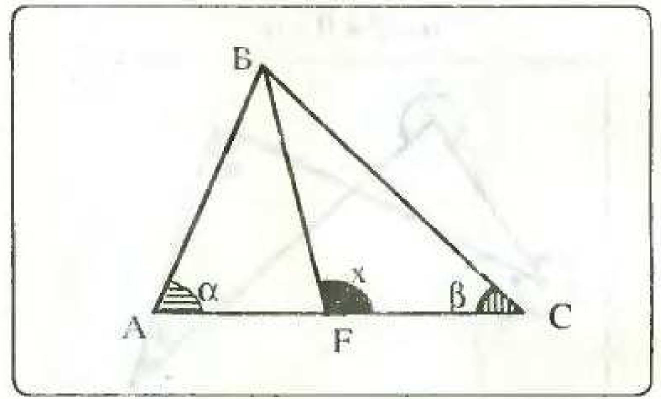
$$\therefore \boxed{x + y = 300°}$$ **Rpta. B**

Problema

En el triángulo ABC, BF es bisectriz. Sí:

$$\alpha - \beta = 30°$$

Hallar el valor de "x"



A) 120° B) 150° C) 135°
D) 105° E) 165°

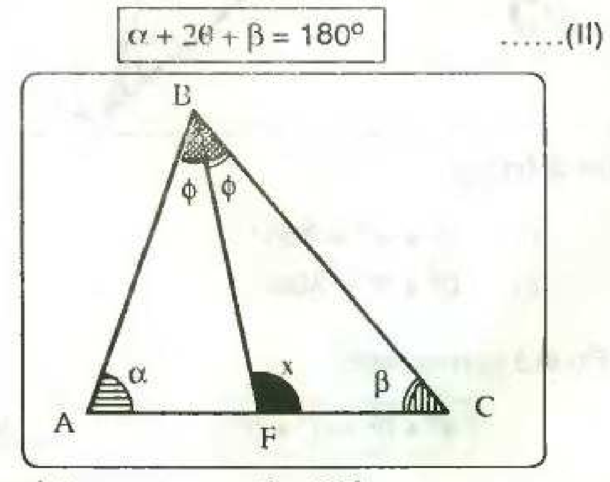
Resolución:

En el Δ ABF: Por ángulo exterior:

$$\boxed{\alpha + \theta = x} \qquad ......(I)$$

En el Δ ABC: Σ 3 ángulos = 180°

$$\boxed{\alpha + 2\theta + \beta = 180°} \qquad ......(II)$$



Por dato: $\alpha - \beta = 30°$

$$\boxed{\beta = \alpha - 30°} \qquad ......(III)$$

Reemplazamos (III) en (II):

$$\alpha + 2\theta + (\alpha - 30^o) = 180^o$$

$$2\alpha + 2\theta = 210^o,$$ sacamos mitad a cada término

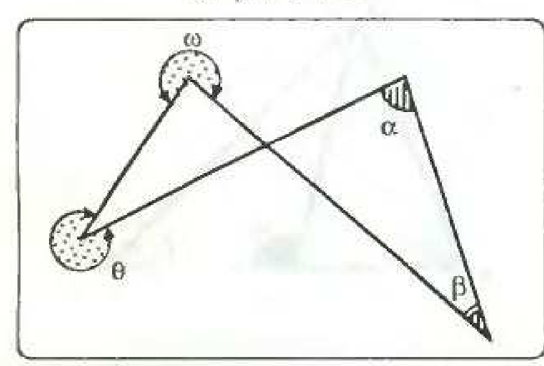
$$\alpha + \theta = 105^o$$

$\therefore$ $\boxed{x = 105^o}$ **Rpta. D**

Problema

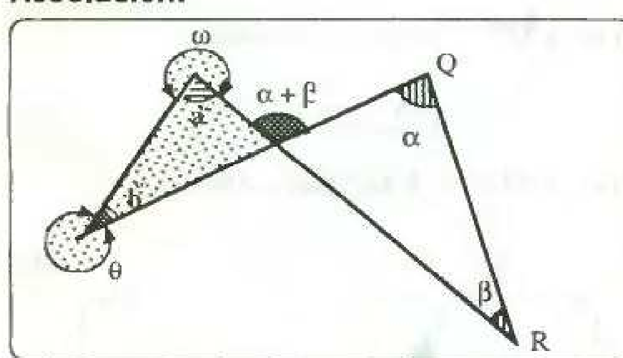
En la figura mostrada a qué es igual:

"$\alpha + \beta + \theta + \omega$"



A) 360° B) 270° C) 1 080°
D) 900° E) 720°

Resolución:



De la figura:

i) $a^o + w^o = 360^o$

ii) $b^o + \theta^o = 360^o$

En el Δ sombreado:

$\boxed{a^o + b^o = \alpha^o + \beta^o}$ ......(I)

De las expresiones:

$$a^o + \omega^o = 360^o$$

$$b^o + \theta^o = 360^o$$

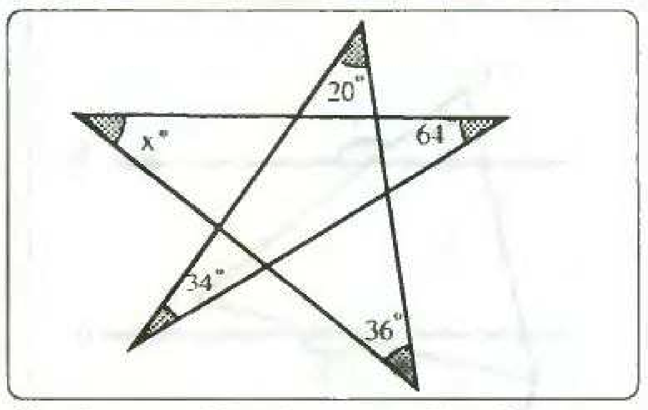
$$\Sigma \text{ M.A.M.: } a^o + b^o + \omega^o + \theta^o = 720^o$$

$$\alpha^o + \beta^o + w^o + \theta^o = 720^o$$

$\therefore$ $\boxed{\alpha + \beta + \theta + w = 720^o}$ **Rpta. E**

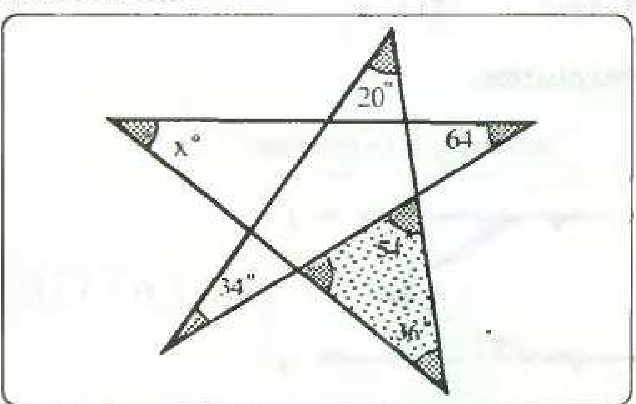
Problema 7

En la figura mostrada, hallar el valor de "x":



A) 16° B) 26° C) 56°
D) 30° E) 32°

Resolución:



En el Δ PQR:

$$\Sigma \text{ 3 ángulos} = 180^o$$

$$(x + 64^o) + 54^o + 36^o = 180^o$$

$$x = 90^o - 64^o$$

$\therefore$ $\boxed{x = 26^o}$ **Rpta. B**

Problema 8

Si los 3/2 del complemento de un ángulo "α" es igual al suplemento del complemento del mismo ángulo. Hallar "α"

A) 15° B) 28° C) 18°
D) 5° E) 8°

Resolución:

- El ángulo es: "α", su complemento de "α" = (90° - α°)
- Su suplemento de "α" = (180° - α°)

Del enunciado, obtenemos:

$$\frac{3}{2}(90^\circ - \alpha) = 180^\circ - [90^\circ - \alpha]$$

$$\frac{3}{2}(90^\circ - \alpha) = 90^\circ + \alpha$$

$$270^\circ - 3\alpha = 180^\circ + 2\alpha$$

$$90^\circ = 5\alpha$$

$\therefore$ $\boxed{\alpha = 18^\circ}$ **Rpta. C**

Problema 9

Se tienen los ángulos consecutivos $A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$ y $C\hat{O}D$. Se trazan OM, ON y OL bisectrices de los ángulos $A\hat{O}B$, $C\hat{O}D$ y $M\hat{O}N$ respectivamente, Hallar $L\hat{O}C$ si: $C\hat{O}M$ - $D\hat{O}N$ = 85°

A) 42°30' B) 39°30' C) 47°30'
D) 38°30' E) 43°30'

Resolución:

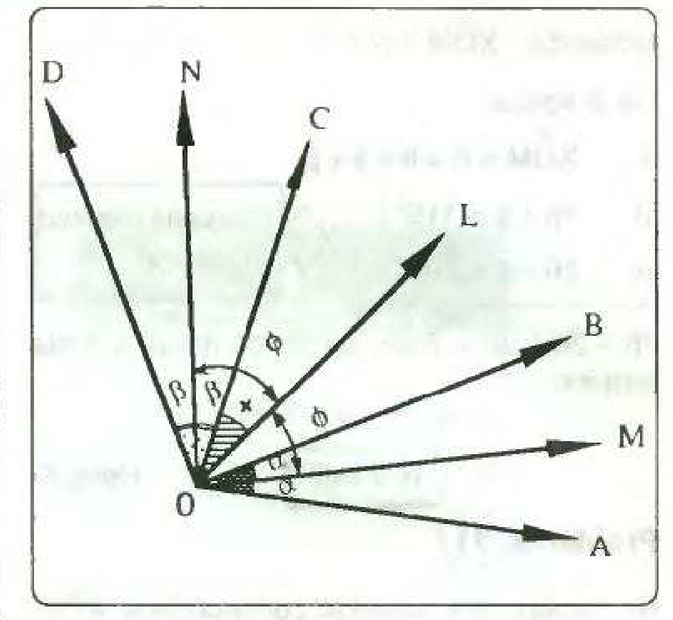
Condición: $C\hat{O}M - D\hat{O}N = 85^\circ$

$$(x + \phi) - \beta = 85$$

$\therefore$ $\boxed{x + \phi - \beta = 85^\circ}$ ......(I)

De la figura:

$$N\hat{O}L = \phi = \beta + x$$



Donde: $\phi = \beta + x$

$\boxed{\phi - \beta = x}$ ......(II)

Reemplazamos (II) en (I):

$$x + x = 85^\circ$$

$$2x = 85^\circ$$

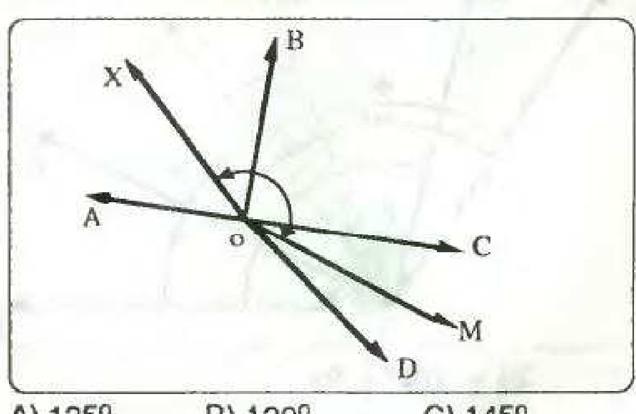
$\therefore$ $\boxed{x = 42^\circ 30'}$ **Rpta. A**

Problema 10

En la figura: $\overrightarrow{OX}$: bisectriz de $A\hat{O}B$

$\overrightarrow{OM}$: bisectriz de $C\hat{O}D$

$B\hat{O}D$ = 110°. Hallar el valor de $X\hat{O}M$



A) 135° B) 120° C) 145°
D) 125° E) 130°

Resolución:

Incógnita: $X\hat{O}M = \alpha = ?$

De la figura:

i) $X\hat{O}M = \alpha = \theta + \phi + \beta$

ii) $2\beta + \phi = 110°$

iii) $2\theta + \phi = 180°$

(Sumando miembro a miembro)

$2\beta + 2\theta + 2\phi = 290°$, sacamos mitad a cada término

$$\beta + \theta + \phi = 145°$$

$\therefore$ $\boxed{\alpha = 145°}$ **Rpta. C**

Problema (11)

Se tienen los ángulos consecutivos $A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$ y $C\hat{O}D$ tal que: $A\hat{O}B = 3C\hat{O}D$, $A\hat{O}C = 120°$ y $B\hat{O}D = 100°$. Hallar el valor del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos $B\hat{O}C$ y $A\hat{O}D$.

A) 20° B) 15° C) 12° D) 10° E) 25°

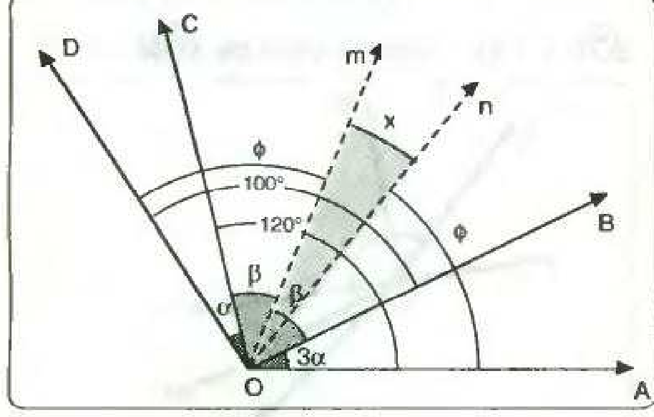
Resolución:

Incógnita: Angulo "x" = ?

De la figura: i) $3\alpha + 2\beta = 120°$

ii) $\alpha + 2\beta = 100°$

$-$ M.A.M. $2\alpha = 20°$ $\therefore$ $\boxed{\alpha = 10°}$



iii) $2\phi = 100° + 3\alpha$

$2\phi = 100° + 3(10°)$ $\Rightarrow$ $\boxed{\phi = 65°}$

Reemplazamos el valor de "α" en (ii):

$$10° + 2\beta = 100°$$

$$2\beta = 90° \quad \boxed{\beta = 45°}$$

iv) $\alpha + \beta + x = \phi$, (reemplazando valores obtenemos:)

$10° + 45° + x = 65°$ $\therefore$ $\boxed{x = 10°}$ **Rpta. D**

Problemas (12)

El suplemento del complemento del doble de un ángulo; excede en 42° a los dos tercios del complemento del ángulo. Calcular el valor de dicho ángulo.

A) 21° B) 10°30' C) 5°30'
D) 4°30' E) 5°15'

Resolución:

Sea el ángulo pedido = α

Del enunciado, planteamos la siguiente ecuación:

$$\{180° - [90° - 2\alpha]\} - 42° = \frac{2}{3}(90° - \alpha)$$

$$\{90° + 2\alpha\} - 42° = \frac{2}{3}(90° - \alpha)$$

$$\frac{48° + 2\alpha}{2} = \frac{90° - \alpha}{3}$$

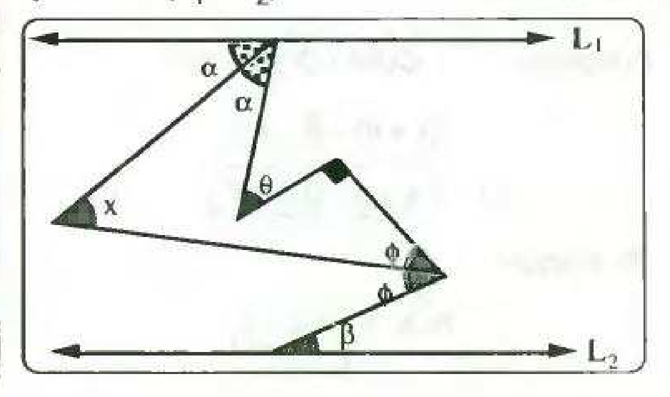
$$24° + \alpha = \frac{90° - \alpha}{3}$$

$$72° + 3\alpha = 90° - \alpha$$

$4\alpha = 18°$ $\therefore$ $\boxed{\alpha = 4°30'}$ **Rpta. D**

Problema (13)

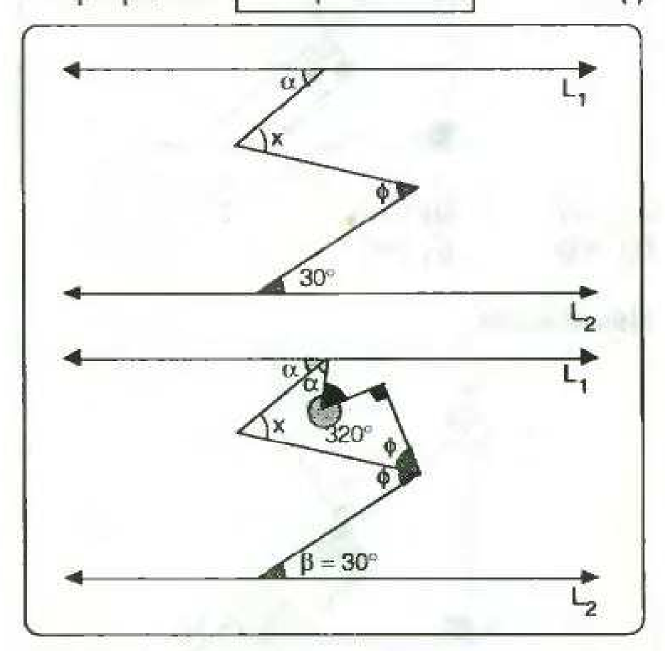
De la figura. Obtener el valor de "x", si $\beta = 30°$ y $\theta = 40°$ ($L_1 // L_2$)



A) 30° B) 35° C) 40° D) 50° E) 60°

Resolución:

Por propiedad: $\boxed{\alpha + \phi = x + 30°}$ ......(I)



El Pentágono Sombreado:

$$\Sigma\, 5 \text{ ángulos} = 540°$$

$$x + \alpha + 320° + 90° + \phi = 540°$$

$$\boxed{(\alpha + \phi) + x = 130°} \quad ......(II)$$

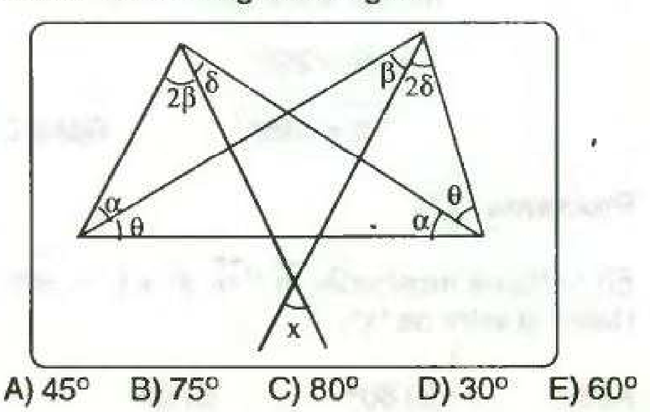
Reemplazamos (I) en (II):

$$x + 30° + x = 130°$$

$$2x = 100° \quad \therefore \quad \boxed{x = 50°}$$ **Rpta. D**

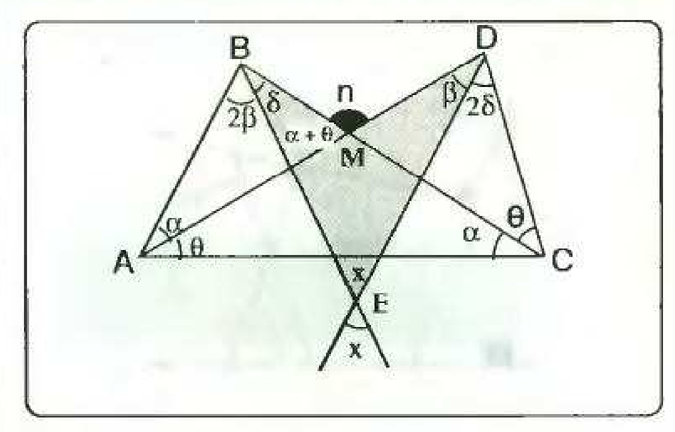
Problema (14)

Hallar "x" en la siguiente figura:



A) 45° B) 75° C) 80° D) 30° E) 60°

Resolución:



En el Δ ABC:

$$(\theta + \alpha) + (2\beta + \delta) + \alpha = 180°$$

$$2\alpha + 2\beta + \theta + \delta = 180° \quad ......(I)$$

En el Δ ADC:

$$\theta + (\alpha + \theta) + (\beta + 2\delta) = 180°$$

$$2\theta + 2\delta + \alpha + \beta = 180° \quad ......(II)$$

Sumamos miembro a miembro (I) y (II):

$$3\alpha + 3\theta + 3\beta + 3\delta = 360°$$

$$\therefore \quad \boxed{\alpha + \theta + \beta + \delta = 120°} \quad ......(III)$$

De la figura: $(\alpha + \theta) + n = 180°$

$$\boxed{n = 180° - (\alpha + \theta)} \quad ......(IV)$$

En el cuadrilátero cóncavo: BEDM: Por propiedad:

$$\beta + \delta + x = n \quad ......(V)$$

Reemplazamos (IV) en (V):

$$\beta + \delta + x = 180° - (\alpha + \theta)$$

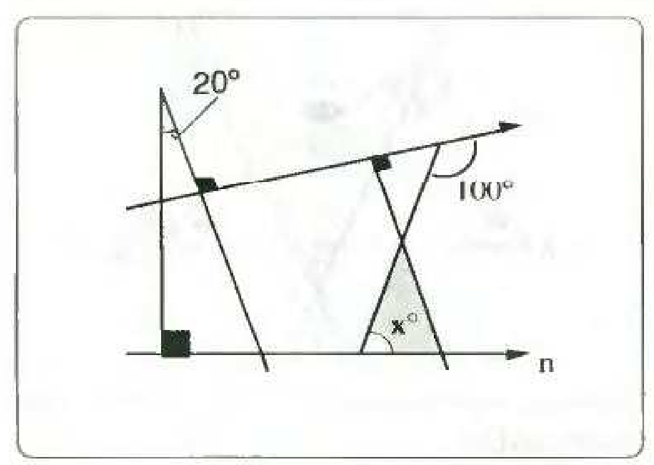
$$\underbrace{\alpha + \theta + \beta + \delta} + x = 180°$$

$$120° + x = 180°$$

$$\therefore \quad \boxed{x = 60°}$$ **Rpta. E**

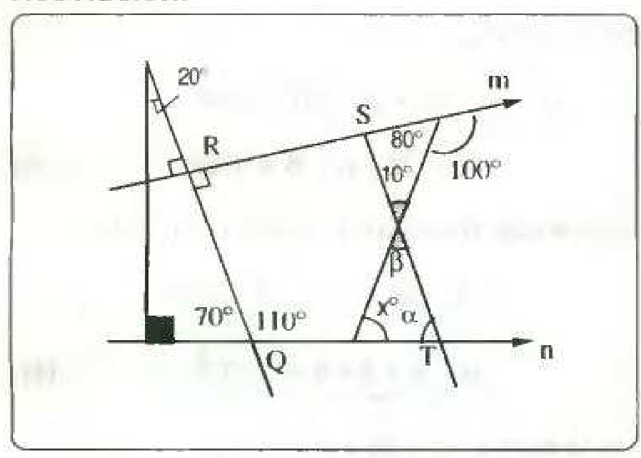
Problema (15)

En la figura mostrada, hallar el valor de "x"



A) 80° B) 90° C) 100°
D) 110° E) 85°

Resolución:



De la figura: $\beta = 10°$ (Por opuestos por el vértice)

En el cuadrilátero RSTQ:

$$\hat{R} + \hat{S} + \hat{T} + \hat{Q} = 360°$$

Donde: $90° + 90° + \alpha + 110° = 360°$

$$\boxed{\alpha = 70°}$$

En el Δ sombreado:

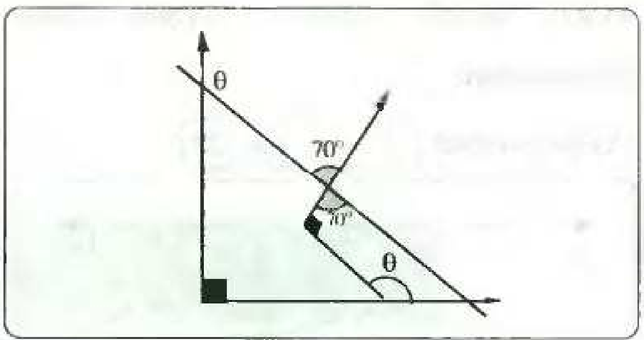
$$x° + \alpha + \beta = 180°$$

$$x + 70° + 10° = 180°$$

$\therefore$ $\boxed{x = 100°}$ **Rpta. C**

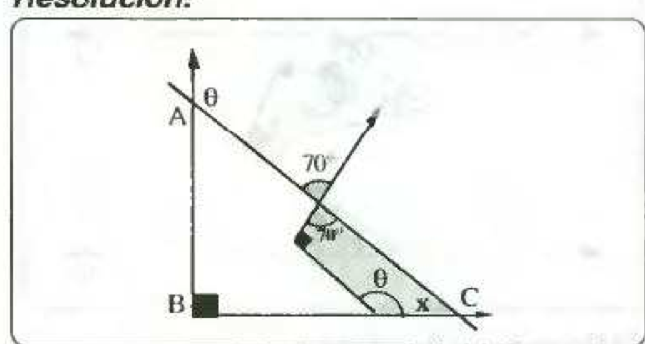
Problema (16)

En la figura mostrada, hallar el valor de "θ"



A) 125° B) 130° C) 135°
D) 140° E) 145°

Resolución:



En el Δ ABC: por $\angle$ exterior:

$$90° + x = \theta$$

$$\boxed{x = \theta - 90°} \quad ......(I)$$

En el cuadrilátero achurado:

$$90° + 70° + x + \theta = 360°$$

$$\boxed{x + \theta = 200°} \quad ......(II)$$

Reemplazamos (I) en (II):

$$\theta - 90° + \theta = 200°$$

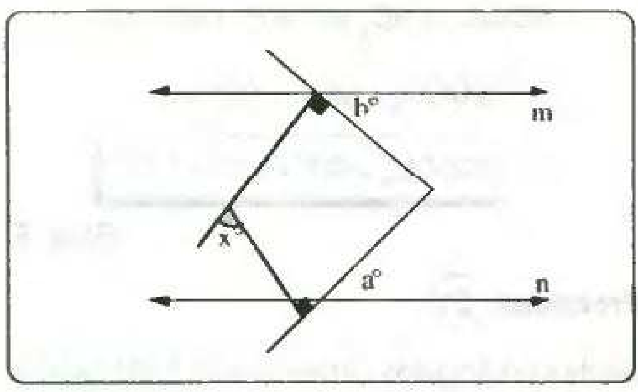
$$2\theta = 290°$$

$\therefore$ $\boxed{\theta = 145°}$ **Rpta. E**

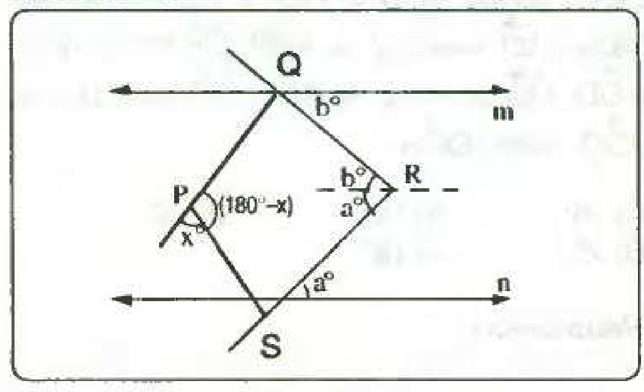
Problema (17)

En la figura mostrada: $\overleftrightarrow{m} \parallel \overleftrightarrow{n}$; $a° + b° = 80°$; Hallar el valor de "x".

A) 50° B) 60° C) 80°
D) 90° E) 75°



Resolución:



En el cuadrilátero PQRS:

$$90° + (a° + b°) + 90° + (180° - x) = 360°$$

$$\cancel{360°} + 80° - x = \cancel{360°}$$

$\therefore$ $\boxed{x = 80°}$ **Rpta. C**

Problema (18)

El suplemento del complemento de un ángulos es igual al duplo del complemento del mismo ángulo. Hallar la medida de dicho ángulo.

A) 20° B) 26° C) 30°
D) 35° E) 40°

Resolución:

Sea: x = medida del ángulo pedido

Complemento del ángulo "x" = (90° - x)

Suplemento del complemento del ángulo "x" = [180° - (90° - x)]

Del enunciado, planteamos la siguiente ecuación:

$$[180° - (90° - x)] = 2(90° - x)$$

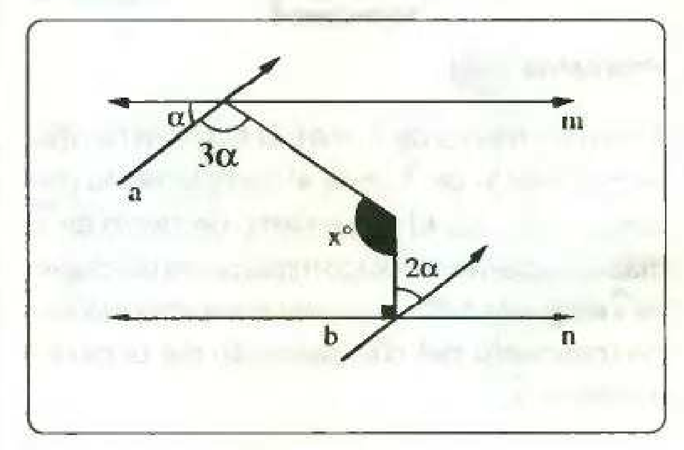
$$90° + x = 180° - 2x$$

$$3x = 90°$$

$\therefore$ $\boxed{x = 30°}$ **Rpta. C**

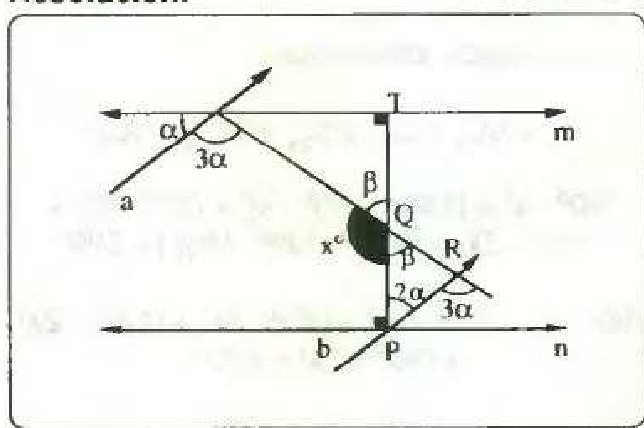
Problema (19)

En la figura mostrada: $\overleftrightarrow{a} // \overleftrightarrow{b}, \overleftrightarrow{m} // \overleftrightarrow{n}$. Hallar el valor de "x"



A) 130° B) 140° C) 150°
D) 160° E) 170°

Resolución:



En el Δ PQR: Por $\angle$ exterior

$$\beta + 2\alpha = 3\alpha$$

$$\boxed{\beta = \alpha}$$ 30°

De la figura: $x° + \beta = 180°$ 37°

$$x + \alpha = 180^\circ \quad ......(I)$$

En el Δ STQ: Por $\angle$ exterior:

$$\beta + 90^\circ = \alpha + 3\alpha$$

$$\alpha + 90^\circ = \alpha + 3\alpha$$

$$\alpha = 30^\circ$$

Reemplazamos el valor de "α" en (I):

$$x + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \quad x = 150^\circ$$

Rpta. C

Problema (20)

El complemento de $\hat{x}$, más el suplemento del complemento de $\hat{x}$, más el complemento del duplo de $\hat{x}$, más el suplemento del duplo de $\hat{x}$ más el suplemento del complemento del duplo de $\hat{x}$ es igual a 500°. Calcular el suplemento del complemento del complemento del complemento de $\hat{x}$.

A) 140° B) 70° C) 80°
D) 100° E) 110°

Resolución:

Del enunciado, obtenemos:

$$C_x + SC_x + C_{2x} + S_{2x} + SC_{2x} = 500^\circ$$

$$(90^\circ - x) + [180^\circ - (90^\circ - x)] + (90^\circ - 2x) + (180^\circ - 2x) + [180^\circ - (90^\circ - 2x)]\ ) = 500^\circ$$

$$(90^\circ - x) + [90^\circ + x\,] + (90^\circ - 2x) + (180^\circ - 2x) + [90^\circ + 2x] = 500^\circ$$

$$540^\circ - 2x = 500^\circ$$

$$40^\circ = 2x$$

$$x = 20^\circ$$

Incógnita:

$$SCCC_x = SC_x = [180^\circ - (90^\circ - x)]$$

$$SCCC_x = SC_x = 90^\circ + x$$

$$\therefore \quad SCCC_x = 90^\circ + 20^\circ = 110^\circ$$

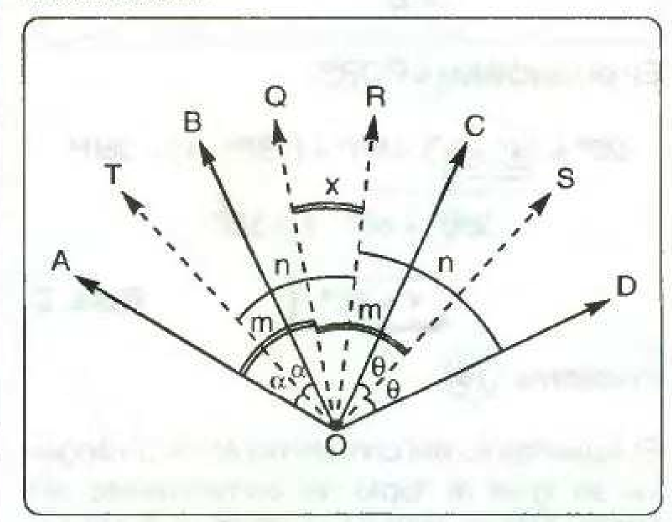
Rpta. E

Problema (21)

Se dan los ángulos consecutivos $A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$ y $C\hat{O}D$, donde $A\hat{O}D = 150^\circ$ y $B\hat{O}C = 90^\circ$ se trazan: $\overrightarrow{OT}$ bisectriz de $A\hat{O}B$, $\overrightarrow{OS}$ bisectriz de $C\hat{O}D$; $\overrightarrow{OQ}$ bisectriz de $A\hat{O}S$, $\overrightarrow{OR}$ bisectriz de $T\hat{O}D$. Hallar $Q\hat{O}R$.

A) 15° B) 10° C) 20°
D) 25° E) 18°

Resolución:



Del gráfico, obtenemos:

*) $A\hat{O}D = m + x + n = 150^\circ$

**) $m + x = n + \alpha$

***) $n + x = m + \theta$

$$\Sigma \text{M.A.M.} \quad m + n + 2x = n + m + \alpha + \theta$$

$$2x = \alpha + \theta \quad ......(I)$$

*) $B\hat{O}C = m - 2\alpha + x + n - 2\theta = 90^\circ$

$$m + n + x - 2(\alpha + \theta) = 90^\circ$$

$$150° - 2(2x) = 90°$$

$$60° = 4x$$

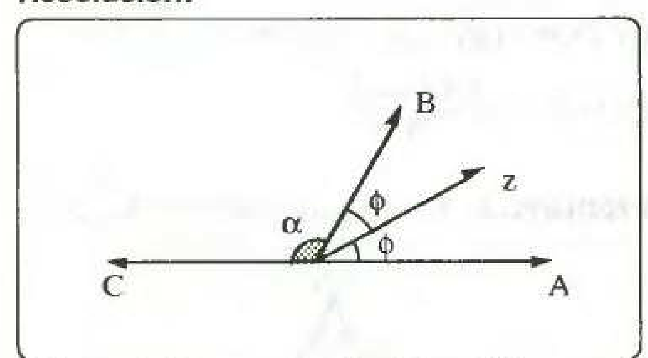
$$\boxed{x = 15°}$$ **Rpta. A**

Problema (22)

Si el suplemento del complemento de la mitad del mayor ángulo que forman la bisectriz del ángulo adyacente a un ángulo "α" y el lado no común es 140°. Calcular el ángulo "α".

A) 10° B) 40° C) 80°
D) 20° E) 100°

Resolución:



De la figura: $\boxed{2\theta + \alpha = 180°}$ ......(I)

Por dato:

$$SC\left(\frac{\alpha+\theta}{2}\right) = 140°$$

$$\left\{180° - \left[90° - \left(\frac{\alpha+\theta}{2}\right)\right]\right\} = 140°$$

$$90° + \frac{\alpha+\theta}{2} = 140°$$

$$\alpha + \beta = 100°$$

$\therefore$ $\boxed{\theta = 100° - \alpha}$ ...(II)

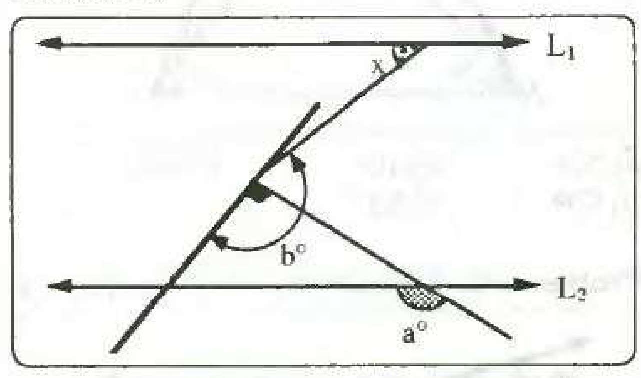
Reemplazamos (II) en (I):

$$2(100° - \alpha) + \alpha = 180°$$

$\therefore$ $\boxed{\alpha = 20°}$ **Rpta. D**

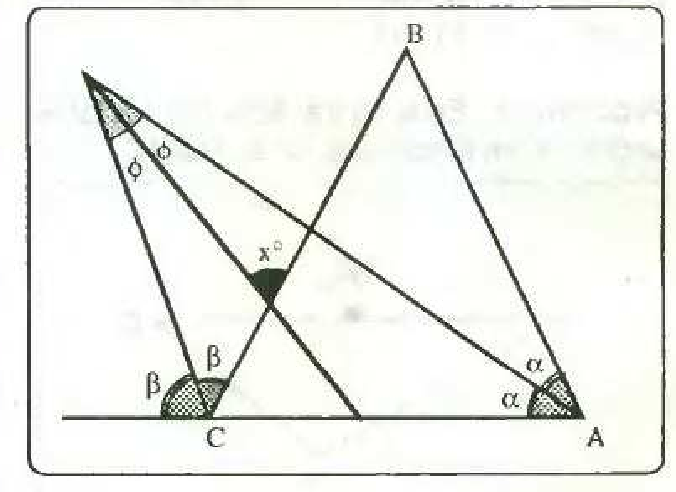
PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1.- Sea: $L_1 // L_2$ y : $a° + b° = 290°$. Calcular: "x"



A) 35° B) 70° C) 55°
D) 20° E) 72°30'

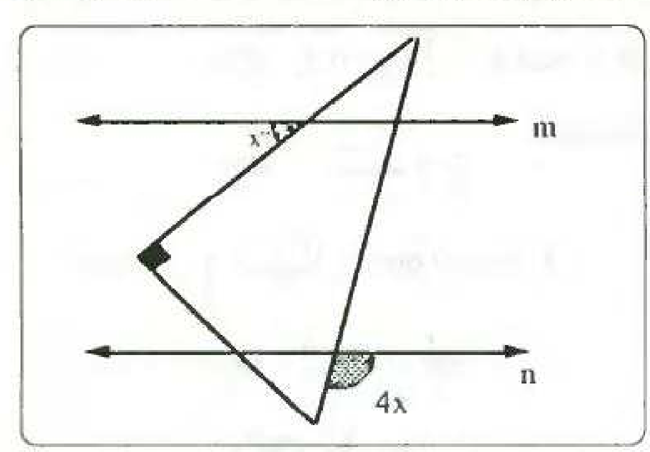
Problema 2.- En la figura: hallar "x", si $B\hat{A}C$ = 60° y $A\hat{B}C$ = 40°



A) 45° B) 30° C) 60° D) 20° E) 50°

Problema 3.- Si el triángulo rectángulo es isósceles y m//n. Halle el valor de "x"

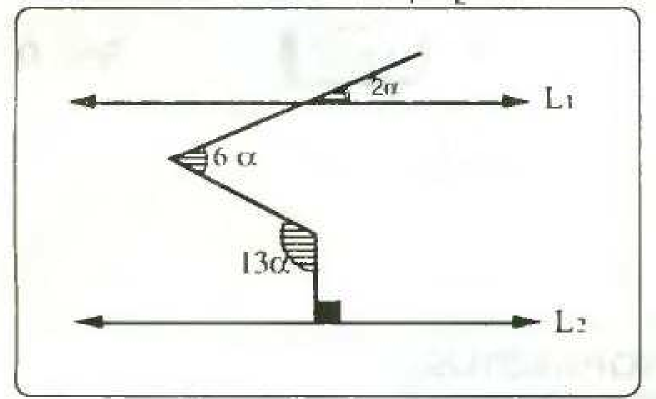
A) 22,5° B) 25° C) 27° D) 30° E) N.A



Problema 4.- Si el suplemento del complemento del suplemento del complemento de un ángulo "α" es igual a 205°. Hallar "α"

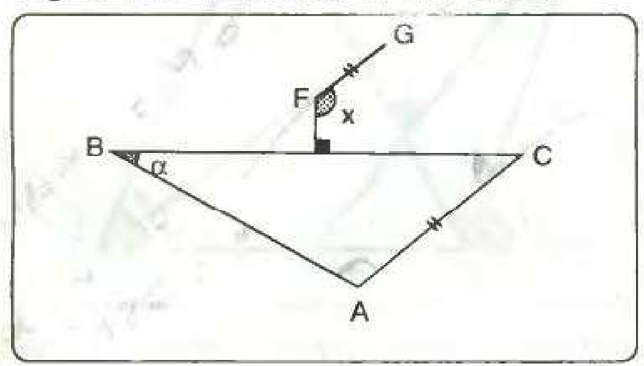
A) 25° B) 30° C) 35° D) 40° E) 45°

Problema 5.- En la figura: $L_1//L_2$. Hallar: "α"



A) 10° B) 15° C) 12°
D) 18° E) 13°

Problema 6.- En la figura: AB ≅ BC. Hallar el ángulo "x" en función de "α" si: FG//AC.

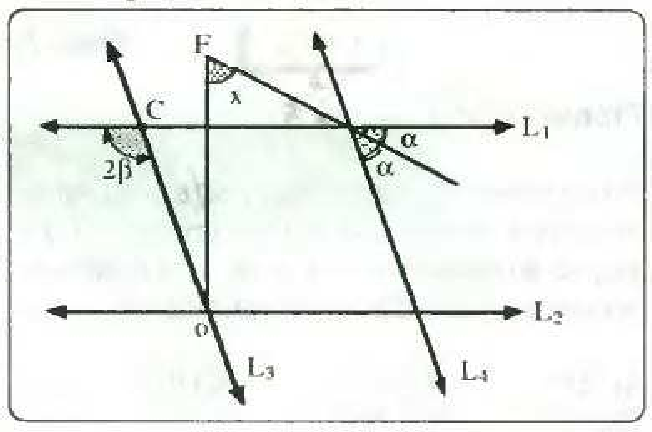


A) $90° + \frac{\alpha}{2}$ B) 180° - α C) 90° + 2α

D) $180° - \frac{\alpha}{2}$ E) $90° + \frac{3\alpha}{2}$

Problema 7.- Hallar el valor del ángulo "x". Si:

$\widehat{FOC} = \frac{\alpha}{3}$; $L_1//L_2$ y $L_3//L_4$

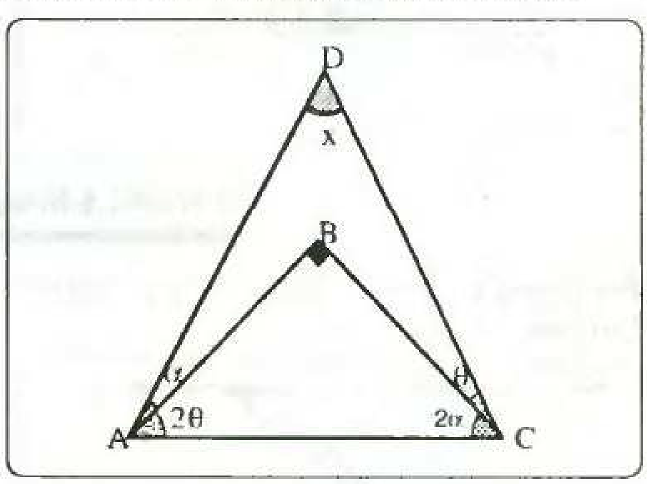


A) 45° B) $45° + \left(\frac{\alpha+\beta}{3}\right)$

C) 270° – (3β – α) D) 30°

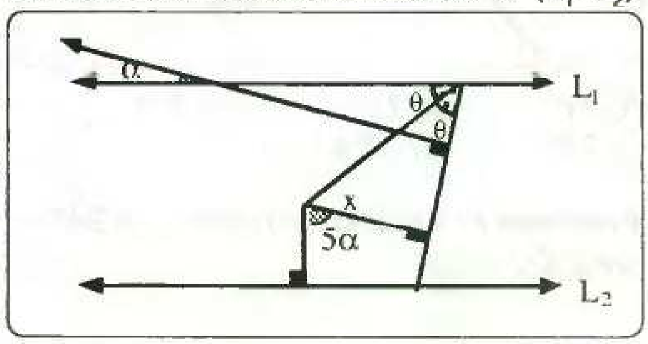
E) $180° - 2\,\frac{(3\beta+\alpha)}{3}$

Problema 8.- En la figura. Calcular: $\widehat{ADC}$



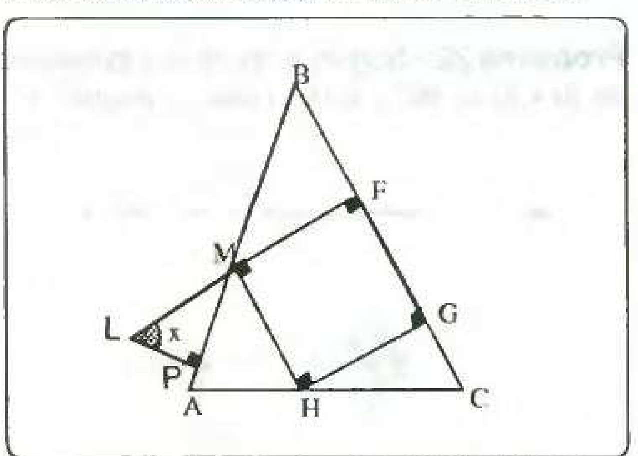
A) 30° B) 40° C) 45°
D) 50° E) 55°

Problema 9.- Calcular el valor de "α" ($L_1//L_2$)



A) 12°30'   B) 15°   C) 13°
D) 10°   E) 8°

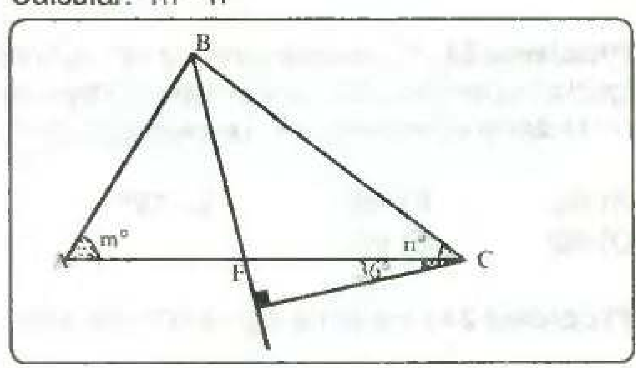
Problema 10.- En la figura: AB = BC; MFGH es un cuadrado. Hallar $\widehat{MLP}$, si: $\widehat{GHC} = \alpha$



A) $\frac{\alpha}{2}$ B) α C) 2α

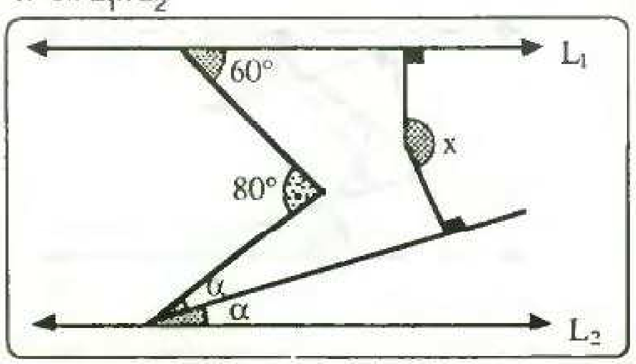
D) $\frac{3}{2}\alpha$ E) $\frac{5}{2}\alpha$

Problema 11.- En el Δ ABC; BF es bisectriz. Calcular: "m – n"



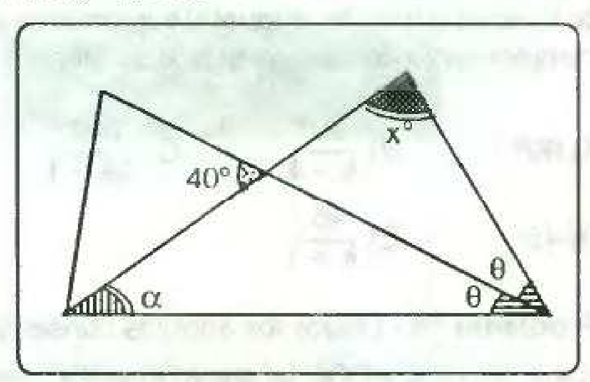
A) 108°   B) 118°   C) 124°
D) 136°   E) 72°

Problema 12.- En la figura mostrada. Calcular "x" si: $L_1 // L_2$



A) 64°   B) 168°   C) 166°
D) 170°   E) 172°

Problema 13.- En la figura mostrada. Calcular "x" si: $\phi - \alpha = 20°$



A) 100°   B) 110°   C) 120°
D) 130°   E) 135°

Problema 14.- Sean los ángulos AÔB y BÔC, adyacentes suplementarios de modo que BÔC – AÔB = 44°. Se trazan:

$\overrightarrow{ox}$: Bisectriz del ángulo BÔC
$\overrightarrow{oy}$: Bisectriz del ángulo AÔX
$\overrightarrow{oz}$: Bisectriz del ángulo XÔY

Hallar el suplemento del complemento de la medida del ángulo BÔZ.

A) 24°   B) 24°30'   C) 25°
D) 27°30'   E) 115°

Problema 15.- Se tienen los ángulos consecutivos: AÔB, BÔC y CÔD de tal modo que: AÔD = 100° y BÔC = 60°. Calcular el ángulo que forman las bisectrices de los ángulos AÔB y CÔD.

A) 60°   B) 70°   C) 80°
D) 90°   E) 85°

Problema 16.- La medida de un ángulo se aumenta al complemento de la medida de otro ángulo dando como resultado 50°. Si la suma de medidas de dichos ángulos es 80°. Calcular la medida del ángulo menor.

A) 10° B) 12° C) 15°
D) 18° E) 20°

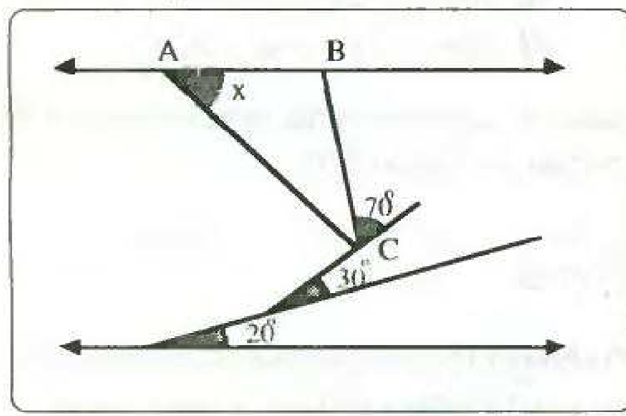
Problema 17.- Calcular el valor del ángulo si el suplemento del complemento del suplemento de k veces el ángulo es igual al suplemento del complemento del complemento del ángulo.

A) 60° B) $\frac{90°}{k-1}$ C) $\frac{180°}{2k-1}$
D) 45° E) $\frac{45°}{k+1}$

Problema 18.- Dados los ángulos consecutivos $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$ y $\widehat{COD}$ tal que $\widehat{AOB}$ y $\widehat{BOC}$ sean suplementarios, $\widehat{BOC}$ Y $\widehat{COD}$ sean complementarios. Hallar el ángulo que forman las bisectrices de los ángulos $\widehat{AOB}$ y $\widehat{COD}$

A) 120° B) 180° C) 150°
D) 135° E) 90°

Problema 19.- En el gráfico adjunto, $L_1//L_2$. Calcular "x", si: AB = BC



A) 30° B) 20° C) 10°
D) 25° E) 15°

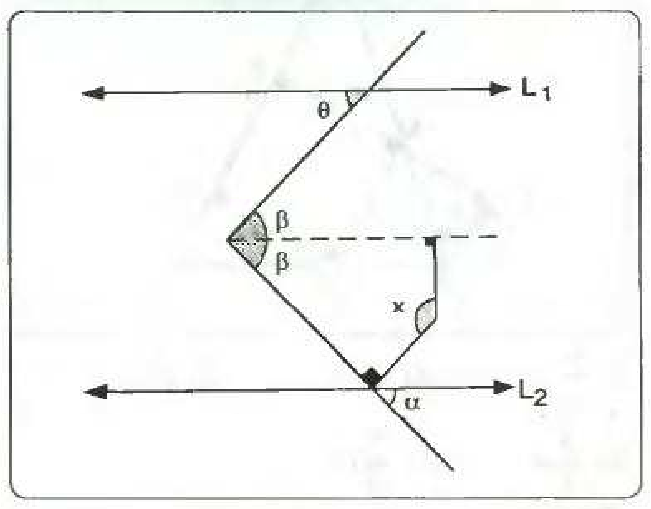
Problema 20.- La suma del suplemento del complemento de un ángulo "x", más el complemento del suplemento del mismo ángulo es igual a:

A) x B) 90° - x C) 180° - x
D) 2x E) 3x

Problema 21.- La suma de dos ángulos es 120°, el complemento del segundo es once veces el complemento del primero. Entonces el mayor es al menor como:

A) 27 es a 17 B) 37 es a 27 C) 47 es a 37
D) 7 es a 1 E) 17 es a 7

Problema 22.- Según la figura el suplemento de $(\alpha + \theta)$ es 80° y $L_1//L_2$ hallar el ángulo "x".



A) 100° B) 120° C) 130°
D) 80° E) 160°

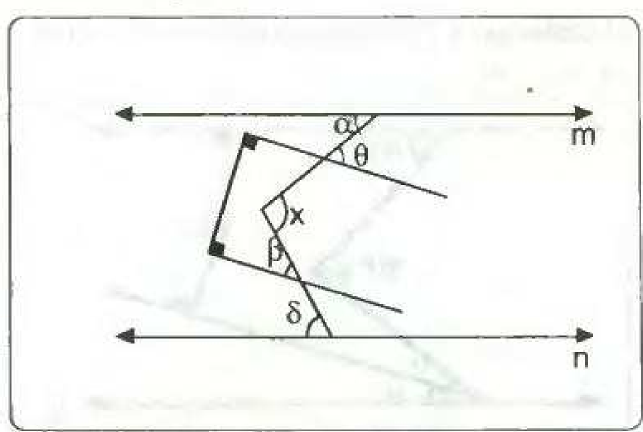
Problema 23.- El complemento de $(\alpha° - 20°)$ es igual al suplemento del complemento del triple de $\alpha°$. Hallar el suplemento del complemento de $\alpha°$.

A) 55° B) 65° C) 75°
D) 85° E) 95°

Problema 24.- Según la figura adjunta: m//n.

$$\alpha + \theta + \beta + \delta = 122°$$

Hallar el ángulo "x".

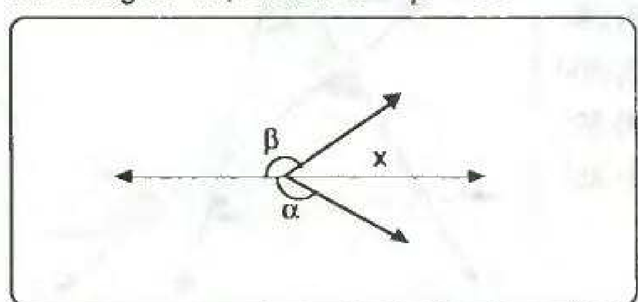


A) 122° B) 58° C) 51°
D) 61° E) 32°

Problema 25.- Un ángulo llano es dividido en cinco ángulos parciales en progresión aritmética. Calcular el ángulo menor sabiendo que el cuadrado de su medida es igual numericamente a la medida del ángulo mayor.

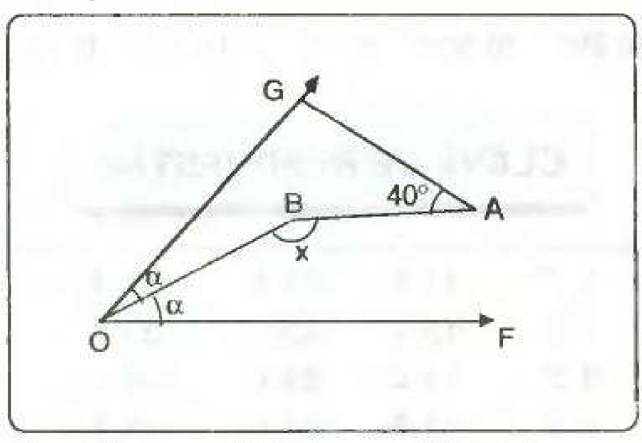
A) 8° B) 7° C) 6°
D) 34° E) 36°

Problema 26.- En el esquema adjunto, calcular el ángulo "x", siendo $\alpha^o - \beta^o = 10^o$



A) 50° B) 40° C) 20°
D) 10° E) 5°

Problema 27.- En la figura: hallar $\widehat{OBA}$ si $\widehat{GAB}$ = 40° y BA//OF.



A) 130° B) 160° C) 155°
D) 140° E) 145°

Problema 28.- Se considera los ángulos consecutivos $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$ y $\widehat{DOE}$, de modo que el ángulo $\widehat{DOE}$ mida 37°, $\widehat{AOE}$ = 128° y que $\overrightarrow{OC}$ sea bisectriz de los ángulos $\widehat{BOD}$ y $\widehat{AOE}$, Calcular la medida del ángulo $\widehat{BOC}$

A) 37° B) 27° C) 17°
D) 7° E) 0°

Problema 29.- Sí: α, β y φ son los ángulos internos de un triángulo y además se cumple:

* El suplemento de "α" es 60°
* El complemento de "β" es 75°

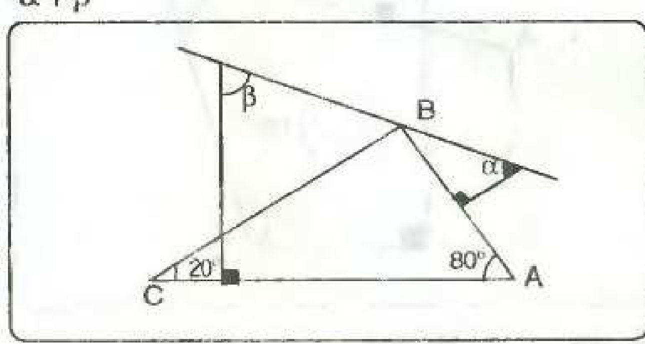
Calcular: $\alpha + 2\beta - 3\phi$

A) 5° B) 10° C) 15°
D) 20° E) 25°

Problema 30.- Se tienen los ángulos consecutivos $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$ y $\widehat{COD}$ se trazan sus bisectrices $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$; $\overrightarrow{OZ}$, calcular el ángulo formado por las bisectrices de los ángulos $\widehat{YOZ}$ y $\widehat{XOB}$, si: $\widehat{AOD}$ = 80° y $\widehat{COB}$ = 10°

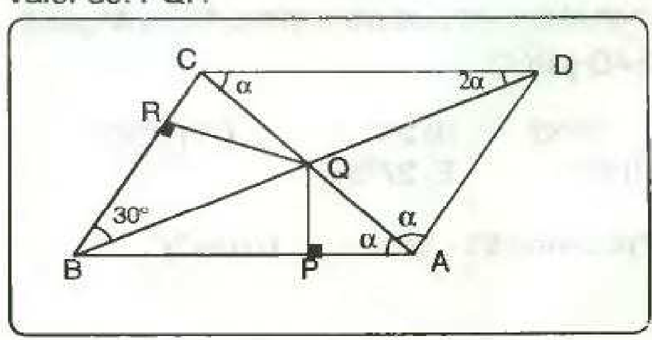
A) 25° B) 30° C) 40°
D) 45° E) 50°

Problema 31.- En la figura mostrada, calcular "α + β"



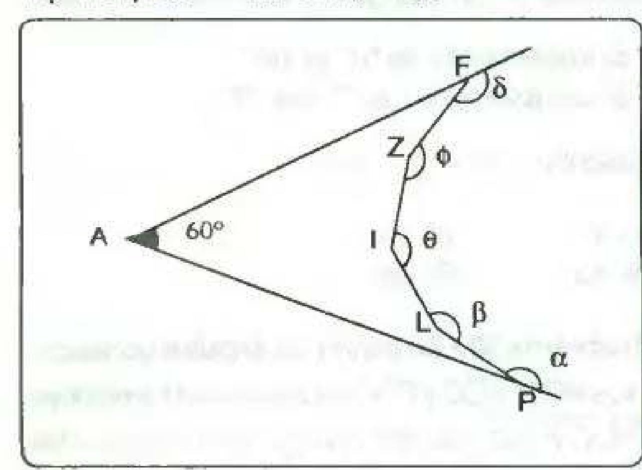
A) 100° B) 110° C) 120°
D) 130° E) 140°

Problema 32.- En la figura mostrada: Hallar el valor de: $\widehat{PQR}$



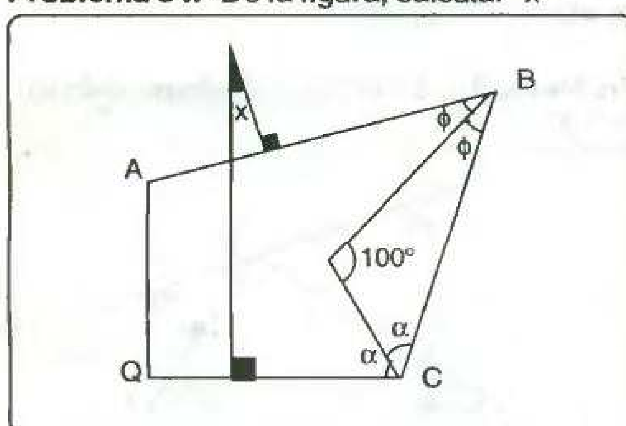
A) 100º B) 110º C) 120º
D) 130º E) 140º

Problema 33.- En la figura hallar: $\alpha^o + \beta^o + \theta^o + \phi^o + \delta^o$, Si: $m < PAF = 60^o$



A) 900º B) 890º C) 870º
D) 780º E) 120º

Problema 34.- De la figura, calcular "x"



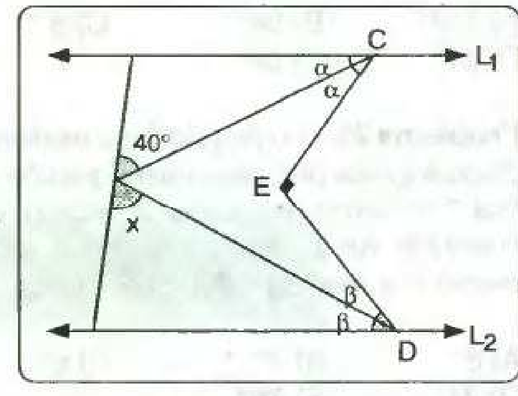
A) 10º B) 20º C) 30º
D) 15º E) 40º

Problema 35.- Se tiene un cuadrado ABCD de centro "O", hallar el valor del ángulo que forman al cortarse las bisectrices de los ángulos $B\hat{A}O$ y $B\hat{O}C$

A) 22º30' B) 25º C) 17º30'
D) 20º E) 27º30'

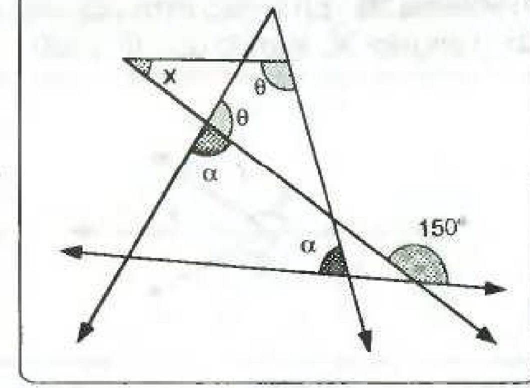
Problema 36.- Si: $L_1 // L_2$. Hallar "x"

A) 80º
B) 85º
C) 90º
D) 95º
E) 100º



Problema 37.- En la figura. Hallar: "x"

A) 25º
B) 28º
C) 30º
D) 32º
E) 35º



Problema 38.- En el interior de un triángulo ABC se toma el punto F tal que AB = FA = FC. Hallar "α" Si: $mA\hat{B}C = 8\alpha$, $mF\hat{C}B = 2\alpha$ y $mF\hat{C}A = \alpha$.

A) 20º B) 30º C) 15º D) 10º E) 40º

CLAVE DE RESPUESTAS

1. D	11. E	21. E	31. A
2. C	12. D	22. C	32. D
3. C	13. C	23. E	33. D
4. A	14. E	24. D	34. B
5. A	15. C	25. A	35. A
6. D	16. E	26. B	36. D
7. E	17. B	27. C	37. C
8. C	18. D	28. B	38. D
9. B	19. A	29. C	
10. C	20. D	30. A	

CUATRO OPERACIONES 11

En el presente capítulo trataremos con problemas referentes a las cuatro operaciones combinadas (Suma, Resta, Multiplicación, y División), complemento aritmético, cantidad de cifras de un producto y un cociente.

PROPIEDADES DE LAS CUATRO OPERACIONES

A. Para la Suma y Resta

PROPIEDAD	SUMA	RESTA
Uniformidad	$\dfrac{a = b \quad m = n}{a + m = b + n}$	$\dfrac{a = b \quad m = n}{a - m = b - n}$
Conmutativa	$a + b = b + a$	
Asociativa	$a + b + c = s$ $(a + b) + c = s$	
Monotonía	$\dfrac{a \geq b \quad m > n}{a + m > b + n}$	$\dfrac{a = b \quad m > n}{a - m < b - n}$; $\dfrac{a > b \quad m \leq n}{a - m > b - n}$
Elemento Neutro	0	0

B. Para la Multiplicación y División

PROPIEDAD	MULTIPLICACION	DIVISION
Uniformidad	$\dfrac{a = b \quad m = n}{a \cdot m = b \cdot n}$	$\dfrac{a = b \quad m = n}{a / m = b / n}$
Conmutativa	$a \cdot b = b \cdot a$	
Asociativa	$a \cdot b \cdot c = p$ $(a \cdot b) \cdot c = p$	
Monotonía	$\dfrac{a \geq b \quad m > n}{a \cdot m > b \cdot n}$	$\dfrac{a = b \quad m > n}{a / m < b / n}$; $\dfrac{a > b \quad m \leq n}{a / m > b / n}$
Distributiva	$(a + b) n = p$ $an + bn = p$	
Elemento Neutro	1	1

A continuación mencionaremos los casos que nos servirán en la resolución de problemas relativos a las cuatro operaciones fundamentales. Estos casos son:

1er Caso: Conocida la suma (S) y la diferencia (D) de dos números, hallar éstos:

$$\text{Número Mayor} = \frac{S+D}{2}$$

$$\text{Número Menor} = \frac{S-D}{2}$$

Ejemplo:

Hallar dos números tales que su suma sea 60 y su diferencia 40.

Resolución:

$$\text{Número Mayor} = \frac{60+40}{2} = 50$$

$$\text{Número Menor} = \frac{60-40}{2} = 10$$

2do Caso: Conocida la suma (S) y el cociente (C) de dos números, hallar éstos.

$$\text{Número Mayor} = \frac{C \cdot S}{C+1}$$

$$\text{Número Menor} = \frac{S}{C+1}$$

Ejemplo:

Hallar dos números tales que su suma sea 100 y su cociente 4.

Resolución:

$$\text{Número Mayor} = \frac{4 \times 100}{4+1} = 80$$

$$\text{Número Menor} = \frac{100}{4+1} = 20$$

3er Caso: Conocida la suma (S), el cociente (C) y el residuo (R) de dos números, Hallar éstos.

$$\text{Número Mayor} = \frac{S \cdot C+R}{C+1}$$

$$\text{Número Menor} = \frac{S-R}{C+1}$$

Ejemplo:

Hallar dos números tales que su suma sea 40, su cociente 5 y su residuo 4.

Resolución:

$$\text{Número Mayor} = \frac{40 \times 5 + 4}{5+1} = 34$$

$$\text{Número Menor} = \frac{40-4}{5+1} = 6$$

4to Caso: Conocida la diferencia (D) y el cociente (C) de dos números, hallar éstos:

$$\text{Número Mayor} = \frac{C \cdot D}{C-1}$$

$$\text{Número Menor} = \frac{D}{C-1}$$

Ejemplo:

Hallar dos números, sabiendo que su diferencia es 60 y su cociente 4.

Resolución:

$$\text{Número Mayor} = \frac{60 \times 4}{4-1} = 80$$

$$\text{Número Menor} = \frac{60}{4-1} = 20$$

5to Caso: Conocida la diferencia (D), el cociente (C) y el residuo (R) de dos números, hallar éstos.

$$\text{Número Mayor} = \frac{D \times C - R}{C - 1}$$

$$\text{Número Menor} = \frac{D - R}{C - 1}$$

Ejemplo:

Hallar dos números tales que su diferencia sea 90, su cociente 3 y su residuo 10.

Resolución:

$$\text{Número Mayor} = \frac{90 \times 3 - 10}{3 - 1} = 130$$

$$\text{Número Menor} = \frac{90 - 10}{3 - 1} = 40$$

6to Caso: Conocido el producto (P) y el cociente (C) de dos números. Hallar éstos:

$$\text{Número Mayor} = \sqrt{P \cdot C}$$

$$\text{Número Menor} = \sqrt{\frac{P}{C}}$$

Ejemplo:

Hallar dos números tales que su producto sea 40 y su cociente 10.

Resolución:

$$\text{Número Mayor} = \sqrt{40 \times 10} = 20$$

$$\text{Número Menor} = \sqrt{\frac{40}{10}} = 2$$

7mo Caso: Conocida la suma (S) y el producto (P) de dos números, hallar éstos.

$$\text{Número Mayor} = \frac{S + \sqrt{S^2 - 4P}}{2}$$

$$\text{Número Menor} = \frac{S - \sqrt{S^2 - 4P}}{2}$$

Ejemplo:

Hallar dos números tales que su suma sea 17 y su producto 70.

Resolución:

$$\text{Número Mayor} = \frac{17 + \sqrt{17^2 - 4 \times 70}}{2} = 10$$

$$\text{Número Menor} = \frac{17 - \sqrt{17^2 - 4 \times 70}}{2} = 7$$

8vo Caso: Conocida la diferencia (D) y el producto (P) de dos números, hallar éstos:

$$\text{Número Mayor} = \frac{\sqrt{D^2 + 4P} + D}{2}$$

$$\text{Número Menor} = \frac{\sqrt{D^2 + 4P} - D}{2}$$

Ejemplo:

Hallar dos números tales que su diferencia sea 8 y su producto 48.

Resolución:

$$\text{Número Mayor} = \frac{\sqrt{8^2 + 4 \times 48} + 8}{2} = 12$$

$$\text{Número Menor} = \frac{\sqrt{8^2 + 4 \times 48} - 8}{2} = 4$$

Complemento Aritmético de un Número

Es lo que le falta a un número para convertirse en la unidad seguida de ceros de un orden inmediato superior.

Así: C.A. de 8 = 2; porque: 8 + 2 = 10

C.A. de 63 = 37; porque; 63 + 37 = 100

Regla Práctica para obtener el C.A. de un Número:

Se restan cada una de las cifras del número 9, partiendo de izquierda a derecha, excepto la última cifra significativa que se resta de 10.

Ejemplo:

Calcule el C.A. de 43 256

Resolución:

C.A. de 43 256 = 56 744

se resta de 9 (4325) — se resta de 10 (6)

Determinación del Número de Cifras del Producto de 2 factores:

Si nos dicen que los números "A" y "B" tienen "n" y "m" cifras respectivamente, se tendrá:

$$\begin{cases} 10^{n-1} \le A < 10^{n} \\ 10^{m-1} \le B < 10^{m} \end{cases}$$

Multiplicando ordenadamente, tendremos:

$$10^{n-1} \times 10^{m-1} \le A \times B < 10^{n} \times 10^{m}$$

$$\therefore \boxed{10^{n+m-2} \le A \times B < 10^{n+m}}$$

De ésta última expresión diremos que: "El número de cifras de un producto de dos números, es igual a la suma de los números de cifras de los dos factores o a esta suma disminuída en una unidad".

Ejemplo:

Sabiendo que: "A" es un número de 6 cifras, y "B" es un número de 4 cifras. Calcular cuántas cifras tendrá A x B.

Resolución:

Sabemos que: $\begin{cases} 10^{5} \le A < 10^{6} \\ 10^{3} \le B < 10^{4} \end{cases}$

Multiplicamos ordenadamente:

$$10^{5} \times 10^{3} \le A \times B < 10^{6} \times 10^{4}$$

$$\therefore \boxed{10^{8} \le A \times B < 10^{10}}$$

Luego, el producto "A x B" tendrá de 9 ó 10 cifras

Determinación del Número de Cifras Enteras del cociente de 2 Números:

Si nos dicen que los números "A" y "B" tienen "n" y "m" cifras respectivamente; se tendrá:

$$\begin{cases} 10^{n-1} \le A < 10^{n} & \text{......(I)} \\ 10^{m} > B \ge 10^{m-1} & \text{......(II)} \end{cases}$$

Dividimos ordenadamente (I) y (II):

$$\frac{10^{n-1}}{10^{m}} \le \frac{A}{B} < \frac{10^{n}}{10^{m-1}}$$

$$\therefore \boxed{10^{n-m-1} \le \frac{A}{B} < 10^{n-m+1}}$$

De esta última expresión diremos que: "El número de cifras del cociente de dos números,

es igual a la diferencia entre los números de cifras del dividendo y divisor, o esta diferencia aumentada en uno"

Ejemplo:

Sabiendo que: "A" es un número de 10 cifras y "B" es un número de 5 cifras. Calcular cuántas cifras tendrá el cociente A/B.

Resolución:

Sabemos que: $10^9 \leq A < 10^{10}$ ......(α)

$10^4 \leq B < 10^5$

$10^5 > B \geq 10^4$ ......(β)

Dividimos ordenadamente (α) y (β):

$$\frac{10^9}{10^5} \leq \frac{A}{B} < \frac{10^{10}}{10^4}$$

$$\therefore \quad \boxed{10^4 \leq \frac{A}{B} < 10^6}$$

Luego, el cociente $\frac{A}{B}$ tendrá de 5 ó 6 cifras.

PROBLEMAS RESUELTOS

Problema (1)

Una persona deja al morir a cada uno de sus hijos 840 soles. Habiendo fallecido uno de ellos, la herencia de este se repartió entre los demás, recibiendo entonces cada uno 1 120 soles. ¿Cuál era la fortuna dejada y cuántos eran los hijos?

A) S/.3 360 B) S/.3 630 C) S/.3 603
D) S/.3 300 E) Ninguna

Resolución:

Por la muerte de uno de los herederos, cada uno de los restantes aumentó su parte en:

$$1\,120 - 840 = 280 \text{ soles}$$

Luego, el número de hijos que viven es:

$$\frac{840}{280} = 3$$

Por lo tanto el padre tenía: 3 + 1 = 4 hijos

$$\boxed{\text{Y la fortuna dejada: } 4 \times 840 = 3\,360 \text{ soles}}$$

Rpta. A

Problema (2)

Desde los extremos de una carretera parten dos ciclistas al encuentro uno del otro con velocidades de 18 Km por hora el uno y el otro 12 Km por hora. ¿Cuánto tiempo tardará en encontrarse si la carretera tiene una longitud de 300 Km?

A) 8 h B) 9 h C) 10 h
D) 12 h E) N.A.

Resolución:

En cada hora se aproximan en:

$$18 + 12 = 30 \text{ Km.}$$

Luego el tiempo que tardarán en encontrarse estará dado por el número de veces que 30 Km está contenido en 300 Km, o sea:

$$\boxed{\frac{300}{30} = 10 \text{ horas}}$$

Rpta. C

Problema (3)

Una persona quiere rifar un reloj de un precio determinado emitiendo para esto cierto número de acciones. Si vende 2 000 soles cada acción perderá 30 000 soles y vendiendo en 5 000 soles la acción ganará 60 000 soles. ¿cuánto vale el reloj y cuántas son las acciones?

A) 90 000 soles, 30 acciones
B) 80 000 soles, 30 acciones
C) 120 000 soles, 40 acciones
D) 160 000 soles, 50 acciones
E) Ninguna

Resolución:

Aumentando en 3 000 soles el valor de cada acción, el producto de la venta aumenta en:

$$30\,000 + 60\,000 = 90\,000 \text{ soles}$$

Luego el número de acciones es:

$$\frac{90\,000}{3000} = 30$$

Las 30 acciones vendidas a S/. 2 000 cada una dan:

$$30 \times S/.\ 2\,000 = S/.\ 60\,000$$

Luego el reloj vale:

$$\boxed{S/.\ 60\,000 + S/.\ 30\,000 = S/.\ 90\,000}$$

Rpta. A

OTRO MÉTODO:

Sea:

Pc = Precio del costo del reloj
x = Número de acciones
Pv = Precio de venta
P = Pérdida
G = Ganancia

Cuando se pierde:

Pérdida = Pc - Pv

30 000 = Pc - 2 000 x ......(I)

Cuando se gana:

Ganancia = Pv - Pc

60 000 = 5 000 x - Pc ......(II)

Ahora sumamos miembro a miembro (I) y (II):

$$90\,000 = 3\,000x$$

$$\therefore \quad x = \frac{90\,000}{3000} = 30 \text{ acciones}$$

Reemplazamos el valor de "x" en (I)

$$30\,000 = Pc - 2\,000\,(30)$$

$$\therefore \quad \boxed{Pc = 90\,000 \text{ soles}}$$ **Rpta. A**

Problema (4)

A un baile asistieron 52 personas, una primera dama baila con 5 caballeros, una segunda dama baila con 6, una tercera baila con 7, y así sucesivamente, hasta que la última baila con todos los caballeros. ¿Cuántas damas concurrieron?

A) 28 B) 26 C) 24
D) 30 E) N.A.

Resolución:

La dama Nº 1 baila con 5 caballeros
La dama Nº 2 baila con 6 caballeros
La dama Nº 3 baila con 7 caballeros

Es decir, en cada caso el número de caballeros excede en 4 al de las damas, luego (C = caballeros y d = damas), tendremos:

$$C + d = 52$$
$$C - d = 4$$

De donde: i) $C = \dfrac{52+4}{2} = 28$

ii) $d = \dfrac{52-4}{2} = \boxed{24}$

Rpta. C

OTRO METODO:

Del enunciado, del problema obtenemos:

$$1d \;\rightarrow\; 5C <> (1+4)C$$

2d → 6C < > (2 + 4)C

3d → 7C < > (3 + 4)C

⋮ ⋮

"n"d ⟶ (n + 4)C

De donde: n + (n + 4) = 52

2n = 48

∴ n = 24

Luego: # de damas = n = 24

de caballeros: (n + 4) = 28

Rpta. C

Problema (5)

Si trabaja los lunes inclusive, un peón economiza 40 soles semanales; en cambio, la semana que no trabaja el día lunes, tiene que retirar 20 soles de sus ahorros. Si durante 10 semanas logra economizar 220 soles. ¿Cuántos lunes dejó de trabajar en estas 10 semanas?

A) 1 B) 9 C) 5
D) 3 E) 7

Resolución:

Suposición: trabajó todos los lunes

Recaudación:

Ahorró: 10 × S/.40 = S/.400

Error: S/.400 - S/.220 = S/. 180

Corrección: Cada lunes que no trabaja deja de ahorrar:

S/.40 + S/. 20 = S/.60

El número de lunes que no trabajó:

$$\frac{S/.\ 180}{S/.\ 60} = 3$$

Rpta. D

Problema (6)

Manuel compró cierto número de ovejas por valor de 6 000 dólares. Ha vendido de ellas por valor de 1 800 dólares, a 120 dólares, cada oveja, perdiendo en cada una 30 dólares. ¿A como debe vender cada una de las restantes para resultar ganando 600 dólares sobre lo pagado en la compra de todas? (O sea para sacar 6 600 dólares en la venta).

A) 182 dólares B) 192 dólares
C) 172 dólares D) 1 760 dólares
E) N.A.

Resolución:

Precio de compra de cada oveja:

150 dólares (120 + 30)

Nº de ovejas compradas: $\frac{6\,000}{150} = 40$

Nº de ovejas vendida : $\frac{1\,800}{120} = 15$

Nº de ovejas por vender: 40 - 15 = 25

Valor de las 25 ovejas por vender:

6 600 - 1 800 = 4 800 dólares

Precio de cada oveja de las 25:

$$\frac{4\,800 \text{ dólares}}{25} = 192 \text{ dólares}$$

Luego cada una de la restantes debe venderse a:

192 dólares **Rpta. B**

Problema (7)

Miguel y Percy juegan sobre la base de que en cada jugada ganada se ganen 5 soles. Después de 20 jugadas Miguel resultó ganando 40 soles. ¿cuántas jugadas de las veinte ganó cada uno?

A) 10 y10 B) 12 y 8 C) 14 y 6
D) 16 y 4 E) N.A.

Resolución:

Miguel ganó sobre Percy ⇨ $\dfrac{40 \text{ soles}}{5 \text{ soles}} = 8$ jugadas

Las doce jugadas restantes ganaron en partes iguales

Luego: Miguel ganó: 8 + 6 = 14 Jugadas y

Percy: 6 jugadas.

Rpta.C

Problema (8)

Al término de una reunión, hubieron 28 estrechadas de mano. Suponiendo que cada uno de los participantes fue cortés con cada uno de los demás, el número de personas presentes fue:

A) 14 B) 56 C) 28
D) 8 C) 7

Resolución:

Sean: n = Número que asistieron

El 1º → dio: (n - 1) estrechadas
El 2º → dio: (n - 2) estrechadas
El 3º → dio: (n - 3) estrechadas
⋮ ⋮
El (n - 1)º → dio:[n - (n - 1)] estrechadas
El nº → dio: (n - n) estrechadas

El total de estrechadas es:

$$1 + 2 + ... + (n - 1) = 28$$

$$\frac{(n-1)[(n-1)+1]}{2} = 28$$

$$(n - 1)n = 56$$

$$(n - 1)n = 7 \times 8$$

$$\therefore \boxed{n = 8}$$

Luego, el número de personas presentes fue 8

Rpta. D

Problema (9)

Un microbús parte de la plaza 2 de Mayo en dirección a Comas, llega al paradero final con 53 pasajeros; sabiendo que cada pasaje cuesta S/.3 y que ha recaudado en total S/.195 y que en cada paradero bajaba 1 pasajero pero subían tres. ¿Cuántos pasajeros partieron del paradero inicial?

A) 31 B) 25 C) 27
D) 29 E) 33

Resolución:

El total de pasajeros es: S/. $\dfrac{195}{3} = 65$

como llegó con 53 pasajeros, entonces bajaron:

65 - 53 = 12 pasajeros

Subieron: 12 × 3 = 36 pasajeros

Luego, partieron del paradero inicial:

$$\boxed{65 - 36 = 29 \text{ pasajeros}}$$

Rpta. D

Problema (10)

El número de tres cifras que restando de su complemento aritmético da 286 es:

A) 357 B) 753 C) 573
D) 375 E) 537

Resolución:

Sea el número de 3 cifras: $\overline{abc}$

Del enunciado, obtenemos:

$$C.A.(\overline{abc}) - \overline{abc} = 286$$

$$1\,000 - \overline{abc} - \overline{abc} = 286$$

$$714 = 2\overline{abc}$$

$\therefore$ $\boxed{357 = \overline{abc}}$ **Rpta. A**

Problema (11)

Hallar la suma de las cifras de un número de 2 cifras, sabiendo que su C.A. es igual al producto de sus 2 cifras.

A) 10 B) 9 C) 11
D) 12 E) 8

Resolución:

Sea el número de 2 cifras: $\overline{ab}$

Del enunciado:

$$C.A.\ (\overline{ab}) = a \times b$$

$$100 - \overline{ab} = a \times b$$

$$100 - (10a + b) = ab$$

$$100 = 10a + b + ab$$

factorizamos "b" en los 2 últimos términos.

$$100 = \underbrace{10a}_{9} + b\underbrace{(a + 1)}_{9}$$

por tanteo "b" toma valor de 1.

$$100 = 90 + \underbrace{b}_{1}(10);$$

$\therefore$ $\boxed{a + b = 9 + 1 = 10}$

Rpta. A

Problema (12)

Hallar la suma de las cifras de un número de 3 cifras, sabiendo que la suma de las cifras de su C.A. es 16.

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) Más de 13

Resolución:

Sea el número de 3 cifras = $\overline{abc}$

Su complemento aritmético de

$$\overline{abc} = C.A.\ (\overline{abc}).$$

> ***NOTA:*** *Para hallar el complemento aritmético de un número, se resta la primera cifra de la derecha de 10 y los que siguen se restan de 9, veamos:*

$$C.A.\ (\overline{abc}) = \overline{(9 - a)\ (9 - b)(10 - c)}$$

Luego, del enunciado, obtenemos:

$$(9 - a) + (9 - b) + (10 - c) = 16$$

$$28 - 16 = a + b + c$$

$\therefore$ $\boxed{a + b + c = 12}$ **Rpta. C**

Problema (13)

Calcular la suma de cifras de cierto número de 3 cifras que al ser dividido entre su complemento aritmético nos dé como cociente 5 y residuo el máximo posible.

A) 15 B) 17 C) 18
D) 19 E) 20

Resolución:

Sea el número de 3 cifras = $\overline{abc}$

Su complemento aritmético = $(1\,000 - \overline{abc})$

Del enunciado, obtenemos:

$$\begin{array}{l|l} \overline{abc} & 1\,000 - \overline{abc} \\ \hline & 5 \end{array}$$

$$R_{máx.} = (1\,000 - \overline{abc}) - 1$$

> ***NOTA:*** *Para que el residuo de una cierta división sea máxima, debe ser una unidad menos que el divisor.*

Luego:

$\overline{abc} = 5(1\,000 - \overline{abc}) + Rmáx.$

$\overline{abc} = 5\,000 - 5\overline{abc} + [(1\,000 - \overline{abc}) - 1]$

$7\,\overline{abc} = 5\,999$

$\overline{abc} = 857;$

Por comparación de términos:

$a = 8; \quad b = 5 \quad y \quad c = 7$

$\therefore$ $\boxed{a + b + c = 20}$ **Rpta. E**

Problema (14)

Si se cumple que:

$\overline{1ab} \times (C.A.(\overline{ab})) = 7\,396$

Determinar el valor de: "a × b"

A) 2 B) 5 C) 3
D) 4 E) 6

Resolución:

Sabemos que: $C.A.(\overline{ab}) = (100 - \overline{ab})$

Luego: $\overline{1ab} \times (100 - \overline{ab}) = 7\,396;$

Descomponemos polinómicamente $\overline{1ab}$.

$(100 + \overline{ab}).(100 - \overline{ab}) = 7\,396$

$(100 - \overline{ab})^2 = 7\,396$

$(100 - \overline{ab}) = \sqrt{7\,396}$

$100 - \overline{ab} = 86$

$\overline{ab} = 14$

De donde: $\boxed{a = 1 \quad b = 4}$

Luego: $\boxed{a \times b = 1 \times 4 = 4}$ **Rpta. D**

Problema (15)

El doble de un número de tres cifras excede al triple de su complemento aritmético en 380. Hallar el número.

A) 575 B) 676 C) 678
D) 576 E) N.A.

Resolución:

Sea el número de 3 cifras: $\overline{abc}$

Del enunciado del problema, obtenemos:

$2(\overline{abc}) - 3[C.A.\,(\overline{abc})] = 380$

$2\overline{abc} - 3\,[1\,000 - \overline{abc}] = 380$

$5\overline{abc} = 3\,380$

$\therefore$ $\boxed{\overline{abc} = 676}$ **Rpta. B**

Problema (16)

Un comerciante compró 30 lapiceros por 540 soles, si en la venta de 12 lapiceros quiere ganar el precio de compra de 6 lapiceros. ¿A cómo tendrá que vender cada uno de ellos?

A) S/. 32,4 B) S/. 27 C) S/. 24
D) S/. 29 E) S/. N.A.

Resolución:

Deducimos que cada lapicero costó:

$S/.\,\frac{540}{30} = S/.\,18$

En 12 lapiceros quiere ganar:

$6 \times S/.18 = S/.\,108$

Tiene que recibir:

$12 \times S/.18 + S/.108 = S/.\,324$

y cada uno lo venderá a:

$$S/.\frac{324}{12} = S/.\ 27$$

Rpta. B

Problema (17)

Ricardo compró 6 docenas de libros a S/.35 cada uno y recibe 13 libros por cada docena; en la factura le hacen además una rebaja de S/.650. Si vende el ejemplar a S/. 37,5. ¿Cuánto ganará vendiendo todos los libros?

A) S/.1 055 B) S/.1 200
C) S/.1 440 D) S/.1 105
E) S/.Ninguna.

Resolución:

Sabemos que por cada docena recibe 13 libros y sólo paga por 12 de ellos.

Luego:

total de libros que recibe: 6 x 13 = 78 libros

total de libros que paga: 6 x 12 = 72 libros

La cantidad de dinero pagada en la factura; luego de la rebaja.

$$72 \times S/.35 - S/.650 = S/.1\ 870$$

La recaudación al vender todos los libros será:

$$78 \times S/.37,5 = S/.2\ 925$$

Luego, Ricardo habrá ganado:

$$S/.2\ 925 - S/.1\ 870 = S/.1\ 055$$

Rpta. A

Problema (18)

El residuo de la división de un cierto número entre 13, es 11; pero si dicho número se divide entre 11, el cociente aumenta en 1 y el residuo anterior disminuye en 1. ¿Cuál es ese número?

A) 50 B) 37 C) 63
D) 76 E) 89

Resolución:

La primera vez:

$$\begin{array}{l|l} D & 13 \\ \hline 11 & q \end{array} \Rightarrow D = 13q + 11 \quad ......(I)$$

La segunda vez:

$$\begin{array}{l|l} D & 11 \\ \hline 10 & q+1 \end{array} \Rightarrow D = 11(q+1) + 10 \quad ..(II)$$

Igualamos (I) y (II):

$$13q + 11 = 11(q + 1) + 10$$

$$13q + 11 = 11q + 21$$

$$2q = 10$$

$$\therefore \quad q = 5$$

Ahora reemplazamos el valor de "q" en (I):

$$D = 13(5) + 11$$

$$\therefore \quad D = 76$$

Rpta. D

Problema (19)

Tres personas: Alberto, Simón y César acuerdan que en cada partida de naipes el perdedor duplicará el dinero de los otros dos. Cada uno pierde una partida en el orden de sus nombres, si después de perder César cada uno se quedó con 16 soles. ¿Con cuánto empezó a jugar Alberto?

A) 20 soles B) 14 soles C) 26 soles
D) 18 soles E) 32 soles

Resolución

El método para resolver este tipo de problemas, consiste en ir trabajando primero con los últimos datos e ir retrocediendo y llegar a las condiciones iniciales del mismo. "Como son

tres jugadores, esto quiere decir que se han jugado tres partidas; perdiendo cada uno un juego. La suma de dinero que se juega en cada partida no varia, esta suma de dinero lo hallamos sumando las cantidades con que queda cada uno a final.

O sea: 16 soles + 16 soles + 16 soles = 48 soles

Como el último que perdió fue César, antes había perdido Simón y al principio Alberto, y teniendo en cuenta que el perdedor duplicará el dinero de los otros dos, veamos:

	Alberto	Simón	César
Σ dinero en juego S/.48	Z = S/. 26	S/. 14 ×2	S/. 8 ×2
Σ dinero en juego S/.48	S/. 4 ×2	Y = S/. 28	S/. 16 ×2
Σ dinero en juego S/.48	S/. 8 ×2	S/. 8 ×2	X = S/. 32
Σ dinero en juego S/.48	S/. 16	S/. 16	S/. 16

lo que tiene c/u al final

(Al perder Alberto como castigo duplica el dinero de los otros 2)

Z + S/.14 + S/.8 = 4

Z = S/.26

(al perder Simón como castigo duplica el dinero de los otros 2)

S/.4 + Y + S/.16 = S/.16 = S/.48

Y = S/.28

(El último en perder fue César como castigo duplica el dinero de los otros 2)

S/.8 + S/.8 + X = S/.48

X = S/.32

∴ Alberto empezó a jugar con 26 soles. **Rpta.C**

Problema (20)

Miguel, Franklin y Percy; estan jugando, con la condición de que aquel que pierda tiene que duplicar el dinero de los dos. Si cada uno ha perdido una partida en el orden en que han sido nombrados, quedándose luego de haber perdido el último, con 200 soles cada uno ¿Cuánto tenía inicialmente Miguel?

A) S/.325 B) S/.275 C) S/.175
D) S/.100 E) N.A.

Resolución:

El método para resolver este tipo de problemas, consiste en ir trabajando primero con los últimos datos e ir retrocediendo y llegar a la condiciones iniciales del mismo. "Como son tres jugadores, esto quiere decir que se han jugado tres partidas; perdiendo cada uno un juego. La suma de dinero que se juega en cada partida no varía, esta suma de dinero lo hallamos sumando las cantidades con que queda cada uno al final.

O sea: S/.200 + S/.200 + S/.200 = S/.600

Como el último que perdió fue Percy, antes había perdido Franklin y al principio Miguel, y teniendo en cuenta que el perdedor duplica el dinero de los otros dos, veamos:

Σ dinero en juego S/. 600	S/. 325	S/. 175 ×( ):	S/. 100 ×( ):	(Al perder Miguel como castigo duplica el dinero de los otros 2)
Σ dinero en juego S/. 600	S/. 50 ×( ):	S/. 350	S/. 200 ×( ):	(Al perder Franklin como castigo duplica el dinero de los otros 2)
Σ dinero en juego S/. 600	S/. 100 ×( ):	S/. 100 ×( ):	S/. 400	(El último en perder fue Percy como castigo duplica el dinero de los otros 2)
Σ dinero en juego S/. 600	S/. 200	S/. 200	S/. 200	lo que tiene c/u al final
	Miguel	Franklin	Percy	

Miguel tenía inicialmente S/.325

Rpta. A

Problema (21)

Cuatro jugadores A,B, C y D convienen que en cada partida, el perdedor doblará el dinero de los 3. Ellos pierden cada uno una partida en el orden indicado por sus nombres, después de lo cuál cada uno de ellos tiene 480 soles. ¿Cuánto tenían cada uno al principio del juego?

A) S/.990 , S/.510 , S/.270 , S/.150

B) S/.980 , S/.520 , S/.250 , S/.170

C) S/.820 , S/.340 , S/.620 , S/.140

D) S/.820 , S/.520 , S/.260 , S/.320

Resolución:

Σ de dinero que se juega en cada partida (es constante.) = S/. 480 + S/. 480 + S/. 480 + S/. 480

= S/. 1 920

Σ dinero en juego S/. 1 920	S/. 990	S/. 510 ×( ):	S/. 270 ×( ):	S/. 150 ×( ):
Σ dinero en juego S/. 1 920	S/. 60 ×( ):	S/. 1 020	S/. 540 ×( ):	S/. 300 ×( ):
Σ dinero en juego S/. 1 920	S/. 120 ×( ):	S/. 120 ×( ):	S/. 1 080	S/. 600
Σ dinero en juego S/. 1 920	S/. 240 ×( ):	S/. 240 ×( ):	S/. 240 ×( ):	S/. 1 200
Σ dinero en juego S/. 1 920	S/. 480	S/. 480	S/. 480	S/. 480
	A	B	C	D

∴ Cada uno tenía al principio: S/. 990, S/. 510, S/. 270 y S/. 150 **Rpta. A**

Problema (22)

Cuando se divide $\overline{ab}$ entre $\overline{cd}$ se obtiene 2 de cociente y 3 de residuo y cuando se divide $\overline{dc}$ entre $\overline{ab}$ se obtuvo por cociente 2 y 3 de residuo. Hallar: "a + b + c + d".

A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 22

Resolución:

De acuerdo al enunciado del Problema, Planteamos:

*) $\overline{ab}$ | $\overline{cd}$; residuo 3, cociente 2 ; Donde: $\overline{ab} = 2\overline{cd} + 3$ ...(1)

**) $\overline{dc}$ | $\overline{ab}$; residuo 3, cociente 2 ; Donde: $\overline{dc} = 2\overline{ab} + 3$ ...(2)

Reemplazamos (1) en (2):

$$\overline{dc} = 2\,(2\overline{cd} + 3) + 3$$

$$\overline{dc} = 4\overline{cd} + 9$$; Por descomposición Polinómica, se obtiene:

$$10d + c = 4\,(10c + d) + 9$$

⇨ $6d = 39c + 9$ → $d = 8$, $c = 1$

Por tanteo: 8 1

Reemplazamos los valores de d = 8y c = 1, en (1):

$\overline{ab} = 2\,(18) + 3 \Rightarrow \overline{ab} = 39$ → $a = 3$, $b = 9$

$$a + b + c + d = 3 + 9 + 1 + 8 = 21$$

Rpta. D

METODO DEL CANGREJO

Este método nos permite encontrar las soluciones de un problema, en forma directa; para lo cual se realizan las operaciones inversas en cada caso, empezando desde el final hacia el comienzo.

OPERACIONES DIRECTAS:

1. Número inicial
2. Multiplicamos por 5
3. Añadimos 7
4. Dividimos entre 4
5. Y obtenemos 13

OPERACIONES INVERSAS:

5. Cantidad final: 13
4. La inversa de dividir entre 4 es la multiplicación por 4

   Es decir: $13 \times 4 = 52$
3. La inversa de añadir 7, es restar 7, o sea:

   $$52 - 7 = 45$$
2. La inversa de multiplicar por 5 es dividir entre 5, o sea: $\frac{45}{5} = 9$
1. El número inicial es: 9

Problema (1)

A un cierto número se eleva al cuadrado, a este resultado se le resta 3, a este nuevo resultado se multiplica por 7, luego dividimos entre 14, a este nuevo resultado lo elevamos al cubo, luego le agregamos 9; finalmente extraemos la raíz cuadrada, obteniendo como resultado final 6. Hallar dicho número.

A) 3 B) 1/3 C) 4
D) 6 E) 9

Resolución:

Aplicamos el método del cangrejo

1.	Número inicial =	→ (3)
2.	Elevo al cuadrado	→ $\sqrt{9} = 3$
3.	Resto 3	→ $6 + 3 = 9$
4.	Multiplico por 7	→ $\frac{42}{7} = 6$
5.	Dividimos entre 14	→ $\boxed{3} \times 14 = 42$
6.	Elevamos al cubo	→ $\sqrt[3]{27} = \boxed{3}$
7.	Agregamos 9	→ $\boxed{36} - 9 = 27$
8.	Extraemos raíz cuadrada	→ $6^2 = \boxed{36}$
9.	Finalmente se obtiene 6	→ 6

Rpta. A

Problema (2)

Con un cierto número, realizo las siguientes operaciones: lo elevo al cubo, al resultado le agrego 9 y le extraigo la raíz cuadrada, al número así obtenido lo divido entre 3 para luego restarle 1 y por último al resultado lo elevo al cuadrado obteniendo como resultado final 16. Hallar el número inicial.

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Resolución:

1. Número inicial = (6)

2.	$(\ )^3$	→	$\sqrt[3]{216} = 6$
3.	$+9$	→	$\boxed{225} - 9 = 216$
4.	$\sqrt{\ }$	→	$(15)^2 = \boxed{225}$
5.	$:3$	→	$\boxed{5} \times 3 = 15$
6.	-1	→	$4 + 1 = \boxed{5}$
7.	$(\ )^2$	→	$\sqrt{16} = 4$
8.	16	→	$\boxed{16}$

Rpta. C

Problema (3)

Un profeso de "RM" entra a una iglesia donde existe un Santo Milagroso, donde cada vez que entra a la iglesia le triplica el dinero que lleva; con la condición que cada vez que le hace el milagro de triplicar su dinero le deje de limosma 25 soles. Si después de haber entrado 2 veces sale con 35 soles. ¿Cuál era su dinero inicialmente?

A) S/.12 B) S/.15 C) S/.18
D) S/.16 E) N.A.

Resolución:

Como dicho profesor entro 2 veces, esto quiere decir que el Santo le hizo 2 milagros.

1er MILAGRO

x 3 → 45 : 3 = 15 soles
- 25 → 20 + 25 = 45

2do MILAGRO

x 3 → 60 : 3 = 20
- 25 → 35 + 25 = 60

Al final sale de la iglesia con : 35 soles

∴ El dinero inicial era de 15 soles

Rpta. B

Problema (4)

Fidencio gasta de su sueldo: los 2/3 en un par de zapatos, más 2/7 de lo que le queda en un pantalón y por último gasta los 3/5 del nuevo resto en alimento: quedándole aún 300 soles. ¿Decir cuál es el sueldo de Fidencio?

A) S/.3 501 B) S/.3 510
C) S/.3 150 D) S/.3 050
E) N.A.

Resolución:

Sea: S = sueldo de Fidencio

Gastos :		lo que queda :
$\frac{2}{3}$	⇨	$\frac{3-2}{3}=\boxed{\frac{1}{3}}$
$\frac{2}{7}$	⇨	$\frac{7-2}{7}=\boxed{\frac{5}{7}}$
$\frac{3}{5}$	⇨	$\frac{5-3}{5}=\boxed{\frac{2}{5}}$

Luego:

$$\frac{1}{3}\times\frac{5}{7}\times\frac{2}{5}\times S = S/.\,300$$

$$S=\frac{S/.\,300\ \times 3\times 7}{2}$$

∴ S = 3 150 soles

Rpta. C

Problema (5)

Un estudiante escribe cada día, la mitad de las hojas en blanco más 25 hojas; si al cabo de 3 días gastó todas las hojas. ¿Cuántas hojas tenía el cuaderno?

A) 250 B) 350 C) 300
D) 450 E) N.A.

Resolución:

Aplicando el Método del Cangrejo, obtenemos:

1er DIA

Escribe Quedan

: 2 → : 2 → 175 × 2 = 350 hojas
+ 25 → - 25 → 150 + 25 175

2do DIA

: 2 → : 2 → 75 × 2 = 150
+ 25 → - 25 → 50 + 25 = 75

3er DIA

$$\begin{cases} :2 \rightarrow \ :2 \rightarrow \ 25 \times 2 = 50 \\ +25 \rightarrow -25 \rightarrow \boxed{0} + 25 = 25 \end{cases}$$

Al final quedó = $\boxed{0 \text{ hojas}}$

Luego:

∴ **El cuaderno tenía 350 hojas**

Rpta. B

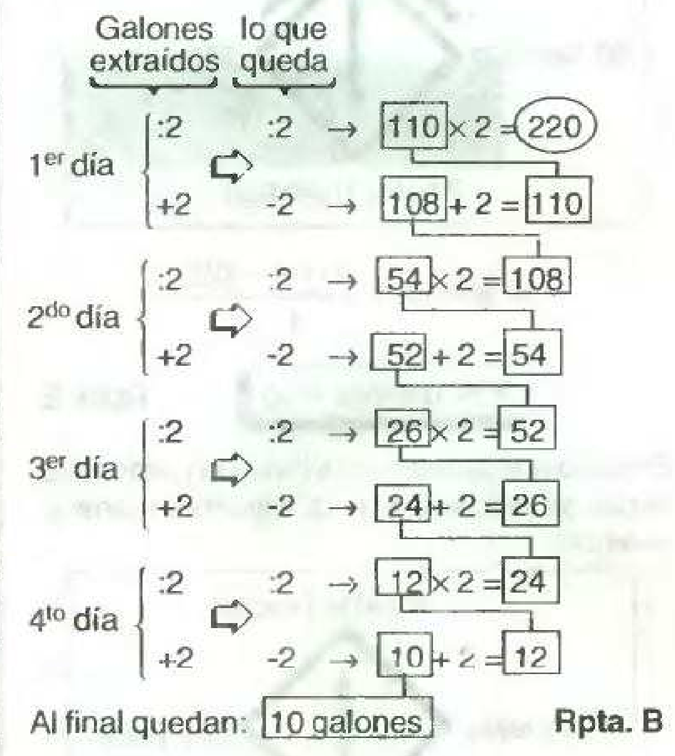
Problema 6

Una piscina se ha estado desocupando durante 4 dias, hasta que solamente ha quedado 10 galones de agua. En cada dia se extraía la mitad más 2 galones de lo que había el día anterior. ¿Cuál es su volumen total de la piscina?

A) 210 galones B) 220 galones
C) 240 galones D) 60 galones
E) N.A.

Resolución:

Aplicamos el método del cangrejo, obtenemos:



Al final quedan: $\boxed{10 \text{ galones}}$ **Rpta. B**

METODO DEL ROMBO

Para que un problema se pueda resolver aplicando el método del rombo debe tener las siguientes características:

1. Que tenga 2 incógnitas.
2. Que presente un valor numérico producido por la suma de dos incógnitas (número total de elementos).
3. Valor unitario de cada una de las incógnitas
4. Además, tenga otro valor numérico producido por el número total de elementos.

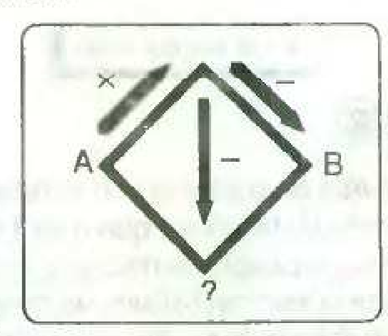
Para su mejor comprensión, veamos algunos problemas.

Problema 1

En una granja donde existen vacas y gallinas se contaron 80 cabezas y 220 patas (extremidades). ¿Cuántas gallinas hay en la granja?

A) 20 B) 30 C) 40
D) 60 E) 50

Resolución:



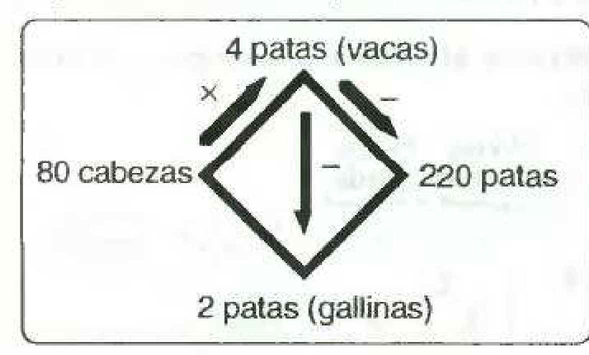
Donde:

A = # total de elementos (2da. característica)

B = Recaudación total (4ta. característica)

- En el vértice superior e inferior se colocan los valores unitarios (3ra. característica).

Luego, la resolución del problema dado es:



$$\# \text{ de gallinas} = \frac{80 \times 4 - 220}{4 - 2}$$

$\therefore$ **# de gallinas = 50** **Rpta. E**

En caso que quisieramos hallar el número de vacas se procederá de la siguiente manera, veamos:

$$\# \text{ de vacas} = \frac{80 \times 2 - 220}{2 - 4} = \frac{-60}{-2}$$

$\therefore$ **# de vacas = 30**

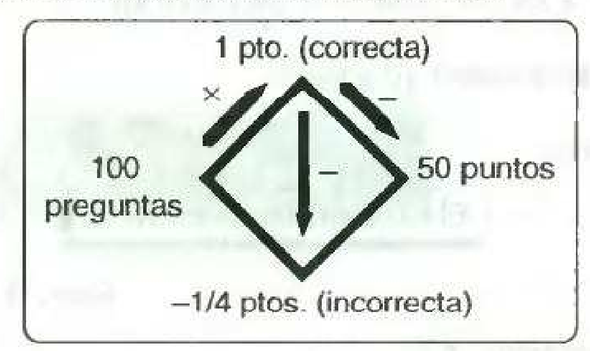
Problema (2)

En un concurso de admisión en la prueba de Razonamiento Matemático que trae 100 preguntas, por la respuesta correcta se le asigna un punto y por la incorrecta tiene un puntaje en contra de un cuarto de punto. Arturo ha obtenido en dicha prueba 50 puntos habiendo respondido la totalidad de preguntas planteadas. ¿En cuántas se equivocó?

A) 30 B) 40 C) 60
D) 70 E) 80

Resolución:

Por el método del rombo obtenemos:

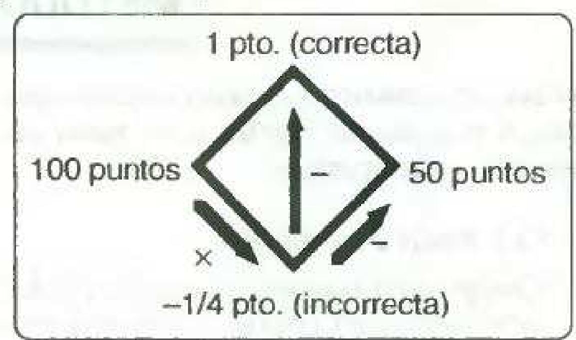


$$\# \text{ de preguntas incorrectas} = \frac{100 \times 1 - 50}{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)}$$

$$= \frac{50}{\frac{5}{4}} = \frac{50 \times 4}{5} = 40$$

$\therefore$ **# de preguntas incorrectas = 40** **Rpta. B**

En caso que quisieramos hallar el número de preguntas correctas se procederá de la siguiente manera, veamos:



$$\# \text{ de preguntas correctas} = \frac{100\left(-\frac{1}{4}\right) - 50}{-\frac{1}{4} - 1} = \frac{-75}{-\frac{5}{4}}$$

$$= \frac{4 \times 75}{5} = 60$$

$\therefore$ **# de preguntas correctas = 60**

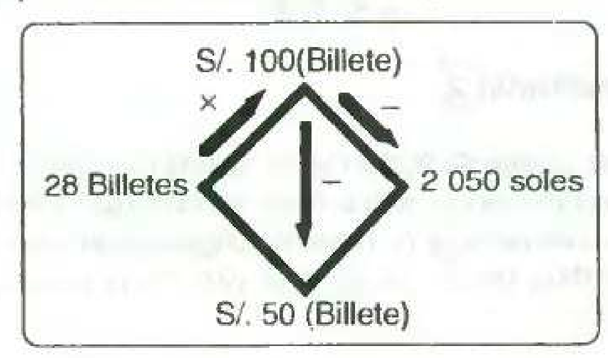
Problema (3)

Debo pagar 2 050 soles con 28 billetes de 50 y 100 soles. ¿cuántos billetes de 50 soles debo emplear?

A) 15 B) 17 C) 16
D) 13 E) 14

Resolución:

Aplicando el método del rombo, obtenemos:



$$\# \text{ de billetes de 50 soles} = \frac{28 \times 100 - 2050}{100 - 50}$$

∴ **# de billetes de 50 soles = 15**

Rpta. A

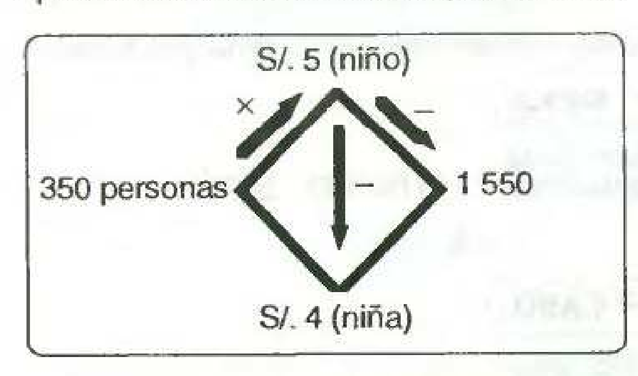
Problema (4)

A una fiesta entran un total de 350 personas entre niños y niñas, recaudándose S/.1 550, debido a que cada niño pagaba S/.5 y cada niña S/.4. ¿Cuál es la diferencia entre niñas y niños?

A) 200 B) 300 C) 150
D) 50 E) 350

Resolución:

Aplicando el método del rombo, obtenemos:



$$\# \text{ de niñas} = \frac{350 \times 5 - 1550}{5 - 4}$$

∴ **# de niñas = 200**

Ahora calculamos el número de niños

de niños = 350 - 200 = 150

Luego:

diferencia entre niñas y niños es 200 - 150 = 50

Rpta. D

Problema (5)

Un barril contiene 154 litros de vino que debe ser envasado en 280 botellas, unas de 0,75 litros y otras de 0,40 litros. ¿Cuántas botellas de 0,75 litros se van a necesitar?

A) 160 B) 140 C) 120
D) 200 E) 160

Resolución:

Aplicando el método del rombo, obtenemos:

$$\# \text{ de botellas de 0,75 litros} = \frac{280 \times 0,40 - 154}{0,40 - 0,75}$$

$$= \frac{-42}{-0,35}$$

 # de botellas de 0,75 litros = 120

Rpta. C

METODO DEL RECTANGULO

Para que un problema se pueda resolver aplicando el método del rectángulo. Cuándo participan dos cantidades excluyentes, una mayor que la otra; que se comparan en 2 oportunidades; originándose en un caso; un sobrante (o ganancia) y en otro; un faltante (o pérdida)

Problema (1)

Sara al comprar 20 manzanas, le sobran 4,8 soles, pero al adquirir 24 manzanas; le faltarían 1,2 soles. ¿Cuánto cuesta cada manzana?

A) S/.1,2 B) S/.1,5 C) S/.1,4
D) S/.1,6 E) N.A.

Resolución:

Aplicando el método del rectángulo, obtenemos:

$$\text{Precio de c/manzana} = \frac{S/.4,8 + S/.1,2}{24-20}$$

$= S/.1,5$ **Rpta. B**

Para hallar el dinero con que cuenta Sara se puede aplicar dos casos veamos:

1er CASO:

Dinero de Sara = 20 (S/.1,5) + S/.4,8

= S/.34,8

2do CASO:

Dinero de Sara = 24 (S/.1,5) - S/.1,2

= S/.34,8

Problema (2)

Para ganar S/.200 en la rifa de una grabadora; se imprimieron 640 boletos sin embargo; sólo se vendieron 210 boletos; originándose una pérdida de S/.15. Hallar el valor de la grabadora.

A) S/.180 B) S/.150
C) S/.120 D) S/.80
E) N.A.

Resolución:

Aplicando el método del rectángulo, obtenemos:

$$\text{Precio de cada boleto} = \frac{S/.200 + S/.15}{640-210}$$

$$= \frac{S/.215}{430}$$

∴ Precio de cada boleto = S/.0,5

Ahora, calculamos el valor de la grabadora.

1er CASO:

Valor de la grabadora = 640 (S/.0,5) - S/.200

= S/. 120

2do CASO:

Valor de la grabadora = 210 (S/.0,5) + S/.15

= S/.120

Rpta. C

Problema (3)

Una persona quiere repartir cierto número de caramelos entre sus sobrinos. Si les dá 11 caramelos a cada uno, le sobran 116, y si les dá 24 caramelos a cada uno le falta 27 caramelos. ¿Cuántos caramelos quiere repartir?

A) 237 B) 273 C) 723
D) 372 E) 327

Resolución:

Aplicando el método del rectángulo, obtenemos:

$$\text{Número de sobrinos} = \frac{116+27}{24-11} = \frac{143}{13}$$

∴ # de sobrinos = 11

Ahora, hallamos el número de caramelos que quiere repartir

1er CASO:

Número de caramelos = 11(11) + 116

= 237

2do CASO:

Número de caramelos = 11(24) - 27

= 237

Rpta. A

REGLA DE CONJUNTA

Los problemas de Regla Conjunta se resuelven aplicando la siguiente regla:

REGLA PRACTICA:

Se forma con los datos una serie de igualdades, poniendo en el primer miembro de la primera la incógnita (x), y procurando que el segundo miembro de cada igualdad sea de la misma especie que el primero de la siguiente y de este modo el segundo miembro de la última igualdad será de la misma especie que el primero de la primera. Se multiplican ordenadamente estas igualdades y se halla el valor de (x).

Para su mejor comprensión veamos algunos problemas:

Problema (1)

Sabiendo que 6 varas de paño cuestan lo mismo que 5 metros y que 2 metros valen 30 soles. ¿Cuánto costarán 4 varas?

A) S/. 50 B) S/. 40 C) S/. 60
D) S/. 80 E) N.A.

Resolución:

Escribiremos primero la igualdad de la incógnita:

S/. x < > 4 varas

Como el segundo miembro de esta igualdad es varas, el primero de la siguiente también será; o sea:

6 varas < > 5 metros

Como el segundo miembro de esta igualdad es metros, el primero de la siguiente también debe ser metros; o sea:

2 metros < > S/. 30

Así que tendremos:

S/. x < > 4 varas

6 varas < > 5 metros

2 metros < > S/.30

Multiplicamos miembro a miembro (xM.A.M.)

x . 6 . 2 . < > 4 . 5 S/.30

$$x <> \frac{4.5.S/.30}{6.2} = S/.50$$

∴ **x < > S/. 50** **Rpta. A**

Problema (2)

Sabiendo que 2 kilos de frijoles cuestan lo mismo que 3 kilos de azúcar; que 4 lápices valen lo mismo que 5 kilos de azúcar; que 3 cuadernos valen 30 soles y que 8 lápices cuestan lo mismo que 4 cuadernos. ¿Cuánto costarán 6 kilos de frijoles?

A) S/. 63 B) S/. 24 C) S/. 36
D) S/. 48 E) N.A.

Resolución:

Aplicando la conjunta, tenemos:

x soles < > 6 Kg frijoles

2 Kg frijoles < > 3 Kg azúcar

5 Kg azúcar < > 4 lápices

3 cuadernos < > 30 soles

8 lápices < > 4 cuadernos

×. M. A. M: x .2. 5. 3. 8. < > 6. 3. 4. S/.30. 4

$$x <> \frac{3.4.S/.30.4}{5.8}$$

∴ **x < > S/.36**

Rpta. C

Problema (3)

¿El trabajo de cuántos hombres equivaldrá el trabajo de 8 niños, si el trabajo de 4 niños equivale al de 3 niñas, el de una mujer al de 2 niñas y el de tres mujeres al de un hombre?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 6

Resolución:

Aplicando la conjunta, tenemos:

X hombres < > 8 niños

4 niños < > 3 niñas

2 niñas < > 1 mujer

3 mujeres < > 1 hombre

×. M.A.M. : X. 4. 2. 3. < > 8. 3. 1. 1

∴ X < > 1 **Rpta. A**

Problema (4)

En una feria Agropecuaria 7 gallinas cuestan lo mismo que 2 pavos; 14 patos cuestan lo mismo que 5 pavos; 3 conejos cuestan lo mismo que 8 patos ¿Cuánto costarán 4 gallinas si un conejo cuesta 30 soles?

A) S/. 28 B) S/. 36
C) S/. 42 D) S/. 54
E) Ninguna Anterior

Resolución:

Aplicando la Regla de la conjunta, tenemos:

x soles < > 4 gallinas

1 conejo < > 30 soles

8 patos < > 3 conejos

5 pavos < > 14 patos

7 gallinas < > 2 pavos

×. M.A.M. : 7.5.8.1.x < > 2.14.3.30.4

$$x = \frac{2.2.3.120}{5.8} = 12.3 = 36$$

∴ **x = S/. 36** **Rpta. B**

PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1.- La suma del minuendo, sustraendo y diferencia de una sustracción es 19 456 y el minuendo es el cuádruple del sustraendo. Hallar el sustraendo.

A) 2 432 B) 1 216 C) 3 648
D) 608 E) 3 040

Problema 2.- Un alumno tiene que multiplicar un número por 30; pero se olvida de poner el cero a la derecha del producto; por lo que obtiene un resultado que difiere del verdadero en 5 751. Hallar dicho número.

A) 639 B) 1 917 C) 213
D) 219 E) 426

Problema 3.- ¿Cuánto se debe sumar al dividendo de una división cuyo divisor y residuo son 15 y 6, para que el cociente aumente en 3 y el resto sea máximo?

A) 48 B) 50 C) 53
D) 57 E) 62

Problema 4.- Se tiene el producto: a x 15 x 18 si aumentamos 7 unidades a cada uno de los factores el producto aumenta en 4 970. Hallar. "a":

A) 8 B) 6 C) 16
D) 4 E) 9

Problema 5.- A un número formado por un 2, un 7, y un 1 se le resta otro formado por un 5 y dos 7 y se obtiene un número formado por un 3, un 1 y un 5. ¿Cuál es el resultado?

A) 135 B) 153 C) 351
D) 315 E) 513

Problema 6.- Hallar la suma de las cifras de $\overline{ab2}$, sabiendo que este número disminuido en su C.A. da un número de tres cifras iguales.

A) 9 B) 11 C) 13
D) 15 E) 6

Problema 7.- El cociente y el resto en una división inexacta son 4 y 30 respectivamente, si se suman los términos el resultado es 574. Hallar el divisor.

A) 438 B) 430 C) 108
D) 102 E) 170

Problema 8.- Se han comprado 77 latas de leche de dos capacidades distintas; unas tienen 8 onzas y las otras 15 onzas. Si el contenido total es de 861 onzas. ¿Cuántas latas de 8 onzas se compraron?

A) 39 B) 42 C) 35
D) 40 E) N.A.

Problema 9.- Debo pagar 2 050 dólares con 28 billetes de 50 y 100 dólares. ¿Cuántos billetes de 100 dólares debo emplear?

A) 15 B) 13 C) 17
D) 14 E) 16

Problema 10.- Se forma la longitud de 1 metro, colocando 37 monedas de 50 y 100 pesos en contacto y a continuación unas de las otras. Los diámetros de las monedas eran de 25 y 30 mm. ¿Cuántas monedas son de 50 pesos?

A) 18 B) 20 C) 22
D) 25 E) 26

Problema 11.- Una persona participó en 3 apuestas; en la primera duplicó su dinero y gastó 30 soles. En la segunda triplicó lo que le quedaba y gastó 54 soles, en la tercera cuadriplicó la suma restante y gastó 72 soles. Al final le quedó 48 soles. ¿Cuánto tenía al comienzo?

A) 30 B) 31 C) 29
D) 28 E) 51

Problema 12.- En un estacionamiento para bicicletas y triciclos, habían 70 timones y 170 llantas. ¿Cuántos triciclos había?

A) 30 B) 20 D) 10
D) 40 E) N.A

Problema 13.- A un número se le multiplica por 3, se le resta 6, se multiplica por 5, se le divide por 8, se eleva al cuadrado, se le resta 171 y se le extrae raiz cúbica, obteniéndose 9. ¿Cuál es dicho número?

A) 12 B) 24 C) 36
D) 18 E) N.A.

Problema 14.- En un corral hay 180 patas y 54 cabezas; si lo único que hay son gallinas y conejos. ¿Cuál es el número de alas?

A) 36 B) 18 D) 54
D) 48 E) 60

Problema 15.- Una vasija llena de agua pierde durante la primera hora las 1/3 parte de su capacidad. durante la segunda hora la 1/3 del resto y así sucesivamente. Al cabo de 5 horas, quedan 32 litros en la vasija. ¿Cuál es la capacidad de esta?

A) 486 litros B) 343 litros C) 81 litros
D) 162 litros E) N.A.

Problema 16.- Un padre propone 12 problemas a su hijo con la condición de que por cada problema que resuelva el muchacho reciba 10 soles y por cada problema que no resuelva perderá 6 soles. Después de trabajar en los 12 problemas el muchacho recibe 72 soles. ¿Cuántos problemas resolvió?

A) 3 B) 6 C) 8
D) 9 E) 7

Problema 17.- En un mercado por 3 kilos de arroz, dan 5 kilos de azúcar, de la misma manera por 8 kilos de azúcar dan 4 kilos de frijoles; por 10 kilos de frijoles dan 2 kilos de came de res. ¿cuántos kilos de carne de res nos darán por 30 kilos de arroz?

A) 2 B) 4 C) 5
D) 8 E) 12

Problema 18.- En una fiesta hay 60 personas entre damas y caballeros, una primera dama bailó con 5 caballeros, una segunda dama bailó con 8 caballeros, una tercera dama bailó con 13 caballeros, y así sucesivamente hasta que la última dama bailó con todos los caballeros. ¿Cuántos caballeros asistieron a dicha fiesta?

A) 53 B) 25 C) 30
D) 47 E) 37

Problema 19.- En una feria agropecuaria por 3 patos dan 2 pollos; por 4 pollos dan 3 gallinas; por 12 gallinas dan 8 monos; si 5 monos cuestan 150 soles. ¿Cuánto tengo que pagar para adquirir 5 patos?

A) S/.50 B) S/.80
C) S/.60 D) S/.65
E) N.A.

Problema 20.- Un vendedor vende 3 grabadoras por 500 soles y otro que tiene el doble de grabadores, los vende a 2 por 300 soles. Si se juntan para evitar la competencia las deben vender a:

A) 5 por 800 soles
B) 7 por 1 100 soles
C) 7 por 550 soles
D) 9 por 1 400 soles
E) 3 por 700 soles

Problema 21.- Hallar el mayor $\overline{abc}$ tal que:

$$C.A.(\overline{abc}) = 2(\overline{cba} - 1)$$

y dar como respuesta (a + b+ c).

A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 12

Problema 22.- El cociente de una división es 11 y el resto 39. Determinar el dividiendo sabiendo que es menor que 500 y que su cifra de unidades es cero.

A) 490 B) 480 C) 470
D) 460 E) 450

Problema 23.- Uno de los factores de un producto es doble del otro, si a cada uno de ellos se le suma dos unidades, el producto aumenta en 100 unidades. ¿Cuál fue el mayor de los factores?

A) 32 B) 16 C) 72
D) 24 E) 8

Problema 24.- Un pastor que llevaba carneros a la feria decía: Si vendo mis carneros a 20 soles c/u podré comprar un caballo y tener 90 soles de sobra; pero si los vendo a 18 soles c/u comprando el caballo no me sobran mas que 6 soles. ¿Cuánto suma el precio de caballo y la cantidad de carneros que tenía el pastor?.

A) 795 B) 784 C) 692
D) 792 E) no vendió los carneros

Problema 25.- En un examen de "n" preguntas, cada respuesta correcta recibe 6 puntos y cada respuesta equivocada – 4 puntos, si un estudiante saca cero. ¿Cuántas preguntas buenas tuvo?.

A) n/10 B) n/5 C) 3n/4
D) 3n/10 E) 2n/5

Problema 26.- El agua contenida en un pozo se agota en 3 horas. En cada hora baja el nivel del agua en 2/3 de la altura; más 2 metros. Determinar el espesor que tenía la capa de agua.

A) 38 m B) 78 m C) 54 m
D) 46,5 m E) 72 m

Problema 27.- Un ingeniero quiere premiar a algunos de sus ayudantes; dando 5 soles a cada uno le faltarían 3 soles y dándoles 4 soles le sobrarían 7 soles. Dar la suma del número de ayudantes y el número total de soles?.

A) 10 B) 47 C) 57
D) 67 E) 48

Problema 28.- Si el precio del transporte de una encomienda de un punto a otro es S/. 30,5 por los 4 primeros kilos y S/. 1,5 por cada kilo adicional. ¿Cuál es el peso de una encomienda cuyo transporte ha costado S/. 62?

A) 41 Kg B) 40 Kg C) 25 Kg.
D) 28 Kg E) 30 Kg.

Problema 29.- Un escolar duda comprar entre 360 cuadernos o por el mismo precio 45 lapiceros y 45 lápices; pero decide comprar el mismo número de artículos de las 3 clases. ¿Cuántos artículos compró en total?

A) 120 B) 135 C) 180
D) 195 E) N.A.

Problema 30.- Ocho personas tienen que pagar por partes iguales una deuda de S/. 250 (en total). Como algunas de ellas no pueden hacerlo; cada una de las restantes abonan S/. 18,75 más. ¿Cuántas personas no pagaron?

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) N.A.

Problema 31.- Tres jugadores P, Q y R acuerdan jugar tres partidas, donde el que quede último en cada uno de ellas duplicará el dinero a los otros dos, si cada uno perdió una partida en el orden indicado de presentación y al final, el primero tiene S/. 480, el segundo S/. 560 y el tercero S/. 280. ¿Cuánto dinero tenía "A" al empezar el juego?.

A) S/. 720 B) S/. 640
C) S/. 960 D) S/. 840
E) Ninguna

Problema 32.- En un torneo de ajedrez se jugaron en total 524 partidas. Sabiendo que hubieron 2 ruedas. En la primera jugaron todos contra todos y en la segunda rueda jugaron los ocho primeros. ¿Cuántos jugadores participaron?

A) 30　B) 31　C) 32
D) 41　E) 42

Problema 33.- Se contrata un empleado, por el tiempo de 9 meses; prometiéndole pagar S/. 800 más un reloj; pero al cabo de 5 meses se le despide, pagándole entonces S/. 200 más el reloj. ¿Determine el precio del reloj?

A) S/. 400　B) S/. 450
C) S/. 500　D) S/. 550
E) S/. 600

Problema 34.- Si: "A" tiene 5 cifras, "B" tiene 6 cifras y "C" tiene 9 cifras. Hallar el número de cifras de:

$$A^2 \times (B^3 \times C)^2$$

A) De 55 a 64 cifras
B) De 56 a 64 cifras
C) De 54 a 65 cifras
D) De 56 a 65 cifras
E) N.A.

Problema 35.- Se tiene 48 naranjas repartidas en 3 montones diferentes. Del primer montón se pasó al segundo tantas naranjas como hay en éste, luego del segundo se pasó al tercero tantas naranjas como hay en ese tercero y por último del tercero se pasó al primero tantas como aún quedaban en ese primero. Si los tres tienen ahora igual número. ¿Cuántas naranjas había al principio en cada montón?.

A) 26, 12 y 10　B) 22, 14 y 12
C) 20, 16 y 12　D) 18, 16 y 14
E) N.A.

Problema 36.- Se tiene 133 números impares consecutivos. Se divide el mayor entre el menor y se obtiene 3 de cociente y 42 de residuo. El dividendo es:

A) 375　B) 373　C) 377
D) 379　E) 381

Problema 37.- En una fiesta donde asisten 69 personas se observa lo siguiente: 1 dama baila con 4 hombres casados y 7 hombres solteros; una segunda dama baila con 5 hombres casados y 8 hombres solteros, una tercera dama con 6 hombres casados y 9 hombres solteros, ...y así secusivamente hasta que la última dama baila con todos los hombres casados y todos los hombres solteros. ¿Cuántos hombres casados hay en la fiesta?

A) 16　B) 18　C) 23
D) 20　E) 26

Problema 38.- La suma de los términos de una sustración de números es a1a. La suma de todos los valores del minuendo será:

A) 1 160　B) 1 030　C) 621
D) 313　E) 106

CLAVE DE RESPUESTAS

1. A	13. D	25. E
2. C	14. A	26. B
3. C	15. A	27. C
4. D	16. D	28. C
5. A	17. C	29. A
6. B	18. A	30. A
7. D	19. A	31. A
8. B	20. D	32. C
9. B	21. D	33. D
10. C	22. A	34. A
11. C	23. A	35. B
12. A	24. D	36. A
37. C	38. B	

PLANTEO DE ECUACIONES 12

DEFINICIONES PREVIAS

ECUACION.- Es una igualdad de dos expresiones algebraicas que sólo se verifica para algunos valores de las letras, llamadas **INCOGNITAS.**

Ejemplo:

$$3x + 4 = 7 + 2x,$$

tiene la incógnita "x", se comprueba que $x = 3$

Ejemplo:

$$x^2 + x - 6 = 0$$

Factorizando, obtenemos que:

$$x^2 + x - 6 = 0; \text{ es igual a:}$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

De donde:

i) $x + 3 = 0 \Rightarrow$ $x = -3$

ii) $x - 2 = 0 \Rightarrow$ $x = 2$

Los valores numéricos $x = -3$ y $x = 2$, que hacen que los miembros de la ecuación tomen el mismo valor numérico, se llaman soluciones o raíces de la ecuación.

IDENTIDAD.- Es una igualdad de dos expresiones algebraicas que se verifica para todos los valores de las letras.

Ejemplos:

*) $(m + n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$

**) $(x + 3)(x + 2) = x^2 + 5x + 6$

(Identidades)

PROBLEMA.- Es toda cuestión en la que se pide calcular una o varias cantidades llamadas incógnitas, que junto con otras cantidades conocidas llamadas datos, deben satisfacer a las condiciones que especifica el enunciado. Cuando estas condiciones pueden expresarse mediante símbolos algebraicos se trata de **Problemas Algebraicos.**

METODO PARA LA RESOLUCION DE UN PROBLEMA

El procedimiento para resolver un problema mediante el uso de una ecuación no siempre es fácil y para lograr cierta aptitud se requiere una práctica considerable y para esto se sugiere el siguiente esquema:

1ª Leer cuidadosamente el problema y estudiarlo hasta que queda perfectamente clara la situación que se plantea.

2ª Identificar las cantidades comprendidas en el problema, tanto las conocidas como las desconocidas.

3ª **Planteo del problema:** Se elige la incógnita por una letra "x" por ejemplo y se efectuan con ello y con los datos, las operaciones que indique el enunciado.

4ª **Resolución de la ecuación:** Dicha ecuación se resuelve según las reglas que se enunciaron.

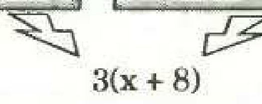
Observación: Para el planteo de una ecuación es importante tener en cuenta "La Coma", veamos

Ejemplo 1:

El Triple de un Número, aumentado en 8

$3x + 8$

El Triple, de un Número aumentado en 8



$3(x + 8)$

PROBLEMAS RESUELTOS

Problema (1)

Una persona tiene S/. 20 000 y otra S/. 7 500 cada una ahorra anualmente S/.500 ¿Dentro de cuántos años la fortuna de la primera será el doble de la segunda?

A) 6 años B) 8 años C) 10 años
D) 20 años E) N.A.

Resolución:

Sea "x" el número de años que ahorran cada persona.

- Ahorro total de cada persona = 500x
- Capital con ahorro de la primera persona = 20 000 + 500x
- Capital con ahorro de la segunda persona = 7 500 + 500x

Según enunciado del problema.

El capital con ahorro de la primera es doble del capital con ahorro de la segunda.

$$20\,000 + 500x = 2\,[7\,500 + 500x]$$

$$20\,000 + 500x = 2\cdot 7\,500 + 2\cdot 500x$$

$$20\,000 + 500x = 15\,000 + 1\,000x$$

$$5\,000 = 500x$$

$\therefore$ $\boxed{x = 10 \text{ años}}$ **Rpta. C**

Problema (2)

Encontrar un número tal que dividiéndolo por 10 y a este cociente dividiéndolo por 3; la suma de estos cocientes es 600.

A) 450 B) 3 500 C) 40 000
D) 4 500 E) N.A.

Resolución:

Sea el número = x; Del enunciado del problema:

*) Número dividido por 10.

$$\frac{x}{10} = \text{cociente}$$

**) Al cociente $\frac{x}{10}$ lo dividimos por 3.

$$\frac{\left(\frac{x}{10}\right)}{3} = \frac{x}{30} \quad \text{(Nuevo Cociente)}$$

***) Suma de los cocientes es 600

$$\frac{x}{10} + \frac{x}{30} = 600;$$

damos común denominador en el primer miembro.

$$\frac{3x + x}{30} = 600$$

$$4x = 600 \times 30$$

$\therefore$ $\boxed{x = 4\,500}$ **Rpta. D**

Problema (3)

Juan dice a Pedro: Dame S/. 18 000 y así tendré doble dinero que tú y Pedro le contesta, más justo es que tú me des S/. 15 000 y así tendremos los dos igual cantidad. ¿Cuánto tenía Pedro?

A) S/. 48 000 B) S/. 114 000
C) S/. 84 000 D) S/. 96 000
E) N.A.

Resolución:

Sea: x = dinero que tenía Juan

y = dinero que tenía Pedro

*) Cuando Juan dice a Pedro: dame S/. 18 000 y así tendré doble dinero que tú.

Lo que le queda a Pedro

$\boxed{x + 18\,000} = \boxed{2(y - 18\,000)}$

Lo que tendrá (Juán)

De donde:

$$\boxed{x = 2y - 54\,000} \quad .....(I)$$

**) Cuando Pedro le contesta, más justo es que tú me des S/. 15 000 y así tendremos los dos igual cantidad.

$y + 15\,000 = x - 15\,000$

$$\therefore \quad \boxed{x = y + 30\,000}$$

Igualamos (I) y (II)

$$2y - 54\,000 = y + 30\,000$$

$$\therefore \quad \boxed{y = 84\,000} \qquad \textbf{Rpta. C}$$

Problema (4)

El producto de los números naturales consecutivos es "P", unidades más que el siguiente consecutivo. Encontrar el menor.

A) $\sqrt{P-2}$ B) $\sqrt{P+2}$

C) $\sqrt{2p}$ D) P/3

E) N.A.

Resolución:

Sean los 2 números consecutivos:

a = # menor
(a + 1) = # mayor

Del enunciado del problema:

El producto de los dos números naturales consecutivos es "P" unidades más que el siguiente consecutivo. Veamos:

$$a(a+1) - P = (a+2)$$
$$a^2 + a - P = a + 2$$
$$a^2 = P + 2$$
$$\therefore \quad \boxed{a = \sqrt{P+2}} \qquad \textbf{Rpta. B}$$

Problema (5)

Se ha comprado por S/. 6 000, cierto número de cuadernos, si se hubiera comprado 30 más, con la misma cantidad de dinero, cada uno hubiera costado 180 soles más barato. Calcular el número de cuadernos.

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

Resolución:

Sea: x = # de cuadernos que se han comprado por S/. 6 000

Siendo:

$$\text{Precio de c/cuaderno} = \frac{\text{Costo Total}}{\text{\# de cuadernos}}$$

$$\text{Precio de c/Cuaderno} = \frac{S/.\ 6\,000}{x} \quad ......(\alpha)$$

Si hubiera comprado 30 cuadernos más con la misma cantidad de dinero. O sea por S/. 6 000, el precio de cada cuaderno sería:

$$\text{Precio de c/cuaderno} = \frac{\text{Costo total}}{\text{\# de cuadernos}} = \frac{S/.\ 6\,000}{(x+30)}$$

$$\text{Precio de c/cuaderno} = \frac{S/.\ 6\,000}{(x+30)} \quad ......(\beta)$$

Si al comprar 30 cuadernos más, el precio de c/cuaderno costaría 180 soles más barato. Luego, se plantea la siguiente ecuación:

$$\frac{S/.\ 6\,000}{x} - \frac{S/.\ 6\,000}{(x+30)} = S/.\ 180$$

$$6\,000\left[\frac{1}{x} - \frac{1}{(x+30)}\right] = 180$$

damos común denominador en el corchete.

$$6\,000\left[\frac{(x+30) - x}{x(x+30)}\right] = 180;$$

$$x(x+30) = \frac{6\,000\,(30)}{180}$$

$$x(x+30) = 1\,000$$

$$x(x + 30) = 20(50);$$

por comparación de términos obtenemos:

$\therefore$ $\boxed{x = 20 \text{ cuadernos}}$

Rpta. C

Problema (6)

Varios amigos alquilaron un ómnibus por $400 para una excursión, a pagar por partes iguales, pero faltaron dos de ellos y cada uno de los que asistieron tuvieron que pagar $10 más. ¿Cuántos fueron a la excursión?

A) 10 B) 20 C) 30 D) 50 E) N.A.

Resolución:

Sea: x = # de amigos
p = lo que tiene que pagar cada uno

De donde: $\boxed{x.p = 400}$ ......(α)

pero como faltaron dos a dicha excursión lo que quedan son $(x - 2)$ amigos, tienen que pagar c/u 10 dólares más o sea: $(p + 10)$

Luego: $\boxed{(x - 2)(p + 10) = 400}$ ......(β)

Igualando (α) y (β), obtenemos:

$$x \cdot p = x \cdot p + 10x - 2p - 20$$
$$2p = 10x - 20;$$

sacamos mitad a c/término

$$p = 5x - 10 \quad \Rightarrow \quad p = 5(x - 2) \quad ......(\theta)$$

Reemplazamos (θ) en (α):

$$x[5(x - 2)] = 400$$
$$x(x - 2) = 80$$
$$x(x - 2) = 10(8)$$

$\therefore$ $\boxed{x = 10 \text{ (\# de amigos)}}$ **Rpta. A**

Problema (7)

Hallar un número cuyo cuadrado, disminuido en 119 es igual a 10 veces el exceso del número con respecto a 8.

A) 13 B) 10 C) 7 D) 3 E) N.A.

Resolución:

Sea: El número pedido = x
El cuadrado del número = x^2

Luego, planteamos la siguiente ecuación, según el enunciado del problema. Veamos:

$$x^2 - 119 = 10[x - 8]$$
$$x^2 - 119 = 10x - 80$$
$$x^2 - 10x - 39 = 0;$$

$$\begin{matrix} x & & -13 \\ x & & +3 \end{matrix}$$

De donde:

i) $x - 13 = 0$ y $x + 3 = 0$

$\therefore$ $\boxed{x = 13}$ y $\boxed{x = -3}$

$\therefore$ $\boxed{\text{El número pedido es 13}}$ **Rpta. A**

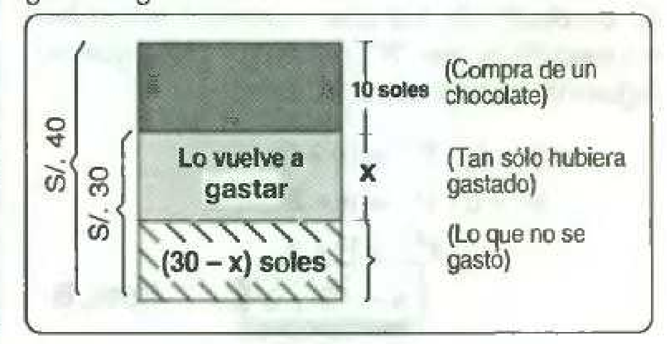
Problema (8)

Al preguntar una madre a su hija cuánto había gastado de los 40 soles que le dió. Ella respondió. "Si no hubiera comprado un chocolate, que me costó 10 soles, tan solo hubiera gastado los 3/5 de lo que no hubiera gastado. ¿Cuánto gastó?

A) 15 soles B) 20 soles C) 25 soles
D) 30 soles E) N.A.

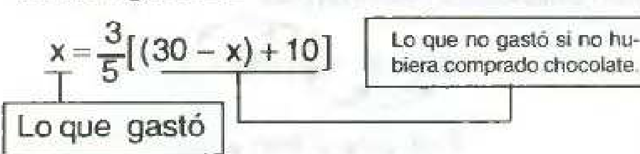
Resolución:

Para su mejor entendimiento hacemos el siguiente gráfico:



Del enunciado del problema.

Tan solo hubiera gastado los 3/5 de lo que no hubiera gastado.



De donde: $5x = 3[40 - x]$

$8x = 120$

$\therefore\ \boxed{x = 15}$

Luego, lo que gastó es: 10 soles del chocolate + x lo que vuelve a gastar.

$\therefore$ **Lo que gastó = 10 + 15 = 25 soles**

Rpta. C

Problema 9

Se compra cierto número de relojes por S/. 5 625, sabiendo que el número de relojes comprados es igual al precio de un reloj en soles. ¿Cuántos relojes se han comprado?

A) 70 B) 75 C) 80 D) 85 E) 65

Resolución:

Sea: x = # de relojes

x = precio de cada reloj en soles

Siendo, el costo total de los relojes $= x \cdot x = x^2$

Por dato: $x^2 = 5\,625$

$x = \pm\sqrt{5\,625} \Rightarrow \boxed{x = \pm 75}$

De donde solo se acepta: $x = 75$

$\therefore$ **Se han comprado 75 relojes**

Rpta. B

Problema 10

Los ahorros de un niño consta de: (p + 1), (3p - 5) y (p + 3) monedas de 5, 10 y 20 soles respectivamente. ¿A cuánto asciende sus ahorros, si al cambiarlo en monedas de 25 soles el número de monedas obtenidas es el doble del número de monedas de 5 soles?

A) 900 soles B) 455 soles
C) 345 soles D) 400 soles
E) 360 soles

Resolución:

Del enunciado del problema, obtenemos:

Ahorro en monedas de 5 soles $= 5(p + 1)$

Ahorro en monedas de 10 soles $= 10(3p - 5)$

Ahorro en monedas de 20 soles $= 20(p + 3)$

para cambiar dichas monedas a monedas de 25 soles nos bastará dividir cada Ahorro en monedas entre 25, veamos:

Monedas de S/. 5 convertidas a S/. 25 $=\frac{5(p+1)}{25}$

Monedas de S/. 10 convertida a S/. 25 $=\frac{10(3p-5)}{25}$

Monedas de S/. 20 convertida a S/. 25 $=\frac{20(p+3)}{25}$

Del enunciado, si al cambiarlo en monedas de 25 soles el número de monedas obtenidas es el doble del número de monedas de 5 soles.

$$\frac{5(p+1)}{25}+\frac{10(3p-5)}{25}+\frac{20(p+3)}{25}=2[(p+1)]$$

$$\frac{5p+5+30p-50+20p+60}{25}=2(p+1)$$

$$55p+15=50p+50$$

$$5p=35$$

$$\therefore\ \boxed{p=7}$$

Entonces sus ahorros ascienden a:

$= 5(p + 1) + 10(3p - 5) + 20(p + 3)$

$= 5(8) + 10(16) + 20(10)$

$= 400$

∴ Sus ahorros ascienden a 400 soles.

Rpta. D

Problema (11)

Si al numerador de la fracción 3/5 se le suma un número y al denominador se le resta el mismo número se obtiene otra fracción equivalente a la recíproca de la fracción dada. Calcular el número.

A) 3 B) 1 C) 2 D) -5 E) -6

Resolución:

Sea el número = x

Fracción inicial = $\frac{3}{5}$;

recíproca de la fracción = $\frac{5}{3}$

Del enunciado, del problema obtenemos:

$$\frac{3+x}{5-x}=\frac{5}{3}$$

De donde:

$$3(3+x)=5(5-x)$$

$$8x=16$$

$$\therefore \boxed{x=2}$$

Rpta. C

Problema (12)

Dos recipientes contienen 80 y 150 litros de agua y se les añade la misma cantidad de agua a cada una. ¿Cuál debe ser esta cantidad para que el contenido del primer recipiente sea los 2/3 del segundo?

A) 30 ℓ B) 40 ℓ C) 50 ℓ
D) 60 ℓ E) 80 ℓ

Resolución:

Sea: x = # de litros de agua que se añade a cada recipiente.

Donde:

El primer recipiente tendrá: (80 + x) l

El segundo recipiente tendrá: (150 + x) l

Del enunciado, obtenemos:

$$(80+x)=\frac{2}{3}(150+x)$$

$$240+3x=300+2x$$

$$3x-2x=300-240$$

$$\therefore \boxed{x=60}$$

Luego, a cada recipiente se le añade: 60 ℓ

Rpta. D

Problema (13)

Hallar dos números cuya suma sea 60 y el cociente de su recíprocas es 3. (Dar como respuesta el quíntuplo del mayor, aumentando en 8).

A) 83 B) 233 C) 332
D) 323 E) N.A.

Resolución:

Sean los dos números: "a" y "b"

Del enunciado, planteamos las siguientes ecuaciones:

i) $a+b=60$ ...(suma de los dos números)

ii) $\dfrac{\left(\frac{1}{a}\right)}{\left(\frac{1}{b}\right)}=3$ ... (Cociente de sus recíprocos de dichos números).

En esta última expresión, hacemos producto de extremos y medios.

$$\dfrac{\left(\frac{1}{a}\right)}{\left(\frac{1}{b}\right)}=3$$, obteniendo:

$$\frac{b}{a}=3 \quad \Rightarrow \quad b=3a \quad ...(\alpha)$$

Reemplazamos (α) en (i):

$a + 3a = 60 \Rightarrow 4a = 60$

$a = \frac{60}{4} \Rightarrow \therefore \boxed{a = 15}$

Ahora, reemplazamos el valor de "a" en "α":

$b = 3(15) \Rightarrow \therefore \boxed{b = 45}$

Como se observará de los dos números hallados el mayor es 45.

Luego, calculamos el valor de la incógnita:

INCOGNITA: Quíntuplo del # mayor, aumentado en 8

$:5(45) + 8$

$\therefore$ **Incógnita : 233** **Rpta. B**

Problema (14)

El doble de mi edad, aumentado en su mitad, en sus 2/5, en sus 3/10 y en 40; suma 200 años. ¿Cuántos años tengo?

A) 30 años B) 50 años
C) 35 años D) 60 años
E) 40 años

Resolución:

Sea: mi edad $= x$
doble de mi edad $= 2x$

del enunciado, obtenemos la siguiente ecuación:

$$2x + \frac{1}{2}x + \frac{2}{5}x + \frac{3}{10}x + 40 = 200$$

$$2x + \frac{1}{2}x + \frac{2}{5}x + \frac{3}{10}x = 160;$$

damos común denominador en el primer miembro.

$$\frac{20x + 5x + 4x + 3x}{10} = 160$$

$$32x = 160\ (10)$$

$$x = 5 \times 10$$

$\therefore \boxed{x = 50 \text{ años}}$ (Edad que tengo)

Rpta.B

Problema (15)

Dividir el número 1 000 en dos partes tales que si de los 5/6 de la primera se resta 1/4 de la segunda, se obtiene 10. Calcular la segunda parte.

A) 420 B) 240 C) 670 D) 750 E) 890

Resolución:

Sea: $x =$ primera parte
$y =$ segunda parte

$x + y = 1\,000$ ......(I)

Del enunciado, obtenemos:

$$\frac{5}{6}x - \frac{1}{4}y = 10 \quad \text{......(II)}$$

Multiplicamos $\left(\times \frac{5}{6}\right)$ a cada término de la ecuación (I):

$$\frac{5}{6}x + \frac{5}{6}y = \frac{5}{6}(1\,000) \quad \text{......(III)}$$

Restamos miembro a miembro (III) y (II)

$$\left(\frac{5}{6}x + \frac{5}{6}y\right) - \left(\frac{5}{6}x - \frac{1}{4}y\right) = \frac{5}{6}(1\,000) - 10$$

$\frac{5}{6}y + \frac{1}{4}y = \frac{5}{6}(1\,000) - 10$; damos común denominador a toda la ecuación.

$$\frac{2(5y) + 3(y)}{12} = \frac{2 \cdot 5(1\,000) - 12(10)}{12}$$

$$\frac{13y}{12} = \frac{9\,880}{12}$$

$$y = \frac{9\,880}{13} = 760$$

$\therefore$ $\boxed{y = 760}$ (Segunda Parte)

Rpta. D

Problema (16)

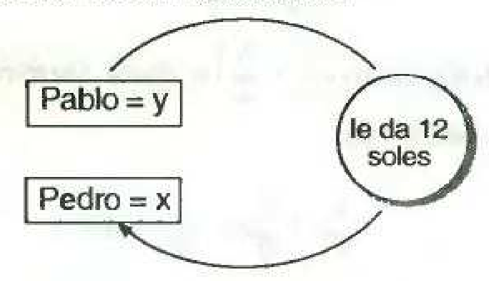
Pedro y Pablo tienen cada uno cierto número de soles, si Pablo da 12 soles a Pedro; tendrán ambos igual cantidad, si por el contrario, Pedro da 3/5 de su dinero a Pablo, el número de soles de este queda aumentado en los 3/8. ¿Cuántos soles tiene cada uno?

A) 30 y 84 B) 60 y 84 C) 40 y 64
D) 64 y 40 E) Ninguna.

Resolución:

Sean: x = # de soles de Pedro
y = # de soles de Pablo

*) Si Pablo da 12 soles a Pedro, ambos tendrán la misma cantidad



⇨ Pablo tendrá: y - 12

⇨ Pedro tendrá: x + 12

De donde: $y - 12 = x + 12$

$\therefore$ $\boxed{y = x + 24}$ .....(I)

**) Si por lo contrario; Pedro da 3/5 de su dinero a Pablo, el # de soles de este queda aumentado en sus 3/8

Pedro = x → Pedro tendrá: $x - \frac{3}{5}x$

le dá $\frac{3}{5}x$

Pablo = y → Pablo tendrá: $y + \frac{3}{5}x$

De donde: $\boxed{y + \frac{3}{5}x} = y + \frac{3}{8}y$

$\frac{3}{5}x = \frac{3}{8}y \Rightarrow \boxed{8x = 5y}$ ......(II)

Reemplazamos **(I)** en **(II):**

$8x = 5(x + 24)$

$8x = 5x + 120$

$3x = 120$

$\therefore$ $\boxed{x = 40}$ (Dinero de Pedro en soles)

Reemplazamos el valor de "x" en **(I)**

$y = 40 + 24$

$\therefore$ $\boxed{y = 64}$ (Dinero de Pablo en soles)

Luego, el número de soles de cada uno es:

Pedro = 40 soles
Pablo = 64 soles

Rpta. C

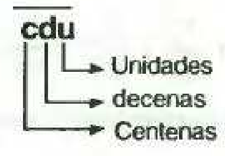
Problema (17)

Un número entero consta de tres dígitos. El dígito de la centenas es la suma de los otros dos, y el quíntuplo del de las unidades es igual a la suma de las decenas y del de las centenas. ¿Hállese este número sabiendo que si se invierten los dígitos resulta disminuido en 594?

A) 369 B) 639 C) 936
D) 963 E) Ninguna

Resolución:

Sea el número de tres dígitos:



Del enunciado, planteamos las siguientas ecuaciones:

i) $c = d + u$

ii) $5u = d + c$

iii) $\overline{cdu} - \overline{udc} = 594$

Los términos del primer miembro de la ecuación (iii), los descomponemos polinómicamente, veamos:

$$(100c + 10d + u) - (100u + 10d + C) = 594$$

$$99c - 99u = 594$$

$$99(c - u) = 594$$

$$\therefore \boxed{c - u = 6} \quad ......(I)$$

Reemplazamos (i) en (ii):

$$5u = d + (d + u)$$

$$4u = 2d \quad \Rightarrow \quad \boxed{2u = d} \quad ......(II)$$

Reemplazamos (i) en (I):

$$(d + u) - u = 6$$

$$\therefore \boxed{d = 6}$$

El valor de "d" hallado, lo reemplazamos en (II):

$$2u = 6$$

$$\therefore \boxed{u = 3}$$

El valor de "u" hallado, lo reemplazamos en (I):

$$c - 3 = 6$$

$$\therefore \boxed{c = 9}$$

Luego, el número de tres dígitos:

$$\boxed{\overline{cdu} = 963}$$ **Rpta. D**

Problema (18)

La suma de los dos dígitos de un número entero es 15. Si se invierte el orden de los dígitos se obtiene otro número igual al primero multiplicado por 23/32. ¿Hállese el número?

A) 39 B) 69 C) 96 D) 63 E) 36

Resolución:

Sea: $\overline{du}$ = número de dos dígitos

Del enunciado, planteamos las siguientes ecuaciones:

i) $d + u = 15 \Rightarrow \boxed{d = 15 - u}$ ......(I)

ii) $\overline{ud} = \frac{23}{32}\overline{du}$

De la ecuación (ii), decomponiendo polinómicamente, obtenemos:

$$(10u + d) = \frac{23}{32}(10d + u)$$

$$320u + 32d = 230d + 23u$$

$$297u = 198d;$$

dividimos cada término : 99

$$3u = 2d \quad ...(II)$$

Reemplazamos (I) en (II):

$$3u = 2(15 - u)$$

$$3u = 30 - 2u$$

$$5u = 30$$

$$\therefore \boxed{u = 6}$$

Ahora reemplazamos el valor de "u" en (I):

$$d = 15 - 6$$

$$\therefore \boxed{d = 9}$$

Luego, el número de dos cifras es:

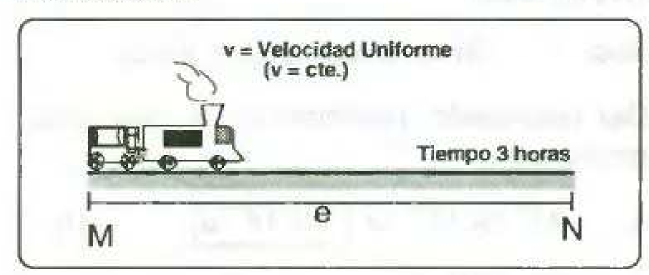
$$\boxed{\overline{du} = 96}$$ **Rpta. C**

Problema (19)

Un tren va de la ciudad "M" a la ciudad "N" en 3 horas viajando a una velocidad uniforme. En el viaje de regreso el tren va a 10 Km/h.más despacio y la jornada toma media hora más. ¿Cuál es la distancia de la ciudad "M" a la ciudad "N"?

A) 210 Km B) 345 Km C) 160 Km
D) 180 Km E) N.A.

Resolución:

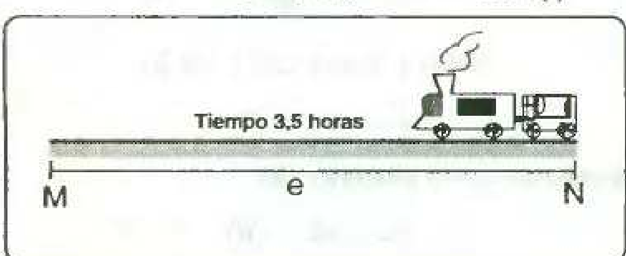


Sabemos que:

Espacio = Velocidad × tiempo

De donde:

$$e = v \times 3 \qquad ......(I)$$



Sabemos que:

Espacio = Velocidad × tiempo

De donde:

$$e = (v - 10) \times 3{,}5 \qquad ......(II)$$

Igualamos las ecuaciones (I) y (II);

$$v \times 3 = (v - 10) \times 3{,}5$$

$$3v = (v - 10) \times \frac{35}{10}$$

$$30v = 35v - 350$$

$$350 = 5v$$

$$\therefore \boxed{v = 70\ Km/h}$$

Luego, reemplazamos el valor de "v" en (I):

$$e = 70\frac{km}{h} \times 3\,hr$$

$$\therefore \boxed{e = e_{\overline{MN}} = 210\ Km}$$

Rpta. A

Problema (20)

¿Cuál es la edad actual de un Padre que duplica la de su hijo y hace 24 años su edad era 10 veces que la edad de su hijo?

A) 27 años B) 48 años C) 54 años
D) 63 años E) 45 años

Resolución:

Sean:

Edades actuales

Edad del Padre = P
Edad del Hijo = H
} $\boxed{P = 2H}$ ...(I)

Edades hace 24 años

Edad del Padre = P - 24
Edad del Hijo = H - 24

$$P - 24 = 10(H - 24)$$

$$P - 24 = 10H - 240$$

$$P = 10H - 216 \qquad ......(II)$$

Igualamos las ecuaciones (I) y (II):

$$2H = 10H - 216$$

$$216 = 8H$$

$$\boxed{H = 27 \text{ años}} \quad \text{(Edad del hijo)}$$

Luego, reemplazamos el valor de "H" en (I):

$$P = 2(27)$$

$$\therefore \boxed{P = 54 \text{ años}} \quad \text{(Edad del Padre)}$$

Rpta. C

OTRO METODO:

También se puede trabajar con una sola variable, veamos:

Edades actuales { Padre: 2x ; Hijo: x } ⇨ ...... (α)

Edades hace 24 años { Padre: 2x - 24 ; Hijo: x - 24 }

Ahora, planteamos la siguiente ecuación:

$$(2x - 24) = 10(x - 24)$$
$$2x - 24 = 10x - 240$$
$$216 = 8x$$
$$\therefore \boxed{x = 27}$$

Reemplazamos el valor de "x" en (A):

Edades actuales

Padre: $2x = 2(27) = 54$ años

Hijo: $x = 27$ años

Problema (21)

¿Cuál es el número, cuyo 3/4; aumentado en 5 y multiplicado por el doble del mismo, disminuido en 10, dá por producto 66.

A) 10 B) 8 C) 9 D) 11 E) 16

Resolución:

Sea: x = número pedido

Donde:

*) Los $\frac{3}{4}$ del número, Aumentado en 5 es:

$$\left(\frac{3}{4}x + 5\right)$$

**) Doble del número, disminuido en 10 es:

$$(2x - 10)$$

Del enunciado, obtenemos:

$$\left(\frac{3}{4}x + 5\right)(2x - 10) = 66$$

$(3x + 20).(2x - 10) = 264$, efectuamos el producto del primer miembro:

$$6x^2 - 30x + 40x - 200 = 264$$

$6x^2 + 10x = 464$; sacamos mitad a cada término:

$$3x^2 + 5x = 232$$

De donde:

$$3x^2 + 5x - 232 = 0,$$

$$\begin{array}{cc} x & -8 \\ 3x & +29 \end{array}$$

factorizamos por el método del aspa.

$$(x - 8) \cdot (3x + 29) = 0$$

i) $x - 8 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 8}$

ii) $3x + 29 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -\frac{29}{3}}$

Luego, el número pedido es:

$\therefore \boxed{x = 8}$ **Rpta. B**

Problema (22)

La suma de los cuadrados de dos números enteros positivos y consecutivos es 113. Hallar el cuádruplo del número menor, disminuido en 4.

A) 20 B) 28 C) 24 D) 32 E) N.A.

Resolución:

Sean los números enteros positivos y consecutivos:

$$\begin{cases} x & = \text{número menor} \\ x + 1 & = \text{número mayor} \end{cases}$$

Suma de los cuadrados de dichos números es 113, o sea:

$$x^2 + (x + 1)^2 = 113$$
$$x^2 + (x^2 + 2x + 1) = 113$$

$2x^2 + 2x = 112$; sacamos mitad a cada término:

$$x^2 + x = 56$$

$x^2 + x - 56 = 0$; *factorizamos por el método del aspa.*

$$\begin{array}{cc} x & +8 \\ x & -7 \end{array}$$

De donde: $(x + 8).(x - 7) = 0$

i) $x + 8 = 0$

$\boxed{x = -8} \Rightarrow$ (Valor entero negativo)

ii) $x - 7 = 0$

$\boxed{x = 7} \Rightarrow$ (Valor entero positivo)

Luego, los números enteros positivos y consecutivos son:

$$\therefore \quad \boxed{\begin{array}{r} x = 7 \\ x + 1 = 8 \end{array}}$$

Ahora, calculamos, el valor de la incógnita:

Incognita : 4(# menor) - 4

: 4(7) -4

∴ **Incognita = 24** **Rpta. C**

Problema (23)

Cierto número de personas, alquilan un camión en 320 dólares en el momento de la salida, faltan 2 personas; y por eso los demás tienen que pagar cada una 8 dólares más. ¿Cuántas personas había al contratar el camión?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) N.A.

Resolución:

Sea: x = número de personas inicialmente

y = cuota de cada persona.

Luego:

 # de personas x cuota de c/persona = lo que deben pagar en total

$$x.y = 320 \quad ......(1)$$

En el momento de la salida el número de personas es de: "(x - 2)" ya que son 2 los que faltan y por eso cada persona tiene que pagar 8 dólares más.

Luego:

 # de personas x cuota de c/persona = lo que deben pagar en total.

$$(x - 2).(y + 8) = 320$$

$$xy + 8x - 2y - 16 = 320$$

$$xy + 8x - 2y = 336 \quad ...(2)$$

De la ecuación (1); despejamos "y":

$$x \cdot y = 320$$

$$\therefore \quad \boxed{y = \frac{320}{x}} \quad ......(3)$$

Ahora, reemplazamos (3) en (2):

$$x\left(\frac{320}{x}\right) + 8x - 2\left(\frac{320}{x}\right) = 336$$

$$320 + 8x - \frac{640}{x} = 336$$

$$8x - \frac{640}{x} = 16$$

$8x^2 - 640 = 16x$, sacamos octava a cada término

$$x^2 - 80 = 2x$$

$$x^2 - 2x - 80 = 0;$$

Factorizamos por el método del aspa.

$$\begin{array}{ll} x & -10 \\ x & +8 \end{array}$$

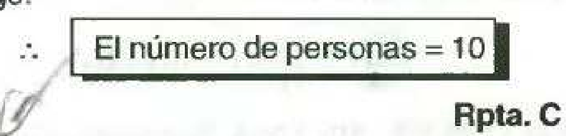
De donde: $(x - 10) \cdot (x + 8) = 0$

i) $x - 10 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 10}$

ii) $x + 8 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -8}$

Como, se observará de los dos valores de "x" hallados, tomamos sólo el positivo ya que el número de personas no puede ser negativo.

Luego:



∴ **El número de personas = 10**

Rpta. C

Problema (24)

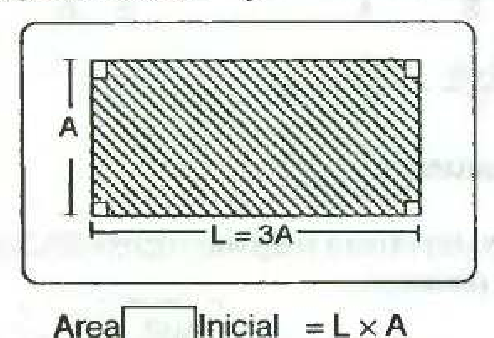
Un campo rectangular es tal que su largo es el triple de la anchura. Si se aumenta el largo en 20 metros y anchura en 8 metros. El área resulta triplicada. ¿Cuál es el área del campo?

A) 160 m^2 B) 300 m^2 C) 400 m^2
D) 800 m^2 E) 900 m^2

Resolución:

Sean:

A = Anchura del campo
L = Largo del campo } (Inicialmente)

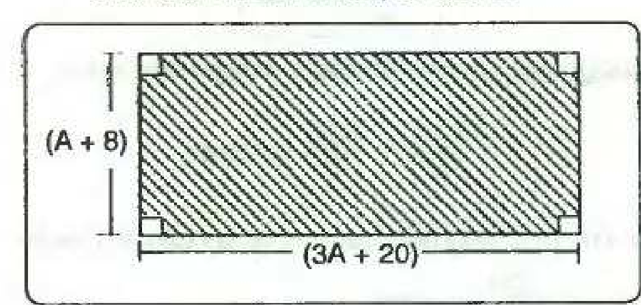


Area ▭ Inicial = L × A

De donde:

Area ▭ Inicial = 3A x A = $3A^2$ ......(α)

*) Si se aumenta el largo en 20 metros y la anchura en 8 metros, se tiene:



Area ▭ final = (3A + 20).(A + 8) ......(β)

Según el enunciado, el área final resulta triplicada, veamos:

$$\text{Area } \square \text{ final} = 3 \times [\text{Area } \square \text{ inicial}]$$

$$(3A + 20) \cdot (A + 8) = 3[3A^2]$$

$$3A^2 + 24A + 20A + 160 = 9A^2$$

$44A + 160 = 6A^2$; sacamos mitad a cada término:

$$22A + 80 = 3A^2$$

$3A^2 - 22A - 80 = 0$;

A ╲╱ - 10
3A ╱╲ + 8

Factorizamos por el método del aspa.

De donde: $(A - 10) \cdot (3A + 8) = 0$

i) $A - 10 = 0 \Rightarrow \boxed{A = 10}$

ii) $3A + 8 = 0 \Rightarrow \boxed{A = -\frac{8}{3}}$

Tomamos el valor de "A" positivo ya que las dimensiones del rectángulo no pueden ser negativos.

Luego: Area inicial = $3A^2$;

(De acuerdo a la ecuación (α))

∴ $\boxed{\text{Area inicial} = 3(10)^2}$ **Rpta. B**

Problema (25)

Dos llaves llenan un depósito en 6 horas. ¿Cuánto tiempo necesitará cada una de ellas; separadamente, para llenarlo, sabiendo que la primera tarda 5 horas más que la segunda?

A) 3 y 2 hrs. B) 5 y 10 hrs.
C) 15 y 10 hrs. D) 10 y 12 hrs.
E) N.A.

Resolución:

Sean:

c = capacidad del depósito.

t = tiempo que tarda en llenar el depósito la 2da. llave

(t + 5) = tiempo que tarda en llenar el depósito la 1ra. llave.

6hrs. = tiempo que tarda las 2 llaves, en llenar el depósito.

Luego:

En 1 hora, la segunda llave llenará:

$$\frac{1}{t} \text{ de la capacidad}$$

En 1 hora, la primera llave llenará:

$$\frac{1}{(t+5)} \text{ de la capacidad}$$

En 1 hora, las dos llaves llenarán:

$\frac{1}{6}$ de la capacidad

Ahora, planteamos la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{t}+\frac{1}{(t+5)}=\frac{1}{6}$$

damos común denominador en el primer miembro:

$$\frac{(t+5)+t}{t(t+5)}=\frac{1}{6};$$

$$6(2t+5)=t(t+5)$$

$$12t+30=t^2+5t$$

$$t^2-7t-30=0;$$

t -10

t +3

Factorizamos por el método del aspa.

De donde: $(t-10).(t+3)=0$

i) $t-10=0 \Rightarrow \boxed{t=10}$

ii) $t+3=0 \Rightarrow \boxed{t=-3}$

Tomamos el valor positivo ya que el tiempo no se puede dar negativamente.

Luego, calculamos el tiempo que necesita cada llave para llenar el depósito:

La primera llave: $t+5=10+5=15$ h

La segunda llave: $t=10$ h

Rpta. C

Problema 26

Un comerciante posee una máquina que pone la dirección a 500 sobres en 8 minutos. Desea otra máquina de tal manera que cuando ambas funcionen simultáneamente, puede hacer el mismo trabajo en sólo 2 minutos. ¿Cuál es la ecuación a resolver para hallar cuántos minutos "x" emplea la segunda máquina para poner la dirección a 500 sobres?

A) $8-x=2$ B) $\frac{1}{8}+\frac{1}{x}=\frac{1}{2}$

C) $\frac{500}{8}+\frac{500}{x}=500$ D) $\frac{x}{2}+\frac{x}{8}=1000$

E) $\frac{500}{x}-\frac{500}{8}=6$

Resolución:

Como la primera máquina imprime 500 sobres en 8 minutos.

En 1 minuto imprimirá: $\boxed{\frac{500}{8} \text{ sobres}}$

Análogamente, la segunda máquina imprimirá en un minuto

$$\boxed{\frac{500}{x} \text{ sobres}}$$

Luego: en un minuto las 2 máquinas harán:

$$\left(\frac{500}{8}+\frac{500}{x}\right)\text{sobres}$$

Como por dato las dos máquinas en un minuto hacen $\frac{500}{2}$ sobres

Planteamos la siguiente ecuación:

$$\frac{500}{8}+\frac{500}{x}=\frac{500}{2};$$

simplificando obtenemos

$$\boxed{\frac{1}{8}+\frac{1}{x}=\frac{1}{2}}$$

Rpta. B

Problema 27

Un deportista apuesta a tirar al blanco con la condición de que por cada tiro que acierte recibirá "a" soles y pagará "b" soles por cada uno de los que falle. Después de "n" tiros ha recibido "c" soles. ¿Cuántos tiros dió en el blanco?

A) $\frac{an+c}{a-b}$ B) $\frac{bn+c}{a-c}$

C) $\frac{bn + c}{a + b}$ D) $\frac{an + c}{a + b}$

E) $\frac{bn - c}{a + b}$

Resolución:

Sea: x = # de tiros que dió en el blanco (acierta)

$n - x$ = # de tiros que falló

S/. a = lo que recibe por cada acierto.

S/. b = lo que pagará por cada fallada.

Ahora, planteamos la siguiente ecuación:

$$S/.\ ax - S/.\ b(n - x) = S/.\ c$$

$$ax - bn + bx = c$$

$$ax + bx = c + bn$$

$$x(a + b) = c + bn$$

$$\therefore \quad \boxed{x = \frac{c + bn}{a + b}}$$

Rpta. C

Problema (28)

Un comerciante tenía una determinada suma de dinero. El primer año gastó 100 dólares y aumentó a lo que quedaba un tercio de este resto. Al año siguiente volvió a gastar 100 dólares y aumentó, a la cantidad restante un tercio de ellas. El tercer año gastó de nuevo 100 dólares y agregó la tercera parte de lo que quedaba. Si el capital resultante es el doble del inicial. ¿Cuál fué el capital inicial?

A) 1 480 dólares B) 1 500 dólares
C) 1 400 dólares D) 2 380 dólares
E) 2 000 dólares

Resolución:

Sea: x = el capital inicial

– El primer año, gasta 100 dólares, entonces le queda: $(x - 100)$ dólares como aumentó un tercio de este resto, entonces tendrá:

$$\frac{4}{3}(x - 100) \text{ dólares}$$

– El segundo año gasta 100 dólares; entonces le queda:

$$\left[\frac{4}{3}(x - 100) - 100\right] \text{dólares}$$

Como aumentó un tercio de este nuevo resto, entonces tendrá:

$$\frac{4}{3}\left[\frac{4}{3}(x - 100) - 100\right] \text{dólares}$$

– El tercer año, gastó 100 dólares, entonces le queda:

$$\left\{\frac{4}{3}\left[\frac{4}{3}(x - 100) - 100\right] - 100\right\} \text{dólares}$$

como aumentó un tercio de este resto, entonces tendrá:

$$\frac{4}{3}\left\{\frac{4}{3}\left[\frac{4}{3}(x - 100) - 100\right] - 100\right\}$$

Por dato:

$$\frac{4}{3}\left\{\frac{4}{3}\left[\frac{4}{3}(x - 100) - 100\right] - 100\right\} = 2x$$

efectuando, obtenemos:

$$\frac{4}{3}\left[\frac{4}{3}(x - 100) - 100\right] = \frac{3}{4}\cdot(2x) + 100$$

$$\frac{4}{3}(x - 100) = \left(\frac{3}{2}x + 100\right)\cdot\frac{3}{4} + 100$$

$$\frac{4}{3}x - \frac{400}{3} = \frac{9}{8}x + 175$$

$$\therefore \quad \boxed{x = 1\,480 \text{ dólares}}$$

Rpta. A

PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1: En un negocio de aves, se venden pavos; gallinas y codornices. Son todos gallinas menos 5; son todos pavos menos 7, y son todos codornices menos 4, si un cliente compró todas las gallinas y codornices entonces:

A) Compró 8 aves
B) Sólo quedó 1 pavo
C) Dejó 3 pavos
D) Habían 7 pavos
E) Llevó 16 aves

Problema 2: La suma de un tercio de un número más un cuarto del mismo, es "x". ¿Cuál es el resto del número?

A) $\frac{12}{7}x$ B) $\frac{7}{12}x$ C) $\frac{5}{7}x$

D) $\frac{7}{6}x$ E) $\frac{7}{5}x$

Problema 3: Si al comprar una docena de lapiceros me regalan 1 lapicero. ¿Cuántas docenas he comprado si recibo 338 lapiceros?

A) 21 B) 24 C) 26 D) 28 E) 30

Problema 4: "A" tiene un año menos que "B" y "B" un año menos que "C". Si el cuadrado de la edad de "C" se resta el cuadrado de la edad de "B", la diferencia es 11 años menos que los 17/5 de la edad de "A". ¿Hallar la edad de "C"?

A 10 años B) 11 años C) 12 años
D) 13 años E) 14 años

Problema 5: En una tienda hay la siguiente oferta: un cuadro grande con marco vale 6 cuadros pequeños sin marco, 2 cuadros grandes sin marco valen uno pequeño con marco, tres pequeños sin marco valen uno pequeño con marco. ¿Cuántos cuadros pequeños sin marco se pueden cambiar por los marcos de dos cuadros grandes?

A) 6 B) 7 C) 9 D) 10 E) 12

Problema 6: Si tiene un examen de 350 preguntas de las cuales 50 son de matemáticas, suponiendo que a cada pregunta de matemáticas se de el doble de tiempo que a cada pregunta no relacionada, con esta materia. ¿Cuánto demorará resolver matemáticas si el examen dura tres horas?

A) 45 min B) 52 min C) 62 min
D) 60 min E) N.A..

Problema 7: Para ensamblar 50 vehículos, entre bicicletas, motocicletas y automóviles, se utilizaron entre otros elementos 38 motores y 148 llantas. ¿Cuántas motocicletas se ensamblaron?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16) E) 24

Problema 8: El cuadrado de la suma de las 2 cifras que componen un número es igual a 121. Si de este cuadrado se restan el cuadrado de la primera cifra y el doble del producto de las 2 cifras; se obtiene 81. ¿Cuál es el número?

A) 65 B) 56 C) 47 D) 38 E) 29

Problema 9: Hoy gané S/.1 más que ayer y lo que he ganado en los dos días es 25 soles más que los 2/5 de los que gané ayer. ¿Cuánto gané ayer?

A) S/.15 B) S/.16 C) S/.14
D) S/.17 E) S/.13

Problema 10: "A" y "B" comienzan a jugar con igual suma de dinero; cuando "B" ha perdido los 3/4 del dinero con que empezó a jugar, lo que ha ganado "A" es 24 soles más que la tercera parte de los que le queda a "B". ¿Con cuánto empezaron a jugar?

A) 20 soles B) 21 soles C) 22 soles
D) 23 soles E) 36 soles

Problema 11: Se reunieron varios amigos y quienes tomaron cuatro tazas de leche y dos tazas de café y tuvieron que pagar 20 soles. Si en otra oportunidad; consumiendo 1 taza de leche y 3 tazas de café pagaron 10 soles. Entonces una taza de leche cuesta.

A) 2.5 soles B) 3 soles
C) 4 soles D) soles
E) 6 soles

Problema 12: En 7 horas 30 minutos una costurera puede confeccionar un pantalón y tres camisas; o 2 pantalones y una camisa. ¿En cuánto tiempo puede confeccionar un pantalón y una camisa?

A) 3 horas B) 3 horas 30 min
C) 4 horas D) 4 horas 30 min
E) 5 horas

Problema 13: En el primer piso de una biblioteca hay 500 mil libros, en el segundo piso hay 300 mil y en el tercer piso 100 mil. ¿Cuántos libros deben trasladarse del primero al tercer piso para que en el primer piso haya tantos libros como en el segundo y tercero juntos?

A) 20 mil B) 50 mil
C) 100 mil D) 75 mil
E) 150 mil

Problema 14: Dos números "A" y "B" estan en relación "m" es a "n", si a "A" le aumentó "n". ¿Cuánto debo aumentar a "B" para que se mantenga la relación?

A) m^2 B) $\frac{n}{m}$ C) $\frac{n^2}{m}$

D) m^3 E) $\frac{m^3}{n}$

Problema 15: Si a un número se le quita 30 unidades, queda los 3/5 del número. ¿Qué cantidad se le debe quitar al número inicial para que quede los 2/3 del mismo?

A) 10 B) 18 C) 15 D) 20 E) 25

Problema 16: Indique cuánto aumenta el área de un rectángulo de perímetro "2p" cuando cada uno de sus lados aumenta en "x" (Area del rectángulo = base x altura, perímetro = Σ de sus 4 lados)

A) $x^2 + px$ B) $x^2 - px$
C) $(x + p)^2$ D) $x^2 - p^2$
E) $x^2 - 2px + p^2$

Problema 17: En un corral de chanchos y pelícanos el número de ojos es 24 menos que el número de patas (extremidades). ¿Hallar el número de hocicos?

A) 6 B) 10 C) 12 D) 16 E) N.A.

Problema 18: Si escribo a la derecha de un número las cifras x, y; este número aumenta en "a", unidades ¿Cuál es ese número?

A) $a - 10x - y$ B) $\frac{a + 10x + y}{99}$

C) $\frac{a - 10x - y}{11}$ D) $\frac{a - 10x - y}{99}$

E) $a + 10x - y$

Problema 19: Los cuadrados de 2 números están entre sí como 25 y 36. Si la diferencia entre los cubos de dichos números es 728. ¿Hallar el menor?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

Problema 20: La suma de 2 números es "S", si se añade "N" al menor y se le quita "N" al mayor, su relación geométrica se invierte. ¿Hallar el menor?

A) $\frac{S - N}{2}$ B) $\frac{S + N}{2}$ C) $S + N$

D) $S - N$ E) $2(S - N)$

Problema 21: Si a un número le agregamos un tercio de su valor, luego este resultado lo multiplicamos por un octavo del número inicial y por último a este resultado se le quita un sexto del número inicial. Si el resultado de toda esta operación es 2. ¿Hallar el número inicial?

A) 5 B) 4 C) $4\frac{1}{4}$ D) $3\frac{1}{3}$ E) 3

Problema 22: Se divide un mismo número entre 2 números consecutivos, obteniéndose en ambos casos 45 de cociente. Si los 2 residuos suman 73 uno de ellos es.

A) 12 B) 14 C) 16 D)18 E) 24

Problema 23: Una persona pierde en una apuesta S/.300 luego pierde S/.400, enseguida pierde la mitad de lo que le quedaba y por último pierde la mitad del resto, quedándose con S/.250 ¿Cuánto tenía inicialmente?

A) S/. 2 800 B) S/. 1 400 C) S/. 1 700
D) S/. 1 950 E) S/. 1 100

Problema 24: En una expedición a la selva, unos científicos encontraron un animal raro tal es así que los dedos de sus cuatro extremidades inferiores excedían en 16 al total de dedos de sus tres extremidades superiores. Si el total de dedos que posee es igual al total que tienen dos seres humanos. ¿Cuántos dedos tienen en sus extremidades inferiores?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 28

Problema 25: Si la mitad del tiempo que ha pasado desde las 7 a.m., es una tercera parte del tiempo que falta para las 10 p.m. ¿Qué hora es?

A) 11 a.m. B) 1 p.m.
C) 12 a.m. D) 2 p.m.
E) 10 a.m.

Problema 26: La suma de 3 números es "d_1", la diferencia del mayor con la mitad del menor es "d_2" y la diferencia del otro con la mitad del menor es "d_3". Hallar el número que no es el mayor ni el menor.

A) $\frac{(d_1 - d_2 + 3d_3)}{4}$ B) $\frac{(d_2 - d_1 + 3d_3)}{4}$

C) $\frac{(d_1 - d_3 + 3d_2)}{4}$ D) $\frac{(d_3 - d_2 + 3d1)}{4}$

E) $\frac{(d_2 - d_3 + 3d_1)}{4}$

Problema 27: Un taxista cobra "m" soles por el primer kilómetro de recorrido y "n" soles por cada kilómetro adicional. ¿Cuántos kilómetros se puede viajar con "z" soles?.

A) $\frac{z}{m} - \frac{m}{n}$ B) $\frac{n + z - m}{n}$

C) $\frac{z}{m + n}$ D) $\frac{z}{m - n}$

E) N. A.

Problema 28: Un muchacho tiene "t" soles, si desea comprar chocolates y chicles, cada chocolate cuesta "x" soles y cada chicle "y" soles, si compra "z" chicles. ¿Cuántos chocolates puede comprar?

A) $\frac{t - x}{zy}$ B) $t - y + z$

C) $\frac{t - xz}{y}$ D) $\frac{t - yz}{x}$

E) N. A.

Problema 29: Un frutero gasta tres sumas iguales de dinero en comprar manzanas, naranjas y plátanos. Cada naranja cuesta S/. 10 menos que una manzana y S/. 15 más que un plátano; en total compró 150 frutas. El número de naranjas excedió al de manzanas en tantos plátanos como pudo comprar por S/. 150. ¿Cuánto invirtió en total el frutero?

A) S/. 4 000 B) S/. 3 800 C) 4 200
D) S/. 3 200 E) S/. 3 600

Problema 30: Un grupo de hombres, estaban formados en cuadrado, de manera que el mar-

co lo constituían tres filas de hombres. Se observó que separando 3 hombres se podrá formar un cuadrado lleno en el cual el número de hombres de cada lado excedería en 19 a la raíz cuadrada del número de hombres que había en el lado mayor del primitivo. ¿Cuántos hombres existen en total?

A) 684 B) 720 C) 732
D) 924 E) 600

Problema 31.- Pedro piensa: Si compro "x" cigarrillos me sobrarian "S" soles; pero si compro "S" cigarrillos necesito "B" soles más. ¿Qué cantidad de dinero tiene Pedro?

A) S - X B) $\frac{(xB - S^2)}{(S - x)}$ C) $\frac{(BS - S)}{x}$

D) $\frac{(xB + S^2)}{(S - x)}$ E) N.A.

Problema 32.- Un rectángulo de 30 x 100 cm, será agrandado para formar otro rectángulo de área doble, para ello se añade, una tira de igual anchura en sus bordes. ¿Cuál es el ancho de la tira en metros?

A) 0,01 m B) 0,2 m C) 0,3 m
D) 0,1 m E) N.a.

Problema 33.- Un comerciante compró algunos radios por 5 300 soles y luego queriendo tener una ganancia de 50 soles en cada radio los vendió por S/. 5 700 ¿Cuántos radios compró?

A) 6 B) 8 C) 15 D) 18 E) 20

Problema 34.- El producto de dos números es 918. Si al multiplicador le restamos 2 unidades, el producto disminuye en 68. Hallar el mayor de los dos números.

A) 34 B) 102 C) 153 D) 51 E) 72

Problema 35.- La altura "h" de un triángulo se aumenta en una longitud "m". En cuánto debe disminuirse la base "b" del triángulo original de modo que el área del nuevo triángulo sea la mitad del triángulo original?

A) $\frac{bm}{h+m}$ B) $\frac{bh}{2(h+m)}$ C) $\frac{b(2m+h)}{m+h}$

D) $\frac{b(m+h)}{2m+h}$ E) $\frac{b(2m+h)}{2(h+m)}$

Problema 36.- "A" demora en hacer un trabajo "m" veces el tiempo que demora B y C juntos; "B" demora "n" veces el tiempo que C y A juntos; y "C" demora "x" veces el tiempo que A y B juntos. Luego "x" en función de m y n, es:

A) $\frac{2mn}{m+n}$ B) $\frac{1}{2(m+n)}$ C) $\frac{1-mn}{m+n+2mn}$

D) $\frac{m+n+2}{mn-1}$ E) $\frac{1}{m+n-mn}$

CLAVE DE RESPUESTAS

1. B	13. B	25. B
2. C	14. C	26. A
3. C	15. E	27. B
4. C	16. A	28. D
5. C	17. C	29. E
6. A	18. D	30. C
7. C	19. A	31. D
8. E	20. A	32. D
9. A	21. B	33. B
10. E	22. B	34. A
11. C	23. C	35. E
12. D	24. E	36. D

El promedio de dos números enteros positivos es igual a la quinta parte de uno de los números. Si la diferencia del mayor y menor de sus promedios de estos números es 144, hallar uno de los números.

Respuesta: **405**

Razone

Resolver la siguiente ecuación:

$$(x - 5\,112)^2 + (x - 5\,113)^2 + (x - 5\,114)^2 = (x - 5\,115)^2 + (x - 5\,116)^2$$

Dar como respuesta la mayor raíz

Respuesta: $x = 5\,114$

PROBLEMAS SOBRE EDADES 13

En el presente capítulo, trataremos de clasificar los diferentes tipos de problemas de la siguiente manera:

a) Problemas en relación al presente.
b) Problemas en relación al pasado y presente.
c) Problemas en relación al presente y futuro.
d) Problemas en relación al pasado, presente y futuro.

➥ Como ustedes verán, los problemas sobre edades siempre relacionan el presente. A continuación pasaremos a estudiar los diferentes tipos de problemas.

PROBLEMAS TIPO A:
(Relacionado solo el presente)

Problema (1)

Si al triple de la edad que tengo, se quita mi edad aumentado en 8 años, tendría 36 años. ¿Qué edad tengo?

A) 20 años B) 22 años
C) 23 años D) 24 años
E) 14 años

Resolución:

Sea: x = edad que tengo

– Triple de la edad que tengo = 3x

– Mi edad aumentado en 8 = (x + 8)

Del enunciado del problema, obtenemos:

$$3x - (x + 8) = 36$$

$$3x - x - 8 = 36$$

$$2x = 44$$

$\therefore$ $\boxed{x = 22 \text{ años}}$ **Rpta. B**

Problema (2)

Tres veces el producto de la edad de Nataly disminuído en uno, con su edad aumentado en tres es igual a 63. ¿Hallar dicha edad?

A) 6 años B) 8 años C) 9 años
D) 4 años E) 12 años

Resolución:

Sea: N = edad de Nataly

– Tres veces el producto = 3 ( ) ( )

– Tres veces el producto de la edad de Nataly disminuído en uno con su edad aumentado en tres = 3 (N - 1) (N + 3)

Del enunciado del problema, obtenemos:

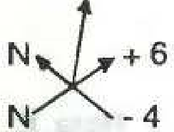
$$3(N - 1)(N + 3) = 63$$

(N - 1) (N + 3) = 21, efectuamos el producto, en el primer miembro:

$$N^2 + 3N - N - 3 = 21$$

$$N^2 + 2N = 24$$

$N^2 + 2N - 24 = 0;$



(N + 6) (N - 4) = 0; cada uno de los factores lo igualamos a cero

i) N + 6 = 0 ⇒ $\boxed{N = -6}$

(La edad no puede ser negativa)

ii) $N - 4 = 0 \Rightarrow \boxed{N = 4}$

∴ La edad de Nataly es de 4 años

Rpta. D

Problema (3)

La tercera parte de la edad de "M" es 13 años más que la edad de "N" y el quíntuplo de la edad de "N" es 25 años menos que la edad de "M". Hallar la edad de "N".

A) 8 años B) 5 años
C) 7 años D) 9 años
E) N.A.

Resolución:

Analizamos la primera parte del problema:

- La tercera parte de la edad de "M" es 13 años más que la edad de "N"

$$\frac{1}{3} \times M = 13 + N$$

$$\therefore \boxed{M = 39 + 3N} \quad \text{......(1)}$$

- El quíntuplo de la edad de "N" es 25 años menos que la edad de "M"

$$\therefore \boxed{5N = M - 25} \quad \text{......(2)}$$

Reemplazamos (1) en (2)

$$5N = (39 + 3N) - 25$$

$$2N = 14$$

$$\therefore \boxed{N = 7 \text{ años}}$$

Rpta. C

Problema (4)

La edad de "Sara" es mayor en 7, que el cuadrado de un número "P" y menor en 4; que el cuadrado del número siguiente a "P". ¿Cuántos años tiene Sara?

A) 25 años B) 28 años
C) 32 años D) 35 años
E) 4 años

Resolución:

Sea: "x" = edad de Sara

- La edad de Sara es mayor en 7, que el cuadrado de un número "P"

$$\boxed{x = P^2 + 7} \quad \text{......(1)}$$

- La edad de Sara es menor en 4, que el cuadrado del número siguiente a "P"

$$\boxed{x = (P + 1)^2 - 4} \quad \text{......(2)}$$

Igualamos las ecuaciones (1) y (2)

$$P^2 + 7 = (P + 1)^2 - 4$$

$$\cancel{P^2} + 7 = \cancel{P^2} + 2P \times 1 + 1^2 - 4$$

$$10 = 2P$$

$$\therefore \boxed{P = 5}$$

Luego, reemplazamos el valor de "P" en (1):

$$x = 5^2 + 7$$

$$\therefore \boxed{x = 32 \text{ años}}$$

Rpta. C

Problema (5)

Julia tiene 3 años más que María. Si el duplo de la edad de Julia menos los 5/6 de la edad de María dá 20 años. ¿Qué edad tiene María?

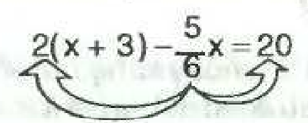
A) 12 años B) 14 años
C) 8 años D) 13 años
E) 16 años

Resolución:

Sean las edades: María = x

Julia = (x + 3)

Del enunciado del problema, obtenemos:



$$2(x+3)-\frac{5}{6}x=20$$

$$12(x+3)-5x=120$$

$$12x+36-5x=120$$

$$7x=84$$

$\therefore$ $\boxed{x = 12 \text{ años}}$ (Edad de María)

Rpta. A

PROBLEMAS TIPO B
(Relacionando el pasado con el presente)

Problema 1

Elsa es 6 años más joven que Ivan. Hace 3 años Ivan tenía el triple de la edad que Elsa tenía entonces. ¿Encontrar la edad de Ivan?

A) 8 años B) 6 años
C) 10 años D) 12 años
E) N.A.

Resolución:

Para este tipo de problemas donde existen dos tiempos, es importante trabajar con casilleros como lo veremos a continuación:

	Pasado Hace 3 años	Presente Actual
Edad de Ivan	(x – 3)	x
Edad de Elsa	(x – 6) –3 = (x – 9)	(x – 6)

Del enunciado:

(Edad de Ivan hace 3 años) = Triple (Edad de Elsa hace 3 años)

$$(x-3) = 3(x-9)$$

$$x-3 = 3x-27$$

$$24 = 2x$$

$\therefore$ $\boxed{x = 12 \text{ años}}$ (Edad de Ivan)

Rpta. D

Problema 2

Miguel tiene 5 años menos que Doris. Hace cuatro años la suma de sus edades era 21 años. ¿Qué edad tiene Doris?

A) 15 años B) 17 años
C) 21 años D) 18 años
E) N.A.

Resolución:

	Pasado Hace 4 años	Presente Actual
Edad de Miguel	(x – 5) –4 = (x – 9)	(x – 5)
Edad de Doris	(x – 4)	x

Del enunciado:

(Suma de sus edades hace 4 años) = 21 años

$$(x-9)+(x-4) = 21$$

$$2x = 34$$

$\therefore$ $\boxed{x = 17 \text{ años}}$ (Edad de Doris)

Rpta. B

Problema 3

Denisse es 3 veces mayor de edad que Coronado. Hace 5 años la suma de sus edades era 40 años. ¿Qué edad tiene Coronado?

A) 8 años B) 10 años
C) 12 años D) 15 años
E) 20 años

Resolución:

	Pasado Hace 5 años	Presente Actual
Edad de Denise	(4x – 5)	x + 3x = 4x
Edad de Coronado	(x – 5)	x

3 veces mayor significa: $x + 3x$

Del enunciado:

(La suma de edades hace 5 años) = 40 años

$$(4x - 5) + (x - 5) = 40$$

$$5x = 50$$

$\therefore$ $x = 10$ años (Edad de Coronado)

Rpta. B

Problema (4)

Juan tiene 2 años más que su hermano Roberto y la edad del Padre es el cuádruplo de la edad de su hijo Roberto. Si hace 5 años la suma de las edades de los tres era 47 años. ¿Cuántos años tiene actualmente Juan?

A) 10 años B) 20 años
C) 12 años D) 14 años
E) 40 años

Resolución:

	Pasado Hace 5 años	Presente Actual
Edad de Juan	$(x+2)-5=(x-3)$	$(x+2)$
Edad de Roberto	$(x-5)$	x
Edad del Padre	$(4x-5)$	$4x$

Del enunciado:

(Suma de edades de los tres hace 5 años) = 47 años

$$(x - 3) + (x - 5) + (4x - 5) = 47$$

$$6x - 13 = 47$$

$$6x = 60$$

$\therefore$ $x = 10$

Luego, la edad de Juan será:

$(x + 2) = 10 + 2 = 12$ años

Rpta. C

Problema (5)

Un padre tiene "a" años y su hijo "b" años. Hace cuántos años su edad del padre fue el triple de la edad de su hijo.

A) $\frac{a+2b}{3}$ B) $\frac{a-2b}{2}$

C) $\frac{3b-a}{2}$ D) $\frac{a-3b}{2}$

E) N. A.

Resolución:

	Pasado Hace "x" años	Presente Actual
Edad del Padre	$(a-x)$	a
Edad del hijo	$(b-x)$	b

Del enunciado:

(Edad del Padre hace "x" años) = 3(Edad del hijo hace "x" años)

$$(a - x) = 3(b - x)$$

$$a - x = 3b - 3x$$

$$2x = 3b - a$$

$\therefore$ $x = \frac{3b-a}{2}$ **Rpta. C**

PROBLEMAS TIPO C
(Relacionando el presente con el futuro)

Problema (1)

El menor de tres hermanos tiene 3 años menos que el segundo y la edad del mayor es el duplo de la edad del segundo. Dentro de 6 años la suma de las edades será 47 años. ¿Qué edad tiene el mayor?

A) 24 años B) 28 años
C) 32 años D) 36 años
E) N.A.

Resolución:

	Presente Actual	Futuro Dentro de 6 años
Edad del menor	$(x-3)$	$(x-3)+6=(x+3)$
Edad del segundo	x	$(x+6)$
Edad del mayor	$2x$	$(2x+6)$

Del enunciado:

(Suma de edades dentro de 6 años) = 47 años

$$(x+3)+(x+6)+(2x+6)=47$$

$$4x+15=47$$

$$4x=32$$

$$\therefore \quad \boxed{x=8}$$

Luego, la edad del mayor es igual a:

$$\boxed{2x=2(8)=16 \text{ años}}$$

Rpta. E

Problema (2)

Un padre tiene "x" años y su hijo "y" años. ¿Dentro de cuántos años tendrá el padre el cuádruple de la edad de su hijo?

A) $\frac{4y-x}{3}$ B) $\frac{4x-y}{3}$

C) $\frac{x-4y}{3}$ D) $\frac{x-3y}{2}$

E) N. A.

Resolución:

	Presente Actual	Futuro Dentro de "n" años
Edad del Padre	x	$(x+n)$
Edad del hijo	y	$(y+n)$

Del enunciado:

(Edad del padre dentro de "n" años) = Cuadruplo (Edad del hijo dentro de "n" años)

$$(x+n)=4(y+n)$$

$$x+n=4y+4n$$

$$x-4y=3n$$

$$\therefore \quad \boxed{\frac{x-4y}{3}=n}$$

Rpta. C

Problema (3)

La edad actual de un hijo es los 4/9 de la edad de su padre, si dentro de 5 años, la mitad de la edad del padre sería igual a la del hijo. ¿Cuál es la edad del padre?

A) 35 años B) 40 años C) 45 años

D) 55 años E) 60 años

Resolución:

	Presente Actual	Futuro Dentro de "5" años
Edad del Padre	x	$(x+5)$
Edad del hijo	$\frac{4}{9}x$	$\left(\frac{4x}{9}+5\right)$

Del enunciado:

Mitad (Edad del padre dentro de 5 años) = (Edad del hijo dentro de 5 años)

$$\frac{1}{2}(x+5)=\left(\frac{4x}{9}+5\right)$$

$$(x+5)=2\left(\frac{4}{9}x+5\right)$$

$$x+5=\frac{8}{9}x+10;$$

Transponiendo términos obtenemos:

$$x-\frac{8}{9}x=5$$

$$\frac{x}{9}=5$$

$$\therefore \quad \boxed{x=45 \text{ años}} \quad \textbf{(Edad del padre)}$$

Rpta. C

PROBLEMAS TIPO D:
(Relacionando el pasado, presente y futuro)

Problema (1)

Un padre le dice a su hijo: Hace 8 años mi edad era el cuádruplo de la edad que tú tenías; pero dentro de 8 años únicamente será el doble. ¿Cuál es la edad del hijo?

A) 118 años B) 24 años C) 20 años
D) 16 años E) N.A.

Resolución:

	Pasado	Presente	Futuro
	Hace 8 años	Actual	Dentro de 8 años
Edad del Padre	(P – 8)	P	(P + 8)
Edad del hijo	(H – 8)	H	(H + 8)

Del enunciado:

(Edad del padre hace 8 años) = Cuádruple (Edad del hijo hace 8 años)

$$(P-8)=4(H-8)$$

$$\boxed{P=4H-24} \quad \ldots\ldots(1)$$

(Edad del padre dentro de 8 años) = Doble (Edad del hijo dentro de 8 años)

$$(P+8)=2(H+8)$$

$$\boxed{P=2H+8} \quad \ldots\ldots(2)$$

Igualamos las ecuaciones (1) y (2)

$$4H-24=2H+8$$

$$2H=32$$

$$\therefore \boxed{H=16 \text{ años}}$$

Rpta. D

Problema (2)

¿Cuántos años tiene una persona, sabiendo que la raíz cuadrada de la edad que tenía hace 5 años más la raíz cuadrada de la edad que tendrá dentro de 6 años suman 11?

A) 14 B) 21 C) 23
D) 24 E) 30

Resolución:

	Pasado	Presente	Futuro
	Hace 5 años	Actual	Dentro de 6 años
Edad de la Persona	(x – 5)	x	(x + 6)

Del enunciado:

(Raiz cuadrada de la edad de la persona hace 5 años) + (Raiz cuadrada de la edad de la persona dentro de 6 años) = 11

$$\sqrt{x-5}+\sqrt{x+6}=11$$

$$\sqrt{x-5}=(11-\sqrt{x+6});$$

elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$(\sqrt{x-5})^2=(11-\sqrt{x+6})^2$$

$$x-5=11^2-2(11)(\sqrt{x+6})+(\sqrt{x+6})^2$$

$$\not{x}-5=121-22\sqrt{x+6}+\not{x}+6$$

$$22\sqrt{x+6}=132$$

$$\sqrt{x+6}=6 \quad \Rightarrow \quad x+6=6^2$$

$$\therefore \boxed{x=30 \text{ años}}$$ (edad que tiene la persona)

Rpta. E

Problema (3)

Dentro de 8 años la edad de Pedro será la que juan tiene. Dentro de 15 años Pedro tendrá 4/5

de la edad que entonces tendrá Juan. ¿Cuál era la suma de las edades de Juan y Pedro, cuando Juan tenía el doble de la edad de Pedro?

A) 26 años B) 28 años C) 18 años
D) 24 años D) 30 años

Resolución:

	Presente	Futuro	
	Actual	Dentro de 8 años	Dentro de 15 años
Edad de Pedro	P	(P + 8)	(P + 15)
Edad de Juan	J	(J + 8)	(J + 15)

Del enunciado:

* $\left(\begin{array}{c}\text{Edad de}\\\text{Pedro dentro}\\\text{de 8 años}\end{array}\right)=\left(\begin{array}{c}\text{Edad que}\\\text{Juan tiene}\\\text{ahora}\end{array}\right)$

$$\boxed{(P+8)=J} \quad \ldots\ldots(1)$$

** $\left(\begin{array}{c}\text{Edad de}\\\text{Pedro dentro}\\\text{de 15 años}\end{array}\right)=\frac{4}{5}\left(\begin{array}{c}\text{Edad que}\\\text{Juan dentro}\\\text{de 15 años}\end{array}\right)$

$$(P+15)=\frac{4}{5}(J+15)$$

$$5P+75=4J+60$$

$$\boxed{5P+15=4J} \quad \ldots\ldots(2)$$

Reemplazamos (1) en (2):

$$5P+15=4(P+8)$$

$$5P+15=4P+32$$

$$\therefore \boxed{P=17}$$

Reemplazamos el valor de "P"; obteniendo en (1):

$$17+8=J$$

$$\therefore \boxed{25=J}$$

Luego, calculamos la suma de las edades de Juan y Pedro hace "n" años

	Pasado	Presente
	Hace "n" años	Actual
Edad de Pedro	(17 – n)	P = 17
Edad de Juan	(25 – n)	J = 25

Del enunciado:

$$\left(\begin{array}{c}\text{Edad de}\\\text{Juan hace}\\\text{n años}\end{array}\right)=\text{doble}\left(\begin{array}{c}\text{Edad de}\\\text{Pedro hace}\\\text{n años}\end{array}\right)$$

$$(25-n)=2(17-n)$$

$$25-n=34-2n$$

$$\therefore \boxed{n=9}$$

Edad de Juan y
Pedro hace "n" años $=(25-n)+(17-n)$

$$=42-2n$$

$$=42-2(9)$$

$$\boxed{=24 \text{ años}}$$

Rpta. D

OTROS TIPOS DE PROBLEMAS

Problema 1

Manuel tiene 40 años, su edad es el doble de la edad que tenía Juan; cuando Manuel tenía la tercera parte de la edad que tiene Juan. ¿Qué edad tiene Juan?

A) 30 años B) 25 años C) 40 años
D) 45 años E) 55 años

Resoluciòn:

Analicemos la **primera parte del problema**; o sea:

- Manuel tiene 40 años, su edad es el doble de la edad que tenía Juan.

	Pasado	Presente
	Tenía	Tiene
Manuel		40 años
Juan	20 años	

(Cuadro (I))

Segunda parte del problema:

•• Cuando Manuel tenía la tercera parte de la edad que tiene Juan.

	Pasado	Presente
	Tenía	Tiene
Manuel	$\frac{x}{3}$	
Juan		x

(Cuadro (II))

Ahora, unimos los dos cuadrados; obteniendo:

	Pasado	Presente
	Tenía	Tiene
Manuel	$\frac{x}{3}$	40 años
Juan	20 años	x

(Cuadro (III))

NOTA: Recordemos que la diferencia de las edades tanto en el pasado como en el presente siempre es la misma; si en caso se quiera demostrar debemos tomar como referencia tu edad y la de tu padre, veamos por ejemplo:

	Pasado	Presente
	Hace 6 años	Actual
Padre	50 – 6 = 44 años	50 años
Hijo	20 – 6 = 14 años	20 años

Restando de arriba a abajo; obtenemos 30 = 30 = constante

Luego, aplicamos el criterio dicho anteriormente; osea la diferencia de edades en los dos tiempos deben ser iguales, la cual aplicamos en el cuadro (III))

$$\frac{x}{3} - 20 = 40 - x$$

$$x + \frac{x}{3} = 40 + 20$$

$$\frac{4}{3}x = 60$$

$\therefore$ $\boxed{x = 45 \text{ años}}$ (Edad que tiene Juan)

Rpta. D

Problema (2)

Miguel le dice a Ana: "Yo tengo 20 años, mi edad es la mitad de la que tendrás; cuando yo tenga la edad que tú tienes. ¿Qué edad tiene Ana?

A) 40 años B) 50 años C) 45 años
D) 30 años E) 60 años

Resolución:

Analicemos la **primera parte del problema;** o sea:

• Miguel le dice a Ana: "Yo tengo 20 años, mi edad es la mitad de la que tendrás:

	Presente	Futuro
	Tengo	Tendrás
Miguel	20 años	
Ana		40 años

Segunda parte del problema:

** Cuando yo tenga la edad que tú tienes:

	Presente	Futuro
	Tienes	Tenga
Miguel		x
Ana	x	

Ahora, unimos los dos cuadrados; obteniendo:

	Presente	Futuro
	Tienes	Tenga
Miguel	20 años	x
Ana	x	40 años

Luego, la diferencia de edades, tanto en presente como en el futuro, deben ser iguales, veamos:

$$(20 - x) = (x - 40)$$

$$60 = 2x$$

$\therefore$ $\boxed{x = 30 \text{ años}}$ (Edad que tiene Ana)

Rpta. D

Problema (3)

Nataly le dice a Vanessa: "Yo tengo tres veces la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tienes y cuando tengas la edad que tengo, la suma de las dos edades será 35 años. ¿Cuál es la edad de Nataly?

A) 5 años B) 15 años C) 10 años
D) 12 años E) N.A.

Resolución:

Analicemos la **primera parte del problema:**

* Nataly le dice a Vanessa: "Yo tengo tres veces la edad que tu tenías.

	Pasado	Presente
	Tenías	Tengo
Nataly		3x
Vanessa	x	

Segunda parte del problema:

** Cuando yo tenía la edad que tú tienes

	Pasado	Presente
	Tenía	Tienes
Nataly	y	
Vanessa		y

Tercera parte del problema:

*** Cuando tengas la edad que tengo; la suma de las dos edades será 35 años.

	Presente	Futuro
	Tengo	Tengas
Nataly	3x	z
Vanessa		3x

Σ Edades será = 35 años

$$z + 3x = 35$$

$$\boxed{z = 35 - 3x}$$

Ahora unimos los tres cuadros; obteniendo:

	Tenías	Tengo	Tengas
	Tenía	Tienes	
Nataly	y	3x	(35 – 3x)
Vanessa	x	y	3x

La diferencia de edades en los tres tiempos deben se iguales:

$$y - x = 3x - y = (35 - 3x) - 3x$$

$$\underbrace{y - x = 3x - y}_{(1)} = \underbrace{(35 - 6x)}_{(2)}$$

De la relación (1): $y - x = 3x - y$

$$2y = 4x$$

$$\boxed{y = 2x} \quad ...(I)$$

De la relación (2): $3x - y = 35 - 6x$

$$\boxed{9x - y = 35} \quad ...(II)$$

Reemplazamos (I) en (II):

$$9x - 2x = 35$$

$$7x = 35$$

$$\boxed{x = 5}$$

Luego, la edad que tiene Nataly es igual a "3x"

Edad de Nataly = 3 × 5 = 15 años.

Rpta. B

Problema (4)

Pedro tendrá P^2 años dentro de 12 años a partir de la fecha. ¿Cuántos años tuvo hace 13 años?

A) $P^2 + 25$ B) $P^2 + 1$
C) $(P + 5)(P - 5)$ D) $P^2 - 1$
E) N.A.

Resolución:

Sea: x = edad actual de Pedro

	Pasado	Presente	Futuro
	Hace 13 años	Actual	Dentro de 12 años
Edad de Pedro	(x – 13)	x	(x + 12)

Del enunciado:

$$\underbrace{(\text{Edad de Pedro dentro de 12 años})}_{x+12} = P^2$$

$$x + 12 = P^2$$

$$\therefore \boxed{x = P^2 - 12} \quad \ldots(\alpha)$$

Incógnita:

Edad que tuvo hace 13 años = x - 13 ...(β)

Reemplazamos (α) en (β)

$$x - 13 = (P^2 - 12) - 13$$

$$x - 13 = P^2 - 25$$

por diferencia de cuadrados, obtenidos:

$$x - 13 = P^2 - 5^2;$$

$$\therefore \boxed{x - 13 = (P + 5)(P - 5)}$$

Rpta. C

Problema (5)

Hace 4 años Víctor tenía "m" años. ¿Cuántos años tendrá después de 9 años?

A) m - 5 B) m + 5
C) m - 13 D) m + 9
E) m + 13

Resolución

	Pasado	Presente	Futuro
	Hace 4 años	Actual	Dentro de 9 años
Edad de Victor	(x – 4)	x	(x + 9)

Del enunciado:

$$\underbrace{(\text{Edad de Victor hace 4 años})}_{x-4} = m \text{ años}$$

$$x - 4 = m$$

$$\therefore \boxed{x = (m + 4)} \quad \ldots(I)$$

Incógnita:

Edad después de 9 años = (x + 9) ...(II)

Reemplazamos (I) en (II):

$$x + 9 = (m + 4) + 9$$

$$\therefore \boxed{x + 9 = m + 13}$$

Rpta. E

Problema (6)

En 1 920 la edad de Elena era cuatro veces la edad de Mónica; en 1 928 la edad de Elena fue el doble de la edad de Mónica. ¿Cuál fue la edad de Elena en 1 930?

A) 26 años B) 28 años C) 30 años
D) 19 años E) 18 años

Resolución

	1 920	En 1 928	En 1 930
Edad de Elena	E	(E + 8)	(E + 8) + 2 = (E + 10)
Edad de Mónica	M	(M + 8)	(M + 8) + 2 = (M + 10)

Del enunciado:

- (Edad de Elena en 1 920) = 4(Edad de Mónica en 1 920)

$$\boxed{E = 4M} \quad ...(I)$$

- •• (Edad de Elena en 1 928) = 2(Edad de Mónica en 1 928)

$$E + 8 = 2(M + 8)$$

$$\boxed{E + 8 = 2M + 16} \quad ...(II)$$

Reemplazamos: (I) en (II):

$$4M + 8 = 2M + 16$$

$$2M = 8 \Rightarrow \boxed{M = 4}$$

Reemplazamos el valor de "M" en (I):

$$E = 4(4)$$

$$\boxed{E = 16}$$

Luego, calculamos la edad de Elena en 1930

Edad de Elena en 1930 = (E + 10)

∴ Edad de Elena = 16 + 10 = 26 años en 1930

Rpta. A

Problema (7)

La suma de las edades de una pareja de esposos, cuando nació su primer hijo era la mitad de la suma de sus edades actuales. Si ahora el hijo tiene 20 años. ¿Qué edad tenía cuando las edades de los 3 sumaban 70 años?

A) 5 años B) 10 años
C) 15 años D) 18 años
E) 21 años.

Resolución:

Para su mejor entendimiento, construimos el siguiente cuadro:

	Edades cuando nacio el hijo	Edades actuales
Esposo	"A" años	(A + 20) años
Esposa	"B" años	(B + 20) años
Hijo	"O" años	20 años

Del enunciado:

La suma de las edades de una pareja de esposos cuando nació su primer hijo era la mitad de la suma de sus edades actuales, de esto obtenemos:

$$(A + B) = \frac{1}{2}[(A + 20) + (B + 20)]$$

$$2(A + B) = (A + B) + 40$$

$$\therefore \boxed{A + B = 40} \quad ...(I)$$

Ahora, calculamos la edad que tenía el hijo (osea en el pasado), cuando las edades de los tres sumaban 70 años; veamos.

	Edad hace "x" años	Edades actuales
Esposo	(A + 20) – x	(A + 20) años
Esposa	(B + 20) – x	(B + 20) años
Hijo	20 – x	20 años

Por dato:

$$[(A + 20) - x] + [(B + 20) - x] + [20 - x] = 70$$

$$(A + B) + 60 - 3x = 70$$

$$\boxed{(A + B) - 3x = 10} \quad ...(II)$$

Reemplazamos (I) en (II):

$$40 - 3x = 10$$

$$30 = 3x$$

$$\therefore \boxed{x = 10}$$

Luego, la edad que tenía el hijo, cuando los tres sumaban 70 años era;

(20 - x) años

Edad que tenía el hijo:

20 - 10 = **10 años.**

Rpta. B

Problema (8)

Determinar la edad que cumplirá una persona en 1986, sabiendo que es igual a la suma de las cifras de su año de nacimiento.

A) 18 años B) 19 años
C) 21 años D) 24 años
E) Más de 24 años

Resolución:

Sea el año de nacimiento de la persona $= \overline{19ab}$

Edad en 1 986 = $1\,986 - \overline{19ab}$

Del enunciado, obtenemos que:

$$1\,986 - \overline{19ab} = (1 + 9 + a + b)$$

$$1\,986 - 1\,900 - \overline{ab} = 10 + a + b$$

$$76 = \overline{ab} + a + b$$

$$76 = 10a + b + a + b$$

$$76 = 11a + 2b;$$

$a \downarrow 6$, $b \downarrow 5$

por tanteo, "a" y "b" toman los valores de: a = 6 y b = 5

Luego, calculamos la edad que cumplirá en 1 986.

$$1\,986 - \overline{1\,9ab} = 1\,986 - 1965$$

Edad en 1 986 = **21 años** **Rpta. C**

PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1.- Hace 30 años, María tenía la sexta parte de la edad que tiene ahora. ¿Qué edad tendrá dentro de 4 años?

A) 21 años B) 36 años C) 30 años
D) 40 años E) N.A.

Problema 2.- Dentro de 40 años, Arturo tendrá el quíntuple de su edad actual. Hace 3 años tenía:

A) 5 años B) 6 años C) 7 años
D) 11 años E) 13 años

Problema 3.- Manuel tiene el triple de la edad de Sara que tiene 12 años. ¿Cuántos años pasarán para que la edad de Manuel sea el doble de la edad de Sara?

A) 10 años B) 12 años C) 14 años
D) 16 años E) N.A.

Problema 4.- Dentro de 4 años, el cuadrado de la edad de Javier será 4 veces la edad que tiene aumentada en 28 años. ¿Cuál es su edad de Javier?

A) 8 años B) 5 años C) 6 años
D) 7 años E) N.A.

Problema 5.- La edad de Diana dentro de 4 años será un cuadrado perfecto. Hace 8 años su edad era la raiz de ese cuadrado perfecto. ¿Que edad tendrá Diana dentro de 8 años?

A) 28 años B) 26 años C) 24 años
D) 20 años E) 17 años.

Problema 6.- Actualmente tengo el triple de tu edad; pero dentro de 12 años tendré solo el doble. ¿Qué edad tienes?

A) 12 años B) 14 años C) 14 años
D) 24 años E) 18 años

Problema 7.- Yo tengo el doble de tu edad, pero él tiene el triple de la mía, si dentro de 6 años él va a tener el cuádruple de tu edad.

¿Dentro de cuántos años tendré 30 años?

A) 18 años B) 14 años C) 12 años
D) 10 años E) 16 años.

Problema 8.- Cuando "Yo" nací, mi padre tenía 38 años. ¿Qué edad tiene mi padre, si actualmente nuestras edades suman 80 años?

A) 59 años B) 58 años C) 57 años
D) 56 años E) 54 años

Problema 9.- Dentro de 10 años tendré tres veces la edad que tenía hace 10 años. ¿Cuántos años tenía hace 5 años?

A) 20 años
B) La tercera parte de la que tendré dentro de 25 años
C) La mitad de la que tendrá dentro de 5 años
D) La tercera parte de la que tendré dentro de 5 años
E) después del año de nacimiento

Problema 10.- Si sumo de dos en dos las edades de mis tres hijas obtengo 13, 17 y 24 años. ¿Qué edad tiene Nataly, siendo ella la mayor?

A) 10 años B) 8 años C) 14 años
D) 12 años E) 16 años

Problema 11.- La edad de un padre y su hijo suman 35 años si el padre tuviera 17 años menos y el hijo 8 años más; los dos tendrían la misma edad. Determinar cuántos años tiene el padre?

A) 25 años B) 30 años C) 35 años
D) 40 años E) 60 años

Problema 12.- La edad de Ricardo y Ana es 6 veces la suma de las edades de sus hijos. Hace 2 años esta suma era 10 veces la de sus hijos y dentro de 6 años será 3 veces la edad de sus hijos. ¿Cuántos hijos tienen?

A) 4 B) 2 C) 3
D) F.D. E) N.A.

Problema 13.- Hace dos años Martha le dijo a su hijo: dentro de 5 años la relación de nuestras edades será como 23 es a 7. Determinar las edades actuales (en años) si la relación actual es como 5 es a 1.

A) 35 y 7 B) 30 y 6 C) 40 y 8
D) 20 y 4 E) N.A.

Problema 14.- Los tres hijos de Víctor tienen: $(2x+9)$; $(x-1)$ y $(x+2)$ años respectivamente. ¿Cuántos años tiene que transcurrir para que la suma de las edades de los dos últimos sean iguales a la edad del primero?

A) 5 B) 8 C) 9
D) 0 E) Ninguno

Problema 15.- La suma de las edades de un padre y un hijo dá 48 años. Dentro de algunos años el padre tendrá el doble de la edad del hijo; y la edad del padre será entonces 8 veces la edad que el hijo tiene ahora. ¿Cuántos años tiene el padre?

A) 36 B) 38 C) 40
D) 42 E) N.A.

Problema 16.- Fidel le dice a Paola: "Cuando yo tenga la edad que tú tienes, tu edad será 2 veces la edad que tengo y sabes que cuando tenía 10 años; tú tenías la edad que tengo. ¿Cuánto suman las edades actuales de Fidel y Paola?

A) 20 años B) 30 años C) 40 años
D) 50 años E) 60 años

Problema 17.- La edades de tres hermanos hace 2 años estaban en la misma relación que: 3,4 y 5. Si dentro de 2 años serán como 5,6 y 7. ¿Qué edad tiene el mayor?

A) 8 años B) 12 años C) 14 años
D) 6 años E) 18 años

Problema 18 .- "A" le dice a "B" yo tengo 5 años más de la edad que tú tenías, cuando yo tenía 3 años menos de la edad que tienes, y cuando tú tengas el doble de la edad que tengo, nuestras edades sumarán 49 años. ¿Qué edad tiene "A"?

A) 11 años B) 12 años C) 13 años
D) 15 años E) N.A.

Problema 19.- Hace "x - y" años Félix tenía "x" años más que Sandra. Si actualmente Sandra tiene "y" años. ¿Cuál será la suma de sus edades dentro de "x - 2y" años?.

A) 4x - 3y B) 3x - 4y C) 4(x - y)
D) 4(x + y) E) N.A.

Problema 20.- Cuando Luis nació. Su padre tenía "P" años, cuando su padre murió el contaba con "Q" años. ¿Cuanto tiempo vivió su padre?

A) $P+Q$ B) $\frac{P+Q}{2}$

C) P^2+Q^2 D) P^2-Q^2

E) $P\times Q$

Problema 21.- Manuel tiene entre 30 y 60 años si la edad de Manuel le añadimos 330 y se divide todo entre 63, el resultado es la edad de su hija Nataly. Hallar la edad de Nataly.

A) 10 años B) 12 años C) 14 años
D) 6 años E) 8 años

Problema 22.- Una persona en el año 1975 se le preguntó por su edad y contestó tengo en año la mitad del número que forman las dos últimas cifras del año de mi nacimiento. Hallar la suma de las cifras de su edad.

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

Problema 23.- Al preguntarle la edad a Víctor, este responde; mi edad, la edad de mi esposa y la de mi hijo son 3 números primos. La suma de las 3 edades es 62 años, y mi edad es igual a la suma de sus edades. ¿Cuál es la edad de su esposa?

A) 31 años B) 29 años C) 23 años
D) 19 años E) 20 años

Problema 24.- Nataly le dice a Vanessa cuando yo tenía tu edad. María tenía 10 años y vanessa le responde, cuando yo tenga tu edad, María tendrá 26 años, María dice: si sumamos los años que ustedes me llevan de ventaja, resultará el doble de mi edad. ¿Cuál es la edad del mayor?

A) 40 Años B) 30 años C) 32 años
D) 25 años E) 48 años

Problema 25.- José le dice a Walter: "Hace 21 años mi edad era la mitad de la edad que tendrás dentro de 4 años, cuando yo tenga el doble de la edad que tú tienes. ¿Qué edad tiene José?

A) 28 años B) 30 años C) 32 años
D) 34 años E) N.A.

Problema 26.- Antonio le dice a María: "Yo tengo el doble de la edad que tenías, cuando yo tenía la edad que tú tienes, y cuando tú tengas el doble de la edad que yo tengo, la diferencia de nuestras edades sería 8. Hallar la edad de María.

A) 18 años B) 21 años C) 24 años
D) 28 años E) 32 años

Problema 27.- Un niño nació en Noviembre y el 10 de Diciembre tiene una edad igual al número de días transcurridos del 1º de Noviembre al día de su nacimiento. Hállese la fecha de su nacimiento.

A) 15 de Noviembre
B) 10 de Noviembre
C) 20 de Noviembre
D) 12 de Noviembre
E) 18 de Noviembre

Problema 28.- Las edades de 3 hermanos hace 2 años estaban en la misma relación que 3, 4 y 5. Si dentro de 2 años serán como 5, 6 y 7 ¿Qué edad tiene el menor?

A) 8 años B) 12 años C) 14 años
D) 6 años E) 18 años

Problema 29.- Dentro de 4 años la suma de las edades de 2 hermanos será "k" años. Si hace 4 años la edad del mayor era el triple de la edad del menor ¿Hallar la edad actual del mayor?

A) $\frac{k}{4}$ B) $\frac{k}{8}$

C) $\frac{3k-32}{4}$ D) $\frac{3k-28}{4}$

E) $3k-32$

Problema 30.- El año 1 984 ha sido declarado en el Perú: "Año del Sesquicentenario del Natalicio del Almirante Miguel Grau". Si Grau murió el 8 de Octubre de 1879. ¿A que edad murió Grau?

A) 48 años B) 56 años C) 45 años
D) 50 años E) 53 años

Problema 31.- Al ser preguntada Sandra sobre su edad, contesto de esta manera: Si el año en que cumplí 15 años le suman el año en que cumplí los 20 años y si a este resultado le restan ustedes, la suma del año en que nací con el año actual, obtendrán 7. ¿Qué edad tiene Sandra?

A) 28 años B) 22 años C) 21 años
D) 25 años E) N.a.

Problema 32.- Manuelito terminó primaria a la edad de 14 años. Cinco años más tarde cuando tenía 22 años, terminó secundaria e ingresó directamente a la Universidad. Si terminó su carrera a la edad de 31 años. ¿Cuántos años estudió en la Universidad Manuelito?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Problema 33.- La edad de un padre es de "a" años, el hijo tiene "b" años menos que su padre, y el Abuelo tiene "c" años más que el padre. ¿Cuál será la suma de las edades de estas 3 personas dentro de "n" años?

A) 3 (a - n) - c + b B) 3 (a + n) + c - b
C) 3 (a + n) - c - b D) 3 (a + n) + c + b
E) N.A.

Problema 34.- José le dice a su hermano mayor: Si tú hubieras nacido cuando yo nací tendrías 6 años menos y si yo hubiera nacido cuando mi papá nació tendría 28 años más esto quiere decir que mi papá tiene:

A) 34 años más que tú
B) 34 años más que yo
C) 22 años más que tú
D) 17 años más que yo
E) 15 años más que tú

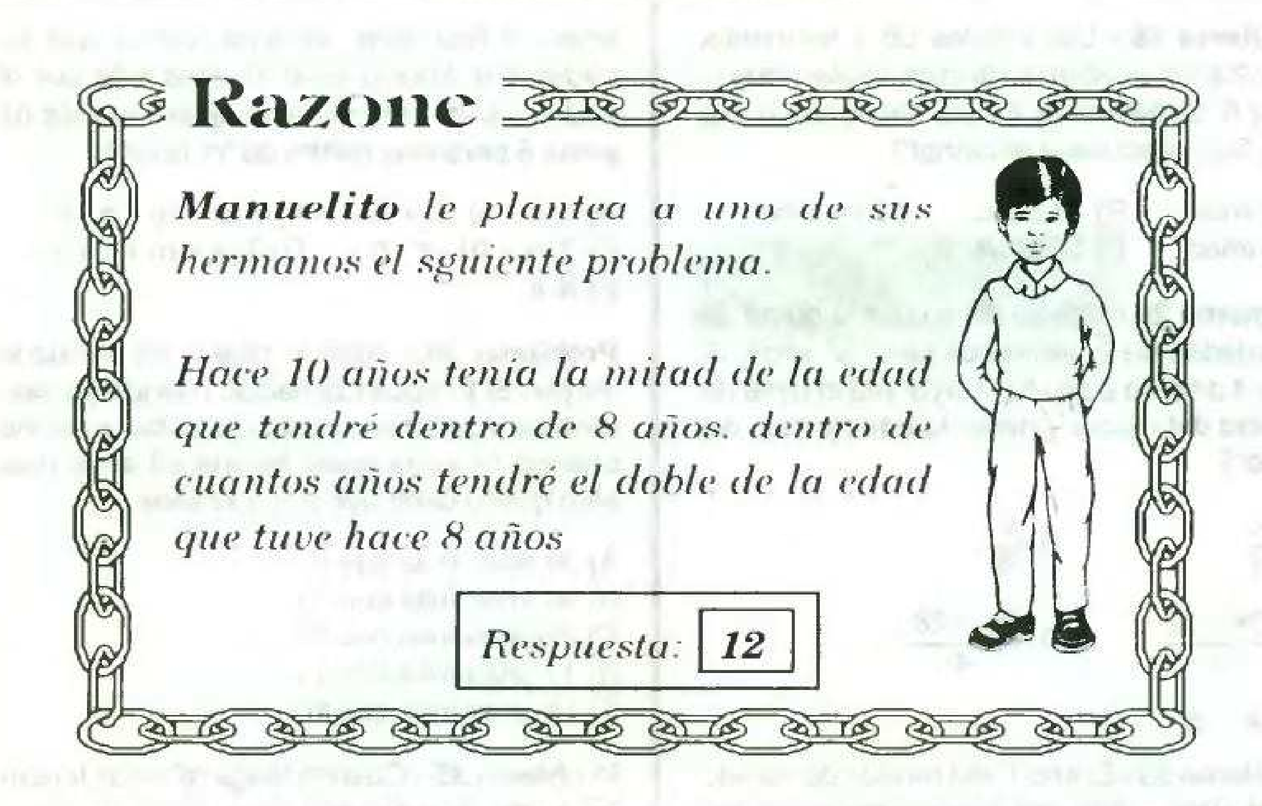
Problema 35.- Cuando tenga "a" años tendré "n" veces la edad que tenia hace "b" años. Entonces la edad que tendré dentro de "b" años es:

A) $\frac{a+nb}{n}$ B) $\frac{n+a}{n}$ C) $\frac{a+2nb}{n}$

D) $\frac{na+b}{n}$ E) $a+b$

CLAVE DE RESPUESTAS

1. D	11. B	21. D	31. A
2. C	12. C	22. D	32. B
3. B	13. D	23. B	33. B
4. A	14. B	24. A	34. C
5. D	15. D	25. C	35. C
6. A	16. D	26. C	
7. C	17. B	27. C	
8. A	18. B	28. D	
9. B	19. C	29. C	
10. C	20. A	30. C	

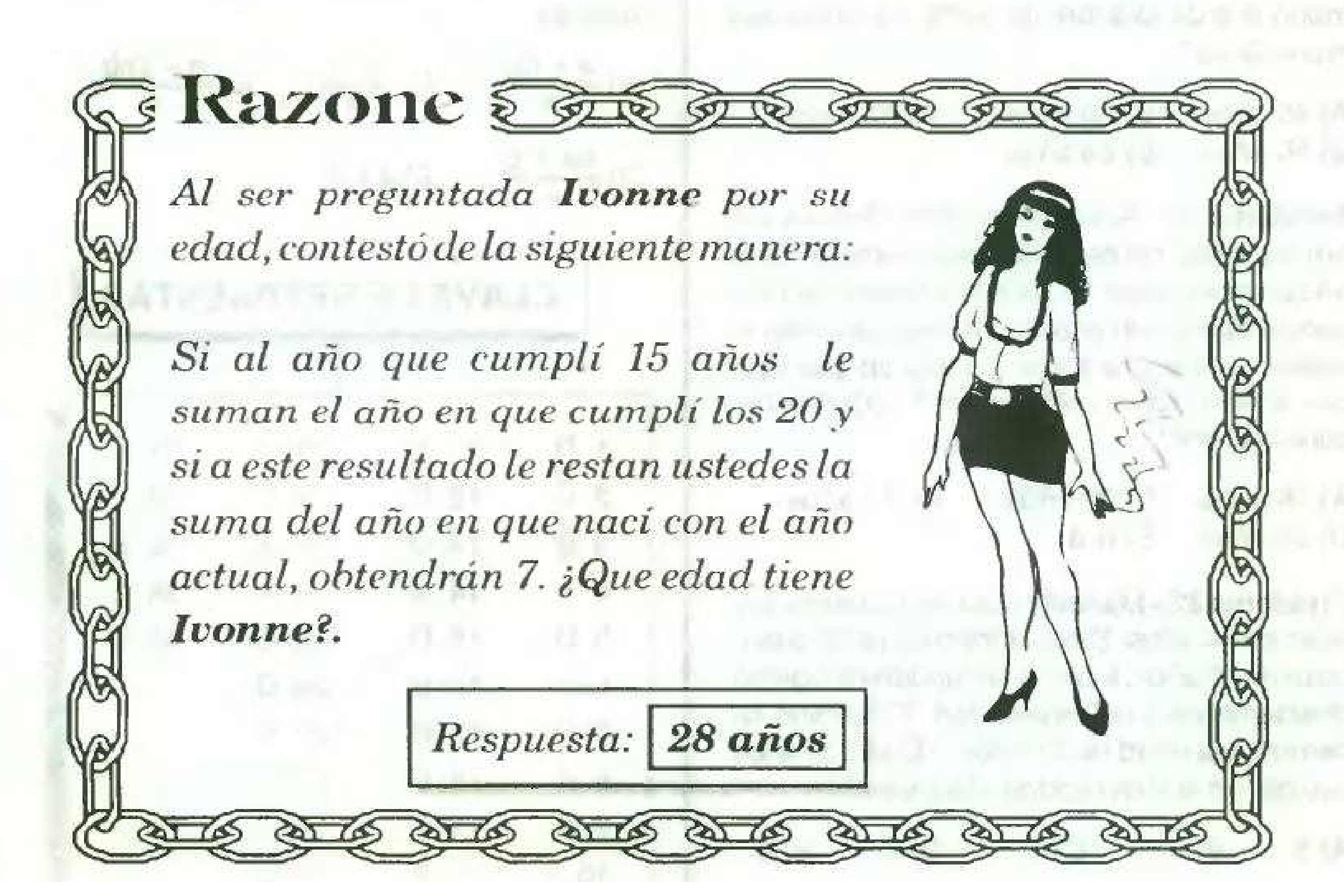


Razone

Manuelito le plantea a uno de sus hermanos el sguiente problema.

Hace 10 años tenia la mitad de la edad que tendré dentro de 8 años. dentro de cuantos años tendré el doble de la edad que tuve hace 8 años

Respuesta: **12**



Razone

*Al ser preguntada **Ivonne** por su edad, contestó de la siguiente manera:*

*Si al año que cumplí 15 años le suman el año en que cumplí los 20 y si a este resultado le restan ustedes la suma del año en que nací con el año actual, obtendrán 7. ¿Que edad tiene **Ivonne**?.*

Respuesta: **28 años**

PROBLEMAS SOBRE RELOJES 14

En este capítulo tenemos 2 tipos de problemas, unos con relación a adelantos y atrasos y otros con relación entre las horas marcadas y los ángulos que forman las manecillas o agujas del reloj en ese momento.

Los dos tipos de problemas los vamos a conocer a través de la resolución de problemas.

(a) *Problemas sobre Adelantos y Atrasos*

Problema 1: Hace ya treinta horas que un rejoj se adelanta 2 minutos cada 3 horas. ¿Qué hora señalará el reloj si en realidad son las 10 horas 15 minutos?

Resolución:

En primer lugar, calculamos el adelanto total, aplicando **regla de tres simple,** veamos:

Si: En 3 horas $\xrightarrow{\text{Se adelanta}}$ 2'

En 30 horas $\xrightarrow{\text{Se adelantará}}$ x'

Donde:

$$x = \frac{30\text{ horas} \times 2'}{3\text{horas}} = 20'$$ ***(Adelanto total)***

En segundo lugar, aplicamos la siguiente fórmula:

Hora real = Hora marcada – Adelanto total

Reemplazando valores, obtenemos:

10 horas 15' = horas marcadas – 20'

Hora marcada = 10 h 15' – 20'

Observación:

Los minutos como se observará no se pueden restar, para poder restar las 10 horas se pueden escribir como 9 h 60'

Luego:

Hora marcada = (9 h 60') 15' – 20'

= 9 h 75' – 20'

Ahora como se verá ya se pueden restar los minutos

∴ Hora marcada = 9 h 55' ***Rpta.***

Problema 2: Un trabajador puede realizar una tarea en 7 horas. ¿Qué parte de la tarea hará desde las 8 : 45 a.m. hasta las 11 : 05 a.m.?

Resolución:

En primer lugar calculamos el tiempo transcurrido desde las 8 : 45 a.m. hasta las 11 : 05 a.m. de la siguiente manera:

Tiempo transcurrido = 11 h 05' – 8 h 45'

= (10 h 60') 05' – 8 h 45'

= 10 h 65' - 8 h 45'

∴ Tiempo transcurrido = 2 h 20'

Ahora calculamos que parte de la tarea hará desde las 8 : 45 a.m. hasta las 11 : 05 a.m.

$$\text{Fracción} = \frac{2\text{ h} \times 20'}{7\text{ h}} = \frac{140'}{7(60')} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \boxed{\text{Fracción} = \frac{1}{3}} \quad \textit{Rpta.}$$

Problema 3: Un reloj se adelanta 2 minutos cada 8 minutos. Si ahora marca las 2 h 15' y hace 3 horas que se adelanta, la hora correcta es:

Resolución:

En primer lugar, calculamos el adelanto total, aplicando regla de tres simple, veamos:

Si: En 8 minutos —*Se adelanta*→ 2 minutos

En 3 horas —*Se adelantará*→ "x" minutos

Donde:

$$x = \frac{3\text{ horas} \times 2\ \text{minutos}}{8\text{ minutos}}$$

$$x = \frac{3(60')}{4} = \textcircled{45'} \quad \textit{(Adelanto total)}$$

En segundo lugar, aplicamos la siguiente fórmula:

Hora real (o correcta) = Hora marcada − adelanto

Reemplazamos valores, obtenemos:

Hora correcta = 2 h 15' − 45'

Hora correcta = (1 h 60') 15' − 45'

Hora correcta = 1 h 75' − 45'

$\therefore$ Hora correcta = 1 h 30' ***Rpta.***

Problema 4: Un reloj se atrasa 5 minutos cada 45 minutos. Si ahora marca las 4 h 10', y hace 6 horas que se atrasa, la hora correcta es:

Resolución:

En primer lugar, calculamos el atraso total, aplicando la regla de tres simple:

Si: En 45 minutos —*Se atrasa*→ 5 minutos

En 6 horas —*Se atrasará*→ "x" minutos

Donde:

$$x = \frac{6\text{ horas} \times 5\text{ minutos}}{45\text{ minutos}} = \frac{6(60') \times 5}{45}$$

$\therefore$ x = 40' ***(atraso total)***

En segundo lugar, aplicando la siguiente fórmula:

Hora real = hora marcada + atraso total

Hora real = 4 h 10' + 40'

$\therefore$ Hora real = 4 h 50' ***Rpta.***

Problema 5: Un reloj marca la hora exacta un día a las 2 p.m. suponiendo que se adelante 5 minutos cada 10 horas a partir de dicha hora. ¿Cuánto tiempo pasará para que marque la hora exacta nuevamente?

Resolución:

Para que el reloj vuelva a marcar la hora exacta; es necesario que el horario y el minutero vuelvan a ocupar la misma posición y para que esto sea posible el horario tendrá que dar una vuelta completa, es decir, tendrán que transcurrir 12 horas de adelanto, es decir el reloj tendrá que adelantarse:

12 hrs < > 12 (60') = 720'

Por regla de tres simple, planteamos lo siguiente:

Si: En 10 horas —*Se adelanta*→ 5'

En "x" horas —*Se adelantará*→ 720'

Donde:

$$x = \frac{720' \times 10 \text{ horas}}{5'} = 1440 \text{ h}$$

Luego:

El tiempo que pasará para que el reloj marque la hora exacta es 1 440 h que convertidos a días resulta:

$$1440 <> 1440 \cancel{h} \times \frac{1 \text{ día}}{24 \cancel{h}}$$

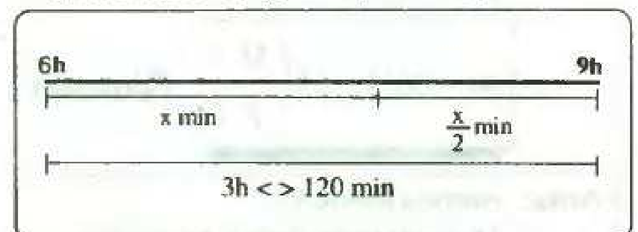
$$= 60 \text{ días} <> 2 \text{ meses}$$ **Rpta.**

> ***Nota:***
> *Si un reloj está adelantándose o atrasándose, para que vuelva a dar la hora exacta debe adelantarse o atrasarse 12 horas.*

Problema 6: Faltan para las 9 horas la mitad de minutos que pasaron desde las 6h. ¿Qué hora marca el reloj?

Resolución:

Para este tipo de problemas es recomendable hacer un gráfico, veamos:



Desde las 6 h hasta 9 h han transcurrido 3 h <> 120 minutos.

Luego:

$$x + \frac{x}{2} = 120$$

$$\frac{3x}{2} = 120 \Rightarrow x = \frac{120(2)}{3}$$

$$\therefore \boxed{x = 80 \text{ min}}$$

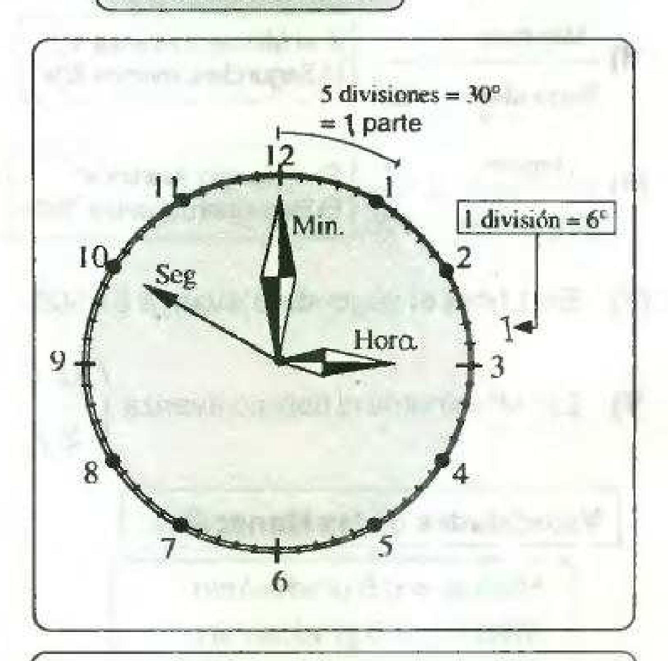
La hora que marca el reloj es:

$$7 \text{ h} \times \underline{\text{min}} = 7 \text{ h } \underline{80 \text{ min}}$$

$$7 \text{ h } (\underbrace{60 \text{ min}}_{1 \text{ h}} + 20 \text{ min})$$

$\therefore$ La hora que marca el reloj es: 8 h 20 min **Rpta.**

(b) *Estudio del Reloj y sus Manecillas*



> ***Nota:*** *Siempre hay que considerar que las 3 agujas o manecillas están moviendose a la vez.*

De acuerdo al gráfico:

- La esfera de un reloj esta dividida en **12 partes iguales.**
- La esfera de un reloj esta dividida en **60 divisiones**
- Cada parte tiene 5 divisiones

(*) **Parte: (30°)**

- Lo que avanza el horario en 1 hora.
- Lo que avanza el minutero en 5'
- Lo que avanza el segundero en 5"

(**) **División: (6)**

- Lo que avanza el minutero en 1'
- Lo que avanza el segundero en 1"

- ***Relación entre los Avances de las Manecillas de un Reloj***

I) $\dfrac{\text{Horario}}{\text{Minutero}} = \dfrac{1}{12}$ Si el Horario avanza x° El Minutero avanza 12x°

II) $\dfrac{\text{Minutero}}{\text{Segundero}} = \dfrac{1}{60}$ Si el Minutero avanza x° El Segundero avanza 60x°

III) $\dfrac{\text{Horario}}{\text{Segundero}} = \dfrac{1}{720}$ Si el Horario avanza x° El Segundero avanza 720x°

IV) En 1 hora el segundero avanza 21 600°

V) En "M" minutos el horario avanza $\left(\dfrac{M}{2}\right)^{\circ}$

Velocidades de las Manecillas:

Horario = 0,5 grados/min
Minutero = 6 grados/min
Segundero = 360 grados/min

- ***Angulos entre las manecillas de un reloj***

A ***Angulos entre el horario y el minutero.***

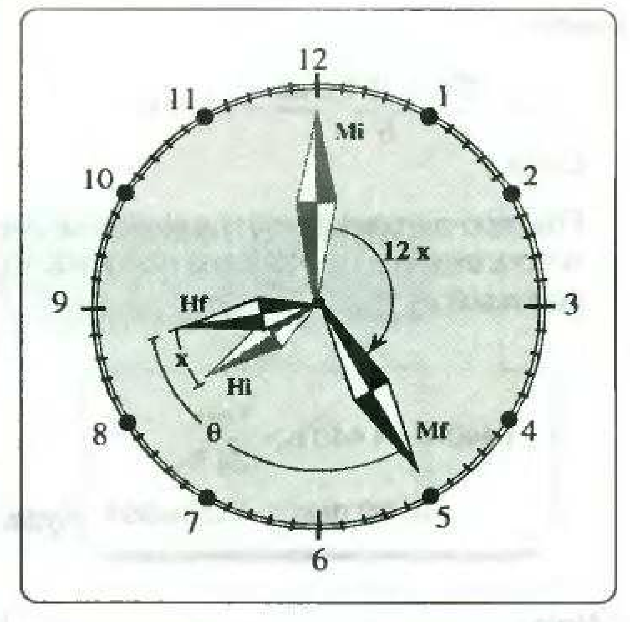
1^er Caso: **Cuando el Minutero está después del Horario.**

- De acuerdo al gráfico son las 8h 25'

Luego: Generalizamos para las; Hh : **M'**

- En la figura se observa que:

$12x + \theta = 30(8) + x$ **última hora pasada por el horario**



Transponiendo términos obtenemos:

$$\theta = 30(8) - 11x$$

En General: $\boxed{\theta = 30H - 11x}$ ...... **(1)**

Sabemos que x° es lo que avanza el horario en M', por tanto:

$x^{\circ} = \left(\dfrac{M}{2}\right)^{\circ}$ Donde: $\boxed{x = \dfrac{M}{2}}$ ...... **(2)**

Reemplazamos **(2)** en **(1)**:

$$\boxed{\theta = 30H - 11\left(\dfrac{M}{2}\right)}$$ ***Fórmula I***

Nota: *Hemos llamado:*
Mi = posición inicial del minutero.
Hi = posición inicial del horario.

Recomendación:
*Estimado alumno para demostrar esta fórmula I, puedes partir de cualquier hora en este caso he tomado las 8h 25' que es la **posición final** de las manecillas, pues antes de esta posición estas manecillas partieron de una **posición inicial,** siendo esta una hora exacta en caso hemos partido de las 8 en punto.*

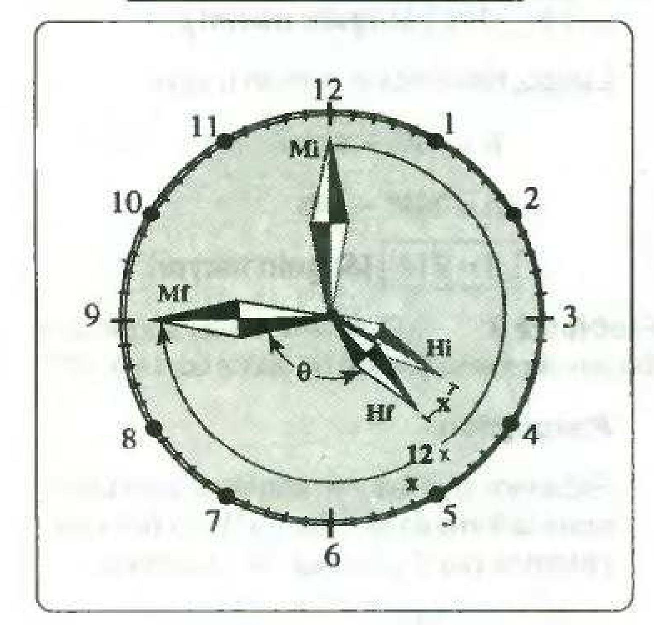
2do Caso: **Cuando el Horario está después del Minutero.**

- De acuerdo al gráfico son las 4h 45'

  Luego: Generalizamos para las; **Hh : M'**

- En la figura se observa que:

$30(4) + x + \theta = 12x$ — **última hora pasada por el horario**



Transponiendo términos obtenemos:

$$\theta = 11x - 30(4)$$

En General: $\boxed{\theta = 11x - 30H}$ ...... **(1)**

Pero:

$$x^\circ = \left(\frac{M}{2}\right)^\circ \quad \text{Donde: } \boxed{x = \frac{M}{2}} \text{ ...... (2)}$$

Reemplazamos **(2)** en **(1)**:

$$\boxed{\theta = 11\left(\frac{M}{2}\right) - 30H} \quad \textbf{(Fórmula II)}$$

> ***Importante:***
> *"H" es la última hora pasada por el horario; pero si: H = 12 en la fórmula se reemplaza H = 0.*

Ejemplo: Qué ángulo forman las manecillas de un reloj a las 12h 36' ?

Resolución:

De acuerdo a la hora dada 12h 36', el horario está después del minutero, pues estamos en el segundo caso:

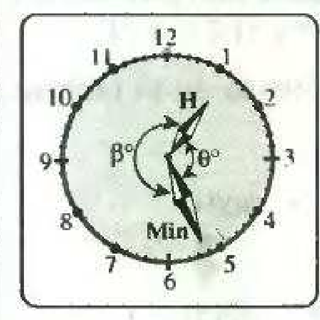
$$\theta = 11\left(\frac{M}{2}\right) - 30H$$

Reemplazando valores, obtenemos:

$$\theta = \frac{11}{2}(36) - 30(0)$$

$$\therefore \boxed{\theta = 198^\circ}$$

> ***Nota:*** *Recuerda que las manecillas de un reloj, determinan dos ángulos un mayor y un menor cuya suma de los dos es de 360º*



$$\boxed{\theta^\circ + \beta^\circ = 360^\circ}$$

Donde:

$$\begin{cases} \theta^\circ = 360^\circ - \beta^\circ \\ \beta^\circ = 360^\circ - \theta^\circ \end{cases}$$

Problemas Resueltos

Problema 1: ¿Cuál es el menor ángulo que forman las manecillas de un Reloj a las 3h : 30'?

Resolución:

- Estimado Alumno, comprendo tu preocupación por la fórmula que debes aplicar para tu conocimiento aplica la siguiente fórmula:

$$\boxed{\theta° = \pm\frac{11}{2}(M) \mp 30(H)}$$ ***(Fórmula)***

* Esta fórmula resulta de fusionar la fórmulas **(I)** y **(II)**.

  Donde: θ = *ángulo que forman las manecillas del reloj.*

* Como el ángulo "θ" debe ser siempre positivo, se escogera convenientemente los signos osea: (+ y –) ó (– y +)

* Aplicando esta fórmula en el problema obtenemos:

$$\theta° = \pm\frac{11}{2}(M) \mp 30(H)$$

$$\theta° = \underbrace{\frac{11}{2}(20)} \quad \underbrace{30(3)}$$

$$\theta° = \quad 110° \qquad 90°$$

Para que el ángulo resulte positivo usaremos los signos (+ y –).

$$\theta = +110° - 90°$$

$\therefore$ $\boxed{\theta = 20°}$ **(ángulo menor)**

Luego, hallamos el ángulo mayor:

$$\beta = 360° - \theta$$

$$\beta = 360° - 20°$$

$\therefore$ $\boxed{\beta = 340°}$ **(ángulo mayor)**

Problema 2: ¿Cuál es el mayor ángulo que forman las manecillas de un reloj a las 10 h: 28'?

Resolución:

Aplicando la fórmula:

$$\boxed{\theta° = \pm\frac{11}{2}(M) \mp 30(H)}$$; obtenemos:

$$\theta = \underbrace{\frac{11}{2}(28)} \quad \underbrace{30(10)}$$

$$\theta = -154° + 300°$$

$\therefore$ $\boxed{\theta = 146°}$ **(ángulo menor)**

Luego, hallamos el ángulo mayor:

$$\beta = 360° - \theta°$$

$$\beta = 360° - 146°$$

$\therefore$ $\boxed{\beta = 214°}$ **(ángulo mayor)**

Problema 3: ¿Cuál es el menor ángulo que forman las manecillas de un reloj a las 14 h : 45'?

Resolución:

Sabemos que las 14h son las 2 de la tarde; pues la fórmula el valor de "H" la reemplazaremos por 2 y no por 14. Veamos:

$$\boxed{\theta° = \pm\frac{11}{2}(M) \mp 30(H)}$$

$$\theta = \underbrace{\frac{11}{2}(45)} \quad \underbrace{30(2)}$$

$$\theta = +247°30' - 60°$$

$\therefore$ $\boxed{\theta = 187°30'}$ **(ángulo mayor)**

Luego, calculamos el ángulo menor:

$$\beta = 360° - \theta$$

$$\beta = 359°60' - 187°30'$$

$\therefore$ $\boxed{\beta = 172°30'}$ **(ángulo menor)**

Problema 4: ¿A que hora entre las 9 y las 10 las manecillas de un reloj forman un ángulo de 237°?

Resolución:

Aplicando la fórmula:

$$\theta° = \pm\frac{11}{2}(M) \mp 30(H)$$

$$237° = \frac{11}{2}(M) \qquad 30(9)$$

- Si tomamos los signos (+ y -), el valor de M resultará mayor que 60, siendo esto absurdo porque M < 60. Esto quiere decir que los signos que debemos tomar es (- y +); veamos:

$$237° = -\frac{11}{2}(M) + 30(9)$$

$$\frac{11}{2}(M) = 270 - 237°$$

$$M = \frac{33 \cdot 2}{11} \Rightarrow \boxed{M = 6'}$$

Rpta: La hora pedida es: 9h : 6'

Problema 5: ¿A qué hora entre las 2 y las 3 las manecillas se superponen?

Resolución:

Aplicando la fórmula:

$$\theta° = \pm\frac{11}{2}(M) \mp 30(H)$$

> ***Nota:***
>
> *Cuando las manecillas se superponen, el ángulo que forman es de 0°.*

Luego:

$$\theta° = \pm\frac{11}{2}(M) \mp 30(2)$$

$$\Downarrow$$

$$0 = -\frac{11}{2}(M) + 60 \Rightarrow \frac{11}{2}(M) = 60$$

$$M = \frac{120}{11} \Rightarrow \therefore \boxed{M = 10'\frac{10}{11}}$$

Rpta: La hora pedida es: $2h\ 10'\frac{10}{11}$

Problema 6: ¿A qué hora entre las 4y las 5 estan opuestas las agujas de un reloj?

Resolución:

Aplicando la fórmula:

$$\theta° = \pm\frac{11}{2}(M) \mp 30(H)$$

> ***Nota:***
>
> *Cuando las manecillas se oponen el ángulo que forman es 180°.*

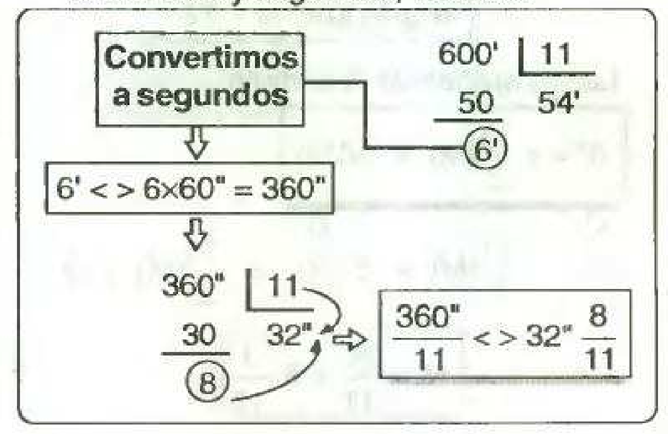
$$\theta° = \pm\frac{11}{2}(M) \mp 30(4)$$

$$\Downarrow$$

$$180 = +\frac{11}{2}(M) - 120 \Rightarrow \frac{11}{2}(M) = 300$$

$$\therefore \boxed{M = \frac{600}{11} \text{ minutos}}$$

Esta última expresión, se puede expresar en minutos y segundos, veamos:

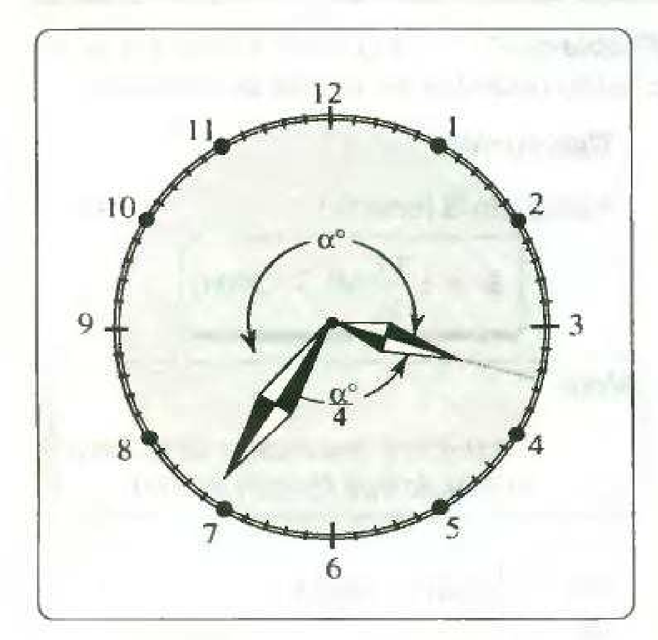


Rpta: La hora será: $4h\ 54'\ 32"\ \frac{8}{11}$

Problema 7: ¿A qué hora entre las 3 y las 4 el minutero y el horario formarán un ángulo que sea la cuarta parte del ángulo exterior?

Resolución:

- De acuerdo a la figura:



$$\alpha° + \frac{\alpha°}{4} = 360° \Rightarrow 5\alpha = 360°(4)$$

$\therefore$ $\boxed{\alpha = 288°}$ **(ángulo exterior)**

- Calculamos el ángulo interior:

$$\text{ángulo interior} = \frac{\alpha°}{4} = \frac{288°}{4}$$

$\therefore$ $\boxed{\text{ángulo interior} = 72°}$

Luego aplicamos la fórmula:

$$\boxed{\theta° = \pm\frac{11}{2}(M) \mp 30(H)}$$

$$72 = -\frac{11}{2}(M) + 30(3) \Rightarrow \frac{11}{2}(M) = 18$$

$$\therefore \boxed{M = \frac{36'}{11} = 3'\,\frac{3}{11}}$$

Rpta: $\boxed{\text{La hora será: } 3h\ 3'\ \frac{3}{11}}$

B) *Angulos entre el horario y el Segundero.*

1er Caso: **Cuando el Segundero está después del Horario.**

Ejemplo: 4h 26' 8"

Generalizaremos para: Hh M' S"

Ahora tratemos de hacer la demostración sin necesidad de gráfico:

Avance del segundero: $6S°$
Avance del minutero: $6M + \left(\frac{S}{10}\right)°$
Avance del horario: $\frac{1}{12}\left(6M + \frac{S}{10}\right)° + 30H$

Entonces:

$$\theta = 30H + \frac{1}{12}\left(6M + \frac{S}{10}\right) - 6S$$

$$\therefore \boxed{\theta° = \left(30H + \frac{M}{2}\right) - \frac{719}{120}S} \quad \textbf{(Fórmula)}$$

> ***Nota:***
>
> *Todo avance lo tomamos a partir de las 12.*

2er Caso: **Cuando el Horario está después del Segundero**

Analogamente como en el caso anterior.

$$\boxed{\theta° = \frac{719}{120}S - \left(30H + \frac{M}{2}\right)} \quad \textbf{(Fórmula)}$$

Problema 1: ¿Cuál es el menor ángulo que forman las manecillas de un reloj a las 5h 16' 12"

Resolución:

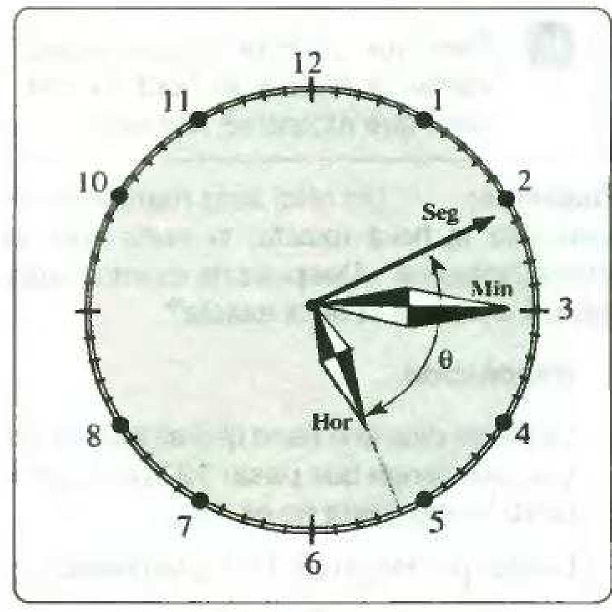
- Como se observará estamos en el 1er caso; osea.

$$\boxed{\theta° = \left(30H + \frac{M}{2}\right) - \frac{719}{120}S}$$

Reemplazando valores obtenemos:

$$\theta = \left(30 \times 5 + \frac{16}{2}\right) - \frac{719}{120} \times 12$$

$$\theta = 158° - 71{,}9° \Rightarrow \therefore \boxed{\theta = 86{,}1°} \ \textbf{Rpta.}$$



Otra forma de expresar la respuesta es:

$\theta = 86,1^\circ = 86^\circ + 0,1^\circ$

$\theta = 86,1^\circ = 86^\circ + 0,1^\circ \times \frac{60'}{1^\circ} = 86^\circ + 6'$

$\therefore$ $\boxed{\theta = 86^\circ 6'}$ ***Rpta.***

Recomendación:

Estimado alumno no vayas a convertir la cantidad de segundos a minutos y luego aplicar la fórmula:

$$\theta^\circ = \pm\frac{11}{2}(M) \mp 30(H)$$

Porque no es un problema de ***conversión*** *si no de* ***posición*** *de las manecillas.*

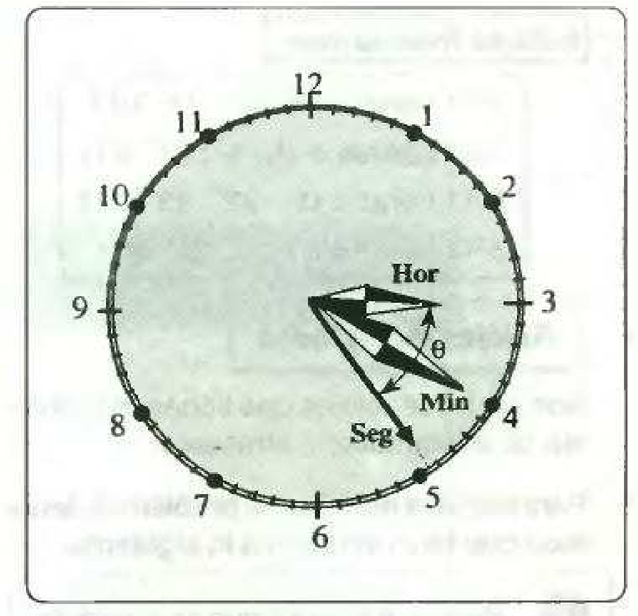
Problema 2: ¿Cuál es el mayor ángulo que forman las manecillas de un reloj a las 3h 20' 24"

Resolución:

- Como se observará estamos en el 2[do] caso; osea:

$$\theta^\circ = \frac{719}{120}S - \left(30H + \frac{M}{2}\right)$$

Reemplazando valores obtenemos:



$$\theta = \frac{719}{120} \times 24 - \left(30 \times 3 + \frac{20}{2}\right)$$

$\theta = 143,8^\circ - 100^\circ \Rightarrow \therefore \boxed{\theta = 43,8^\circ}$ ***Rpta.***

Luego, calculamos el ángulo mayor:

$\beta = 360^\circ - \theta$

$\beta = 360^\circ - 43,8^\circ$

$\therefore$ $\boxed{\beta = 316,2^\circ}$ ***Rpta.***

- ***Posiciones Notables de las Manecillas***

1º) Cada $\frac{12}{11}$ **horas**; conocida: **las 12h:00** las manecillas de un reloj se superponen.

2º) Cada $\frac{12}{11}$ **horas**; conocida: **las 6h:00** las manecillas de un reloj se oponen.

3º) Cada $\frac{6}{11}$ **horas**; conocida: **3h:00 y 9h:00**; las manecillas de un reloj forman un ángulo de 90°.

Valores Necesarios:

1/11 horas = 0h : 5" : 27" 3/11
12/11 horas = 1h : 5' : 27" 3/11
6/11 horas = 0h : 32' : 43" 7/11
3/11 horas = 0h : 6' : 21" 9/11

- **Relojes Malogrados**

Son aquellos relojes que tienen el problema de adelantarse o atrasarse.

* **Para resolver este tipo de problemas, tenemos que tener en cuenta lo siguiente:**

. *Para que un reloj que se adelanta vuelva a marcar la hora exacta tiene que adelantarse **12 horas.***

Problema: Un reloj esta marcando inicialmente la hora exacta, si cada hora se adelanta 5 minutos. ¿Después de cuánto tiempo volverá a marcar la hora exacta?

Resolución:

La regla dice que tiene que adelantarse 12h y no que tenga que pasar 12 horas, por lo tanto la respuesta no es 12h luego, por Regla de Tres, planteamos:

Si En: 1 h $\xrightarrow{\text{Se Adelanta}}$ 5 min

En: x h $\xrightarrow{\text{Se Adelantará}}$ 12h

Donde:

$$x = \frac{12h \times 1h}{5\ min}$$ **Pero:** 1h = 60 min

$$x = \frac{12h \times 60\ \cancel{min}}{5\ \cancel{min}} = 144h$$

Rpta: Después de 144 h, el reloj volverá a marcar la hora exacta.

. *Para que un reloj que se atrasa vuelva a marcar la hora exacta tiene que atrasarse 12 horas.*

Problema: Un reloj esta marcando inicialmente la hora exacta, si cada hora se atrasa 2 minutos. ¿Después de cuánto tiempo volverá a marcar la hora exacta?

Resolución:

La Regla dice que tiene que atrasarse 12h y no que tenga que pasar 12 horas; por lo tanto la respuesta no es 12h.

Luego, por Regla de Tres, planteamos:

Si En: 1 h $\xrightarrow{\text{Se Atrasa}}$ 2 min

En: x h $\xrightarrow{\text{Se Atrasará}}$ 12h

Donde:

$$x = \frac{12h \times 1h}{2\ min} = \frac{12h \times 60\ \cancel{min}}{2\ \cancel{min}} = 360\ h$$

$\therefore$ x = 360 h

Rpta: Después de 360 h el reloj volverá a marcar la hora exacta.

III. *Para que dos relojes malogrados que están marcando la hora exacta, lo vuelvan a hacer tiene que pasar un tiempo igual al **M.C.M.** de los tiempos parciales a ambos relojes calculados utilizando algunos de los 2 métodos arriba mencionados*

Problema: Dos relojes malogrados están marcando la hora exacta. Uno de ellos adelanta 2" cada hora, y el otro se atrasa 5" cada 3 horas. ¿Cuánto tiempo transcurrirá para que ambos relojes vuelvan a marcar la hora exacta a la vez?

Resolución:

- Tiempo parcial del Primer Reloj.

$$1\text{ h} \xrightarrow{\text{Se Adelanta}} 2\text{ min}$$

$$x\text{ h} \xrightarrow{\text{Se Adelantará}} 12\text{h}$$

Donde:

$$x=\frac{12\text{h}\times 1\text{h}}{2''}=\frac{12\text{h}\times(3\,600'')}{2''}=21\,600\text{ h}$$

$\boxed{x=21\,600\text{ h}}$; convertimos a días

$$x=21\,600\text{ h}\times\frac{1\text{ día}}{24\text{ h}} \Rightarrow \therefore \boxed{x=900\text{ días}}$$

- Tiempo parcial del Segundo Reloj.

$$3\text{ h} \xrightarrow{\text{Se Atrasa}} 5''$$

$$y\text{ h} \xrightarrow{\text{Se Atrasará}} 12\text{h}$$

Donde:

$$y=\frac{12\text{h}\times 3\text{h}}{5''}=\frac{12\text{h}\times(3\times 3\,600'')}{5''}=25\,920\text{ h}$$

$\boxed{y=25\,920\text{ h}}$; convertimos a días

$$y=25\,920\text{ h}\times\frac{1\text{ día}}{24\text{ h}} \Rightarrow \therefore \boxed{y=1\,080\text{ días}}$$

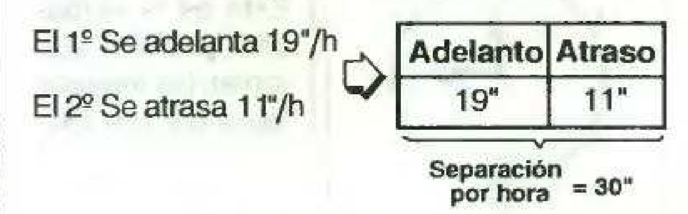
Rpta: El tiempo que debe transcurrir para que ambos relojes vuelvan a marcar la hora exacta a la vez es de 5040 días.

IV. *Para que dos relojes malogrados que están marcando lo mismo vuelvan a coincidir, tienen que* ***separarse 12h.***

Problema: Dos relojes malogrados que están marcando la hora exacta, uno de ellos e adelanta 19" por cada hora y el otro se atrasa 11" por hora. Qué tiempo mínimo tiene que pasar para que los dos relojes vuelvan a marcar la misma hora, es decir que vuelvan a coincidir.

Resolución:

Observe que en la pregunta no tiene nada que ver con la hora exacta, solo pregunta que tiempo pasará para que los 2 relojes coincidan en una hora que no necesariamente tiene que ser la hora exacta.



El 1º Se adelanta 19"/h

El 2º Se atrasa 11"/h

Adelanto	Atraso
19"	11"

Separación por hora = 30"

Luego, por Regla de Tres, planteamos:

Si En: $1\text{ h} \longrightarrow 30''$

En: $x\text{ h} \longrightarrow 12\text{h}$

Donde:

$$x=\frac{12\text{h}\times 1\text{h}}{30''}=\frac{12\text{h}\times(3\,600'')}{30''}=1\,440\text{ h}$$

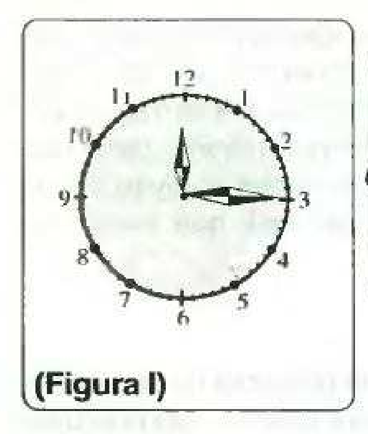
$\boxed{x=1\,440\text{ horas}}$

Rpta: El tiempo mínimo que tiene que pasar para que los dos relojes vuelvan a marcar la misma hora es de 1 440 horas.

- ***Posiciones Imposibles***

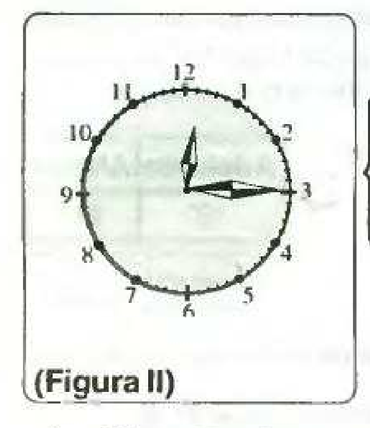
Llamaremos posiciones imposibles a aquellas posiciones de las manecillas que no son posibles ver en un reloj que funciona normalmente.

* Como ejemplo de posición imposible podemos citar: el horario en el # 12 y el minutero en el # 3, **(Ver figura I).**



(Figura I)

Esta posición no es las 12h:15', es una posición imposible. Pues la correcta lo podrás ver en la figura II.



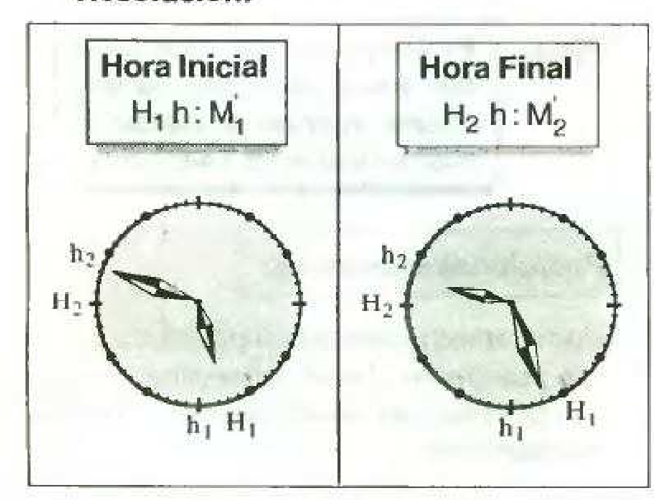
(Figura II)

Esta es la verdadera posición que toman las manecillas a las 12h 15'.

* **Ahora Analicemos lo siguiente:**

- En un determinado momento del día, el horario de un reloj estaba entre las $\mathbf{H_1}$ y las $\mathbf{h_1}$ horas y el minutero entre las $\mathbf{H_2}$ y las $\mathbf{h_2}$ horas. Luego de algún tiempo ocuparán posiciones inversas. Qué hora marcaban entre las $\mathbf{H_2}$ y las $\mathbf{h_1}$ horas?

Resolución:



Luego:

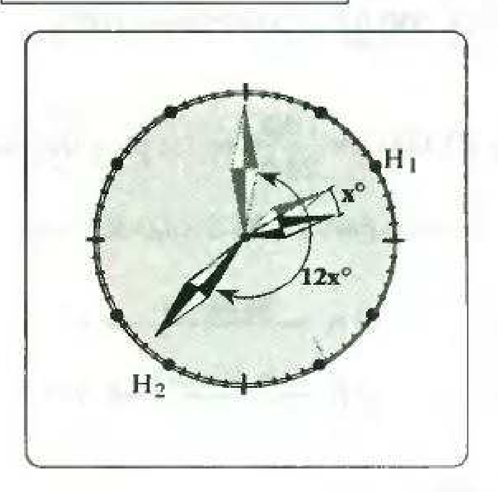
La hora pedida será: $H_1\,h : M_1^{'}$

Donde:

$$M_1 = \frac{60}{143}\left[12(H_2) + H_1\right]$$ ***(Fórmula)***

Demostración de la Fórmula:

* **Hora Inicial: (Pedida)**
$H_1\,h : M_1^{'}$



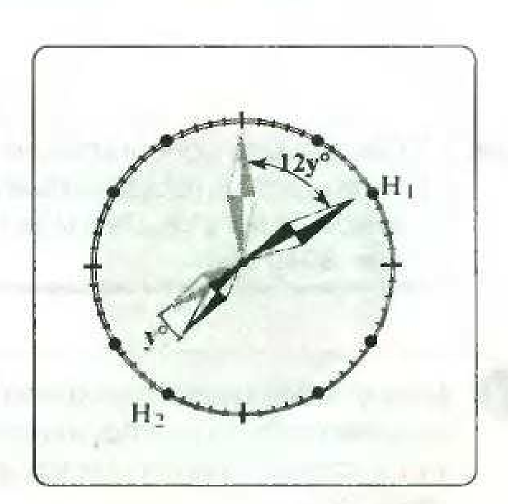
Según el gráfico:

$$12x = 30\,H_2 + y \quad \text{.......... (I)}$$

Donde:

$$y = 12\,x - 30\,H_2 \quad \text{.......... (a)}$$

** **Manecillas Intercambiadas:**
$H_2\,h : M_2^{'}$



. Según el gráfico:

$12y = 30H_1 + x$ .... **(II)**

Sumamos miembro las ecuaciones **(I)** y **(II)**:

$$12x + 12y = 30H_2 + y + 30H_1 + x$$

$11x + 11y = 30H_1 + 30H_2$ .... **(III)**

Reemplazando **(a)** en **(III)**; obtenemos:

$$11x + 11(12x - 30H_2) = 30H_1 + 30H_2$$

$$143x = 30H_1 + 360H_2$$

$$143x = 30(H_1 + 12H_2)$$

Donde:

$$x^\circ = \frac{30}{143}[H_1 + 12H_2]$$

Pero, sabemos que:

$$x^\circ = \left(\frac{M_1}{2}\right)^\circ \Rightarrow x = \frac{M_1}{2}$$

Entonces:

$$\frac{M_1}{2} = \frac{30}{143}(H_1 + 12H_2)$$

$$\therefore \quad M_1 = \frac{60}{143}(H_1 + 12H_2) \quad \text{L.q.q.d.}$$

Importante:

i) Si H_2 o H_1 son las 12:00 horas se consideran cero.

ii) Si $H_1 = H_2$ se refiere a cuando ambas mancillas se superponen.

Problema: Sara sale de su casa cuando el horario esta entre las 3 y las 4 y el minutero entre las 7 y las 8. Llega a la casa de su amigo cuando las manecillas se han intercambiado de posición ¿A qué hora salio de su casa?

Resolución:

Aplicando la fórmula:

$$M_1 = \frac{60}{143}(H_1 + 12H_2)$$

Donde: $H_1 = 3$ y $H_2 = 7$

Luego:

$$M_1 = \frac{60}{143}[3 + 12(7)] = \frac{5\,220''}{143}$$

$$\therefore \quad M_1 = 36' : 30{,}2''$$

```
5 220' |143
4 29    (36')
-930
 858
 -72' = 72×60" = 4 320" |143
                 4 29    (30,2")
                 — 300
                   286
                   -14
```

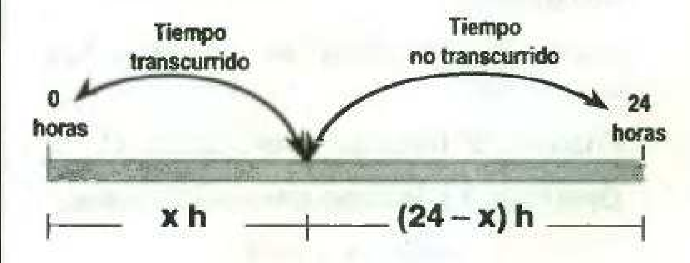
Rpta: Salio de su casa a las: 3h : 36' 30,2".

OTROS TIPOS DE PROBLEMAS SOBRE RELOJES

Problema 1: ¿Qué hora será cuando los 2/3 de los que queda del día es igual al tiempo transcurrido?

Resolución:

Para este tipo de problemas es recomendable graficar el día por medio de un segmento veamos:



Del enunciado, planteamos la ecuación:

$$\frac{2}{3}\text{(queda del día)} = \text{tiempo transcurrido}$$

$$\frac{2}{3}(24 - x) = x \Rightarrow 48 - 2x = 3x$$

$5x = 48 \Rightarrow \boxed{x = \frac{48}{5} h}$

Efectuando la división se obtiene:

48 h | 5
3 h 9 h

3 × 60' = 180' | 5
— 36'

x = 9 h 36'

Tiempo transcurrido representa la hora

Luego:

∴ La hora será: 9 h 36' **Rpta.**

Problema 2: Sara pregunta: ¿Qué hora es? y Manuel le responde; "ya pasaron las 11 y falta poco para las 12. Además dentro de 13 minutos faltará para las 13 horas la misma cantidad de minutos que habían pasado desde las 11 hace 7 minutos". ¿Qué hora es?.

Resolución:

Para su mejor entendimiento, construimos una gráfica, veamos:

Del gráfico:

- Desde las 11 hasta las 13 horas hay 2 h < > 120'
- Pasaron "x" minutos a partir de las 11
- Dentro de 13' faltaran para las 13 horas:

  [120' - (x + 13)']

- Hace 7 minutos, habían pasado (x - 7)' a partir de las 11

  Del enunciado obtenemos:

$(x - 7) = [120 - (x + 13)] \rightarrow 2x = 114$

∴ $\boxed{x = 57}$

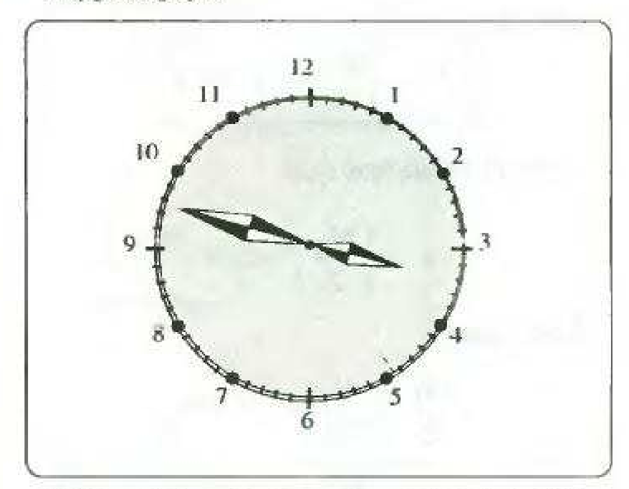
Luego:

∴ La hora será: 11 h 57 minutos

Rpta.

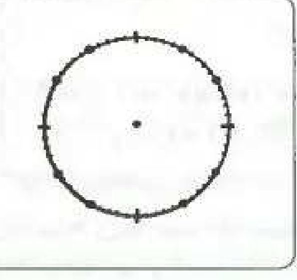
Problemas 3: A una esfera de reloj se le divide en 1 500 partes iguales, a cada parte se denominará "nuevo minuto", cada "nueva hora" estará constituida por 100 "nuevos minutos". ¿Qué hora indicará el nuevo reloj cuando el antiguo indique 3 horas 48 minutos?

Resolución:



Este reloj antiguo: marca las 3 h 48', además tiene 60 divisiones.

60 div < > 1 h antigua



Como se observará la figura las **3h48'** son parte de las **12 h** que tiene este reloj.

Este nuevo reloj tiene 1 500 divisiones, además:

$$\begin{cases} 100 \text{ divisiones} <> 1 \text{ h nueva} \\ 1\,500 \text{ divisiones} <> x \end{cases}$$

$$x = \frac{1\,500 \text{ div} \times 1 \text{h nueva}}{100 \text{ div}}$$

∴ $x = 15$ h nuevas

Ahora, convertimos:

3 h 48' a horas, veamos:

$$3\,h\,48' = 3\,h\,48' \times \frac{1\,h}{60'}$$

$$= 3\,h\,\frac{4}{5}\,h = \frac{19}{5}\,h$$

Luego, por regla de tres, obtenemos:

Sí:

12 h ⟶ 3 h 48' $\left(\frac{19}{5}h\right)$

15 horas nuevas ⟶ y

$$y = \frac{15 \text{ horas nuevas} \times \frac{19}{5} \text{ horas}}{12 \text{ horas}}$$

$$y = \frac{19}{4} \text{ horas nuevas}$$

Convertimos las 19/4 horas nuevas a horas minutos, veamos:

19 h nuevas	**4**
3 h nuevas	**4 h nuevas**

Se sabe que:

3 h nuevas = **3** (100 min) = **300** min nuevos

300 min nuevos	**4**
	75 min nuevos

∴ La hora que indicará el nuevo reloj es:

4 horas nuevas 75 min ***Rpta.***

Problema 4: Un reloj de 6 campanadas en 5 segundos. ¿En cuántos segundo dará 12 campanadas?

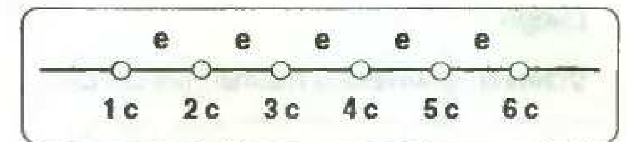
Resolución:

- Si el reloj dá 6 campanadas en 5 segundos, tenemos que aceptar que para dar la primera campanada no podemos computar tiempo alguno, por ser el punto de partida.

- Asi pues: al dar la 2da. campanada ha transcurrido recien el primer segundo, al dar la 3ra. campanada transcurre recien el 2do segundo...y así, al dar la 6ta campanada han transcurrido 5 segundos...y al darle las 12° campanadas sólo han transcurrido 11 segundos.

Otro Método:

Graficamos cada campanada sobre una recta, veamos:



Luego, diremos:

Para 6 campanadas hay 5 espacios
Para 12 campanadas hay 11 espacios

Sí:

6 campanadas ⟷ 5 espacios ⟶ 5 seg
12 campanadas ⟷ 11 espacios ⟶ x seg

Por regla de tres:

$$x = \frac{11 \text{ espacios} \times 5 \text{ seg}}{5 \text{ espacios}}$$

∴ $x = 11$ seg ***Rpta.***

Problema 5: Un reloj se atrasa 2 minutos por hora y otro se adelanta 3 minutos por hora; si empiezan el jueves 14 de Julio a las 12 m exactamente. ¿En qué fecha volverán a señalar la misma hora?

Resolución:

El reloj que se adelanta debe sacarle al reloj que se atrasa, una ventaja de una vuelta o 12

horas. En cada hora el reloj que se adelanta le saca al segundo una ventaja de:

$2' + 3' = 5$ minutos

En 1 hora le sacará una ventaja de 5 minutos
En "x" horas le sacará una ventaja de 12 horas

$(12 \times 60' = 720')$

Por regla de tres:

$$x = \frac{720' \times 1\,\text{hora}}{5'} = 144 \text{ horas}$$

Ahora, convertimos las 144 horas a días:

$$144 \text{ horas} <> 144 \text{ horas} \times \frac{1 \text{ día}}{24 \text{ horas}} = 6 \text{ días}$$

Luego:

Volverán a señalar la misma hora del día:

Jueves 14 de Julio + 6 días = **Miércoles 20 de Julio**

Rpta.

Problema 6: Manuel empieza una tarea cuando las agujas del reloj forman un ángulo recto entre las 2 y las 3, y terminan cuando las agujas del reloj están superpuestas entre las tres y las cuatro. ¿Qué tiempo duró la tarea?

Resolución:

- Empieza la tarea cuando las agujas del reloj forman un ángulo recto (90°), entre las 2 y las 3.

Por **Fórmula**:

$$\alpha° = \pm\frac{11}{2}(\#\text{ minutos}) \mp 30\ (\#\text{ de horas})$$

$$90 = \frac{11}{2}(x) - 30(2) \implies 150 = \frac{11}{2}(x)$$

$$\therefore\ x = \frac{300}{11} \text{ minutos}$$

Luego:

Empezó la tarea a las 2 horas $\frac{300}{11}$ minutos

–***Termina la tarea, cuando las agujas del reloj están superpuestas***

(Osea 0°), entre las 3 y las 4

Por **Fórmula**:

$$\alpha° = \pm\frac{11}{2}(\#\text{ minutos}) \mp 30\ (\#\text{ de horas})$$

Luego:

$$0 = -\frac{11}{2}(y) + 30(3) \implies \frac{11}{2}(y) = 90$$

$$\therefore\ y = \frac{180}{11} \text{ minutos}$$

Terminó la tarea a las 3 horas $\frac{180}{11}$ minutos

Ahora calculamos el tiempo que duró la tarea así:

$$\text{Tiempo que duró la tarea} = 3\text{h}\,\frac{180}{11}\text{min} - 2\text{h}\,\frac{300}{11}\text{min}$$

* Como se observará el número de minutos no pueden restarse para esto descomponemos las 3 h como: 2 h 60 minutos

Luego:

$$\text{Tiempo que duró la tarea} = 2\text{h}\,60\frac{180}{11}\text{min} - 2\text{h}\,\frac{300}{11}\text{min}$$

$$= 60\frac{180}{11}\text{min} - \frac{300}{11}\text{min}$$

$$= \frac{840}{11}\text{min} - \frac{300}{11}\text{min}$$

$$\therefore\ \text{Tiempo que duró la tarea} = \frac{540}{11}\text{min} = 49\frac{1}{11}\text{min}$$ ***Rpta.***

Problema 7: Calcular el número de campanadas que dá un reloj, desde un minuto después del medio día hasta las 12 de la noche, inclusive si cada hora la señala con el número de campanadas correspondientes (Así a las 3 marca 3 campanadas). Las medias horas con 2 campanadas y las cuarto de hora con 1 campanada.

Resolución:

Grafiquemos las horas, medias horas y cuartos de hora desde un minuto después del medio día hasta 12 de la noche por medio de un segmento, veamos:

– *Para **las horas** tocará:*

$$1+2+3+4+....+12=\left(\frac{12(12+1)}{2}\right)$$

78 campanadas

– *Por **las medias horas** tocará:*

$$\underbrace{2+2+2+...+2}_{\text{12 veces}}=2\times\mathbf{12}=24\text{ campanadas}$$

24 campanadas

– Entre hora y hora tocarán 2 veces el 1/4 de una hora

– Tocarán en total:

$$\underbrace{2+2+2+...+2}_{\text{12 veces}}=2\times\mathbf{12}=24\text{ campanadas}$$

24 campanadas

Luego:

El número total de campanadas que da el reloj es = **78 + 24 + 24 = 126 campanadas**

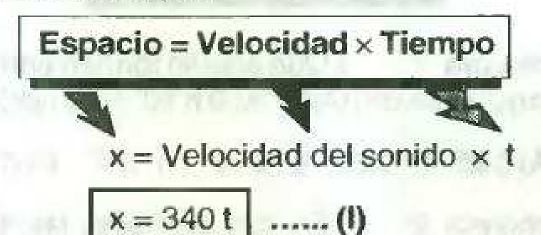
Rpta.

Problema 8: 2 relojes de campanario se hallan distanciados 4 760 metros. Si el primero está adelantado 2 segundos y el otro atrasado 2 segundos. ¿a qué distancia del primer reloj deberá colocarse una persona para escuchar las campanadas exactamente al mismo tiempo si la velocidad del sonido es de 340 m/seg?

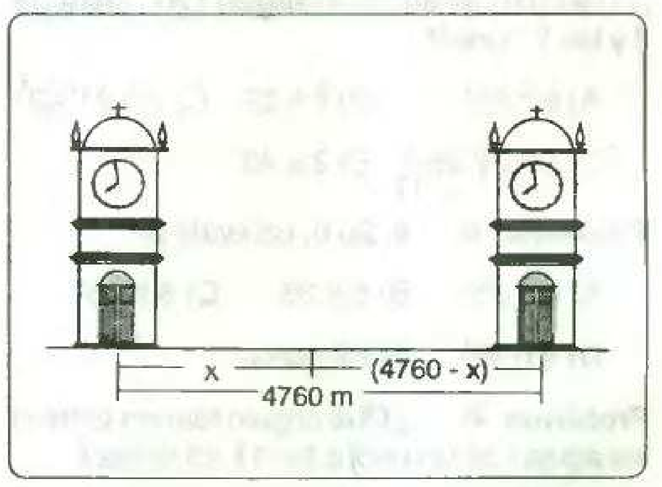
Resolución:

Sea: **"t"** el tiempo que demora en llegar el sonido de la primera campanada al hombre.

Sabemos que:



x = 340 t ...... **(I)**



- El primer reloj en llegar el sonido de la segunda campanada a hombre es:

$$2+2=4\text{ seg}$$

- Demora en llegar el sonido de la segunda campanada al hombre es:

$$t=4\text{ seg}$$

Luego:

Espacio = Velocidad × tiempo

(4 760 - x) = Velocidad del sonido × (t - 4)

$(4\,760 - x) = 340 \times (t - 4)$ ...... **(II)**

Reemplazamos (I) en (II):

$4\,760 - 340\,t = 340\,t - 1\,360$

$6\,120 = 680\,t \rightarrow \boxed{t = 9 \text{ seg}}$

Reemplazamos el valor de "t" en **(I)**:

$x = 340\,(9) \rightarrow \therefore \boxed{x = 3\,060 \text{ m}}$ ***Rpta.***

Problemas Propuestos

Problema 1: ¿Qué ángulo forman entre si las agujas de un reloj a las 9 h 10' de la noche?

A) 145° B) 225° C) 215° D) 135° E) A y C

Problema 2: ¿En qué momento las agujas de un reloj forman un ángulo 120°, entre las 8 y las 9 horas?

A) 8 h 21' B) 8 h 22' C) 8 h 21' 49"

D) 8 h 21' $49\frac{1}{11}$" E) 8 h 49'

Problema 3: 6, 25 h, equivale a:

A) 6 h 25' B) 6 h 36' C) 6 h 15'

D) 6 h 45' E) Ninguna

Problema 4: ¿Qué ángulo forman entre si las agujas de un reloj a las 11,45 horas?

A) 165° B) 168°30' C) 181°30'

D) 178° E) Ninguna

Problema 5: Un reloj se adelanta 7 minutos cada 6 horas. Al cabo de 18 horas se habrá adelantado?

A) 21' B) 42' C) 3,5' D) 14' E) N.A.

Problema 6: Un reloj se adelanta 4' cada 7 horas ¿A qué hora empezo a adelantarse, si a las 11 h 10' de la noche marca 11 h 38'?

A) 3 h 10' p.m. B) 3 h 10' a.m.

C) 20 h 10' p.m. D) 20 h 10' a.m.

E) 4 h 20' p.m.

Problema 7: Ya hace 18 horas que se adelanta un reloj, Cuánto adelanta por hora, si señala las 5 h 25' cuando son las 5 h y 16'

A) 40 seg B) 30 seg C) 45 seg

D) 9 minutos E) N.A.

Problema 8: Las 2 manecillas de un reloj están superpuestas al medio día. ¿A que hora se encontrarán nuevamente la una sobre la otra?

A) 1 h 4 min $2\frac{11}{2}$ seg B) 1 h 6 min $32\frac{1}{11}$ seg

C) 1 h 5 min $27\frac{3}{11}$ seg D) 1 h 5 min $27\frac{8}{11}$ seg

E) 1 h 20 min $16\frac{3}{11}$ seg

Problema 9: Después de las 3 a.m. ¿Cuál es la hora más próxima en que las agujas de un reloj forman un ángulo llano?

A) 3 h 49 min B) 3 h $49\frac{7}{11}$ min C) 3 h $49\frac{1}{11}$ min

D) 3 h 50 min E) 3 h $49\frac{7}{11}$ min

Problema 10: Un vehiculo cuya velocidad es de 80 Km/h pasa por un lugar a las 9h. 54 min. Después de recorrer 16 Km el reloj marcará.

A) 10 h 6' B) 10 h 12' C) 11 h 10'

D) 11 h 20' E) Ninguna

Problema 11: Un reloj se atrasa un minuto por hora. Si empieza correctamente a las 12 m. del día miércoles 13 de Julio. ¿Cuándo volverá a señalar la hora correcta?

A) Miércoles, 10 de agosto

B) Viernes, 12 de Agosto

C) Lunes, 8 de Agosto

D) Sábado, 13 de Agosto

E) Martes, 9 de Agosto

Problema 12: Entre las 8 y las 9 h ¿A qué hora están superpuestas las agujas de un reloj?

A) 8 h 40' B) 8 h 42' C) 8 h 43'

D) 8 h 44' E) Ninguna

Problema 13: Entre las 5 y las 6 h. ¿A qué hora por primera vez, se forma un ángulo de 40°?

A) 5 y 34 min B) 5 y 35 min

C) 5 y 34 $\frac{6}{11}$ min D) 5 y 20 min

E) c y d

Problema 14: Un reloj se atrasa 5 min en cada hora, si se sincroniza exactamente a las 00 horas. ¿Qué hora marcará, cuando realmente sean las 2 y 20' p.m.?

A) 1 y 10' p.m. B) 1 y 5 $\frac{3'}{11}$ p.m.

C) 1 y 10' 40" D) 1 h 8' 20" p.m.

E) Ninguna

Problema 15: El reloj mostrado, es mirado a través de un espejo. ¿Qué hora es, si se sabe que las agujas forman un ángulo de 80°?

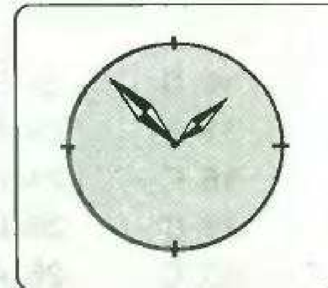
A) 10 h 40 min

B) 8 h 50 $\frac{4}{11}$ min

C) 1 h 20 min

D) 2 h 25 min

E) Ninguna



Problema 16: Un reloj señala las horas con número de campanadas, no correspondientes así la 1 la indica con 11 campanadas, las 2 con 10 campanadas, las 8 con 4 campanadas, etc. ¿Cuántas campanadas habrá dado desde las 7 inclusive hasta el momento en que por segunda vez indica el número correcto de campanadas inclusive.

A) 112 B) 63 C) 51 D) 78 E) 108

Problema 17: Entre las 5 y las 6. ¿A qué hora forman ángulo recto las agujas del reloj por primera vez?

A) 5 h 10 $\frac{10}{11}$ min B) 5 h 7 $\frac{3}{11}$ min

C) 5 h 15 min D) 5 h 12 min

E) 5 h 8 $\frac{3}{11}$ min

Problema 18: Nataly emplea exactamente 1 hora en ir de su casa al colegio si sale a las 7 a.m. de su casa y para llegar al colegio le faltan 10 minutos menos de los que ya ha caminado, diga: ¿Qué hora es?

A) 7 h 30' B) 7 h 40' C) 7 h 35'

D) 7 h 50' E) 7 h 10'

Problema 19: Se construye un nuevo reloj, cuya esfera se divide en 10 partes iguales, cada nueva hora equivale a 50 "nuevos minutos", y cada "nuevo minuto" equivale a los 50 "nuevos segundos". ¿Qué ángulo formarán las agujas de este reloj, cuando marque las 2 y 15?

A) 5° 2' B) 5° y 12' C) 30°

D) 22° 30' E) Ninguna

Problema 20: Un reloj forma a las 3:00 un ángulo de 80° debido a una falla mecánica. ¿Qué ángulo formará a las 4 y 40'?

A) 90° B) 100° C) 110°

D) 115° E) Ninguna

Problema 21: El horario de un reloj mide 2 cm y el minutero es el doble, cuando sean las 4 y 10 min. ¿cuál será la distancia de separación entre los extremos de las manecillas?

A) $\sqrt{2}$ cm B) $\sqrt{3}$ cm C) $\sqrt{5}$ cm

D) $2\sqrt{3}$ cm E) N.A.

Problema 22: Un reloj dá 3 campanadas cada 3 minutos, en cuántos minutos dará 9 campanadas

A) 9 B) 12 C) 15

D) 18 E) Ninguna

Problema 23: ¿Cuál es el espacio recorrido por la punta de la aguja del horario de un reloj al cabo de 3 h si esta mide 6 cm?

A) 3π cm B) 4π cm C) 12π cm

D) 6π cm E) N.A.

Problema 24: Se construye un reloj que tiene el horario, más grande que el minutero, cuando una persona ve la hora anuncia: "son las 9 y 29', si el ángulo que forman las manecillas es 114°. ¿Qué hora es en realidad?

A) 5 y 45' B) 6 y 50' C) 4 y 48'

D) 5 y 48' E) Ninguna

Problema 25: Dos personas distanciadas en tiempo y lugar deben estar en la estación a las 3 p.m. ya que a esa hora exactamente sale el tren, sin embargo el reloj del primero está atrasado 10 minutos y señala las 2 horas y 45 min y el reloj del segundo presenta un adelanto de 10 minutos y señala las 3 horas. Si ambos necesitan 7 minutos, para llegar a la estación. ¿Quién pierde el tren y por cuántos minutos?

A) 2do por 2 minutos

B) 1ro por 7 minutos

C) 2do por 7 minutos

D) 1ro por 2 minutos

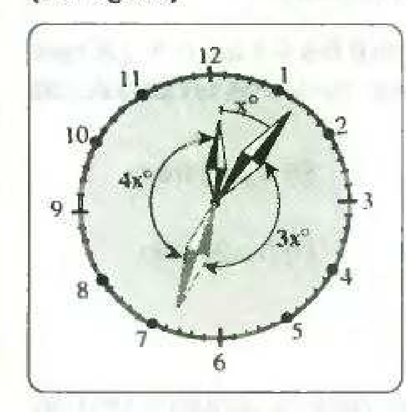
E) Ambos por 2 minutos y 7 minutos respectivamente

Problema 26: Un reloj cuyo horario mide 10 cm y el minutero el doble, parte una hormiga desde la punta del horario, llega al centro para luego seguir por el minutero. Si cuando la hormiga partió el reloj marcaba las 6 : 00 h. Hallar la velocidad de la hormiga sabiendo que al final del viaje llegó al mismo número del cual partio.

A) 1 cm/min B) 2 cm/min C) 1,5 cm/min

D) 0,5 cm/min E) Falta información

Problema 27: A que hora despues de las 12 las manecillas horario, minutero y segundero de un reloj forman tres ángulos x°, 3x° y 4x° (ver figura)



A) 12 h : 7' 43"

B) 12 h : 9' 45"

C) imposible

D) Faltan datos

E) N.A.

Clave de Respuestas

1. C	6. B	11. B
2. D	7. B	12. C
3. C	8. C	13. D
4. C	9. C	14. D
5. A	10. A	15. C

16. D	22. B
17. A	23. A
18. C	24. D
19. B	25. D
20. C	26. A
21. D	27. C

CINEMATICA 15

Concepto: Es una parte de la mecánica que se encarga de estudiar única y exclusivamente el movimiento de los cuerpos sin considerar las causas que la originan. La palabra "CINEMA" significa movimiento.

CONCEPTOS FUNDAMENTALES:

a) **Móvil:** es el cuerpo que realiza los movimientos.

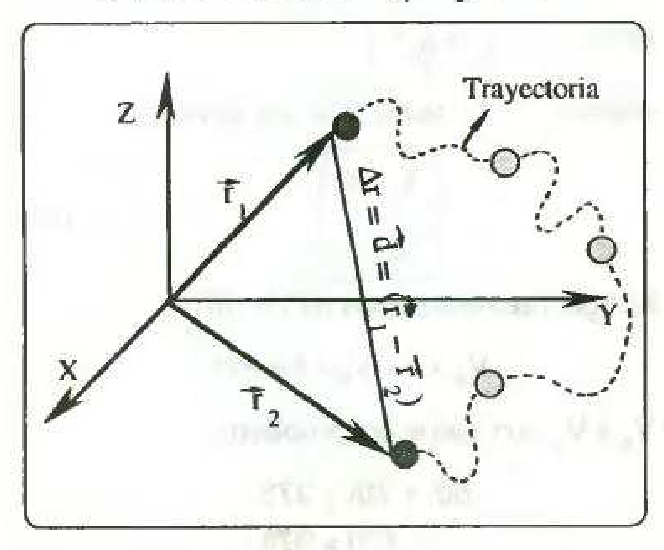
b) **Trayectoria:** Es la Línea recta o curva que describe un móvil.

c) **Desplazamiento:** Es aquel vector que une el punto de partida con el punto de llegada. ($d = \Delta r = r_1 - r_2$). Su módulo toma el nombre de distancia.

d) **Espacio Recorrido:** Es la longitud o medida de la trayectoria.

e) **Intervalo de Tiempo:** Es el tiempo empleado en realizarse un acontecimiento. ($\Delta t = t_f - t_o$).

f) **Instante:** Se define así como un intervalo de tiempo pequeño, tan pequeño que tiende a cero. $(\Delta t) = (t_f - t_o) \rightarrow 0$



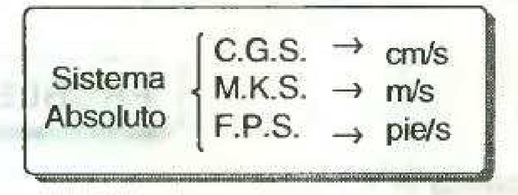
MOVIMIENTO

Es aquel fenómeno físico que consiste en el cambio de posición que realiza un cuerpo (móvil) en cada instante con respecto a un sistema de referencia, el cual se considera fijo.

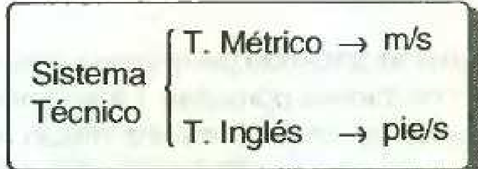
MEDIDAS DEL MOVIMIENTO

Velocidad (V).- Es una magnitud vectorial cuyo módulo indica cual es el espacio recorrido por un móvil en cada unidad de tiempo.

Unidades de la velocidad



Sistema Absoluto	C.G.S. →	cm/s
	M.K.S. →	m/s
	F.P.S. →	pie/s



Sistema Técnico	T. Métrico →	m/s
	T. Inglés →	pie/s

Aceleración (A).- Es una magnitud vectorial cuyo módulo mide el cambio de velocidad por cada unidad de tiempo.

Unidades de Aceleración

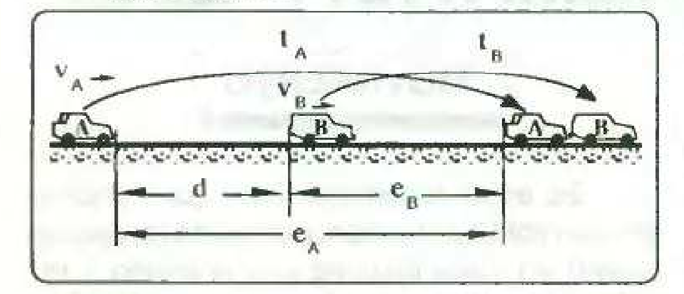
Sistema Absoluto	C.G.S. →	cm/s^2
	M.K.S. →	m/s^2
	F.P.S. →	pie/s^2

Clasificación del movimiento:

A. Por su trayectoria:

A) ***Rectilinio:*** Cuando su trayectoria es una línea recta.

B) ***Curvilíneo:*** Cuando su trayectoria es una línea curva. Entre las más conocidas tenemos:



De la figura: $d = e_A - e_B$ ......(I)

Donde: $e_A = V_A \times t_A$; $e_B = V_B \times t_B$ ......(II)

Remplazamos (II) en (I):

$$d = V_A \times t_A - V_B \times t_B \quad ......(III)$$

Pero: $t_A = t_B = t_{AL}$;

siendo: t_{AL} = tiempo de Alcance

$t_A = t_{AL}$; $t_B = t_{AL}$ ......(IV)

Reemplazamos (IV) en (III):

$$d = V_A \times t_{AL} - V_B \times t_{AL}$$

$$d = t_{AL}(V_A - V_B)$$

$$\therefore \quad t_{AL} = \frac{d}{V_A - V_B};$$

siendo: $V_A > V_B$

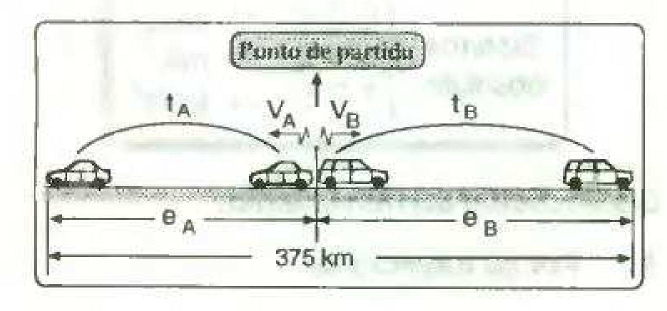
PROBLEMAS RESUELTOS

Problema (1)

Dos autos arrancando del mismo punto viajaron en direcciones opuestas. La velocidad de uno fue de 80 km/h. El menos rápido sostuvo una velocidad de 70 km/h. ¿En cuántas horas llegan a apartarse 375 km?

A) 2h B) 2,5 h C) 3 h
D) 4,5 h E) 4 h

Resolución:



De la figura: $e_A + e_B = 375$ ......(I)

Sabemos que: $e = V \times t$

Donde: $e_A = V_A \times t_A$; $e_B = V_B \times t_B$ ......(II)

Reemplazamos (II) e (I):

$$V_A \times t_A + V_B \times t_B = 375 \quad ......(III)$$

pero: $t_A = t_B = t$;

siendo: t = tiempo de separación

$t_A = t$; $t_B = t$ ......(IV)

Luego, reemplazamos (IV) en (III)

$$V_A \times t + V_B \times t = 375 ;$$

V_A y V_B son datos del problema

$$80t + 70t = 375$$
$$150 = 375$$

$\therefore$ $\boxed{t = 2{,}5h}$ **Rpta. B**

MÉTODO PRÁCTICO:

Para este tipo de problema es recomendable aplicar este método, veamos:

Espacio total por recorrer = 375 km

$$\text{Velocidad total} = (80 + 70)\,\frac{\text{Km}}{\text{h}}$$

$$= 150\,\frac{\text{Km}}{\text{h}}$$

Donde: $\boxed{\text{Tiempo} = \dfrac{\text{Espacio}}{\text{Velocidad}}}$

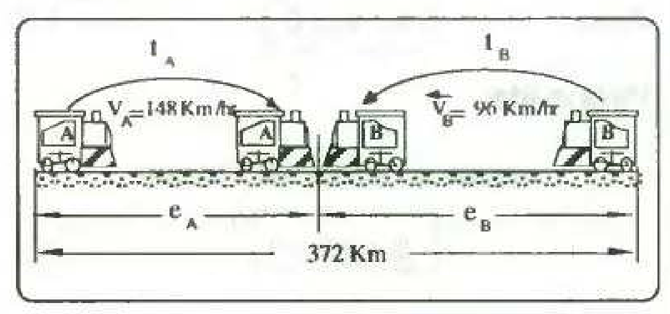
$$\boxed{t = \frac{375\ \text{Km}}{150\dfrac{\text{Km}}{\text{h}}} = 2{,}5\ \text{h}}$$

Problema (2)

Dos trenes inician su marcha al mismo tiempo desde dos ciudades apartadas 732 km, uno viaja a 148 Km/h, el otro a 96 Km/h. ¿En cuántas horas lograron reunirse ambos trenes?

A) 2 h B) 2,5 h C) 4 h
D) 3 h E) 5 h

Resolución:



De la figura: $e_A + e_B = 732$ ......(I)

Sabemos que: $\boxed{e = V \times t}$

Donde: $\boxed{\begin{matrix} e_A = V_A \times t_A \\ e_B = V_B \times t_B \end{matrix}}$ ......(II)

Reemplazamos (II) en (I):

$$V_A \times t_A + V_B \times t_B = 732 \quad \text{......(III)}$$

Pero: $t_A = t_B = t_E$

$\boxed{\begin{matrix} t_A = t_E \\ t_B = t_E \end{matrix}}$ ......(IV)

Luego, reemplazamos IV en III:

$$V_A \times t_E + V_B \times t_E = 732$$

per: V_A y V_B son datos del problema:

$$148\,t_E + 96t_E = 732$$

$$244\,t_E = 732$$

$$\therefore\ \boxed{t_E = \frac{732}{244} = 3h}$$

Rpta. D

- Aplicamos la fórmula de tiempo de encuentro; obtenemos:

$$\boxed{t_E = \frac{d}{V_A + V_B}}\ ;$$

reemplazamos valores:

$$t_E = \frac{732\ \text{Km}}{\left(148\dfrac{\text{Km}}{\text{h}} + 96\dfrac{\text{Km}}{\text{h}}\right)}$$

$$= \frac{732\,\text{Km}}{244\dfrac{\text{Km}}{\text{h}}} = 3h$$

$$\therefore\ \boxed{t_E = 3h}$$

Problema (3)

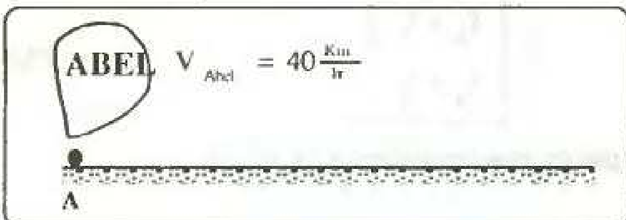
Abel salió en su carro con una velocidad de 40 Km/h. Dos horas después, María salió del

mismo lugar. Ella manejó por la misma carretera a 50 Km/h. ¿Cuántas horas había manejado María cuando alcanzó a Abel.

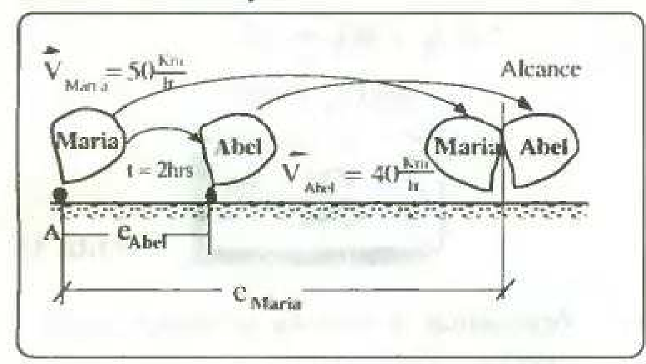
A) 5 h B) 6 h C) 7 h
D) 9 h E) N.A

Resolución

Cuándo Abel parte de "A"



Cuando María parte de "A", Abel le ha sacado 2 horas de ventaja.



Calculamos e_{Abel}:

$$E = V \times t$$

Donde:

$$e_{Abel} = V_{Abel} \times t_{Abel}$$

$$e_{Abel} = 40\frac{Km}{h} \times 2h$$

$\therefore$ $e_{Abel} = 80\text{ Km}$ *(Distancia que saco ventaja Abel a María)*

Luego, aplicamos la fórmula de tiempo de alcance:

$$t_{AL} = \frac{\text{Separación o Ventaja}}{V_{María} - V_{Abe}};$$

Donde: $V_{María} > V_{Abel}$

$$t_{AL} = \frac{80\text{ Km}}{50\frac{Km}{h} - 40\frac{Km}{h}} = \frac{80\text{ Km}}{10\frac{Km}{h}} = 8h$$

$\therefore$ $t_{AL} = 8h$ **Rpta. D**

Problema (4)

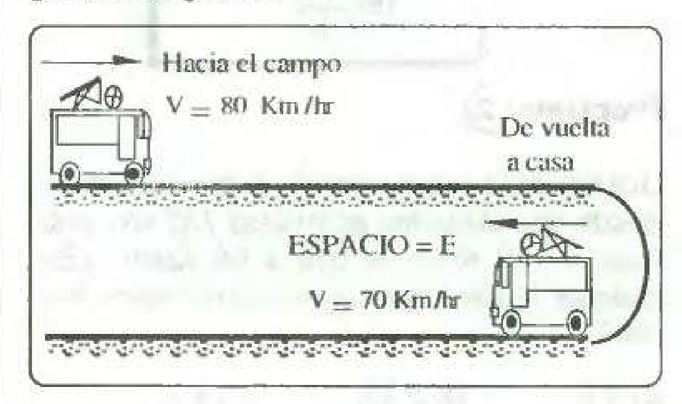
Una familia viajando en un auto hacia el campo de desplaza a 80km/h. Retorna por la misma carretera a 70km/h.

Si llega a su hogar en 6 horas. ¿Qué distancia hay de la casa al campo?

A) 220km B) 230km C) 224km
D) 324km E) 124km

Resolución

Para su mejor entendimiento, hacemos el siguiente diagrama:



Por dato:

Tiempo de ida y regreso = 6 horas

Osea: $ti + tr = 6$ ......(1)

Para la ida

espacio = velocidad x tiempo

$E = 80 \times ti$ ......(2)

Para el regreso

Espacio = velocidad x tiempo

$E = 70 \times tr$ ......(3)

igualamos (1) y (3):

$$80\,ti = 70\,tr$$

$$\therefore \quad \boxed{ti = \frac{7}{8}tr} \quad \ldots\ldots(4)$$

reemplazamos (4) en (1):

$$\frac{7}{8}tr + tr = 6$$

$$7\,tr + 8\,tr = 48$$

$$15\,tr = 48 \quad \rightarrow \quad tr = \frac{48}{15} = \frac{16}{5}$$

$$\therefore \quad \boxed{tr = \frac{16}{5}} \quad \ldots\ldots(5)$$

Luego, reemplazamos (5) en (3):

$$E = 70 \times \frac{16}{5} = 224\,Km$$

(Distancia de la casa al campo)

$$\therefore \quad \boxed{E = 224\,Km}$$ **Rpta. C**

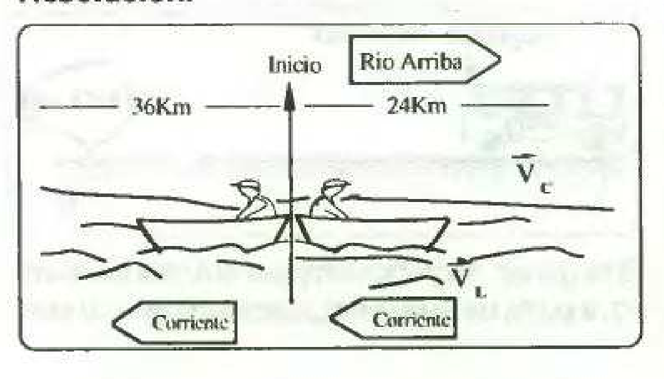
Problema (5)

Una lancha puede viajar a 20 Km/h en aguas tranquilas. Puede navegar 36 Km a favor de la corriente en el mismo tiempo que viaja río arriba 24 Km. ¿Cuál es la velocidad de la corriente?

A) $2\frac{Km}{h}$ B) $3\frac{Km}{h}$ C) $4\frac{Km}{h}$

D) $5\frac{Km}{h}$ E) $6\frac{Km}{h}$

Resolución:



Sea: "V_C" = Velocidad de corriente.

"V_L" = Velocidad de lancha (V_L = 20 Km/h)

Para río abajo: (corriente a favor)

Velocidad total a favor de la corriente

$$V_C + V_L = (V_C + 20)\ Km/h$$

Espacio recorrido = 36 Km

$$\boxed{Tiempo = \frac{Espacio}{Velocidad}}$$

De donde:

$$\boxed{Tiempo = \frac{36}{V_C + 20}} \quad \ldots\ldots(I)$$

Para río arriba: (contra la corriente)

Velocidad total en contra la corriente

$$V_L - V_C = (20 - V_C)\ Km/h$$

Espacio recorrido = 24 Km

$$\boxed{Tiempo = \frac{Espacio}{Velocidad}}$$

De donde:

$$\boxed{Tiempo = \frac{24}{20 - V_C}} \quad \ldots\ldots(II)$$

> ***Nota:*** *el tiempo para viajar río arriba y a favor de la corriente, es el mismo.*

Igualando (I) y (II); obtenemos:

$$\frac{36}{V_C + 20} = \frac{24}{20 - V_C}$$

hacemos producto de extremos y medios.

$$36\,(20 - V_C) = 24\,(V_C + 20);$$

dividimos (:12)

$$3(20 - V_C) = 2(V_C + 20)$$

$$60 - 3V_C = 2V_C + 40$$

$$20 = 5V_C$$

$$\therefore \quad \boxed{V_C = 4\frac{Km}{h}}$$

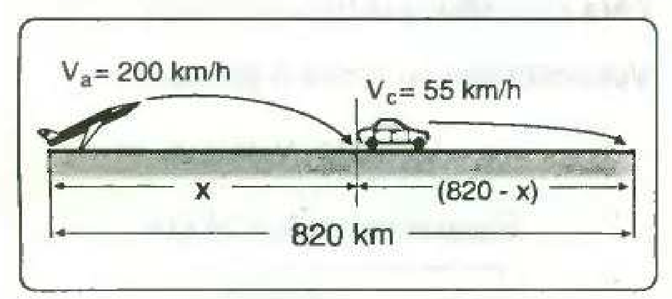
Rpta. C

Problema (6)

Un hombre debe realizar un viaje de 820 Km. en 7 horas. Si realiza parte del viaje en un avión a 200 Km/h y el resto en coche a 55 Km/h. Hallar la distancia recorrida en coche.

A) 360 Km B) 220 Km C) 600 Km
D) 420 Km E) 320 Km

Resolución



Sea: "x" la distancia recorrida en avión

Entonces: (820 - x) será la distancia recorrida en coche.

Por dato:

Tiempo en avión + tiempo en coche = 7 h

$$\frac{x}{200} + \frac{(820 - x)}{55} = 7$$

Damos común denominador en el primer miembro:

$$\frac{11x + 32\,800 - 40x}{2\,200} = 7$$

$$32\,800 - 29x = 15\,400$$

$$17\,400 = 29x$$

$$\therefore \quad \boxed{x = 600}$$

Ahora calculamos la distancia recorrida en coche:

$$820 - x = 820 - 600 = 220$$

∴ Distancia recorrida en coche = 220 Km

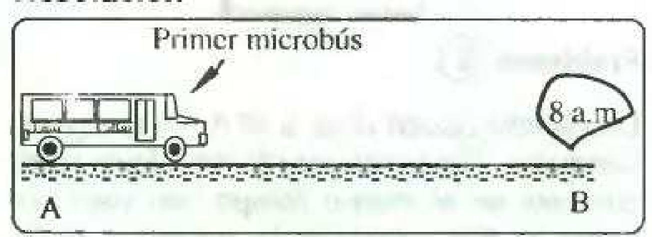
Rpta. B

Problema (7)

Un estudiante aborda todos los días un microbús para llegar a su clase a la 8:00 a.m. pero hoy perdió el microbús, y éste pasó 10 minutos después del primero y arribó en el doble del tiempo normal, llegando a la 8:24 a.m. ¿A qué hora partió?

A) 7:46 a.m. B) 7:57 a.m. C) 7:14 a.m.
D) 7:56 a.m. E) 7:53 a.m.

Resolución

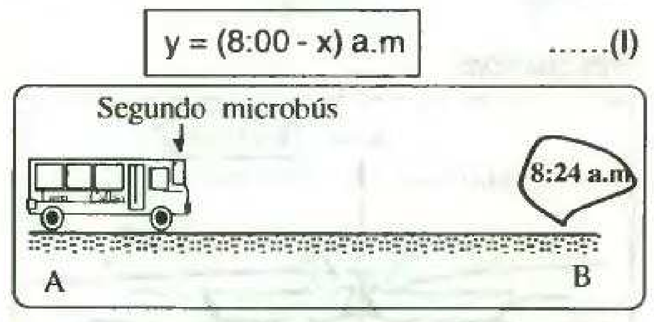


Sea: y = hora de partida

x = tiempo normal empleado por el microbús

Luego la persona aborda el microbús a las:

$$\boxed{y = (8{:}00 - x)\text{ a.m}} \quad \ldots\ldots(I)$$



El segundo microbús emplea el doble del tiempo, a parte de que el estudiante espera 10 min.

Tiempo transcurrido desde la partida $= (2x + 10min)$

Luego: $y = 8{:}24 - (2x + 10min)$ ......(II)

Igualamos (I) y (II):

$$(8{:}00 - x) = 8{:}24 - (2x + 10min)$$

$$\therefore \quad \boxed{x = 14 \text{ minutos}}$$

Reemplazamos el valor de "x" en (I):

$$y = \boxed{8h} - 14 \text{ min}$$

$$y = \boxed{7h\ 60 \text{ min}} - 14 \text{ min}$$

$$\therefore \quad \boxed{y = 7{:}46 \text{ a.m.}}$$

Rpta A

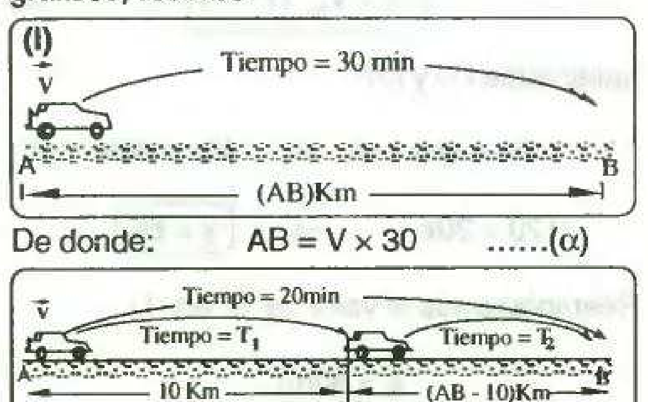
Problema (8)

Un auto sale con dirección a B; pero al llegar a "D" duplica su velocidad, con ésta nueva velocidad se demora en recorrer AB tan sólo en 20 minutos. (10 minutos menos del tiempo que emplea originalmente); si: AD es 10 Km. ¿Hallar la velocidad con que sale " de "A"?.

A) 1 Km/min B) 2 Km/min
C) 4 Km/min D) 0,5 Km/min
E) 0,25 Km/min

Resolución:

Para su mejor entendimiento construimos dos gráficos, veamos:



De donde: $AB = V \times 30$ ......(α)

De este último gráfico:

$$\boxed{\begin{aligned} t_1 &= \frac{10}{V} \\ t_2 &= \frac{AB - 10}{2V} \end{aligned}} \quad ......(\beta)$$

Por dato:

$$\boxed{t_1 + t_2 = 20 \text{ min}} \quad ......(\theta)$$

reemplazamos (B) en (θ):

$$\frac{10}{V} + \frac{AB - 10}{2V} = 20.$$

damos común denominador en el primer miembro

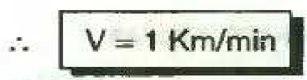
$$\frac{20 + AB - 10}{2V} = 20$$

$$10 + AB = 40V \quad ......(\phi)$$

reemplazamos (α) en (ϕ)

$$10 + 30V = 40\ V$$

$$10 = 10V$$



$$\therefore \quad \boxed{V = 1 \text{ Km/min}}$$

(Velocidad con que sale de "A")

Rpta. A

Problema (9)

¿Cuántas horas emplea un móvil que viaja a una velocidad promedio de 6[illegible]/h entre las ciudades "A" y "B" distante[illegible] hace "b" paradas de "c" minuto[illegible]

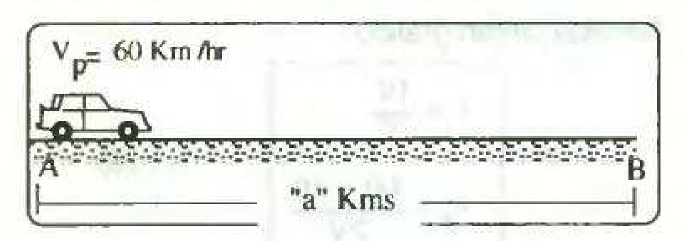
A) $\left(\frac{ab + c}{60}\right)h$ B) [illegible]

C) $\left(\frac{a + bc}{30}\right)h$ D) $\left(\frac{bc}{50}\right.$[illegible]

E) N. A.

Resolución

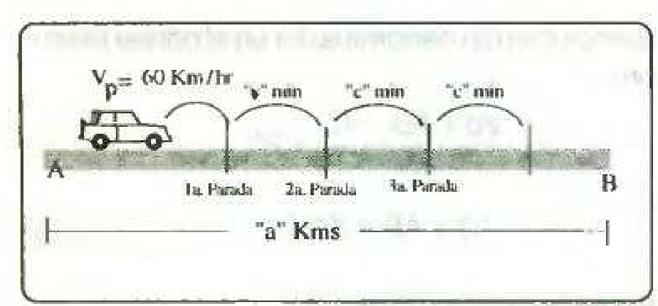
En primer lugar, calculamos el tiempo que siempre acostumbra a emplear:



$$\text{Tiempo de costumbre} = \frac{\text{Espacio}}{\text{Velocidad}}$$

$$\text{Tiempo de costumbre} = \frac{a\text{ Km}}{60\frac{\text{Km}}{\text{h}}} = \frac{a}{60}\text{h}$$

En segundo lugar, calculamos el tiempo perdido.



Tiempo perdido = # de paradas × tiempo en cada parada

Tiempo perdido = $(b \times c)$ minutos;

convertimos los minutos a horas

$$\text{Tiempo perdido} = (b \times c)\text{ min} \times \frac{1\text{ hora}}{60\text{ min}}$$

$$= \left(\frac{b \times c}{60}\right)\text{h}$$

ahora, calculamos el # de horas que emplea el móvil en el viaje:

# de horas en el viaje	=	Tiempo de costumbre + Tempo perdido

$$\#\text{ de horas en el viaje} = \left(\frac{a}{60} + \frac{b \times c}{60}\right)\text{h}$$

$$= \left(\frac{a + bc}{60}\right)\text{h}$$

Rpta. B

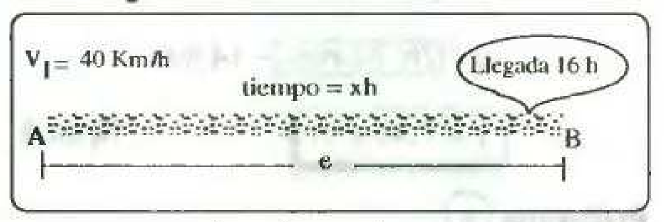
Problema (10)

Viajando a 40 Km/h un piloto llega a su destino a las 16 horas; viajando a 60 Km/h llegaría a las 14 horas; si desea llegar a las 15 horas, ¿a qué velocidad debe ir?

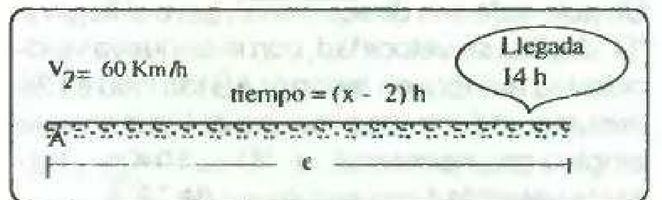
A) 50 Km/h B) 70 Km/h C) 48 Km/h
D) 48,5 Km/h E) N.A.

Resolución

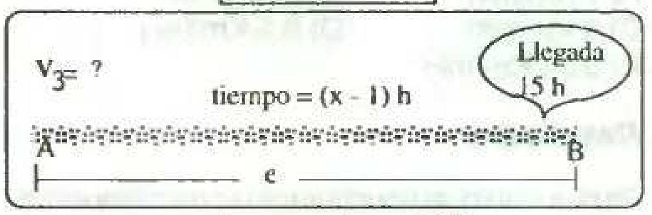
Para este tipo de problema es recomendable hacer 3 gráficos, veamos:



$$\boxed{e = 40x} \quad \ldots\ldots(1)$$



$$\boxed{e = 60(x-2)} \quad \ldots\ldots(2)$$



$$\boxed{e = V_3 \cdot (x-1)} \quad \ldots\ldots(3)$$

Igualmente (1) y (2):

$$40x = 60(x-2) \Rightarrow 40x = 60x - 120$$

$$120 = 20x \Rightarrow \boxed{x = 6h}$$

Reemplazamos el valor de "x" en (1)

$$e = 40(6)$$

$$\therefore \boxed{e = 240\text{ Km}}$$

Ahora, reemplazamos el valor de "x" y "e" en (3):

$$240\text{ Km} = V_3 \times (6-1)\text{h}$$

$$V_3 = \frac{240\text{Km}}{5\text{h}} = 48\frac{\text{Km}}{\text{h}}$$

$\therefore$ $V_3 = 48$ Km/h **Rpta. C**

Para este tipo de problema, se puede aplicar directamente la siguiente fórmula:

$$V_3 = \frac{2V_1 \times V_2}{V_1 + V_2}$$

Reemplazamos valores, obtenemos:

$$V_3 = \frac{2(40)(60)}{40+60} = \frac{2(40)(60)}{100}$$

$\therefore$ $V_3 = 48$ Km/h

Problema 11

Una persona va de "A" hacia "B", sale de "A" a media noche y recorre 50 m/min, en cierto punto sube a un caballo que recorre 120 m/min y que salió de "A" 15 min después de ella. La persona llega a "B" 20 min antes que si hubiera continuado caminando. Hallar la distancia AB.

A) 2 800 m B) 3 600 m C) 2 900 m
D) 3 200 m E) 3 000 m

Resolución:

Se sabe que la persona parte 15 min antes
Además sabemos que:

$$V = \frac{e}{t} \Rightarrow e = V \times t$$

Si la persona fuese a 50 m/min demoraría "x" min.

Donde: $e = 50x$ ......(I)

Si la persona fuese a 120 m/min demoraría (x - 15 - 20) min

Donde: $e = 120(x - 35)$ ......(II)

Ahora igualamos las ecuaciones (I) y (II):

$$50x = 120(x-35)$$

$$5x = 12x - 420$$

$$7x = 420 \rightarrow x = 60 \text{ min}$$

Luego, reemplazamos el valor de "x" en (I):

$\therefore$ $e = 50(60) = 3\,000$ m **Rpta. E**

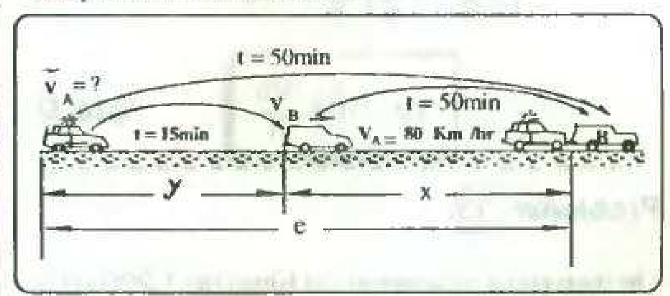
Problema 12

Un asaltante después de robar en un banco huye con el botín en un auto a razón de 80 Km/h un policía empieza a perseguirlo después de 15 minutos. ¿A qué velocidad viajó el policía, si capturó al asaltante después de 50 minutos de persecución?

A) 110 Km/h B) 120 Km/h C) 100 Km/h
D) 104 Km/h E) 160 Km/h

Resolución:

De acuerdo al enunciado ambos partieron del banco, con la diferencia de que el policía salió después de 15 minutos.



En los 15 minutos el asaltante a recorrido un espacio "y" con una velocidad de 80 Km/h.

Espacio (E) = Velocidad (V) x Tiempo (t)

Luego: $y = 80\frac{\text{Km}}{\text{h}} \times 15\text{ min}$

$$y = 80\frac{\text{Km}}{\text{h}} \times \frac{1}{4}\text{h} = 20\text{Km}$$

Como se observaría el gráfico, el asaltante también recorre un espacio "x" con velocidad de 80 Km/h

Espacio (E) = Velocidad (V) x Tiempo (T)

Luego: $x = 80\dfrac{Km}{h} \times 50\ min$

$$x = 80\frac{km}{h} \times 50\ min \times \frac{1h}{60\ min} = \frac{200}{3}km$$

De acuerdo a gráfico, el policía recorre un espacio "e" con una velocidad "Vp" en un tiempo de 50 min.

Espacio (E) = Velocidad (V) x tiempo (t)

Luego:

$e = Vp \times 50\ min$; pero: $\boxed{e = x + y}$

$$x + y = Vp \times 50\ min \times \frac{1h}{60\ min}$$

$$(x + y)\ Km = \frac{5}{6} Vp \cdot h$$

Reemplazando lo valores de "x" e "y"

$$\left(20 + \frac{200}{3}\right) Km = \frac{5}{6} Vp \cdot h$$

$$\left(\frac{260}{3} \times \frac{6}{5}\right)\frac{Km}{h} = Vp$$

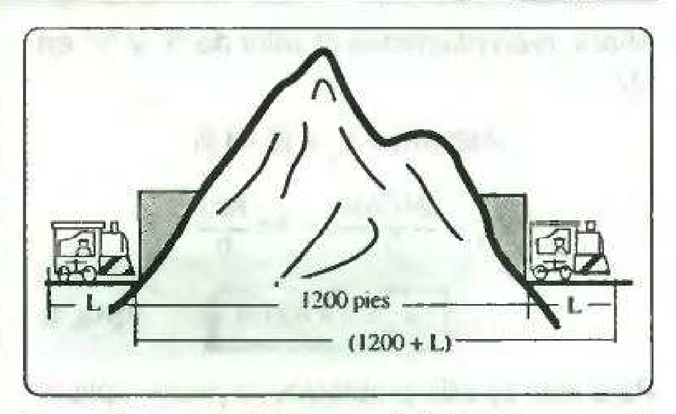
$\therefore$ $\boxed{Vp = 104\dfrac{Km}{h}}$ **Rpta. D**

Problema (13)

Un tren para atravesar un túnel de 1 200 pies de longitud, tarda 70s y en pasar delante de un observador tarda 20s. ¿cuál es la longitud del tren?

A) 360 pies B) 480 pies C) 720 pies
D) 240 pies E) N.A.

Resolución:



Para el observador: $L = V(20)$ ......(I)

Longitud que recorre el tren al pasar el túnel:

$$1\,200 + L$$

Luego: $(1\,200 + L) = V\,(70)$ ......(II)

Ahora, reemplazamos (I) en (II):

$$1\,200 + V(20) = V(70)$$

$$1\,200 = 50V$$

$$\boxed{V = \frac{1\,200}{50} = 24\ pies\ /\ s}$$

Luego, reemplazamos el valor de "V" en (I):

$$L = 24\,(20)$$

$\therefore$ $\boxed{L = 480\ pies}$ **Rpta. B**

Problema (14)

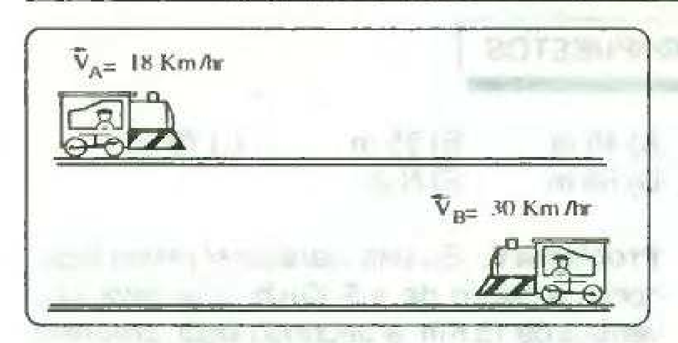
Dos trenes marchan en sentido contrario y sobre vías paralelas, con velocidades de 18 y 30 Km/h respectivamente. Un pasajero en el segundo tren calculó que el primero demoró en pasar 9 segundos. ¿Cuál es la longitud de este último tren?

A) 80 m B) 480 m C) 100 m
D) 180 m E) 120 m

Resolución:

Los trenes se acercan a razón de:

$$18 + 30 = 48\ Km/h$$



Convertimos $\frac{Km}{h}$ a $\frac{m}{s}$

$$= 48\frac{Km}{h} \times \frac{1\,000\,m}{1Km} \times \frac{1h}{3\,600\,s}$$

$$= \frac{40}{3} m/s$$

Significa que en 1s se acercan 40/3 m)

Para el observador del segundo tren y para él transcurrieron 9 s al ver pasar el tren, cuya longitud se denominará "L"

En 1s se acercan $\frac{40}{3}$ m

9s ⟶ L

Por regla de tres (Directa):

$$L = \frac{9}{1} \times \frac{40}{3} = 120\,m$$

∴ Longitud del último tren es 120 m

Rpta. E

Problema (15)

Un automóvil que corre alrededor de un cuadrado que tiene 10 Kms de lado, recorre el primero de éstos lados a 10 km/h, el segundo lado a 20 Km/h, el tercer lado a 30 Km/h y el cuarto a 40 Km/h. ¿Cuál es la velocidad promedio del automóvil en su recorrido alrededor del cuadrado?

A) 21 Km/h B) 28 Km/h C) 25 Km/h
D) 27,4 Km/h E) 19,2 Km/h

Resolución:

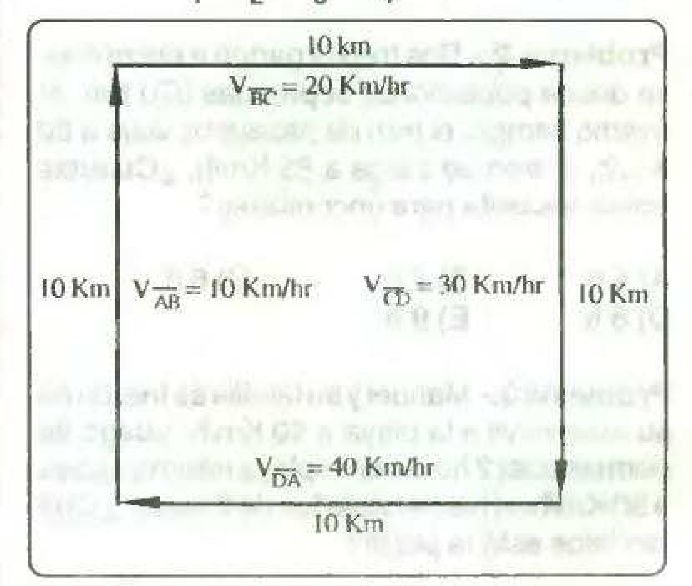
Sabemos que:

$$\text{Velocidad Promedio} = \frac{\text{Espacio Total}}{\text{Tiempo Total}}$$

Donde:

$$\vec{Vp} = \frac{AB + BC + CD + DA}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}$$

$$\vec{Vp} = \frac{(10 + 10 + 10 + 10)\,Km}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4} \quad ......(I)$$



Ahora, calculamos cada uno de los tiempos empleados en recorrer los lados del cuadrado.

$$t_1 = \frac{10\,Km}{10\frac{Km}{h}} = 1h \qquad t_2 = \frac{10\,Km}{20\frac{Km}{h}} = \frac{1}{2}h$$

$$t_3 = \frac{10\,Km}{30\frac{Km}{h}} = \frac{1}{3}h \qquad t_4 = \frac{10\,Km}{40\frac{Km}{h}} = \frac{1}{4}h$$

Luego reemplazamos los valores hallados en (I):

$$Vp = \frac{40\,Km}{\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)h} = \frac{40\,Km}{\left(\frac{25}{12}\right)h}$$

$$Vp = \frac{40 \times 12}{25} Km/h$$

∴ Vp = 19,2 Km/h **Rpta. E**

PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1.- Dos autos parten del mismo lugar al mismo tiempo, pero en direcciones opuestas. El primero va a 80 Km/h y el segundo a 70 Km/h. ¿Cuántas horas tardarán para estar apartados en 600 Km?

A) 3 horas B) 4 horas C) 5 horas
D) 6 horas E) 8 horas

Problema 2.- Dos trenes parten a encontrarse desde poblaciones separadas 870 Km. Al mismo tiempo, el tren de pasajeros viaja a 80 Km/h, el tren de carga a 65 Km/h. ¿Cuántas horas necesita para encontrarse?

A) 5 h B) 7 h C) 6 h
D) 8 h E) 9 h

Problema 3.- Manuel y su familia se fueron en su automóvil a la playa a 60 Km/h. Luego de permanecer 2 horas en la playa retorna a casa a 90 Km/h. si todo el viaje fue de 7 horas. ¿Qué tan lejos está la playa?

A) 120 Km B) 140 km C) 160 Km
D) 180 Km E) 150 Km

Problema 4.- Durante tres horas un barco de pesca navega a la misma velocidad. En la hora siguiente, el barco viaja con la velocidad reducida a la mitad, si navega una distancia total de 161 Km. ¿Cuál fue la velocidad inicial?

A) 46 Km/h B) 45 Km/h C) 56 Km/h
D) 64 Km/h E) N.A.

Problema 5.- Un correo tiene que recorrer 2 000 metros con una velocidad uniforme de 8 m/s, en el camino tropieza con tres obstáculos que distan entre si 15 metros y le hacen perder un número de segundos igual a la distancia (en metros), que había recorrido desde el lugar de su partida. Sabiendo que el correo llega a su destino después de 415 s. ¿Calcular la posición del segundo obstáculo (desde el punto de partida)?.

A) 40 m B) 55 m C) 70 m
D) 50 m E) N.A.

Problema 6.- En una maratón el primer lugar corre a razón de 4,5 Km/h y le lleva una ventaja de 15 Km al segundo lugar, pero este logra alcanzarlo en 1 hora y media. ¿Calcular la velocidad del segundo corredor?.

A) 21,75 Km/h B) 14,5 Km/h
C) 11,75 Km/h D) 28 Km/h
E) 29 Km/h

Problema 7.- Un conductor de carros tiene que recorrer de un pueblo "A" a otro "B", si se dirigiera a una velocidad de 100 Km por hora llegaría a la 3 p.m. y si condujera a 150 Km/h llegaría a la 1 p.m. ¿Cuál sería la velocidad que debe de ir si debe llegar a las 2 p.m.?

A) 125 Km/h B) 124 Km/h
C) 120 Km/h D) 130 Km/h
E) N.A.

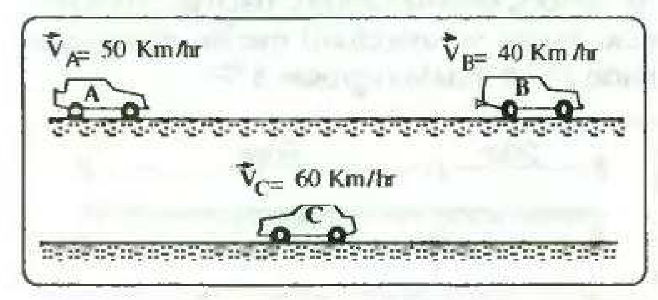
Problema 8.- Dos corredores, Manuel y Eduardo, parten simultáneamente en viaje de una ciudad a otra distantes 60 Km la velocidad de manuel es 4 kilómetros menor que la de Eduardo. Después de llegar Eduardo a la segunda ciudad, emprende inmediatamente en viaje de regreso, y se encuentra con Manuel a 12 Km. ¿cuál es la velocidad de Manuel?

A) 6 Km/h B) 8 Km/h C) 10 Km/h
D) 12 Km/h E) 20 Km/h

Problema 9.- Una nave Argentina que marchaba con el resto de la escuadra recibió la orden de explorar en una zona de 70 millas en la dirección que marchaba la escuadra. La velocidad de la escuadra es 35 millas/h. ¿Cuánto tiempo tardará la nave en incorporarse a la escuadra si su velocidad es 70 millas/h, y si la nave no se detiene en ningún momento?

A) 1 h B) 1 h 20 min
C) 1 h 30 min D) 1 h 40 min
E) 2 h

Problema 10.- Indicar la afirmación falsa:



A) El chofer del auto "C" ve al auto "B" alejarse a 20 Km/h

B) El chofer del auto "B" ve al auto "A" acercarse a 10 Km/h

C) El chofer del auto "A" ve alejarse al auto "C" a 10 Km/h

D) El chofer del auto "B" ve al auto "C" alejarse a 20 Km/h

E) El chofer del auto "C" ve al chofer del auto "A" acercarse a 10 Km/h

Problema 11.- Dos móviles A y B se desplazan con M.R.U. sobre una carretera. Para llegar a la ciudad "Q" ambos móviles tienen que pasar por la ciudad"P". El móvil "B" llega a la ciudad "P" 30 minutos después que lo hiciera "A". El móvil "A" viaja a 24 Km/h y las ciudades P y Q distan 132 Km. Determinar la velocidad de "B", si ambos móviles llegan al mismo tiempo a la ciudad "Q".

A) 30 Km/h B) 26,4 Km/h
C) 25 Km/h D) 32 Km/h
E) 32,5 Km/h

Problema 12.- Dos ciclistas parten al mismo tiempo y a su mutuo encuentro, de dos ciudades M y N distantes 500 Km. y el encuentro se produce a 200 Km de "M". Si el que partió de "M" hubiera partido 5 horas antes que el otro, el encuentro se hubiera producido en el punto medio del camino. ¿Cuál es la velocidad del que partió de "N"?

A) 25 Km/h B) 30 Km/h C) 20 Km/h
D) 60 Km/h E) 18 Km/h

Problema 13.- Pedro sale de su casa, todos los días a la misma hora y llega a su trabajo a las 9h30 min. Cierto día duplicó la velocidad de su auto y llegó a las 8h30min. ¿A qué hora sale de su casa?

A) 7h 30min B) 8h C) 8h 25min
D) 7h 45min E) 7h 15min

Problema 14.- Dos móviles parten del mismo lugar en direcciones opuestas. El más rápido viaja a 10 Km/h más rápido que el otro. Si después de 8 horas se encuentran a 180 Km. ¿Cuántos Km recorre el más lento en 4 horas?

A) 35 B) 6,25 C) 25
D) 45 E) 90

Problema 15.- 2 móviles están separados 320 Km y van en sentidos opuestos. Si 2 horas después están separados 80 Km. ¿Cuánto tiempo después volverán a estar separados 80 Km?

A) 2 h B) 3 h C) 1 h
D) 1 h 20 min E) 1 h 30 min

Problema 16.- Un auto de carrera ganador de una prueba pasó por el Km $\overline{ab}$ a la 7:00 a.m. a las 9:00 a.m. pasó por el Km $\overline{acb}$ y a las 12:00 horas por el Km $\overline{cab}$. Si su velocidad es constante y el que quedó en 2º lugar tuvo una velocidad promedio de 160 Km/h, hallar la velocidad del ganador considerando que la meta es el Km $\overline{cab}$

A) 249 Km/h B) 180 Km/h C) 110 Km/h
D) 175 Km/h E) 172 Km/h

Problema 17.- Un empleado que diariamente va a su trabajo, viaja en la mañana a una velocidad de 60 Km/h y regresa por la misma vía a una velocidad de 30 Km/h debido a la congestión del tránsito. ¿Cuál es la velocidad promedio de su recorrido?

A) 48 Km/h B) 40 Km/h C) 46 Km/h
D) 45 Km/h E) 42,5 Km/h

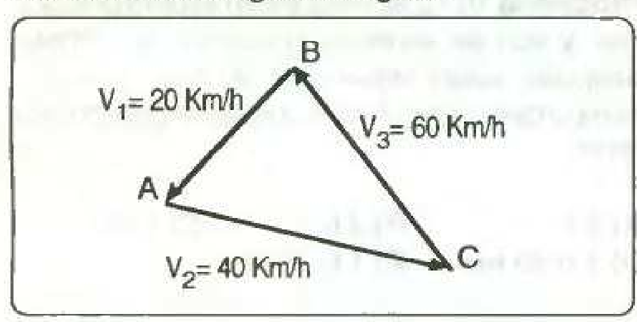
Problema 18.- ¿Cuánto tiempo tardará un tren de 300 m de largo, que marcha a la velocidad de 25 m/s en pasar por un túnel de 1 800 m de largo?

A) 76 s B) 82 s C) 84 s
D) 48 s E) 78 s

Problema 19.- Dos autos A y B están separados 500 metros y se van a mover en el mismo sentido con velocidad de 30 m/s y 20 m/s respectivamente. Después de que tiempo de haber empezado a moverse el auto "A" se cuentra a 100 metros delante de "B"

A) 12 s B) 20 s C) 24 s
D) 40 s E) 60 s

Problema 20.- Un automovilista que corre alrededor de la siguiente figura:



Se cumple que: $\overline{AB} = \frac{\overline{BC}}{3} = \frac{\overline{AC}}{2}$

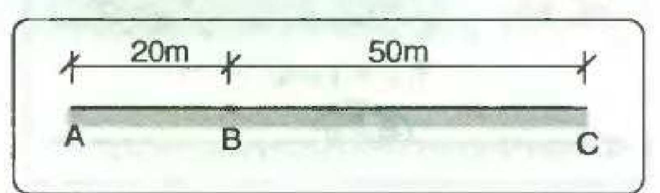
¿Cuál es la velocidad promedio del automóvil en su recorrido alrededor del triángulo?

A) 25 Km/h B) 30 Km/h C) 50 Km/h
D) 40 Km/h E) N.A.

Problema 21.- Dos automóviles se desplazan por pistas perpendiculares entre si en dirección al cruce de ellas. En cierto instante el primer auto, que se mueve con una velocidad de 48 km/h, se encuentra a una distancia de 400 metros del cruce. En ese mismo momento, el otro auto se halla a 600 metros del cruce, y se pide hallar su velocidad sabiendo que ambos autos llegan al cruce al mismo tiempo.

A) 54 m/s B) 72 m/s C) 60 m/s
D) 84 m/s E) 70 m/s

Problema 22.- Un móvil parte del punto "A" y llega a "C", para luego regresar hasta el punto "B". Si todo este recorrido lo hace en 10 segundos. Hallar su velocidad media, desde que parte en "A" hasta regresar a "B".



A) 40 m/s B) 4 m/s C) 12 m/s
D) Cero E) 2 m/s

Problema 23.- Un ciclista parte del kilómetro $\overline{abc}$, a una velocidad de $\overline{ab}$ km/h, si al cabo de "c" horas esta en el kilómetro $\overline{cab}$. ¿Cuál es el valor de: "a + b - c".

A) 9 B) 7 C) 11 D) 8 E) 13

Problema 24.- Los móviles están igualmente distanciados, parten simultáneamente en el mismo sentido con velocidades: $\vec{U}$; $\vec{V}$ y $\vec{W}$. Se juntan en un mismo punto. Hallar la relación entre sus velocidades.

A) $\vec{U} + \vec{W} = 2\vec{V}$ B) $2\vec{V} + \vec{W} = \vec{U}$
C) $2(\vec{U} + \vec{V}) = \vec{W}$ D) Faltan Datos
E) N.A.

CLAVE DE RESPUESTAS

1. B	9. B	17. B
2. C	10. E	18. C
3. D	11. B	19. E
4. A	12. A	20. D
5. C	13. A	21. C
6. B	14. C	22. E
7. C	15. D	23. B
8. B	16. B	24. A

SUMATORIAS 16

Notación de Sumatoria:

Si "m" y "n" son enteros positivos tales que $m < n$ y $a_m, a_{m+1}, a_{m+2}, \ldots, a_n$; enteros reales.

Entonces se denota:

- $\sum_{i=m}^{n} a_i$; **La Suma:**

$$a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \ldots + a_n$$

Es decir:

$$\sum_{i=m}^{n} a_i = a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \ldots + a_n$$

Y se lee:

Sumatoria de los "a_i" desde i = m; hasta i=n; "m" y "n" se llaman límites inferior y superior respectivamente de la sumatoria e "i" se llama índice de la sumatoria.

El símbolo "Σ" es una letra griega llamada "Sigma"

Ejemplos de Aplicación:

Ejemplo 1:

$$\sum_{i=1}^{7} a_i = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$$

Ejemplo 2:

$$\sum_{i=3}^{7} i^2 = 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2$$

Nota. *La idea es reemplazar el índice de sumatoria en la expresión existente (a_i) Ejemplo 1; por números enteros consecutivos a partir del límite inferior de la sumatoria hasta el límite superior e ir sumando las expresiones resultantes. También se define la sumatoria por "inducción matemática".*

- Expresar mediante la notación de sumatoria las siguientes sumas:

I. $a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 + a_4^3 + a_5^3 + a_6^3 + a_7^3 = \sum_{i=1}^{7} a_i^3$

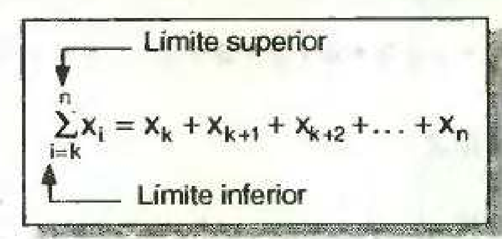
II. $at_5 + at_6 + at_7 + at_8 + at_9 + at_{10} = \sum_{k=5}^{10} at_k$

III. $\frac{R_1}{1} + \frac{R_2}{2} + \frac{R_3}{3} + \frac{R_4}{4} + \ldots + \frac{R_{15}}{15} = \sum_{F=1}^{15} \frac{R_F}{F}$

PROPIEDADES DE SUMATORIAS

Primera Propiedad.

Número de términos de una sumatoria



Número de términos = (Límite superior - Límite inferior + 1)

∴ **Número de términos = [(n-k) +1]**

(Fórmula)

Ejemplo:

Hallar el número de términos en la siguiente sumatoria:

$$\sum_{i=4}^{11} x_i = x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11}$$

Número de términos = (11-4) + 1 = 8

Segunda Propiedad:

Para sumas o diferencias de dos o más variables.

$$\sum_{i=k}^{n}(a_i + b_i - c_i) = \sum_{i=k}^{n} a_i + \sum_{i=k}^{n} b_i - \sum_{i=k}^{n} c_i$$

Ejemplo:

$$\sum_{i=3}^{6}(a_i + b_i - c_i) = \sum_{i=3}^{6} a_i + \sum_{i=3}^{6} b_i - \sum_{i=3}^{6} c_i$$

Tercera Propiedad:

La sumatoria de una constante es igual al número de términos por una constante.

$$\sum_{i=1}^{6} a = [(n-1)+1]\, a = na$$

$[(n-1)+1]$: Número de Términos; a: Constante

Ejemplo 1

$$\sum_{i=1}^{8} a = a + a + a + a + a + a + a + a = 8a$$

Ejemplo 2

$$\sum_{i=6}^{13} 2 = [(13\text{-}6) + 1] \times 2 = 8 \times 2 = 16$$

Cuarta Propiedad:

Una sumatoria se puede descomponer en 2 o más sumatorias parciales.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{K} x_i + \sum_{i=K+1}^{n} x_i$$

Ejemplo

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = \underbrace{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7}_{\sum_{i=1}^{7} x_i} + \underbrace{x_8 + x_9 + x_{10}}_{\sum_{i=8}^{10} x_i}$$

Quinta Propiedad:

Sumatoria de una constante y una o más variables.

$$\sum_{i=1}^{n}(at_i + bq_i) = a\sum_{i=1}^{n} t_i + b\sum_{i=1}^{n} q_i$$

Siendo: "a" y "b" constantes

CASOS:

A) Suma de los "n" números naturales consecutivos:

$$\sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Ejemplo

Hallar el valor de "E"

$$E = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \ldots + 20$$

Resolución

$$E = \underbrace{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \ldots + 20}_{n = 20 \text{ términos}}$$

aplicando la fórmula: $\frac{n(n+1)}{2}$;

Obtenemos:

$$E = \frac{20(20+1)}{2} = 10(21)$$

$\therefore$ $E = 210$ **Rpta.**

Observación: *La fórmula:* $\frac{n(n+1)}{2}$; *sólo se cumplirá cuando los números son consecutivos y empiezan con 1. Caso contrario no se cumplirá.*

Ejemplo:

Hallar el valor de "F": F = 7 + 8 + 9 + 10 + ... + 30

Resolución

Como la sumatoria no empieza con 1, la fórmula $\frac{n(n+1)}{2}$ no se podrá aplicar; para este caso aplicaremos el siguiente criterio:

$$F = \boxed{6} + 7 + 9 + 10 + ... + \boxed{30}$$

$\boxed{n=6}$ $\boxed{N=30}$

Siendo:

n = término anterior al primero
N = último término

De donde:

$$F = \frac{N(N+1)}{2} - \frac{n(n+1)}{2}$$

reemplazando valores obtenemos:

$$F = \frac{30(30+1)}{2} - \frac{6(6+1)}{2} = 465 - 21$$

$$\therefore \boxed{F = 444}$$

Ejercicio:

Hallar el valor de "S"

$$S = 21 + 22 + 23 + 24 + ... + 128$$

Rpta. 8046

B) Suma de los "n" números naturales pares consecutivos

$$\sum_{i=1}^{n} 2i = 2 + 4 + 6 + 8 + ... + 2n = n\,(n+1)$$

Ejemplo:

Calcule Ud. el valor de "M"

$$M = 2 + 4 + 6 + 8 + ... + 40$$

Resolución

Para hallar el número de términos o sea "n", al último término lo dividimos entre 2; veamos:

$$n = \frac{40}{2} \Rightarrow \boxed{n = 20}$$

Luego, aplicamos la fórmula: n (n + 1)

$$M = 20\,(20+1) \quad \therefore \boxed{M = 420}$$

> ***Observación:** La fórmula: $\boxed{n\,(n+1)}$ sólo se cumplirá cuando los números son pares consecutivos y empieza con 2. Caso contrario no se cumplirá.*

Ejemplo:

Calcula el valor de "Q"

$$Q = 12 + 14 + 16 + 18 + ... + 50$$

Resolución

Como la sumatoria no empieza con 2, la fórmula: $\boxed{n\,(n+1)}$; no se podrá aplicar, para este caso aplicaremos el siguiente criterio:

$$Q = \boxed{10} + 12 + 14 + 16 + 18 + ... + \boxed{50}$$

$\boxed{n = \frac{10}{2} = 5}$ $\boxed{N = \frac{50}{2} = 25}$

Siendo:

n = Número par anterior al primero entre 2
N = Ultimo término entre 2

De donde: $Q = N\,(N+1) - n\,(n+1)$

reemplazando valores obtenemos:

$$Q = 25\,(25+1) - 5\,(5+1)$$
$$Q = 650 - 30$$
$$\therefore \boxed{Q = 620}$$

Ejercicio:

Hallar el valor de "S"

$$S = 34 + 36 + 38 + 40 + ... + 80$$

Rpta. 1 368

C) Suma de los "n" números naturales impares consecutivos

$$\sum_{i=1}^{n} (2i-1) = 1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2n-1) = n^2$$

Ejemplo

Hallar el valor de "E"

$$E = 1 + 3 + 5 + 7 + ... + 77$$

Resolución

Para hallar el número de términos (n); sumamos los extremos y dividimos entre 2. Veamos:

$$n = \frac{1+77}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{n = 39}$$

Luego, aplicamos fórmula "n^2"

$$E = (39)^2$$

$$\therefore \quad \boxed{E = 1\,521} \quad \textbf{Rpta.}$$

> ***Observación:*** *La fórmula: "n^2", sólo se cumplirá cuando los números son impares consecutivos y empieza con 1. Caso contrario no se cumplirá.*

Ejemplo:

Hallar el valor de "R"

$$R = 13 + 15 + 17 + 19 + ... + 27$$

Resolución

Como la sumatoria no empieza con 1, la fórmula "n^2" no se podrá aplicar; para este caso aplicaremos el siguiente criterio.

$$R = 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + ... + 27$$

$$\boxed{n = 11} \qquad \boxed{N = 27}$$

Siendo:

n = número impar anterior al primero
N = último término

De donde:

$$R = \left[\frac{1+N}{2}\right]^2 - \left[\frac{1+n}{2}\right]^2;$$

reemplazando valores obtenemos:

$$R = \left[\frac{1+27}{2}\right]^2 - \left[\frac{1+11}{2}\right]^2$$

$$R = (14)^2 - (6)^2$$

por diferencia de cuadrados obtenemos:

$$R = (14 + 6)\ (14 - 6) = (20)\ (8)$$

$$\therefore \quad \boxed{R = 160} \quad \textbf{Rpta.}$$

Ejercicio:

Hallar el valor de "S"

$$S = 29 + 31 + 33 + 35 + ... + 121$$

Rpta. 3 525

D) Suma de cuadrados de los "n" números naturales consecutivos

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Ejemplo:

Hallar el valor de "P"

$$P = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + ... + 30^2$$

Resolución

$$P = \underbrace{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + ... + 30^2}_{\boxed{n = 30 \text{ términos}}};$$

aplicamos la fórmula: $\left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right]$

$$P = \frac{30(30+1)(2\times 30+1)}{6}$$

$$= \frac{30(31)(61)}{6}$$

$$\therefore \quad \boxed{P = 9\,455} \quad \textbf{Rpta.}$$

> ***Observación:** La fórmula:* $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$;
> *sólo se cumplirá cuando los números son consecutivos al cuadrado y empieza con 1. Caso contrario no se cumplirá.*

Ejemplo:

Calcular el valor de "T"

$$T = 7^2 + 8^2 + 9^2 + ... + 23^2$$

Solución

Como la sumatoria no empieza con 1, la fórmula: $\boxed{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$ no se podrá aplicar; para este caso aplicaremos el siguiente criterio.

Siendo:

n = Número anterior al primero
N = último término

De donde:

$$T = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6} - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

reemplazando valores obtenemos:

$$T = \frac{23(24)(47)}{6} - \frac{6(7)(13)}{6}$$

$$T = 4\ 324 - 91$$

$\therefore$ $\boxed{T = 4\ 233}$ **Rpta.**

Ejercicio:

Calcular el valor de "Q"

$$Q = 23^2 + 24^2 + 25^2 + ... + 47^2$$

$\therefore$ $\boxed{Q = 31\ 925}$ **Rpta.**

E) Suma de cubos de los "n" números naturales consecutivos

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} i^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2}$$

Ejemplo:

Hallar el valor de "M"

$$M = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + ... + 21^3$$

Solución

$$M = \underbrace{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + ... + 21^3}_{\boxed{n = 21 \text{ términos}}}$$

aplicamos la fórmula: $\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

$$M = \left[\frac{21(22)}{2}\right]^2 = [21 \times 11]^2$$

$\therefore$ $\boxed{M = 53\ 361}$ **Rpta.**

> ***Observación:** La fórmula:* $\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$;
> *sólo se cumplirá cuando los números son consecutivos al cubo y empieza con 1. Caso contrario no se cumplirá.*

Ejemplo:

Calcular el valor de "R"

$$R = 5^3 + 6^3 + 7^3 + ... + 12^3$$

Solución

Como la sumatoria no empieza con 1; la fórmula: $\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$; no se podrá aplicar; para este caso aplicaremos el siguiente criterio:

$$R = \underset{\boxed{n = 4}}{5^3} + 6^3 + 7^3 + ... + \underset{\boxed{N = 12}}{12^3}$$

Siendo

n = Número anterior al primero

N = Ultimo término

De donde:

$$R = \left[\frac{N(N+1)}{2}\right]^2 - \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2;$$

reemplazando valores obtenemos:

$$R = \left[\frac{12(13)}{2}\right]^2 - \left[\frac{4(5)}{2}\right]^2$$

$$R = [78]^2 - [10]^2;$$

por diferencia de cuadrados obtenemos:

$$R = (78 + 10)(78 - 10)$$

$$R = (88)(68)$$

$\therefore$ $\boxed{R = 5\,984}$ **Rpta.**

Ejercicio:

Hallar el valor de "S"

$$S = 11^3 + 12^3 + 13^3 + ... + 25$$

$\therefore$ $\boxed{S = 102\,600}$ **Rpta.**

OTRAS FÓRMULAS IMPORTANTES:

A $$\sum_{i=1}^{n}(2i)^2 = 2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + ...+(2n)^2 = \frac{2}{3}n(n+1)(2n+1)$$

B $$\sum_{i=1}^{n}(2i-1)^2 = 1^2 + 3^2 + 5^2 + ...+(2n-1)^2 = \frac{1}{3}n(2n-1)(2n+1)$$

C $$\sum_{i=1}^{n}(2i)^3 = 2^3 + 4^3 + 6^3 + 8^3 + ... + (2n)^3 = 2n^2(n+1)^2$$

D $$\sum_{i=1}^{n}(2i-1)^3 = 1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3 + ... + (2n-1)^3 = n^2(2n^2-1)$$

E $$\sum_{i=1}^{n}i^4 = 1^4 + 2^4 + 3^4 + 4^4 + 5^4 + ... + n^4 = \frac{n(n+1)(6n^3+9n^2+n-1)}{30}$$

F $$\sum_{i=1}^{n}i(i+1) = 1\times2 + 2\times3 + 3\times4 + 4\times5 + ... + n(n+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$$

G $$\sum_{i=1}^{n}2i \times (2i+2) = 2\times4 + 4\times6 + 6\times8 + 8\times10 + ... + 2n(2n+2) = \frac{4}{3}n(n+1)(n+2)$$

h $\sum_{i=1}^{n} i \times 3^i = 1 \times 3 + 2 \times 3^2 + 3 \times 3^3 + 4 \times 3^4 + ... + n \times 3^n = \frac{(2n-1) \times 3^{n+1} + 3}{4}$

I $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{(n+1)}$

J $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(2i-1)(2i+1)} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \ldots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$

K $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2i \times (2i+2)} = \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{4 \times 6} + \frac{1}{6 \times 8} + \ldots + \frac{1}{2n(2n+2)} = \frac{n}{4(n+1)}$

L $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)(1+2)} = \frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$

M $\sum_{i=1}^{n} k^i = k + k^2 + k^3 + k^4 + \ldots + k^n = \frac{k}{k-1}(k^n - 1)$

N $\sum_{i=1}^{n} 2^i = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \ldots + 2^n = 2(2^n - 1)$

Ñ $\sum_{i=1}^{n} 3^i = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \ldots + 3^n = \frac{3}{2}(3^n - 1)$

O $\sum_{i=1}^{n} (2i-1) \times 3^i = 1 \times 3 + 3 \times 3^2 + 5 \times 3^3 + \ldots + (2n-1) \times 3^n = (n-1) \times 3^{n+1} + 3$

P $\sum_{i=1}^{n} \frac{i^2}{(2i-1)(2i+1)} = \frac{1^2}{1 \times 3} + \frac{2^2}{3 \times 5} + \frac{3^2}{5 \times 7} + \ldots + \frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$

Q $\sum_{i=1}^{n} \frac{2i+1}{i^2 (i+1)^2} = \frac{3}{1 \times 4} + \frac{5}{4 \times 9} + \frac{7}{9 \times 16} + \ldots + \frac{2n+1}{n^2 \cdot (n+1)^2} = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}$

PROBLEMAS RESUELTOS

Problema (1)

Hallar el valor de "E"

$$E=\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+....+\frac{1}{19\times 20}$$

A) 21/20 B) 20/19 C) 19/20
D) 21/22 E) N.A.

Resolución

La expresión dada se puede escribir como:

$$E=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+...+\left(\frac{1}{19}-\frac{1}{20}\right)$$

Quitándole los paréntesis obtenemos:

$$E=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+\frac{1}{19}-\frac{1}{20}$$

$$E=\frac{1}{1}-\frac{1}{20}$$

$$E=\frac{20-1}{20}=\frac{19}{20}$$

$$\therefore \boxed{E=\frac{19}{20}}$$ **Rpta.C**

Problema (2)

Hallar el valor de "S"

$$S=\frac{1}{3\times 6}+\frac{1}{6\times 9}+\frac{1}{9\times 12}+...+\frac{1}{30\times 33}$$

A) 29/30 B) 30/33 C) 33/10
D) 10/99 E) N.A.

Resolución

Como los factores de los denominadores de cada fracción se diferencian en 3, multiplicamos a cada términos "× 3". Veamos:

$$3S=\frac{1\times 3}{3\times 6}+\frac{1\times 3}{6\times 9}+\frac{1\times 3}{9\times 12}+...+\frac{1\times 3}{30\times 33}$$

Los términos del segundo miembro, se pueden escribir como:

$$3S=\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{9}\right)+\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{12}\right)+...+\left(\frac{1}{30}-\frac{1}{33}\right)$$

Quitando los paréntesis obtenemos:

$$3S=\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{12}+...+\frac{1}{30}-\frac{1}{33}$$

$$3S=\frac{1}{3}-\frac{1}{33};$$

damos común denominador en el segundo miembro.

$$3S=\frac{11-1}{33}$$

$$3S=\frac{10}{33}$$

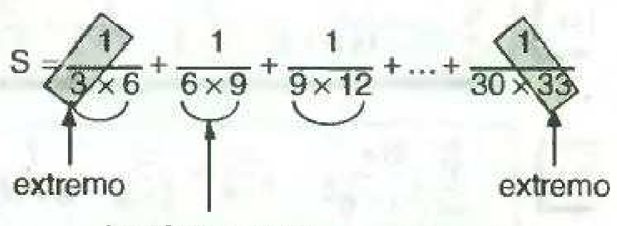
$$\therefore \boxed{S=\frac{10}{99}}$$ **Rpta.D**

Método Práctico:

Si los factores de los denominadores se diferencian en "k", la diferencia de los extremos como se muestra en el siguiente ejemplo, se multiplicará por "1/k"

Ejemplo

Efectuar:



De donde:

Formula

$$\boxed{S=\frac{1}{k}\text{ [Diferencia de extremos]}}$$

Reemplazando valores, obtenemos:

$$S=\frac{1}{3}\left[\frac{1}{3}-\frac{1}{33}\right] \Rightarrow S=\frac{1}{3}\left[\frac{11-1}{33}\right]$$

$\therefore$ $\boxed{S=\frac{10}{99}}$ **Rpta.**

Problema (3)

Efectuar:

$S = 1\times2 + 2\times3 + 3\times4 + 4\times5 + ... + 20\times21$

A) 2 608 B) 2 606 C) 3 880
D) 3 008 E) 3 080

Resolución

La expresión dada, se puede escribir como:

$$S = 1\times(1+1) + 2\times(2+1) + 3\times(3+1) + 4\times(4+1) + ... + 20\times(20+1)$$

$$S = 1^2 + 1 + 2^2 + 2 + 3^2 + 3 + 4^2 + 4 + ... + 20^2 + 20$$

Agrupando términos obtenemos:

$$S = \underbrace{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + ... + 20^2}_{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}} + \underbrace{1 + 2 + 3 + 4 + ... + 20}_{\frac{n(n+1)}{2}}$$

$$S=\frac{20(21)(41)}{6}+\frac{20(21)}{2}$$

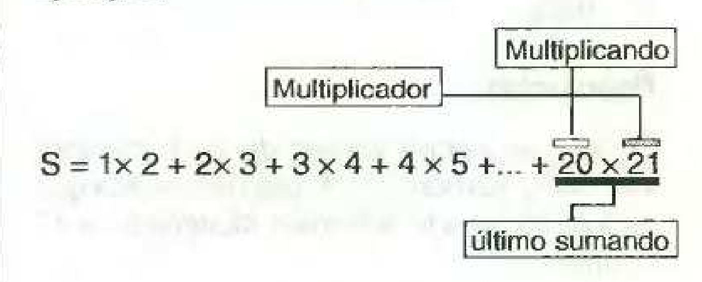
$S = 2\,870 + 210$

$\therefore$ $\boxed{S = 3\,080}$ **Rpta. E**

Recomendación:

Para este tipo de problema es recomendable aplicar el siguiente criterio, se toma el último sumando y lo multiplicamos por su consecutivo del multiplicador y luego lo dividimos entre 3.

Ejemplo:



$$S=\frac{20\times21\times22}{3}$$

$\therefore$ $\boxed{S = 3\,080}$ **Rpta.**

Problema (4)

Efectuar:

$S = 1\times2\times3 + 2\times3\times4 + 3\times4\times5 + ... + 20\times21\times22$

A) 53 103 B) 53 010 C) 53 130
D) 51 303 E) N.A.

Resolución

Método Práctico:

Tomamos el último sumando o sea: 20 x 21 x 22 y lo multiplicamos por el consecutivo del último factor o sea el consecutivo de 22 y a este resultado lo dividimos entre 4.

último factor

$S = 1\times2\times3 + 2\times3\times4 + 3\times4\times5 + ... + \underline{20\times21\times22}$

último sumando

$$S=\frac{20\times21\times22\times23}{4}$$

$\therefore$ $\boxed{S = 53\,130}$ **Rpta. C**

Problema ⑤

Efectuar:

$$E=\frac{1}{5}+\frac{1}{20}+\frac{1}{80}+\frac{1}{320}+\ldots$$

A) Infinito B) $\frac{15}{4}$ C) $\frac{4}{15}$

D) $\frac{3}{1020}$ E) N.A.

Resolución

Como los denominadores de las fracciones van multiplicandose "x 4" esto nos indica que a cada término lo debemos multiplicar "x 4". Veamos:

$$4E=\frac{1\times 4}{5}+\frac{1\times 4}{20}+\frac{1\times 4}{80}+\frac{1\times 4}{320}+\ldots$$

$$4E=\frac{4}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{20}+\frac{1}{80}+\ldots$$

x4 x4 x4

$$4E=\frac{4}{5}+\underbrace{\frac{1}{5}+\frac{1}{20}+\frac{1}{80}+\frac{1}{320}+\ldots}$$

(Toda esta expresión es igual a "E")

$$4E=\frac{4}{5}+E \quad\Rightarrow\quad 3E=\frac{4}{5}$$

$$\therefore \boxed{E=\frac{4}{15}}$$ **Rpta. C**

Otro Método:

Este tipo de problemas, también se puede solucionar aplicando la fórmula:

$$\boxed{S\to\infty=\frac{a}{1-r}}$$

Siendo:

a = Primer término

r = Razón geométrica

> ***Nota:*** *Para reconocer la razón geométrica dividimos el segundo término entre el primero o el tercero entre el segundo, cuarto entre el tercero, etc.*

Ejemplo:

Efectuar:

$$E=\frac{1}{5}+\frac{1}{20}+\frac{1}{80}+\frac{1}{320}+\ldots$$

Resolución

* Calculamos la razón geométrica "r":

$$r=\frac{\left(\frac{1}{20}\right)}{\left(\frac{1}{5}\right)} \quad\Rightarrow\quad r=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$$

$$r=\frac{\left(\frac{1}{80}\right)}{\left(\frac{1}{20}\right)} \quad\Rightarrow\quad r=\frac{20}{80}=\frac{1}{4}$$

$$\therefore \boxed{r=\frac{1}{4}}$$

** El primer término(a) es: $\boxed{a=\frac{1}{5}}$

Luego, reemplazamos valores en la fórmula:

$$S\to\infty=\frac{a}{1-r}$$

$$S=\frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{4}}=\frac{4}{15}$$

$$\therefore \boxed{S=\frac{4}{15}}$$ **Rpta.**

Problema (6)

Efectuar:

$$S = 13 + 39 + 117 + 351 + ... + 9\,477$$

Dar como respuesta la suma de las cifras del resultado

A) 16 B) 17 C) 15
D) 13 E) N.A.

Resolución

Como se observará cada término se va multiplicando "x 3", luego por conveniencia a cada término lo multiplicaremos "x 3". Veamos:

$$3S = 3(13) + 3(39) + 3(117) + 3(351) + ... + 3(9\,477)$$

$$3S = 39 + 117 + 351 + 1053 + ... + 28\,431$$

Luego, a dicha suma le sumamos y restamos 13

$$3S = \{\underbrace{13 + 39 + 117 + 351 + 1\,053 + ... + 9\,477}_{} + 28\,431 - 13\}$$

(Toda esta expresión es igual a "S")

$$3S = S + 28\,431 - 13$$

$$2S = 28\,418$$

$$\therefore \boxed{S = 14\,209}$$

Calculamos la suma de cifras del resultado

$$\Sigma \text{ cifras} = 1 + 4 + 2 + 0 + 9$$

$$\therefore \boxed{\Sigma \text{ cifras} = 16}$$ **Rpta. A**

Problema (7)

La suma de 50 números naturales consecutivos es "k", entonces la suma de los 50 números siguiente es:

A) 2k B) k + 25 000 C) k + 2 500

D) $\dfrac{k+2500}{50}$ E) N.A.

Resolución

Sean los 50 números naturales y consecutivos:

$$(a + 1), (a + 2), (a + 3), ..., (a + 50)$$

Por dato:

$$(a + 1), (a + 2), (a + 3), ..., (a + 50) = k$$

$$50a + \underbrace{(1 + 2 + 3 + ... + 50)}_{\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]} = k$$

$$50a + \frac{50(51)}{2} = k$$

$$50a + 1\,275 = k$$

$$\therefore \boxed{a = \frac{k - 1275}{50}} \quad ...(I)$$

Los 50 números naturales consecutivos siguientes, son:

$$(a + 51), (a + 52), (a + 53), ..., (a + 100),$$

efectuando la suma de estos números obtenemos:

$$S = \underbrace{(a + 51), (a + 52), (a + 53), ..., (a + 100)}_{50 \text{ términos}}$$

$$S = \underbrace{50a + [51 + 52 + 53 + ... + 100]}_{50 \text{ términos}} \quad ... (II)$$

Ahora, calculamos el valor de:

$$51 + 52 + 53 + ... + 100 = E$$

$$\boxed{r = 1}$$

Fórmula:

$$\boxed{\text{Suma} = \left(\frac{\text{Primero} + \text{último}}{2}\right) \times \text{Número términos}}$$

$$E = \left(\frac{51+100}{2}\right)\times 50$$

$\therefore \quad E = 3\,775 \quad ...(III)$

Reemplazamos (I) y (III) en (II):

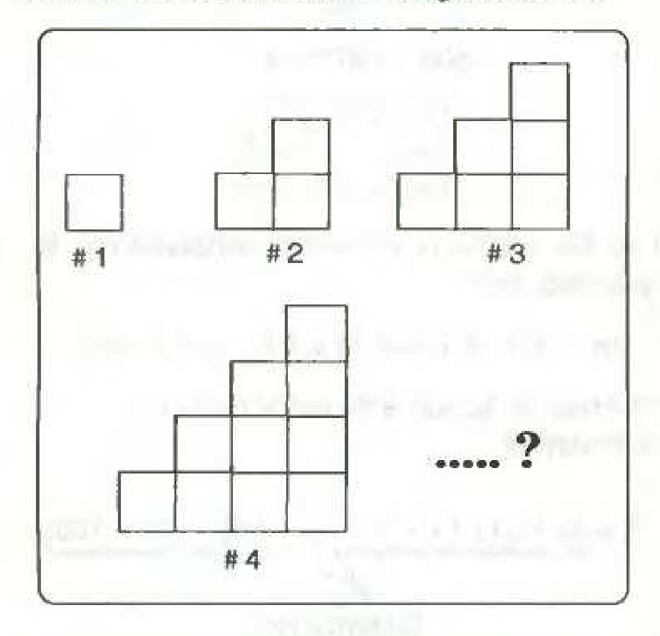
$$S = 50a + [3\,775]$$

$$S = 50\left(\frac{k-1275}{50}\right) + 3\,775$$

$\therefore \quad \boxed{S = k + 2500}$ **Rpta. C**

Problema (8)

¿Cuántos cuadrados se obtienen en la posición número 70 de estas configuraciones?

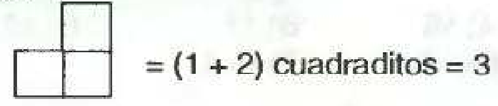


A) 2 845 B) 2 485 C) 2 458
D) 4 258 E) 2 408

Resolución

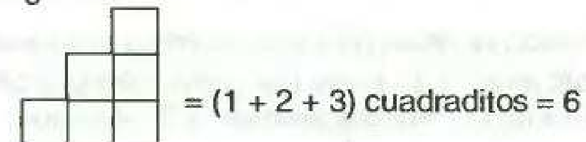
Config. # 1 $\square$ = 1 cuadradito = 1

Config. # 2...



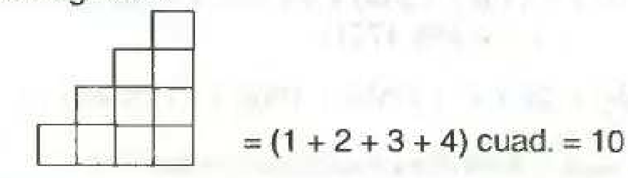
= (1 + 2) cuadraditos = 3

Config. # 3...



= (1 + 2 + 3) cuadraditos = 6

Config. # 4...



= (1 + 2 + 3 + 4) cuad. = 10

Config. # 70...?

$$= \underbrace{(1+2+3+4+...+70)}_{\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]} = \frac{70[70+1]}{2} = 2\,485$$

$\therefore$ El número de cuadraditos para la configuración números 70 = 2 485 **Rpta. B**

Problema (9)

Calcular el valor de "E", si:

$$E = \frac{\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)...\left(1-\frac{1}{n^2}\right)}{[1+2+3+4+...+n]}$$

A) 2n B) n^2 C) $\frac{1}{n^2}$ D) n^3 E) Ninguna Anterior

Resolución

Por diferencia de cuadrados: $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$

aplicado en cada factor del numerador, obtenemos:

$$E = \frac{\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{1}{n}\right)}{[1+2+3+4+\ldots+n]}$$

Ordenamos los factores en el numerador, así:

$$E = \frac{\left[\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{n}\right)\right]\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n}\right)\right]}{\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]}$$

$$E = \frac{\left[\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}\times\ldots\times\frac{(n+1)}{n}\right]\left[\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\ldots\times\frac{(n-1)}{n}\right]}{\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]}$$

Simplificando términos en el numerador, obtenemos:

$$E = \frac{\left[\frac{(n+1)}{2}\right]\left[\frac{1}{n}\right]}{\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]} = \frac{2(n+1)}{2n^2(n+1)} = \frac{1}{n^2}$$

$$\therefore \quad E = \frac{1}{n^2}$$

Rpta. C

Problema (10)

Efectuar:

$$S = \frac{3}{2} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{9}{20} + \frac{11}{30} - \ldots + \frac{41}{420}$$

A) $\frac{20}{21}$ B) $\frac{21}{20}$ C) $\frac{22}{21}$ D) $\frac{21}{22}$ E) $\frac{20}{23}$

Resolución

Cada uno de los quebrados, se pueden escribir como:

$$S = \left(1+\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right) - \ldots + \left(\frac{1}{20}+\frac{1}{21}\right)$$

Hacemos cambio de signo a los términos cuyos paréntesis esten precedidos de signo negativo.

$$S = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \ldots + \frac{1}{20} + \frac{1}{21}$$

$$S = 1 + \frac{1}{21}$$

$\therefore$ $\boxed{S = \frac{22}{21}}$ **Rpta. C**

Problema (11)

Disponga los números naturales en la forma adjunta y de enseguida el último término de la 20 ava fila es.

1 ⟶ 1ra fila

2, 3 ⟶ 2da fila

4, 5 ,6 ⟶ 3ra fila

7, 8, 9 ,10 ⟶ 4ta fila

11, 12, 13 ,14 ,15 ⟶ 5ta fila

A) 210 B) 420 C) 400 D) 870 E) 820

Resolución

Ultimo término de la $\overline{1}$ra fila es el (1) $= \overline{1}$

Ultimo término de la $\overline{2}$da fila es el (3) $= 1 + \overline{2}$

Ultimo término de la $\overline{3}$ra fila es el (6) $= 1 + 2 + \overline{3}$

Ultimo término de la $\overline{4}$ta fila es el (10) $= 1 + 2 + 3 + \overline{4}$

Ultimo término de la $\overline{5}$ta fila es el (15) $= 1 + 2 + 3 + 4 + \overline{5}$

El último término de la $\overline{20}$ava fila es el (20) $= \underbrace{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \ldots + \overline{20}}_{\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]}$

$$= \frac{20(20+1)}{2} = 210$$

$\therefore$ $\boxed{\text{El último término de la 20ava. fila} = 210}$ **Rpta. A**

Problema (12)

Efectuar la siguiente suma:

$$S=\frac{1}{1\times2\times3}+\frac{1}{2\times3\times4}+\frac{1}{3\times4\times5}+\frac{1}{4\times5\times6}+...+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

a) $\frac{(n+3)}{2(n+1)(n+2)}$ b) $\frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$ c) $\frac{n(n+3)}{2(n+1)(n+2)}$ d) $\frac{n}{(n+1)(n+2)}$ e) Ninguna

Resolución

Multiplicamos "x2" a cada uno de los numeradores de las fracciones dadas, también multiplicamos "x2" a "S" para que la igualdad no altere.

$$2S=\frac{1\times2}{1\times2\times3}+\frac{1\times2}{2\times3\times4}+\frac{1\times2}{3\times4\times5}+\frac{1\times2}{4\times5\times6}+...=\frac{1\times2}{n(n+1)(n+2)}$$

Esta expresión, se puede escribir como:

$$2S=\left(\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{2\times3}\right)+\left(\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{3\times4}\right)+\left(\frac{1}{3\times4}-\frac{1}{4\times5}\right)+\left(\frac{1}{4\times5}-\frac{1}{5\times6}\right)+...+\left(\frac{1}{n(n+1)}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right)$$

Simplificando términos, obtenemos:

$$2S=\left(\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right)$$,damos común denominador en el segundo miembro

$$2S=\frac{(n+1)(n+2)-2}{2(n+1)(n+2)} \quad\Rightarrow\quad 2S=\frac{n^2+3n+2-2}{2(n+1)(n+2)}=\frac{n(n+3)}{2(n+1)(n+2)}$$

$$\therefore \quad \boxed{S=\frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}}$$

Rpta. B

Problema (13)

Hallar la suma de todos los términos de:

$$1^2+2^2+3^2+4^2+............................+n^2$$
$$2^2+3^2+4^2+5^2+......................+n^2$$
$$3^2+4^2+5^2+6^2+...................+n^2$$
$$4^2+5^2+6^2+7^2+...............+n^2$$
$$\vdots \quad \vdots$$
$$(n-1)^2+n^2$$
$$n^2$$

a) $\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ b) $\left(\dfrac{n(n+1)}{2}\right)^2$ c) $\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}-n$

d) $n^2\dfrac{(n+1)(2n+1)}{6}$ e) $\left(\dfrac{n(n-1)}{2}\right)^2-n$

Resolución

Los términos dados, se pueden ordenar de la siguiente manera:

$$1^2+2^2+3^2+4^2+\ldots\ldots\ldots\ldots+n^2$$
$$2^2+3^2+4^2+5^2+\ldots\ldots\ldots+n^2$$
$$3^2+4^2+5^2+6^2+\ldots\ldots+n^2$$
$$4^2+5^2+6^2+7^2+\ldots+n^2$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots$$
$$(n-1)^2+n^2$$
$$n^2$$

$$\text{Suma}=(1\times1^2)+(2\times2^2)+(3\times3^2)+(4\times4^2)+\ldots+(n\times n^2)$$

$$\text{Suma}=1^3+2^3+3^3+4^3+\ldots+n^3$$

$$\therefore \quad \boxed{\text{Suma}=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2}$$

Rpta. B

Problema (14)

Calcular:

$$E=\sum_{\substack{x=1\\y=2}}^{\substack{x=13\\y=14}} x\,y+\sum_{x=5}^{x=20} x-\sum_{y=3}^{y=11} y$$

A) 1 470 B) 1 407 C) 1 047 D) 1 740 E) N.A.

Resolución

En el primer lugar calculemos el valor del primer sumando.

$$\sum_{\substack{x=1\\y=2}}^{\substack{x=13\\y=14}} x\,.\,y=1\times2+2\times3+3\times4+\ldots+13\times14;$$ esta suma se puede escribir como:

Valores consecutivos para "x"

Valores consecutivos para "y"

$$= 1 \times (1 + 1) + 2 \times (2 + 1) + 3 \times (3 + 1) + \dots + 13(13 + 1)$$

$$= (1^2 + 1) + (2^2 + 2) + (3^2 + 3) + \dots + (13^2 + 13)$$

$$= \underbrace{(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 13^2)}_{\left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right]} + \underbrace{(1 + 2 + 3 + \dots + 13)}_{\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]}$$

$$= \frac{13(14)(27)}{6} + \frac{13(14)}{2} = 819 + 91$$

$$\therefore \quad \sum_{\substack{x=1 \\ y=2}}^{\substack{x=13 \\ y=14}} x \cdot y = 819 + 91 = 910 \quad \dots (I)$$

En segundo lugar calculamos el valor del segundo sumando:

$$\sum_{x=5}^{x=20} x = 5 + 6 + 7 + 8 + \dots + 20$$

$$= \underbrace{(4 + 1) + (4 + 2) + (4 + 3) + (4 + 4) + \dots + (4 + 16)}_{(16\ \text{términos})}$$

$$= 16 \times 4 + \underbrace{(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 16)} = 64 + \frac{16(17)}{2} = 64 + 136$$

$$\therefore \quad \sum_{x=5}^{x=20} x = 64 + 136 = 200 \quad \dots (II)$$

En tercer lugar, calculamos el valor del tercer sumando:

$$\sum_{y=3}^{y=11} y = 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + \dots + 11$$

$$= \underbrace{(2 + 1) + (2 + 2) + (2 + 3) + (2 + 4) + (2 + 5) + \dots + (2 + 9)}_{(9\ \text{términos})}$$

$$= 2 \times 9 + \frac{9 \times 10}{2} = 18 + 45$$

$$\therefore \quad \sum_{y=3}^{y=11} y = 18 + 45 = 63 \quad \dots (III)$$

Luego reemplazamos (I), (II) y (III) en la expresión "E"

$$E = 910 + 200 - 63$$

$$\therefore \boxed{E = 1\,047}$$ **Rpta. C**

Problema (15)

Si: $S_k = 3^{2-k}$

Calcular:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + ...\ S_n$$

Cuando: $n \to \infty$

A) 3,8 B) 4 C) 4,5
D) 5,5 E) 6

Resolución

De la condición: $\boxed{S_k = 3^{2-k}}$

Calculamos:

$$\begin{cases} S_1 = 3^{2-1} = 3^1 = 3 \\ S_2 = 3^{2-2} = 3^0 = 1 \\ S_3 = 3^{2-3} = 3^{-1} = \dfrac{1}{3} \\ S_4 = 3^{2-4} = 3^{-2} = \dfrac{1}{9} \\ \vdots \end{cases}$$

Luego:

$$S = 3 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + ...\infty$$

(Para hallar la razón de dividimos el 2º entre el 1º ó 3º entre el 2º término)

$$\text{Razón (R)} = \frac{1}{3}$$

Aplicando la fórmula:

$$\boxed{S = \frac{\text{Primer término}}{1 - \text{Razón}}}$$

Obtenemos que:

$$S = \frac{3}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{\left(\frac{2}{3}\right)} = \frac{9}{2}$$

$$\therefore \boxed{S = 4{,}5}$$ **Rpta. C**

Problema (16) : Hallar la siguiente suma:

$$S = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + ...\infty$$

A) 0,8 B) 0,7 C) 0,6
D) 0,5 E) 0,4

Resolución

La expresión dada, se puede escribir de la manera siguiente:

$$S = \frac{1}{1\times3} + \frac{1}{3\times5} + \frac{1}{5\times7} + \frac{1}{7\times9} + ...\infty$$

Multiplicamos "x2" a cada uno de los términos; obteniendo:

$$2S = \frac{1\times2}{1\times3} + \frac{1\times2}{3\times5} + \frac{1\times2}{5\times7} + \frac{1\times2}{7\times9} + ...\infty$$

$$2S = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9}\right) + ..\infty$$

Quitamos los paréntesis:

$$2S = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + ...\infty$$

$$2S = 1 \quad \therefore \boxed{S = \frac{1}{2} = 0{,}5}$$ **Rpta. D**

PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1.- Sabiendo que:

$$A = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + ... + 50$$

$$B = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + ... + 69$$

Hallar el valor de: $\sqrt{2(A-B)}$

A) 5 B) 4 C) 12 D) 10 E) 12

Problema 2 .- Hallar el valor de "U" en la siguiente suma:

$$69 + 67 + 65 + 63 + 61 + ... + U = 1000$$

A) 41 B) 29 C) 35 D) 31 E) 33

Problema 3.- ¿Cuántos términos hay que considerar en las series siguientes, para que la suma de los términos de ambos sea la misma.

$$S_1 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + ...$$

$$S_2 = 100 + 98 + 96 + 94 + 92 + 90 + ...$$

A) 54 B) 72 C) 67 D) 100 E) 50

Problema 4.- Proporcione la suma de los elementos del siguiente triángulo, sabiendo que posee 30 filas.

2
24
246
2468
246810
....
....

A) $\dfrac{30(31)(32)}{2}$ B) $\dfrac{30(31)^2}{3}$

C) $\dfrac{30(31)^2}{3}$ D) $\dfrac{30(31)(32)}{3}$

E) N.A.

Problema 5.- Hallar el siguiente suma:

$$S = 2^3 + 4^3 + 6^3 + 8^3 + ... + (2n)^3$$

A) $n^2 (n + 1) (2n + 2)$

B) $n^2 (n - 1) (2n + 2)$

C) $n^2 (n + 1)$

D) $n^2 (2n + 2)$

E) $2n^2 (n + 1)^3$

Problema 6.- Calcular la suma de.

$$S = \underbrace{4 + 5 + 7 + 3 + 6 + 5 + 9 + 3 + ...}_{130 \text{ sumandos}}$$

A) 7 479 B) 8 479 C) 7 849
D) 8 749 E) N.A.

Problema 7.- Si:

$$S_1 = 1 - \frac{1}{3}; \qquad S_2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{6};$$

$$S_3 = \frac{1}{6} - \frac{1}{9}; \qquad S_4 = \frac{1}{9} - \frac{1}{12}; ....$$

Hallar el valor de:

$$M = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + ... + S_{20}$$

A) 20/21 B) 120/121 C) 59/60
D) No se puede calcular E) 40/41

Problema 8.- ¿Cuál es la suma de todos los números de dos cifras que son múltiplos de 3?

A) 1 800 B) 1 868 C) 1 665
D) 2 250 E) 1 921

Problema 9.- Se tiene las siguientes series:

1º : 2

2º : 4 + 6

3º : 8 + 10 + 12

4º : 14 + 16 + 18 + 20

5º : 22 + 24 + 26 + 28 + 30

:

Hallar la suma de los términos de la serie 80º

A) 521 080 B) 512 080 C) 521 800
D) 512 800 E) N.A.

Problema 10.- Hallar el valor de la siguiente suma:

$$Q = 4 + 11 + 30 + 67 + ... + 3\,378$$

A) 14 442 B) 14 446 C) 14 445
D) 14 448 E) N.a.

Problema 11.- La suma de 40 números enteros consecutivos es igual a 1 140. Calcular la suma de los 60 números enteros consecutivos siguientes:

A) 4 710 B) 4 170 C) 4 701
D) 4 071 E) N.A.

Problema 12.- Hallar la suma de:

$$R = \underbrace{(x + 1) + (x + 3) + (x + 5) + (x + 7) + ...,}_{\text{"n" sumandos}}$$

para: $x = (n - 2)$

A) $n(n + 1)$ B) $n(n - 1)$ C) $2n(n - 1)$
D) $n^2 - 2n$ E) $n^2 + 2n$

Problema 13.- Calcular la siguente suma:

$$S = 1 \times 99 + 2 \times 98 + 3 \times 97 + ... + 50 \times 50$$

Sabiendo que:

$$\left[1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right]$$

A) 73 476 B) 84 575 C) 79 476
D) 88 345 E) 75 575

Problema 14.- ¿Cuál es el mayor valor que puede tomar la siguiente suma:

$$S = 18 + 23 + 21 + 27 + 24 + 31 + ... + 123$$

A) 5 723 B) 2 538 C) 3 185
D) 7 241 E) 3 528

Problema 15.- Calcular: "S" en base "Siete"

$$S = 13_n + 25_n + 40_n + ... + 442_n$$

Si la diferencia de dos sumandos consecutivos es constante.

A) 2 650 B) 3 225 C) 4 596
D) 11 413 E) 26 411

Problema 16.- Hallar "n" sabiendo que la siguiente suma:

$n + (n + 4) + (n + 8) + ... + 5n$, es igual a 720,

A) 15 B) 14 C) 16
D) 17 E) Más de 17

Problema 17.- La suma de 30 números pares consecutivos es 1 470. Hallar la suma de los 29 números impares comprendidos entre esos 30 números pares.

A) 1 421 B) 1 435 C) 1 469
D) 1 419 E) 1 451

Problema 18.- Si a 23 le sumamos los 25 números impares siguientes. ¿En cuántos termina esta suma?

A) 2 B) 7 C) 4 D) 8 E) 0

Problema 19.- Hallar el valor de "E"

$$E = \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \frac{1}{11 \times 14} + ... + \frac{1}{41 \times 44}$$

A) 7/220 B) 15/220 C) 13/220
D) 21/220 E) N.A.

Problema 20.- Hallar la suma de todos los números de 4 cifras que comiencen y terminen en 4.

A) 899 899 B) 449 900 C) 224 950
D) 112 475 E) 38 470

Problema 21.- Hallar la raíz cúbica de "S"

$$S=\left[\frac{2}{5}+\frac{2}{25}+\frac{2}{125}+\ldots\right]^{-\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{4}+\frac{3}{8}+\ldots\right)}$$

A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 1/2

Problema 22.- Si la suma de 81 números pares consecutivos es igual a 171 veces el primer número, hallar la suma de las cifras del número medio.

A) 18 B) 14 C) 8 D) 10 E) 9

Problema 23.- Si:

$$S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \ldots + n$$

Hallar el valor de:

$$R = S_{20} - S_{19} + S_{18} - S_{17} + \ldots + S_2 - S_1$$

A) 420 B) 210 C) 110
D) 220 E) 120

Problema 24.- Si a la suma de los "n" primeros números naturales y los "n" primeros números impares le quitamos la suma de los "n" primeros pares da:

A) La suma de los "n" números primeros pares
B) La suma de los "(n -1)" números pares
C) La suma de los "n" primeros números naturales
D) La suma de los "(n - 1)" primeros números naturales
E) La suma de los "n" primeros números impares

Problema 25.- ¿Cuántos números naturales a partir del 40 se deben sumar para que el resultado sea igual a la suma de la misma cantidad de números pares a partir del 10?

A) 23 B) 31 C) 49
D) 61 E) 74

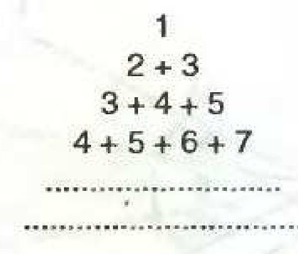
Problema 26.- Si: $a_n = 2n^3 - 3n^2 + 2n$

Hallar el valor de:

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_{20}$$

A) 80 100 B) 79 800 C) 80 010
D) 86 101 E) N.A.

Problema 27.- La suma de la última fila del arreglo:



Es igual a 2380. ¿Cuántas filas tiene el arreglo?.

A) 35 B) 38 C) 39 D) 40 E) 41

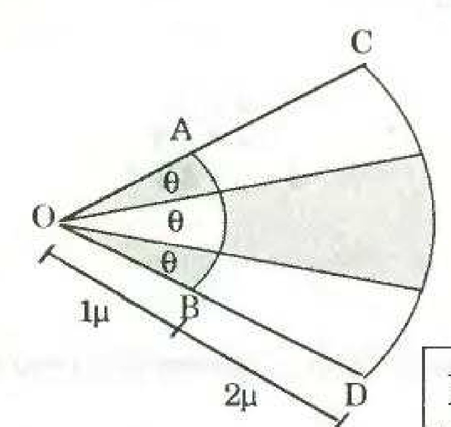
CLAVE DE RESPUESTAS

1. D	10. C	19. C
2. D	11. A	20. B
3. C	12. C	21. E
4. D	13. B	22. C
5. A	14. A	23. C
6. B	15. D	24. D
7. C	16. A	25. C
8. C	17. A	26. C
9. B	18. D	27. D

Razone

Si el área de la región sombreada es $\frac{5\pi}{6}\mu^2$.

Hallar el valor del ángulo "θ". Si "o" es el centro de las arcos AB y CD.

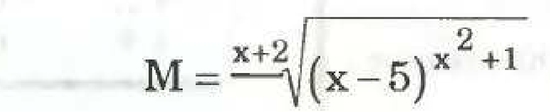


Respuesta: **θ = 30°**

Razone

Si: $F_{(x)} = \frac{x+2}{2x-1}$ y

$F_{(F(x))} = 3$; hallar el valor de:



$$M = \sqrt[x+2]{(x-5)^{x^2+1}}$$

Respuesta: **M = 4**

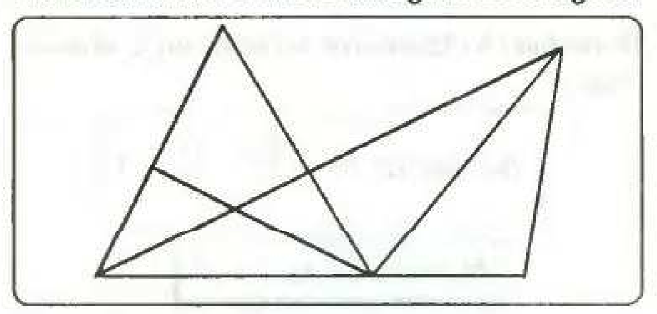
CONTEO DE FIGURAS 17

Tiene por objeto hallar la máxima cantidad de figuras geométricas (triángulos, cuadrados, cuadriláteros, ángulos, sectores circulares, círculos, etc.)

Como resolver un problema del presente capítulo, lo haremos a continuación.

Problema (1)

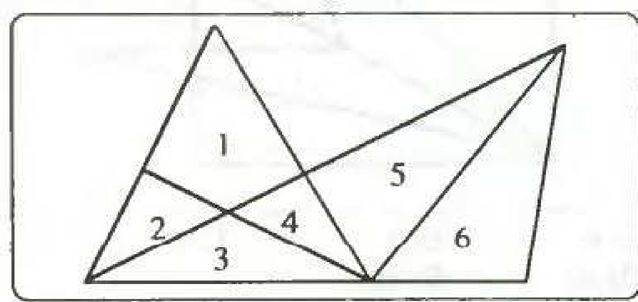
Hallar el número total de triángulos en al figura.



A) 12 B) 11 C) 14
D) 13 E) 15

Resolución:

En esta figura notamos que los espacios no se encuentran alineados. Por lo que en dicho problema no se podrá aplicar fórmula, lo cual se desarrollará de la siguiente manera:



- A cada espacio le designamos un número, como se observará en la figura.

Luego, empezamos a contar los triángulos de la siguiente manera:

Δs de 1 cifra: 2, 3, 4, 5, 6 = 5Δs

Δs de 2 cifras: 21, 14, 43, 23, 45 = 5Δs

Δs de 3 cifras: 345 = 1Δ

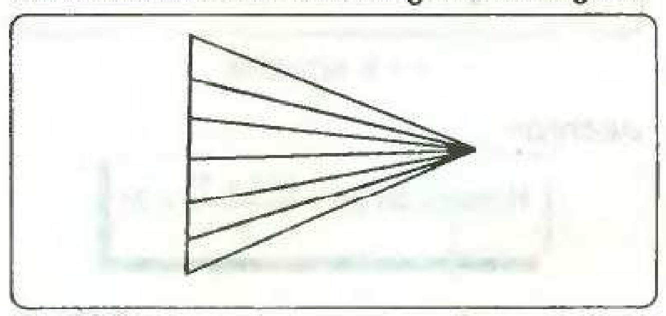
Δs de 4 cifras: 1234, 3456 = 2Δs

$\therefore$ Número total de Δs = 13Δs.

Rpta. D

Problema (2)

Hallar el número total de triángulos en la figura.

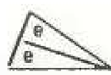


A) 20 B) 21 C) 18
D) 15 E) N.A.

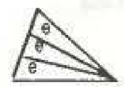
Resolución:

En esta figura notamos que los espacios si se encuentran alineados, por lo que dicho problema, si se podrá resolver aplicando fórmula, veamos:

Para 1 e $\rightarrow$ 1Δ < > 1



Para 2 e $\rightarrow$ 3Δs < > 1 + 2



Para 3 e $\rightarrow$ 6Δs < > 1 + 2 + 3

Para "n"

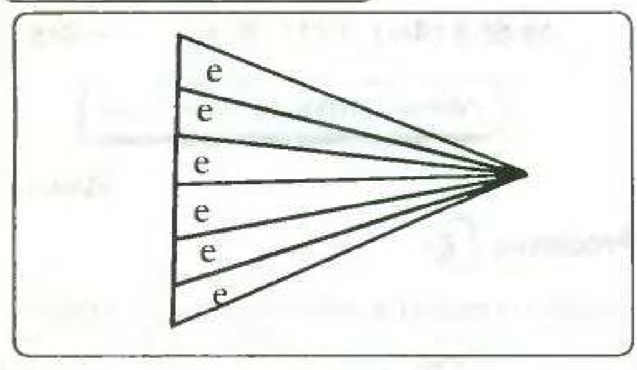
$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Luego la fórmula para hallar el número de Δs es:

$$\text{Número de } \Delta s = \frac{n(n+1)}{2}$$

donde: n = Número de espacios.

Para nuestro problema:



n = 6 espacios

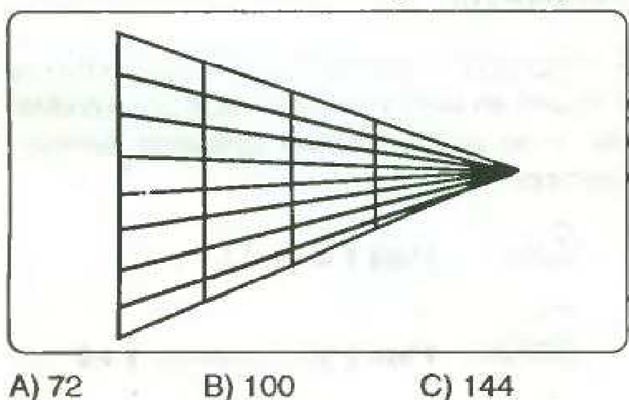
De donde:

$$\text{Número de } \Delta s = \frac{6(6+1)}{2} = 21$$

Rpta. B

Problema (3)

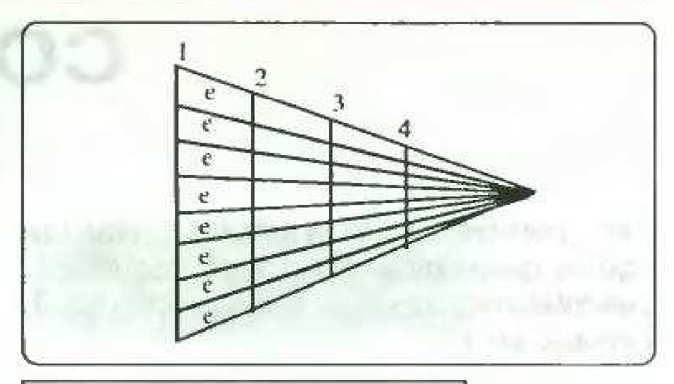
Hallar el número total de triángulos en la figura:



A) 72 B) 100 C) 144
D) 96 E) N.A.

Resolución:

En esta figura tambien notamos que los espacios si se encuentran alineados,por lo que el problema se solucionará por fórmula, veamos:



$$\text{Número de } \Delta s = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right] \times H$$ **Fórmula**

Donde: n = Número de espacios alineados
H = Número de líneas oblicuas

Reemplazando valores en la fórmula, obtenemos:

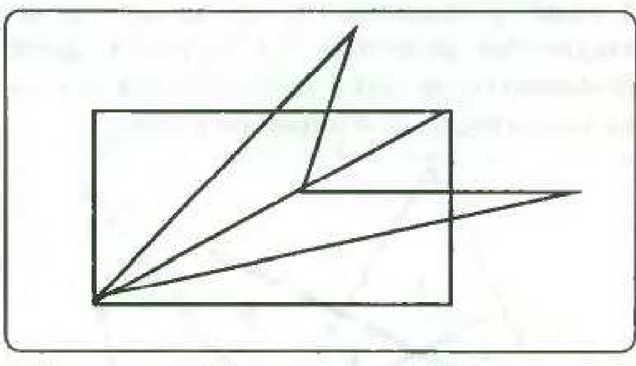
$$\text{Número de } \Delta s = \left[\frac{8(8+1)}{2}\right] \times 4$$

$$\therefore \quad \text{Número de } \Delta s = 144$$

Rpta. C

Problema (4)

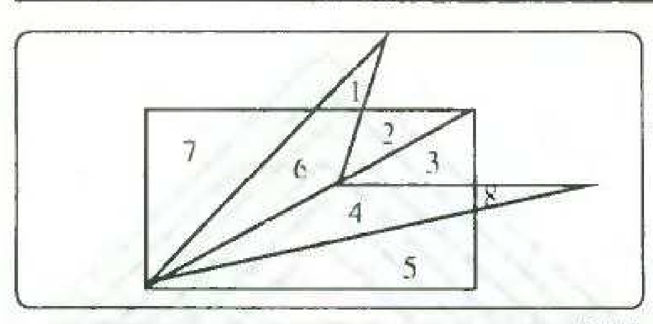
Hallar el número total de cuadriláteros.



A) 6 B) 7 C) 8
D) 12 E) 16

Resolución:

Como los espacios de esta figura no estan alineados, el problema no se solucionará por medio de la fórmula, si no aplicando el método del conteo veamos:



Cuadrilátero de 1 cifra: 6, 4 = 2

Cuadrilátero de 2 cifras: 23, 45, 67 = 3

Cuadrilátero de 3 cifras: 126, 348 = 2

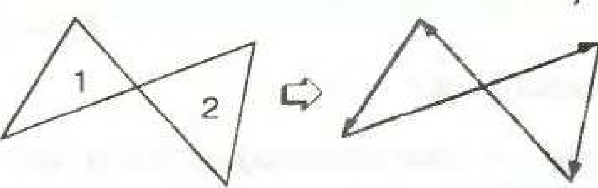
Cuadrilátero de 4 cifras: 2346, 1648 = 2

Cuadrilátero de 5 cifras: 23456, 23467 = 2

Cuadrilátero de 6 cifras: 234567 = 1

Nota: La siguiente figura también es un cuadrilátero

Veamos como se construye



(tiene 4 lados)

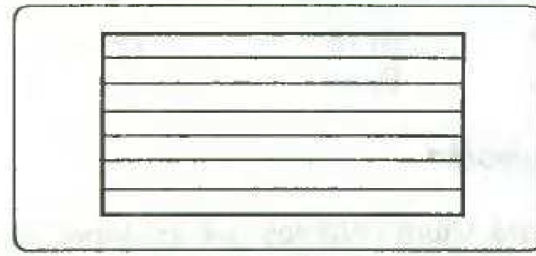
Luego, los cuadriláteros que tienen esta forma son: 12, 17, 38, 85 = 4

Número total de cuadriláteros $= 2 + 3 + 2 + 2 + 2 + 1 + 4 = 16$

Rpta. E

Problema (5)

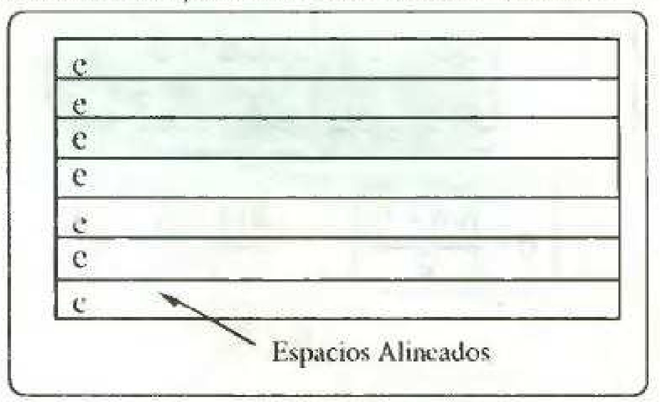
Hallar el número de cuadriláteros en la figura:



A) 12 B) 18 C) 20
D) 28 E) 26

Resolución:

En esta figura notamos que los espacios si estan alineados, por lo cual el problema se solucionará por medio de fórmula, veamos:



$$\text{Número de cuadriláteros} = \frac{n(n+1)}{2}$$

Donde: n = Número de espacios

Luego:

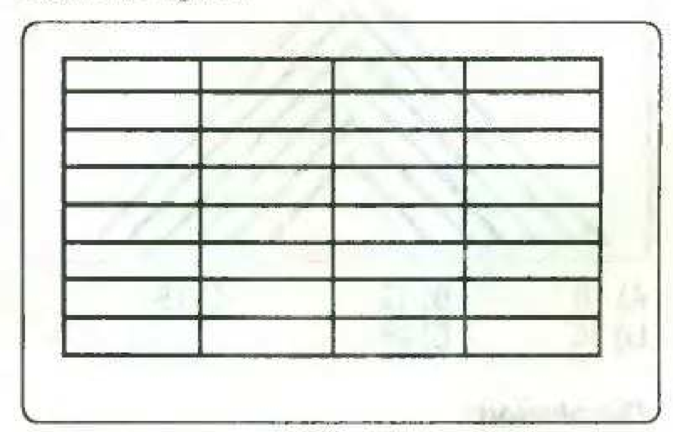
$$\text{Número de cuadriláteros} = \frac{7\,(7+1)}{2} = 28$$

$\therefore$ Número de cuadriláteros = 28

Rpta. D

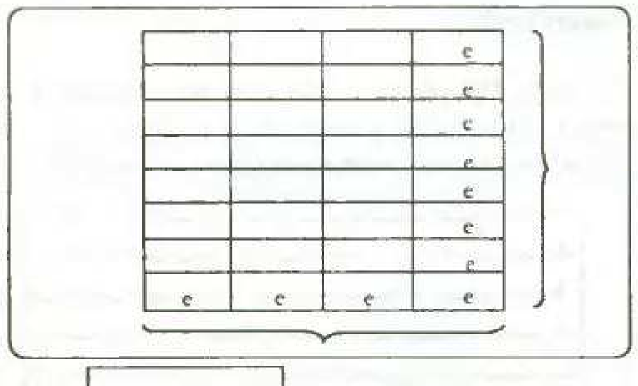
Problema (6)

Hallar el número total de cuadriláteros en la siguiente figura:



A) 280 B) 300 C) 120
D) 360 E) 60

Resolución:



$$B = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{8(8+1)}{2} = 36$$

$\therefore$ $B = 36$

$$A = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{4(4+1)}{2} = 10$$

$\therefore$ $A = 10$

Luego: Número de cuadriláteros = A × B

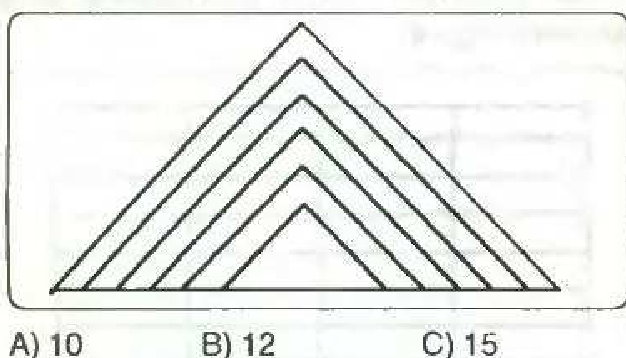
(Fórmula)

Número de cuadriláteros = 10 × 36 = 360

Rpta. D

Problema (7)

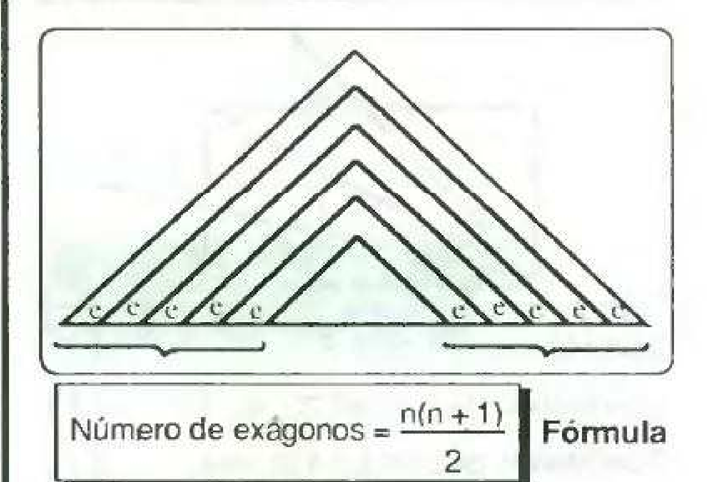
Hallar el número total de exágonos en la figura mostrada.



A) 10 B) 12 C) 15
D) 20 E) 25

Resolución:

En esta figura notamos que los espacios si están alineados, por lo que el problema se podrá resolver por medio de fórmula.



$$\text{Número de exágonos} = \frac{n(n+1)}{2}$$ **Fórmula**

Siendo: n = Número de espacios de cada uno de los extremos.

Luego:

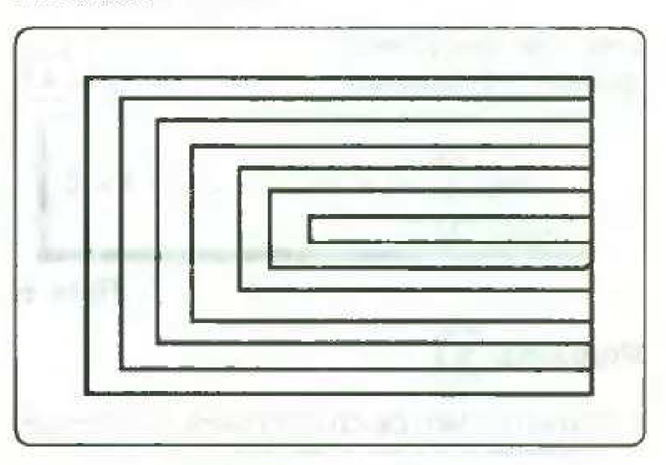
$$\text{Número de exágonos} = \frac{5(5+1)}{2} = 15$$

$\therefore$ Número de exágonos = 15

Rpta. C

Problema (8)

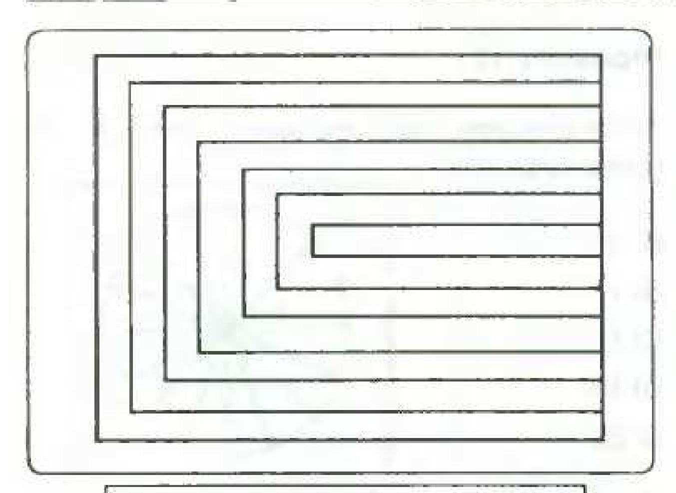
Hallar el número de octogonos en la figura mostrada.



A) 15 B) 18 C) 20
D) 21 E) 24

Resolución:

En esta figura notamos que los espacios si estan alineados, por lo que el problema se solucionará por medio de fórmula:



$$\text{Número de octógonos} = \frac{n(n+1)}{2}$$

Fórmula

Siendo: n = Número de espacios de uno de los extremos.

$$\text{Número de octógonos} = \frac{6(6+1)}{2} = 21$$

∴ Número de octógonos = 21

Rpta. D

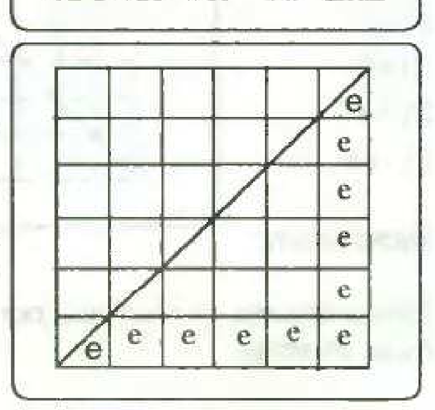
Problema (9)

hallar el número total de triángulos en la figura mostrada

A) 25
B) 38
C) 42
D) 40
E) 27

Resolución:

En esta figura también se podrá aplicar fórmula para hallar el número de triángulos, veamos:



Número de Δs = n(n + 1)

Fórmula

Siendo: n = Número de espacios bien de la base o de la altura.

Luego:

Números de triángulos = 6(6 + 1) = 42

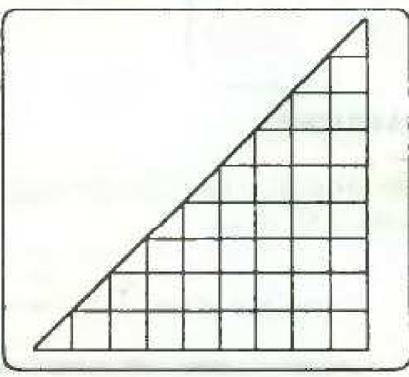
∴ Número de Δs = 42

Rpta. C

Problema (10)

Hallar el número total de triángulos en la figura mostrada.

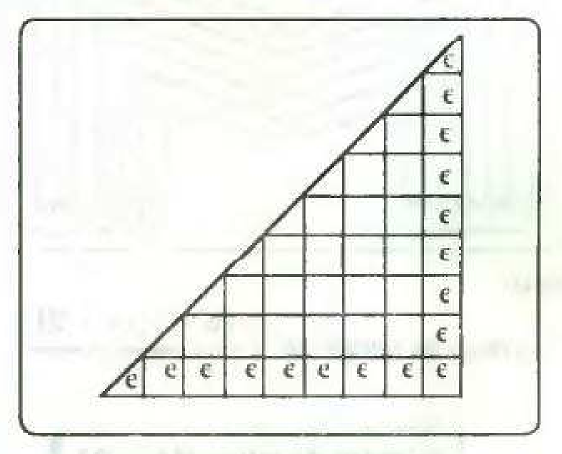
A) 28
B) 25
C) 32
D) 40
E) 45



Resolución:

Para hallar el número de triángulos en esta figura, se aplicará fórmula, veamos:

$$\text{Número de } \Delta s = \frac{n(n+1)}{2}$$ **(Fórmula)**



Siendo: n = Número de espacios bien de la base o de la altura.

Luego:

$$\text{Número de } \Delta s = \frac{9(9+1)}{2} = 45$$

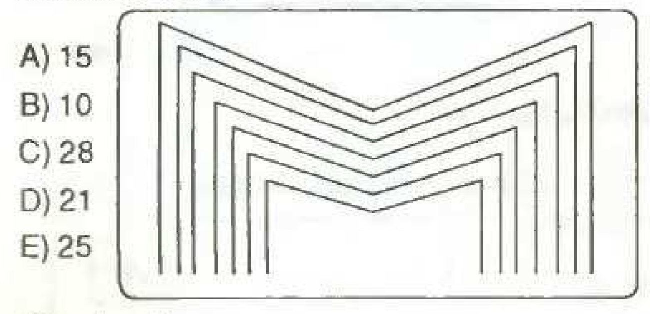
$\therefore$ **Número de Δs = 45**

Rpta. E

Problema (11)

Hallar el número total de las letras "M" en la figura mostrada:

A) 15
B) 10
C) 28
D) 21
E) 25



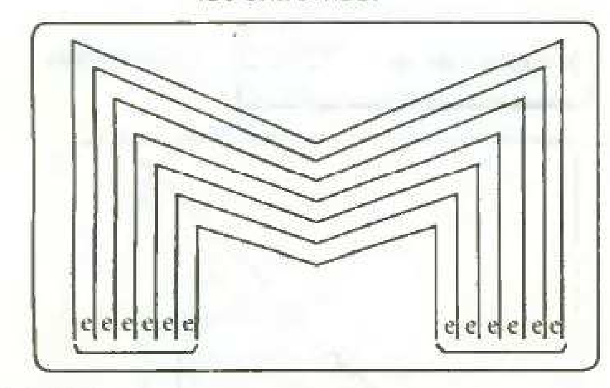
Resolución:

Este problema también se resolverá por medio de la fórmula.

$$\text{Número de letras "M"} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

Fórmula

Siendo: n = Número de espacios de uno de los extremos.



Luego:

$$\text{Número de letras "M"} = \frac{(6+1)(6+2)}{2} = 28$$

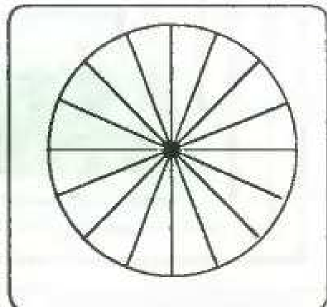
$\therefore$ **Número de letras "M" = 28**

Rpta. C

Problema (12)

Hallar el número total de semi–círculos en la figura mostrada.

A) 8
B) 12
C) 14
D) 16
E) 20

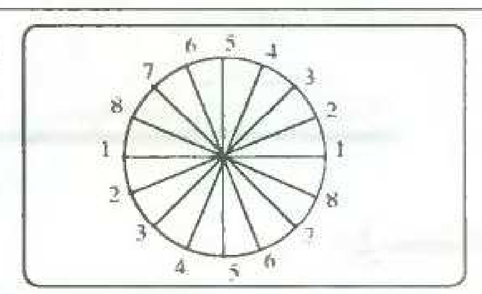


Resolución:

Este tipo de problema, también se resolverá por medio de la fórmula.

$$\text{Número de semi-círculos} = 2\left(\text{Número de diámetros trazados}\right)$$

Luego:



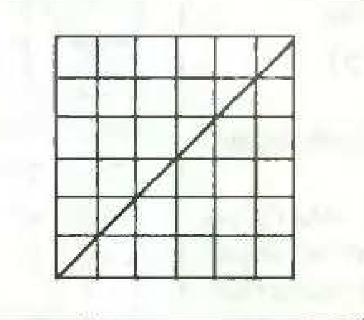
Número de semi–círculos = 2(8) = 16

Rpta. D

Problema (13)

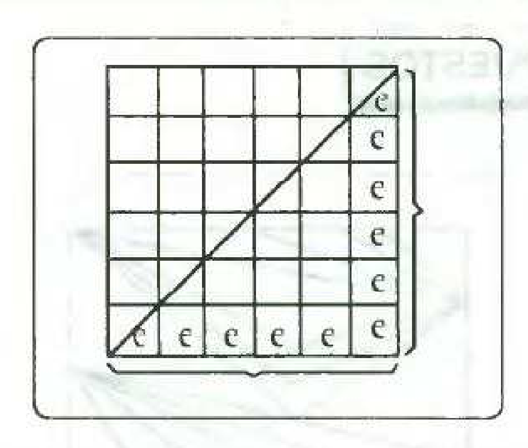
Hallar el número total de cuadrados en la figura mostrada.

A) 55
B) 30
C) 42
D) 91
E) 100



Resolución:

Este problema se resolverá por medio de fórmula, veamos:



$$\text{Número de cuadrados} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Fórmula

Siendo: n = Número de espacios de uno de sus lados

Luego:

$$\text{Número de cuadrados} = \frac{6(6+1)(2\times 6+1)}{6}$$

$$= 91$$

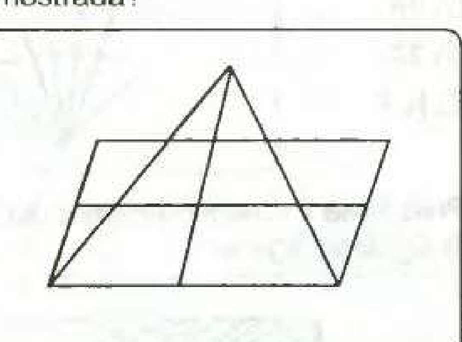
$\therefore$ Número de cuadrados = 91

Rpta. D

Problema (14)

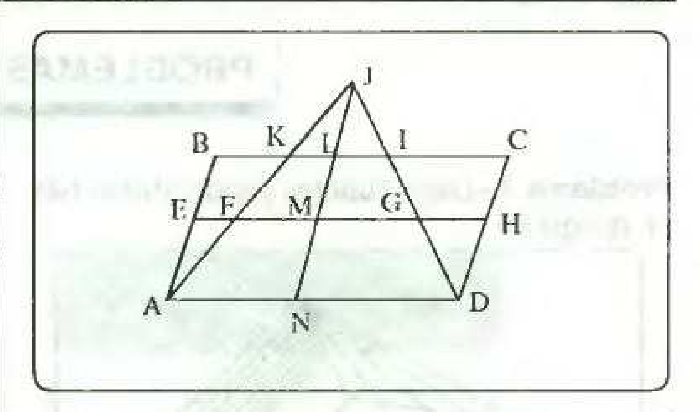
Si consideramos al segmento como la unión de dos puntos. ¿Decir cuántos segmentos hay en la figura mostrada?

A) 25
B) 38
C) 45
D) 47
E) N.A.



Resolución:

$$\text{Número de segmentos: } \frac{n(n+1)}{2} \quad \textbf{(Fórmula)}$$



Siendo: n = Número de espacios

Luego:

$$\text{Número de segmentos en AD} = \frac{2(2+1)}{2} = 3$$

$$\text{Número de segmentos en AB} = \frac{2(2+1)}{2} = 3$$

$$\text{Número de segmentos en BC} = \frac{4(4+1)}{2} = 10$$

$$\text{Número de segmentos en CD} = \frac{2(2+1)}{2} = 3$$

$$\text{Número de segmentos en EH} = \frac{4(4+1)}{2} = 10$$

$$\text{Número de segmentos en AJ} = \frac{3(3+1)}{2} = 6$$

$$\text{Número de segmentos en JN} = \frac{3(3+1)}{2} = 6$$

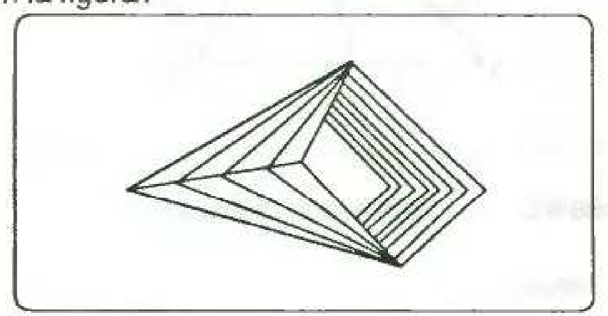
$$\text{Número de segmentos en JD} = \frac{3(3+1)}{2} = 6$$

$\therefore$ Número total de segmentos = 47

Rpta. D

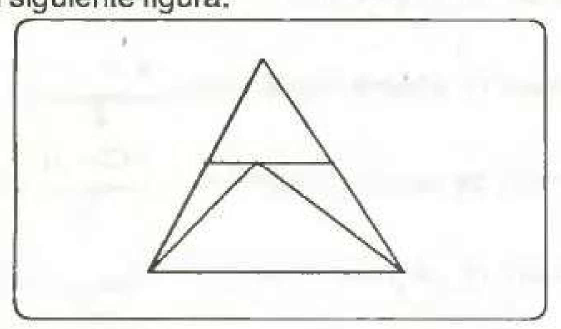
PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1.- Decir cuántos cuadriláteros hay en la figura?



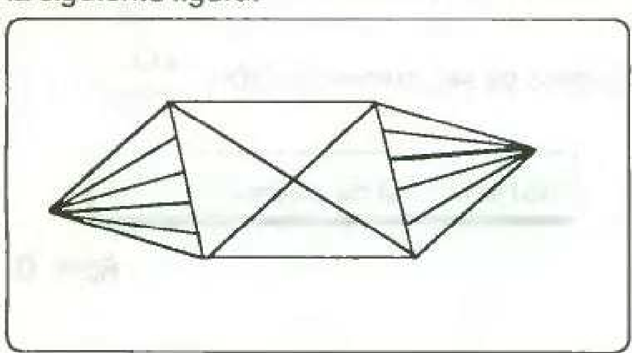
A) 16 B) 18 C) 19 D) 21 E) 22

Problema 2.- Decir cuántos polígonos hay en la siguiente figura:



A) 15 B) 12 C) 7 D) 9 E) N.A.

Problema 3.- Decir cuántos triángulos hay en la siguiente figura:

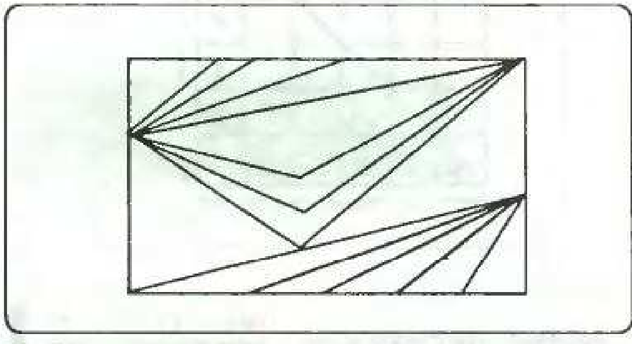


A) 18 B) 22 C) 30 D) 38 E) 42

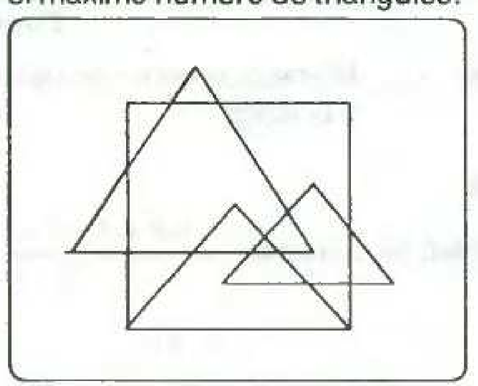
Problema 4.- Decir cuántos triángulos hay en la siguiente figura:

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) N.A.

Figura 4 continua



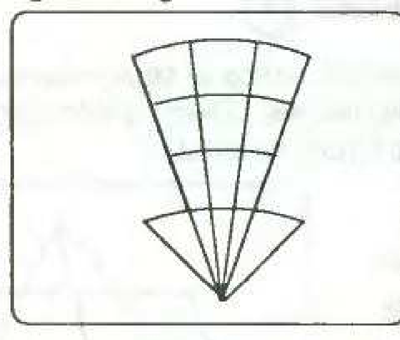
Problema 5.- En la figura que se muestra: hallar el máximo número de triángulos:



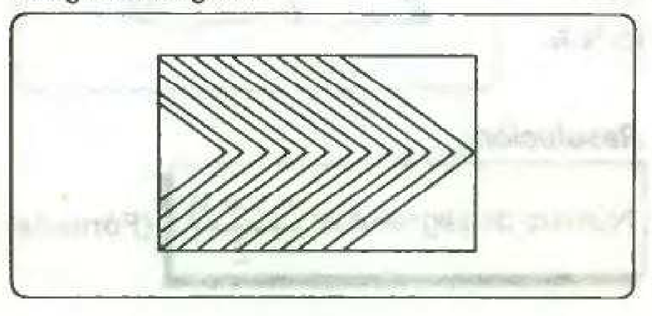
A) 13 B) 6 C) 9 D) 12 E) 14

Problema 6.- Decir cuántos sectores circulares hay en la siguiente figura:

A) 24
B) 25
C) 28
D) 33
E) N.A.

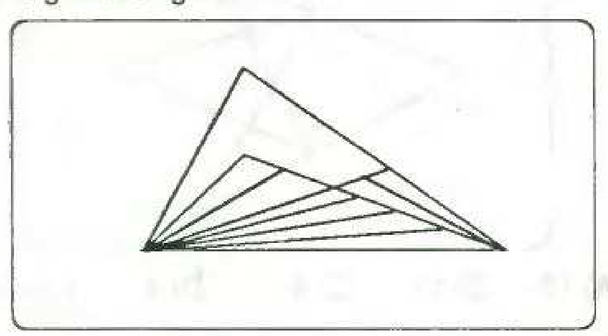


Problema 7.- Decir cuántos exágonos hay en la siguiente figura:



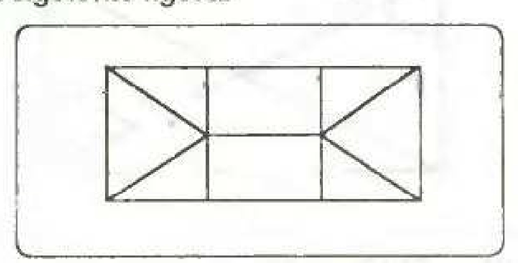
A) 45 B) 36 C) 51 D) 48 E) N.A.

Problema 8.- Decir cuántos triángulos hay en la siguiente figura:



A) 21 B) 25 C) 26 D) 27 E) 30

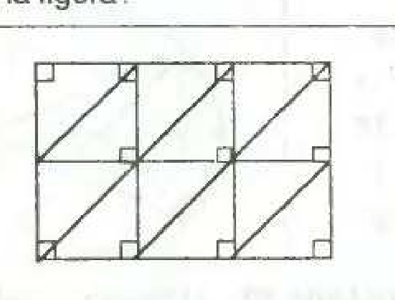
Problema 9.- Decir cuántos cuadriláteros hay en la siguiente figura:



A) 15 B) 17 C) 18 D) 21 E) N.A.

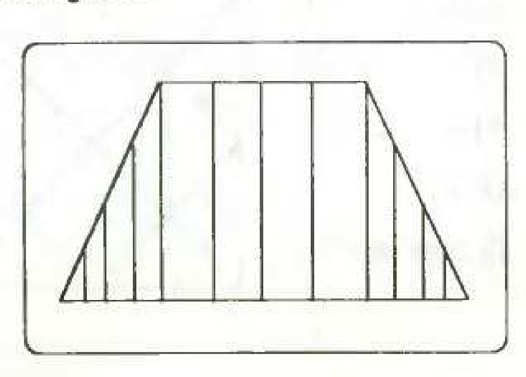
Problema 10.- ¿Cuántos triángulos rectángulos existen en la figura?

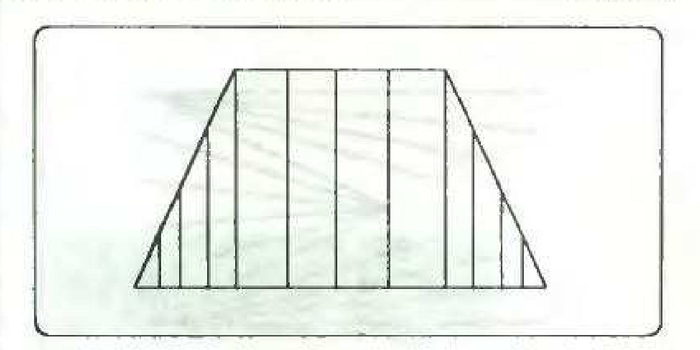
A) 12
B) 13
C) 14
D) 16
E) 20



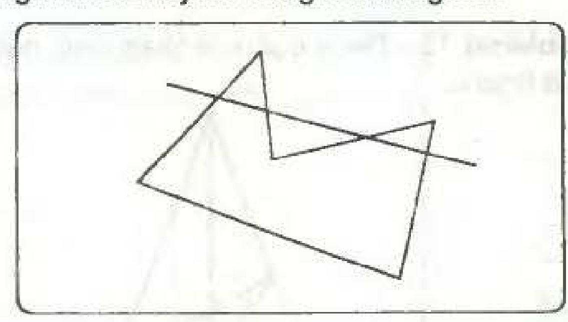
Problema 11.- ¿Cuántos cuadriláteros hay en la siguiente figura?

A) 26
B) 27
C) 30
D) 31
E) 40





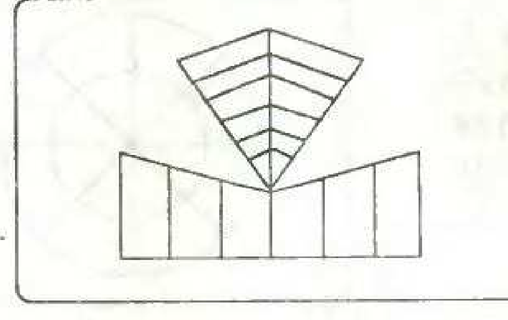
Problema 12.- Si consideramos al segmento como la unión de dos puntos. ¿Decir cuántos segmentos hay en la siguiente figura?



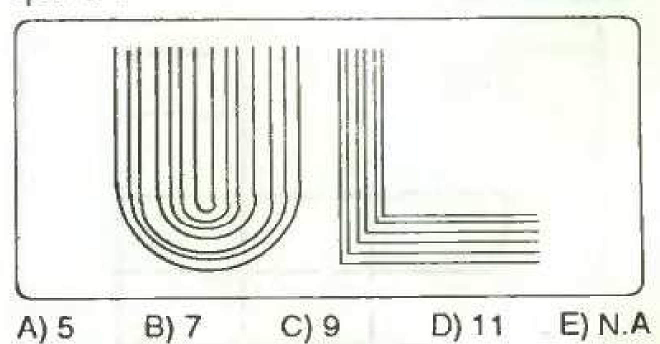
A) 19 B) 28 C) 30 D) 25 E) N.A.

Problema 13.- ¿Decir cuántos cuadriláteros hay en la siguiente figura?

A) 32
B) 36
C) 42
D) 48
E) N.A.

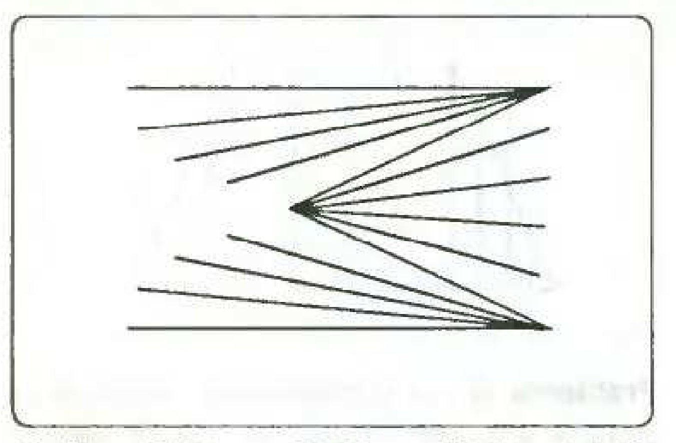


Problema 14.- ¿Cuántas letras "U" hay más que "L"?



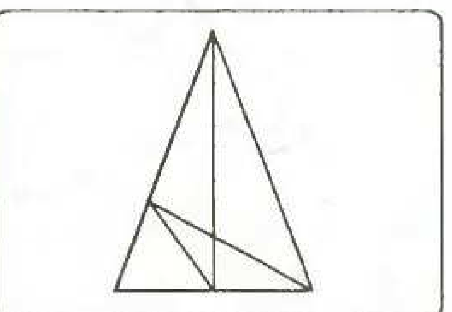
A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) N.A

Problema 15.- Decir cuántos ángulos agudos hay en la figura:



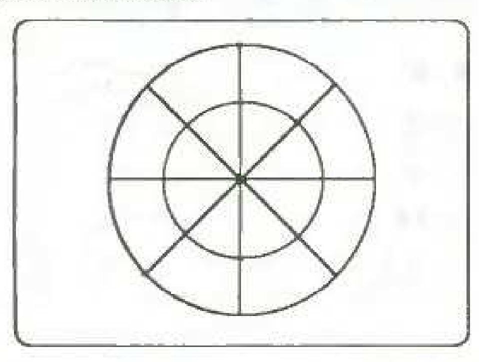
A) 25 B) 28 C) 35 D) 38 E) 40

Problema 16.- Decir cuántos triángulos hay en la figura:



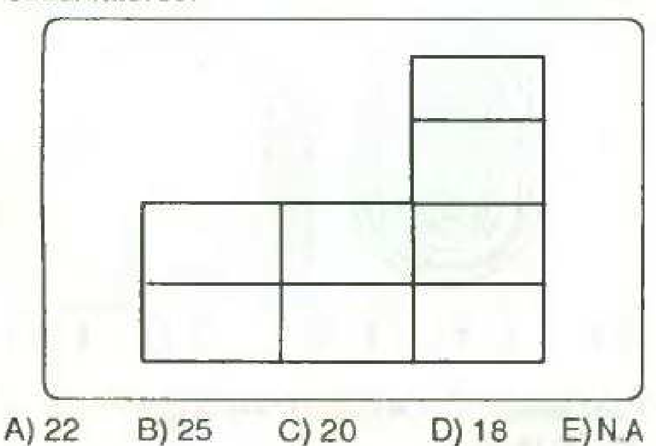
A) 10
B) 11
C) 12
D) 13
E) 15

Problema 17.- Decir cuántos semi-círculos hay en la figura mostrada:



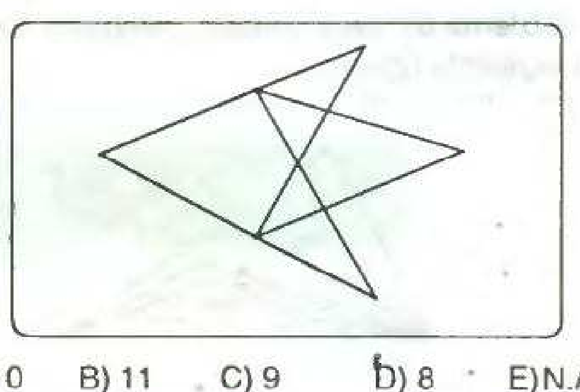
A) 16
B) 20
C) 24
D) 28
E) 30

Problema 18.- En la figura: hallar el total de cuadriláteros:



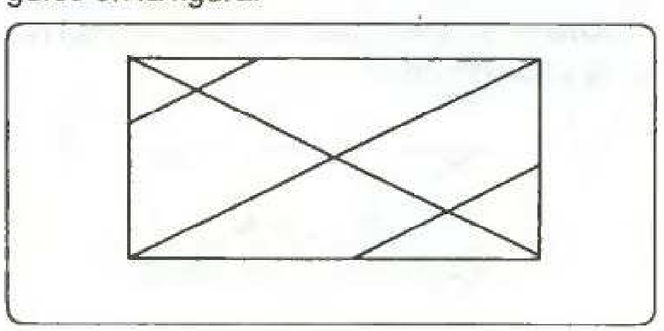
A) 22 B) 25 C) 20 D) 18 E) N.A

Problema 19.- Hallar el total de triángulos en la figura:



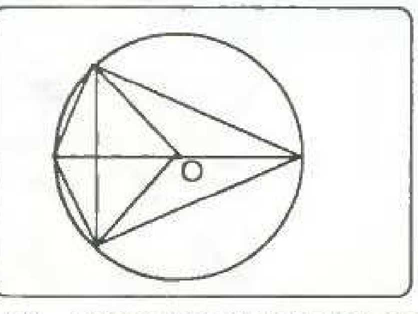
A) 10 B) 11 C) 9 D) 8 E) N.A

Problema 20.- Hallar el número total de triángulos en la figura:



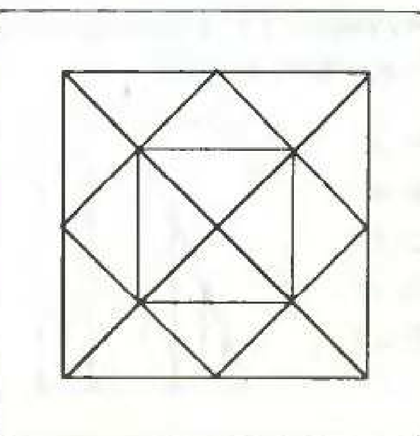
A) 10 B) 13 C) 14 D) 15 E) N.A

Problema 21.- ¿Cuántos triángulos isósceles hay en esta figura?



A) 5
B) 13
C) 10
D) 7
E) 8

Problema 22.- ¿Cuántos cuadrados hay en esta figura?



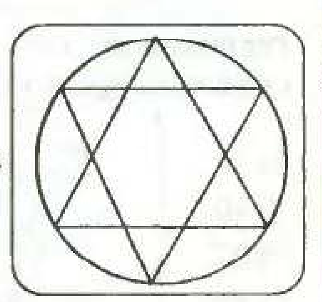
A) 3
B) 7
C) 8
D) 11
E) Más de 11

Problema 23.- En el axágono estrellado de la figura mostrada (estrella de 6 puntas) se puede ver en total:

I) Tres rombos
II) 6 trapecios isósceles
III) 8 triángulos equiláteros

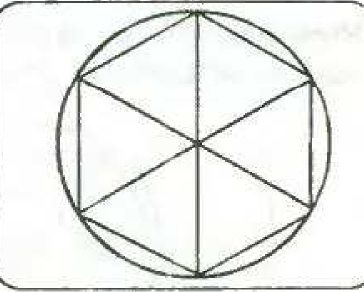
De estas tres afirmaciones sólo una de las siguientes alternativas es correcta.

A) Las tres son verdaderas
B) Las tres son falsas
C) Sólo II es verdadera
D) Sólo I es falsa
E) Sólo I y III son verdaderas.



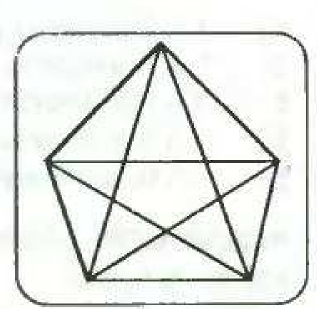
Problema 24.- ¿Cuántos rombos hay en esta figura?

A) 6
B) 12
C) 4
D) 8
E) N.A.



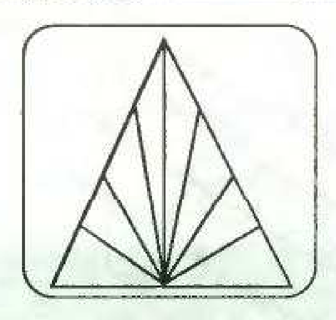
Problema 25.- Dentro de un pentágono regular se ha dibujado una estrella. El total de trapecios isósceles que se forman es:

A) 4
B) 5
C) 8
D) 10
E) No hay trapecios isósceles



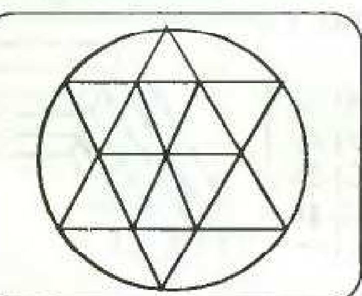
Problema 26.- En la figura mostrada. Calcular la diferecia entre el número de triángulos y el número de cuadriláteros.

A) 6 B) 5 C) 4
D) 7 E) 3



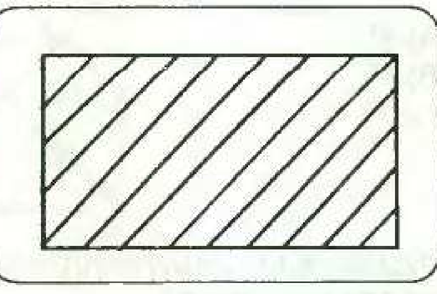
Problema 27.- ¿Cuántos triángulos equilateros hay en la figura:

A) 2^3
B) $2^2 . 3$
C) 49
D) $2^2 . 5$
E) Más de 20



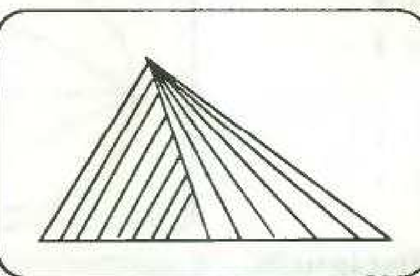
Problema 28: ¿Decir cuántos cuadriláteros hay en la figura?

A) 26
B) 29
C) 32
D) 33
E) NA.



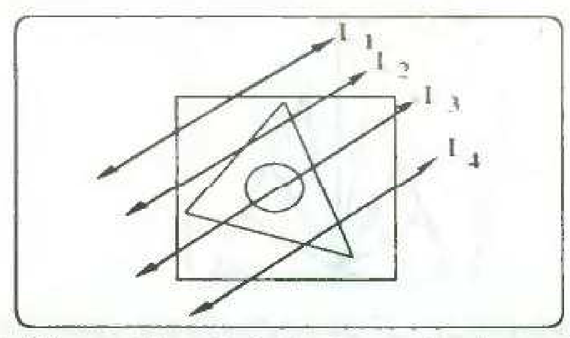
Problema 29.- ¿Decir cuántos triángulos hay en la figura?

A) 23
B) 20
C) 22
D) 28
E) 24

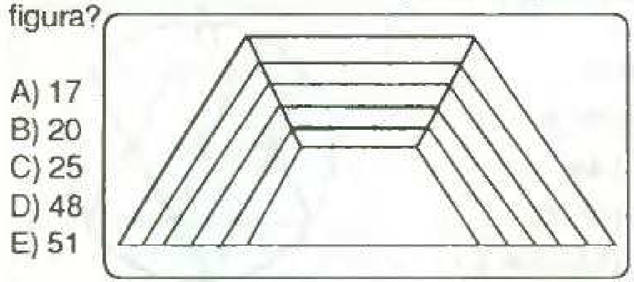


Problema 30.- En la figura adjunta, calcular el máximo número de segmentos que se han determinado sobre las rectas paralelas L1, L2, L3, y L4.

A) 25 B) 26 C) 27
D) 28 E) 29



Problema 31.- ¿Cuántos trapecios hay en la figura?



A) 17
B) 20
C) 25
D) 48
E) 51

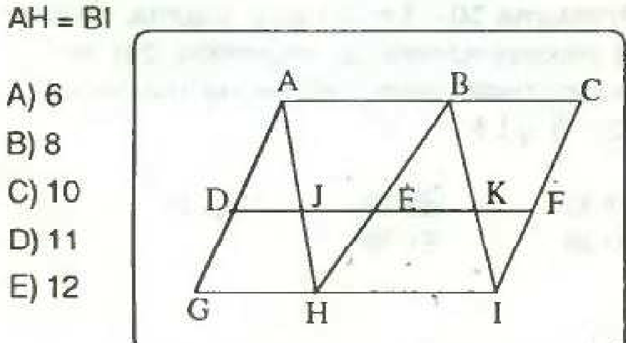
Problema 32.- ¿Cuántos triángulos isósceles hay en la figura?

A) 2^3
B) 2^4
C) $2^2 . 5$
D) $2^2 . 7$
E) Más de 28

Problema 33.- ¿Cuántos triángulos rectángulos hay en la figura?

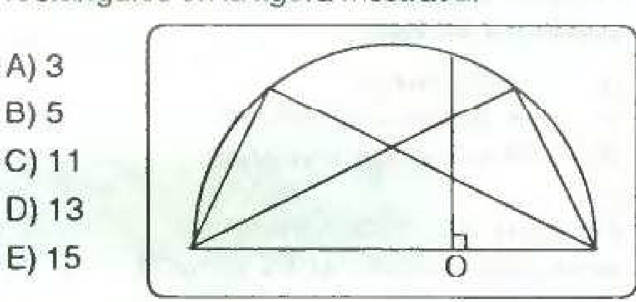
A) 6
B) 8
C) 10
D) 13
E) 7

Problema 34.- ¿Cuántos paralelogramos hay en la figura; Si: AC // DF = GI; AG // BH // CI ; AH = BI



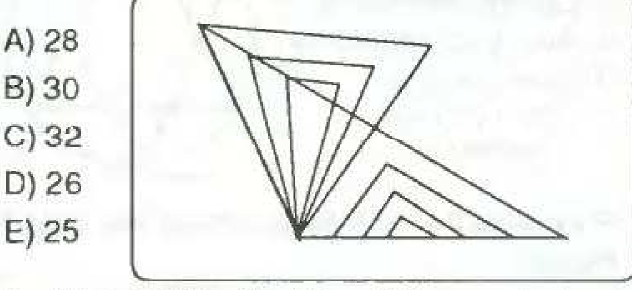
A) 6
B) 8
C) 10
D) 11
E) 12

Problema 35.- Hallar el número de triángulos rectángulos en la figura mostrada:



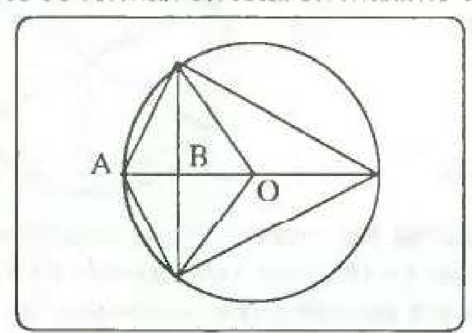
A) 3
B) 5
C) 11
D) 13
E) 15

Problema 36.- Hallar el número total de triángulos en la figura mostrada:



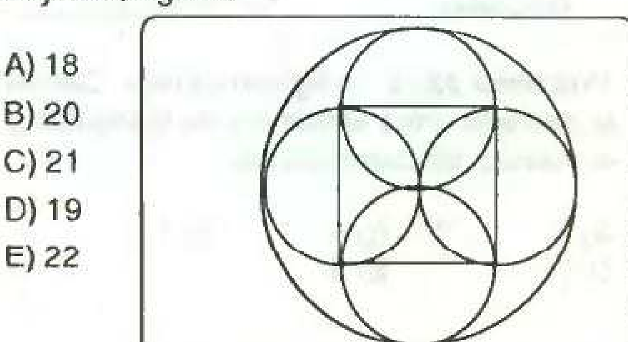
A) 28
B) 30
C) 32
D) 26
E) 25

Problema 37.- Si: AB = BO; en el círculo adjunto se forman en total un máximo de:



A) 1 Δ Equilatero y 8 Δ Rectángulos
B) 2 Δ Equilateros y 6 Δ Rectángulos
C) 3 Δ Equilateros y 4 Δ Isósceles
D) 7 Δ Equilateros y 7 Δ Rectángulos
E) 4 Δ Isósceles y 2 Paralelogramos

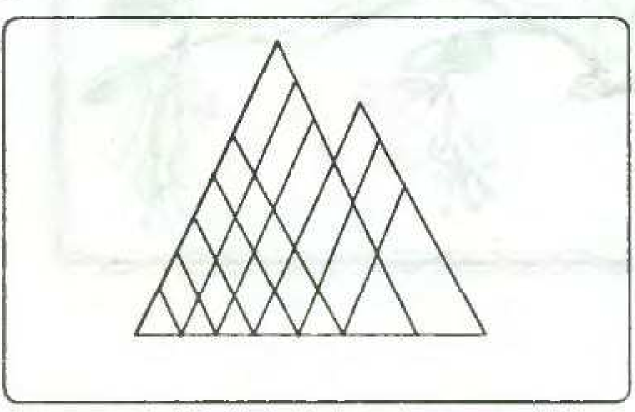
Problema 38.- ¿Cuántos semicircunferencias hay en la figura?



A) 18
B) 20
C) 21
D) 19
E) 22

Problema 39.- Hallar el número total de triángulos en la figura mostrada:

A) 72
B) 68
C) 84
D) 56
E) 74

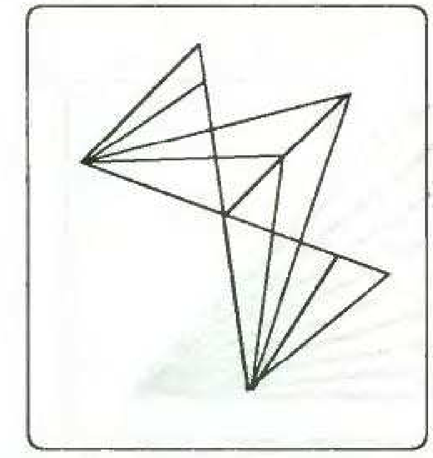


Problema 40.- Hallar el número total de triángulos en la figura mostrada:

A) 18 B) 20 C) 23
D) 25 E) 28

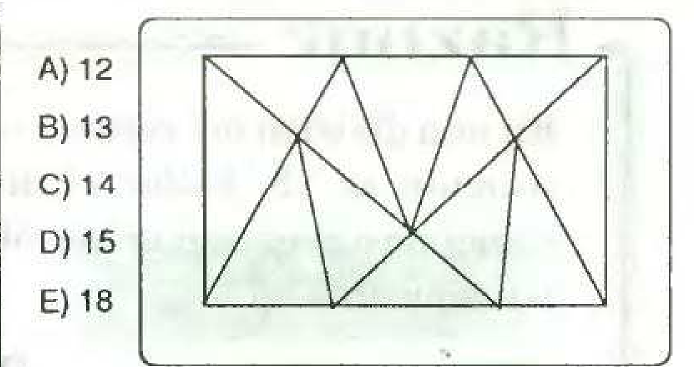
Problema 41.- ¿Cuántos triángulos hay en la figura?

A) 20
B) 22
C) 24
D) 33
E) 30



Problema 42.- En la figura mostrada: Cálcular la diferencia entre el número total de triángulos y el número total de cuadriláteros.

A) 12
B) 13
C) 14
D) 15
E) 18

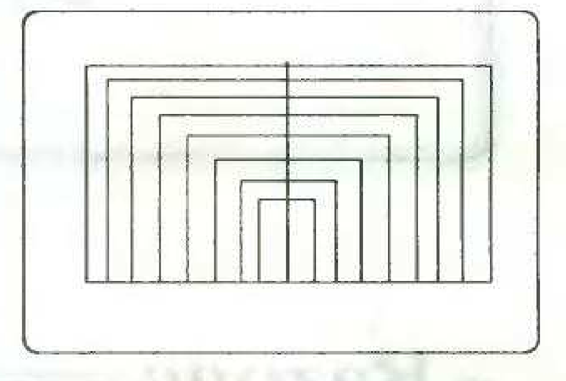


Problema 43.- En la figura mostrada:

A = # total de exágonos
B = # total de octógonos
C = # total de cuadriláteros

Hallar:
"A - B - C"

A) 6
B) 8
C) 7
D) 4
E) 9



CLAVE DE RESPUESTAS

1. E	9. C	17. A	25. D	33. B	41. D
2. A	10. D	18. B	26. C	34. E	42. C
3. D	11. D	19. A	27. D	35. D	43. D
4. C	12. B	20. C	28. D	36. B	
5. A	13. D	21. D	29. D	37. C	
6. D	14. B	22. B	30. D	38. B	
7. C	15. C	23. A	31. E	39. C	
8. D	16. C	24. A	32. E	40. D	

Razone

En una división del residuo es 37 y el cociente es 13. hallar el dividendo sabiendo que es menor que 560 y que termina en 4.

Respuesta **544**

Razone

Cuantos triángulos hay en la siguiente figura?

Respuesta: **80**

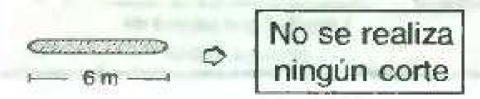
PROBLEMAS SOBRE CORTES; ESTACAS Y PASTILLAS 18

Problema 1: ¿Cuántos cortes deben darse a una soga de 48 metros de largo para tener pedazos de 6 metros de largo?

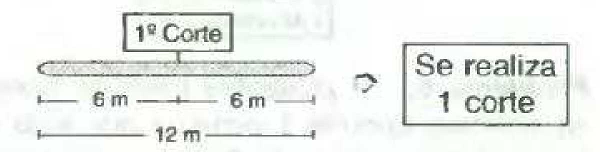
Resolución:

Analizamos el problema por partes, obtenemos:

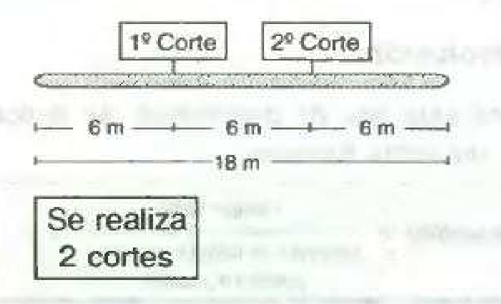
Para una soga de 6m.



Para una soga de12m.



Para una soga de 18m.



Del análisis que hemos realizado, obtenemos que:

$$\text{\# de partes iguales} = \frac{\text{Longitud Total}}{\text{Longitud Unitaria}} \quad \text{.... (A)}$$

para nuestro problema:

$$\text{\# de partes iguales} = \frac{48\,m}{6\,m} = 8$$

$$\text{\# cortes necesarios} = \text{\# de partes iguales} - 1 \quad \text{... (B)}$$

Para nuestro problema:

$$\text{\# cortes necesarios} = 8 - 1 = 7$$

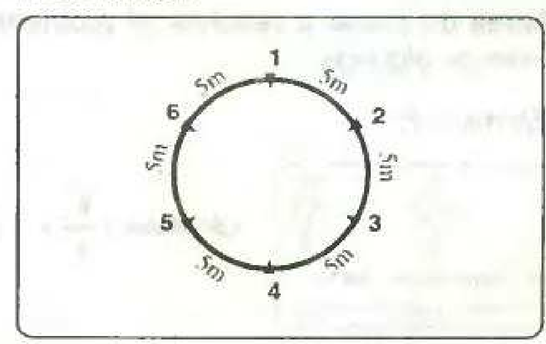
De las expresiones **(A)** y **(B)**, se tiene:

Fórmula

$$\text{\# de cortes necesarios} = \frac{\text{Longitud Total}}{\text{Longitud Unitaria}} - 1$$

Problema 2: ¿Cuántos cortes deben darse a un aro de 30 metros de longitud para tener pedazos de 5 metros de longitud?

Resolución:



Fórmula

$$\text{\# de cortes necesarios} = \frac{\text{Longitud Total}}{\text{Longitud Unitaria}}$$

Nota: _Esta fórmula se cumple para figuras cerradas._

Luego: $\text{\# de cortes} = \frac{30\,m}{5\,m} = 6 \text{ cortes}$

Problema 3: Un hojalatero tiene una plancha de aluminio de 25 m de largo por 1,5 m de ancho, diario corta 5 m de largo por 1,5 m de ancho. ¿En cuántos días habrá cortado íntegramente la plancha?

Resolución:

Por fórmula:

$$\# \text{ de cortes} = \frac{\text{Longitud Total}}{\text{Longitud Unitaria}} - 1$$

$$\# \text{ de cortes} = \frac{25}{5} - 1 = 4$$

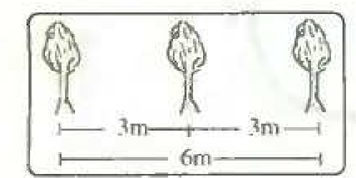
$\therefore$ En 4 días habrá cortado íntegramente la plancha

Problema 4: ¿Cuántos árboles pueden colocarse a lo largo de una avenida que tiene 1,5 km de longitud, los árboles se colocan cada 15 metros?

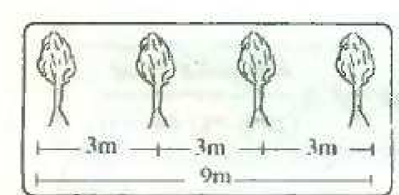
Resolución:

Antes de pasar a resolver el problema, veamos algunos

Ejemplos:



$$\# \text{ de árboles} = \frac{6}{3} + 1 = 3$$



$$\# \text{ de árboles} = \frac{9}{3} + 1 = 4$$

Generalizamos:

$$\# \text{ de árboles} = \frac{\text{Longitud Total de la avenida}}{\text{Longitud que separa de estaca a estaca}} + 1$$

Luego, para el problema, tenemos que:

$$\# \text{ de árboles} = \frac{1{,}5\ Km}{15\ m} + 1$$

Convertimos los "Km" a "m"

$$\therefore \quad \# \text{ de arboles} = \frac{1{,}5(1\ 000\ m)}{15\ m} + 1 = 101$$

Problema 5: ¿Cuántas estacas de 2 metros de altura, se necesitan si se trata, de plantarlas a lo largo de un terreno, las estacas se plantan cada 15 metros, el largo del terreno es de 600 metros?

Resolución:

Para este tipo de problema, no nos interesa saber la altura del árbol.

Por fórmula:

$$\# \text{ de estacas} = \frac{\text{Longitud del Terreno}}{\text{Longitud que separa de estaca a estaca}} + 1$$

$$\# \text{ de estacas} = \frac{600 \text{ metros}}{15 \text{ metros}} + 1 = 41$$

$$\therefore \quad \# \text{ de estacas} = 41$$

Problema 6: ¿Cuántas pastillas tomará un enfermo durante 1 semana que está en cama, si toma una cada 3 horas y empezó a tomarlas apenas empezó su reposo hasta que culminó?

Resolución:

Para este tipo de problemas, se aplicará la siguiente fórmula:

$$\# \text{ de pastillas} = \frac{\text{Tiempo Total}}{\text{Intervalo de tiempo en tomar pastilla a pastilla}} + 1$$

$$\# \text{ de pastillas} = \frac{1 \text{ semana}}{3 \text{ horas}} + 1$$

Recuerda que:

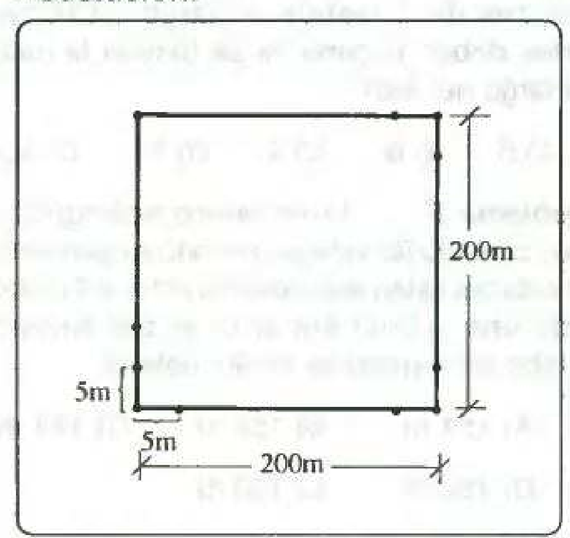
1 semana = **7 días**
1 semana = **7(24 horas)**

$$\# \text{ de pastillas} = \frac{7(24 \text{ horas})}{3 \text{ horas}} + 1$$

$$\therefore \quad \# \text{ de pastillas} = 57$$

Problema 7: ¿Cuántas estacas se necesitan para cercar un terreno de forma cuadrada cuya área es igual a 40 000 m², si las estacas se colocan cada 5 metros?

Resolución:



Area del cuadrado = 40 000 m²

$$(\text{Lado})^2 = 40\,000 \text{ m}^2$$

$$\text{Lado} = \sqrt{40\,000 \text{m}^2}$$

$$\therefore \boxed{\text{Lado} = 200 \text{ m}}$$

Como la figura es cerrada se aplicará la siguiente fórmula:

$$\textit{\# de estacas} = \frac{\text{Longitud Total ó perímetro del}\square}{\text{Longitud que separa de estaca a estaca}} \quad 1$$

$$\textit{\# de estacas} = \frac{4(200 \text{ m})}{5 \text{ m}} = 160$$

Nota:

a) *Para líneas abiertas se aplicará la siguiente fórmula:*

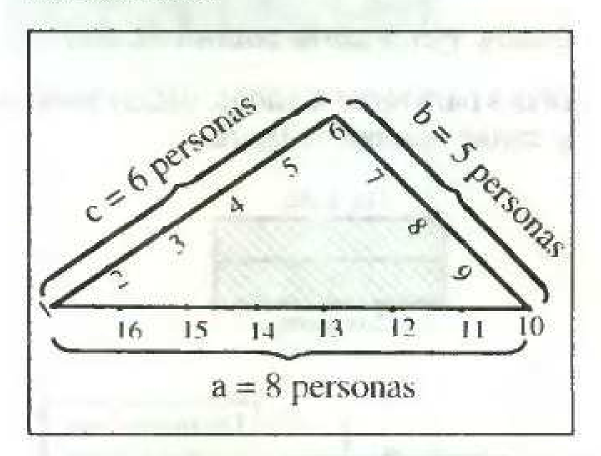
$$\textit{\# de estacas} = \frac{\text{Longitud Total}}{\text{Longitud de estaca a estaca}} + 1$$

b) *Para líneas cerradas se aplicará la siguiente fórmula:*

$$\textit{\# de estacas} = \frac{\text{Longitud Total ó perímetro}}{\text{Longitud de estaca a estaca}} \quad 1$$

Problema 8: Se ha formado un triángulo con personas, donde en un lado hay 6 personas, en el segundo lado hay 8 personas y en el tercer lado hay 5 personas. ¿Cuántas personas hay en total, si en cada vértice hay una persona?

Resolución:



- Como se observa en la figura; el número de personas son 16

Nota:

Para este tipo de problema, se suman todos los valores de sus lados y se le resta al resultado el número de vértices que tiene el polígono, en este caso como se trata de un triángulo (3 lados), se restará 3.

$$\textit{\# de personas} = \sum \begin{matrix}\text{de valores de sus}\\ \text{lados del polígono}\end{matrix} - \begin{matrix}\text{\# de vértices}\\ \text{del polígono}\end{matrix}$$

Reemplazando valores en esta última expresión; obtenemos:

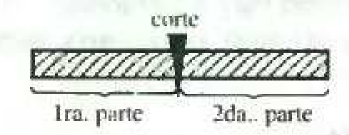
$$\therefore \boxed{\textbf{\# de personas} = (8 + 5 + 6) - 3 = 16}$$

Problema 9: Para cortar una pieza de madera en 2 partes cobran S/. 20 ¿Cuántos cobrarán como mínimo para cortarlo en 4 partes?

Resolución:

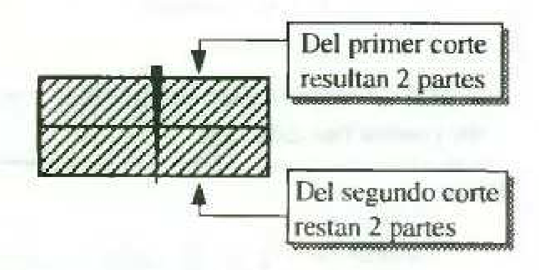
Sea la pieza de madera la que se muestra en la figura:

Cuando se corta en 2 partes:



Donde: **Por 1 corte cobran S/. 20**

Ahora para tener 4 partes, deben hacerse 2 cortes veamos la figura:



- Como se han hecho 2 cortes para tener 4 partes lo que cobrarán será:

∴ 2 cortes = 2(S/. 20) = S/. 40

Problemas Propuestos

Problema 1: ¿Cuántos cortes debe darse a una soga de (K^2 - 1) metro de largo para tener pedazos de (k - 1) metros de largo?

A) k - 2 B) k + 1 C) k D) k - 1 E) 2k

Problema 2: ¿Cuántos cortes, debe darse a 6 aros de L/3 metros de longitud, para tener pedazos de 2 metros?

A) L B) $\frac{L}{6}-1$ C) 6L D) $\frac{L}{2}-1$ E) N.A.

Problema 3: A una soga de 60 metros se hacen 11 cortes para tener pedazos de 5 metros de largo. ¿Cuántos cortes deben hacerse si se tomará la mitad del largo de la soga?

A) 5,5 cortes B) 5 cortes C) 6 cortes D) 11 cortes E) N.A.

Problema 4: A un aro de 20 metros de longitud, se hacen 10 cortes para tener pedazos de 2 metros de largo. ¿Cuántos cortes deben hacerse si se tomará la mitad del largo del aro?

A) 5 B) 6 C) 4 D) 3 E) N.A.

Problema 5: En un terreno rectangular se han colocado 80 estacas en todo su perímetro, las estacas están distanciadas entre sí 6 metros cada una. ¿Cuál era el largo del terreno? (Ancho del terreno es de 90 metros).

A) 154 m B) 152 m C) 148 m D) 150 m E) 120 m

Problema 6: Sara compra un frasco conteniendo pastillas, y tiene que tomarlas durante los 3 días que está en cama, a razón de dos pastillas cada 3 horas; si empezó a tomarlas apenas empezó su reposo hasta que culminó. ¿Cuántas pastillas contenía el frasco?

A) 46 B) 48 C) 50 D) 56 E) N.A.

Problema 7: Un hombre cercó un jardín en forma rectangular y utilizó 40 estacas. Puso 14 por cada uno de los lados más largos del jardín. ¿Cuántos puso en cada lado más corto?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12

Problema 8: Se va a electrificar una avenida de 3 Km de largo, con la condición que en uno de sus lados, los postes se colocarán cada 30 metros y en el otro lado cada 20 metros. Si los postes empezaron a colocarse desde que empieza la avenida. ¿Cuántos postes se necesitan en total?

A) 250 B) 248 C) 252 D) 254 E) N.A.

Problema 9: Un sastre para cortar una cinta de tela de 20 metros de largo, cobra S/. 10 por cada corte que hace, si cada corte lo hace cada 4 metros. ¿Cuánto cobrará por toda la cinta?

A) S/. 50 B) S/. 60 C) S/. 40

D) S/. 30 E) N.A.

Problema 10: Un hojalatero para cortar una cinta metálica de $(k^2 - 1)$ metros de largo, cobra $(k + 1)$ soles por cada corte que hace, si cada corte lo hace cada $(k - 1)$ metros. ¿Cuánto cobrará por toda la cinta?

A) S/. $k(k - 1)$ B) S/. $k(k + 1)$ C) S/. $(k + 1)^2$

D) S/. 2k E) N.A.

Problema 11: Un sastre tiene una pieza de tela de 40 m de largo por 0,5 m de ancho, diario corta 5 m de largo por 0,5 m de ancho, si por cada corte que hace demora 32 segundos. ¿Cuánto tiempo demorará en cortar toda la pieza de tela?

A) 4 min. 16 s B) 3 min. 44 s

C) 4 min. 48 s D) 3 min. 16 s

E) 3 min. 48 s

Problema 12: Se ha formado un pentágono donde en un lado hay "a" personas, en otro "b" personas, en otro "c" personas, en otro "d" personas y en el último "e" personas. ¿Cuántas personas hay en total?

A) $a + b + c + d + e$
B) $a + b + c + d + e - 4$
C) $a + b + c + d + e - 5$
D) $a + b + c + d + e - 6$
E) $a + b + c + d + e + 5$

Problema 13: Para cortar una pieza de madera en 2 partes cobran "N" soles. ¿Cuántos cobrarán como mínimo para cortarlo en 8 partes?

A) S/. 2 N B) S/. (2 N + 1) C) S/. 3 N

D) S/. (4 N - 1) E) S/. 7 N

Problema 14: Para cortar una pieza de madera en 2 partes cobran "k" soles. ¿Cuánto cobrarán como mínimo para cortarlo en 5 partes ?

(***Nota:*** Las partes no necesariamente son iguales)

A) S/. 4 k B) S/. 5 k C) S/. 3 k

D) S/. (3 k + 1) E) S/. (4 k - 1)

Problema 15: ¿Cuántas estacas se necesitan para cercar un terreno cuya forma es de un triángulo equilátero de área igual a $10\,000\sqrt{3}$ m², si las estacas se colocan cada 5 metros?

A) 60 B) 120 C) 160 D) 200 E) 180

Problema 16: Para su cumpleaño de Manuelito, su querida esposa le regala una torta de forma circular, cuya área es de $1\,024\pi$ cm², en plena fiesta le dicen que parta la torta, para esto Manuelito divide la torta en partes iguales para ser repartido entre sus invitados, si cada corte lo hace a 2π cm. ¿Cuántos corte realizo Manuelito?

A) 31 B) 30 C) 32 D) 34 E) Faltan datos.

Problema 17: Una regla de madera de 2,8 metros de longitud se le aplica 13 cortes, obteniendo reglitas de "x" cm de longitud cada una. Hallar el valor de "x".

A) 19 B) 20 C) 21 D) 18 E) N.A.

Problema 18: Para cercar un terreno de forma rectángular se han utilizado $16(m^2 - 1)$ estacas de 2 metros de altura si las estacas se colocan cada "(M - 1)" metros. ¿Calcular el perimetro del terreno?

A) $4(M - 1)^2(M + 1)$ B) $16(M + 1)^2(M - 1)$

C) $[4(M - 1)]^2(M + 1)$ D) $4(M - 1)(M + 1)$

E) $[4(M - 1)]^2(M - 1)$

Clave de Respuestas

1. C	7. C	13. C
2. A	8. C	14. C
3. C	9. C	15. B
4. B	10. B	16. C
5. D	11. B	17. B
6. C	12. C	18. C

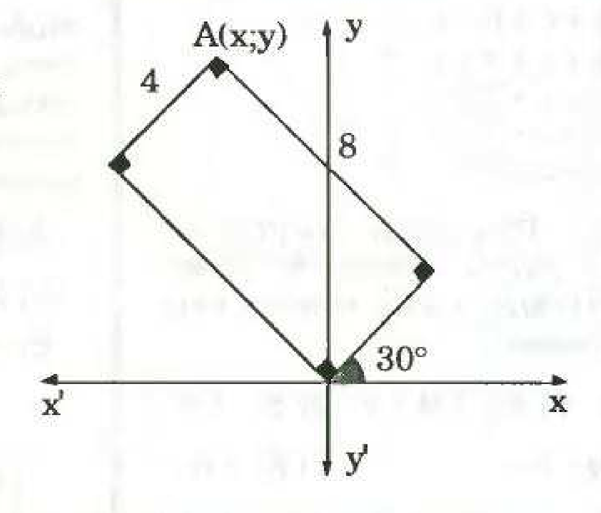
Razone

En una semicircunsferencia de radio 6 metros se inscribe un triángulo rectángulo isósceles tal que su hipotenusa es el diámetro de la semicircunferencia dada. Hallar el volumen comprendido entre las superficies generadas de la rotación de toda la figura un ángulo de 360° alrededor del diámetro citado.

Respuesta **$144\pi m^3$**

Razone

En el gráfico adjunto, hallar: A (x ; y)



Respuesta **$A[-(4-2\sqrt{3});(4\sqrt{3}+2)]$**

RAZONES Y PROPORCIONES 19

RAZON O RELACION

Es resultado de comparar dos cantidades por medio de una diferencia o por medio de un cociente.

a) Por Diferencia:

Consiste en determinar en cuanto excede una de las cantidades a la otra.

La razón por diferencia, se le sabe llamar "Razón Aritmética"

Ejemplo:

$9 - 6 = 3$....(Razón Arimética = 3)

Podemos decir que nueve excede a seis en 3 unidades

b) Por Cociente:

Consiste en determinar cuántas veces una de las cantidades contiene a la otra.

La razón por cociente, se le sabe llamar "Razón Geométrica"

Ejemplo:

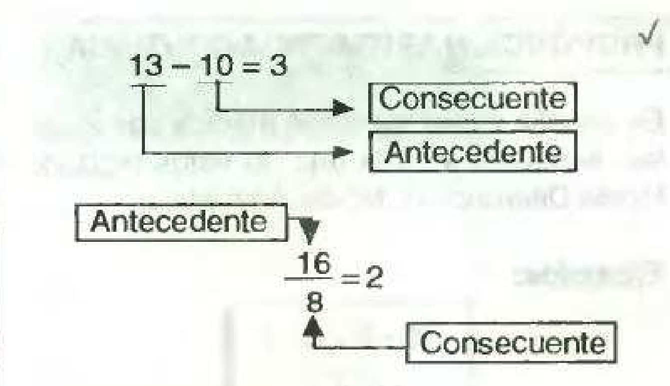
$\frac{8}{2} = \frac{4}{1} = 4$ ... (Razón Geométrica = 4)

Podemos decir que 4 unidades de la primera cantidad (ocho) hay una unidad de la segunda cantidad (dos)

TERMINOS DE LA RAZON:

Los términos de la razón Aritmética y Geométrica son el Antecedente y el consecuente

EJemplo:



PROPORCION:

Es la comparación de dos razones iguales ya sean Aritméticas o Geométricas.

I. Proporción Aritmética

Es la comparación de dos razones aritméticas iguales.

Ejemplos:

$12 - 8 = 6 - 2$ ⇨ *"Se lee doce es a 8 como seis a dos"*

EN GENERAL:

$$a - b = c - d$$

Esta expresión también recibe el nombre de Equidiferencia (igualdad de dos diferencias)

Donde: a y c → (Son Antecedente)
b y d → (son Consecuentes)

Además: a y d → (Términos extremos)
b y c → (Términos medios)

Clases de Proporciones Aritméticas:

PROPORCION ARITMETICA DISCRETA:

Es aquella cuyos términos son diferentes

Ejemplos:

$$16 - 9 = 11 - 4$$

PROPORCION ARITMETICA CONTINUA:

Es aquella cuyos términos medios son iguales, llamando a cada uno de estos medios, Media Diferencial o Media Aritmética.

Ejemplos:

$$15 - 8 = 8 - 1$$

Medios

Donde: La media diferencial es 8.

Cumpliéndose además que la media diferencial es igual a la semi-suma de los extremos.

Para nuestro ejemplo tenemos que:

$$8 = \frac{15 + 1}{2}$$

Media Diferencial

PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LAS PROPORCIONES ARITMETICAS:

En toda proporción aritmética la suma de los extremos es igual a la suma de los medios.

Es decir, sea la proporción:

$$a - b = c - d \Rightarrow a + d = b + c$$

OBSERVACION:

* *En una proporción aritmética discreta, cada uno de los cuatro términos se les llama "Cuarta diferencial"*

$$a - b = c - d$$

Ejemplo:

Hallar la cuarta diferencial de 10, 4 y 8

Resolución

$$10 - 4 = 8 - x$$

$$6 = 8 - x \Rightarrow x = 2$$

Cuarta diferencial de 10, 4 y 8

*** En una proporción aritmética continua, a uno de los términos medios se le llama "Media diferencial" o "Media Aritmética" y a cualquiera de sus términos extremos se le llama "tercera diferencial" o "tercia diferencial"*

$$a - b = b - c$$

Ejemplo:

Hallar la media diferencial de 8 y 2

Resolución

$$8 - x = x - 2$$

$$10 = 2x$$

$$\therefore\ x = 5$$

(Media Diferencial de 8 y 2)

- Hallar la tercera diferencial de 2 y 8

Resolución

$$2 - 8 = 8 - x$$

$$-6 = 8 - x$$

$$x = 14$$

(Tercera diferencial de 2 y 8)

II. Proporción Geométrica:

Es la comparación de dos razones geométricas iguales.

Ejemplo:

$$\frac{6}{3}=\frac{8}{4}$$ "Se lee seis es a tres como ocho es a cuatro"

EN GENERAL:

$$\boxed{\frac{a}{b}=\frac{c}{d}}$$

Esta expresión también recibe el nombre de Equicociente (igualdad de dos cocientes)

Donde: a y c → (Son antecedentes)
b y d → (Son consecuentes)

Además: a y d → (Términos extremos)
b y c → (Términos medios)

Clases De Proporciones Geométricas:

PROPORCIÓN GEOMÉTRICA DISCRETA:

Es aquella cuyos términos son diferentes.

Ejemplo: $$\boxed{\frac{12}{3}=\frac{16}{4}}$$

Donde a cada uno de los cuatro términos se les llama "CUARTA PROPORCIONAL" respecto de las otras tres.

De esta expresión se puede afirmar que:

12 es cuarta proporcional de: 3, 16 y 4

3 es cuarta proporcional de: 12, 16 y 4

16 es cuarta proporcional de 12, 3 y 4

4 es cuarta proporcional de 12, 3 y 16

PROPORCIÓN GEOMÉTRICA CONTINUA:

Es aquellas cuyos términos medios son iguales, llamando a cada uno de los medios; Media Proporcional o Media Geométrica, y a cada uno de los extremos Tercera o tercias proporcionales.

Ejemplo: $$\boxed{\frac{12}{6}=\frac{6}{3}}$$

Donde la media proporcional es 6 y las terceras o tercias proporcionales son 12 y 3.

Cumpliéndose además que la media proporcional es igual a la raíz cuadrada del producto de los extremos.

Para nuestro ejemplo, tenemos que:

$$6=\sqrt{12\times 3}=\sqrt{36}=6$$

Propiedad fundamental de las proporciones Geométricas

En toda proporción geométrica el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

Es decir; sea la proporción:

$$\boxed{\frac{a}{b}=\frac{c}{d}}$$ $$\boxed{a\times d=b\times c}$$

En dicha proporción geométrica, se pueden realizar las siguientes operaciones con sus términos; veamos:

a) Multiplicar o dividir todos los términos por un mismo Número

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a\times n}{b\times n}=\frac{c\times n}{d\times n}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a:m}{b:m}=\frac{c:m}{d:m}$$

b) Multiplicar o dividir los antecedentes por un mismo Número

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a\times n}{b}=\frac{c\times n}{d}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a:m}{b}=\frac{c:m}{d}$$

c) Multiplicar o dividir los consecuentes por un mismo Número

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b\times n}=\frac{c}{d\times n}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b:m}=\frac{c}{d:m}$$

d) Multiplicar o dividir los dos términos de una de las razones por un mismo Número.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a\times n}{b\times n}=\frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{c:m}{d:m}$$

e) Elevar todos sus términos a una misma potencia

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a^n}{b^n}=\frac{c^n}{d^n}$$

f) Extraer una misma raíz a todos los términos

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\frac{\sqrt[n]{c}}{\sqrt[n]{d}}$$

OBSERVACIONES:

* *Para determinar la Cuarta Proporcional de tres cantidades se hace lo siguiente:*

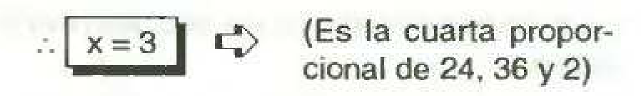
Se forma una proporción geométrica discreta con estas tres cantidades, poniendo "x" de último extremo, el cual nos presentará la cuarta proporcional pedida, que para determinarla bastará con despejar el valor "x"

Ejemplo:

Determinar la cuarta proporcional de 24, 36 y 2

Resolución:

$\frac{24}{36}=\frac{2}{x}$; Despejamos "x", obteniendo $x=\frac{36\times 2}{24}$



$\therefore$ $\boxed{x=3}$ ⇒ (Es la cuarta proporcional de 24, 36 y 2)

*** Para determinar la tercera proporcional de dos cantidades, se hace lo siguiente:*

Se forma una proporción geométrica continua poniendo de término medio proporcional a uno de los números dados y "x" de último extremo, el cual nos representará la tercera proporcional pedida, que para determinarla bastará con despejar el valor de "x".

Ejemplo:

Determinar la tercera proporcional entre 3 y 6.

Resolución:

$$\frac{3}{6}=\frac{6}{x};$$

Despejando "x" obtenemos:

$$x=\frac{6\times 6}{3} \quad \therefore \quad \boxed{x=12}$$

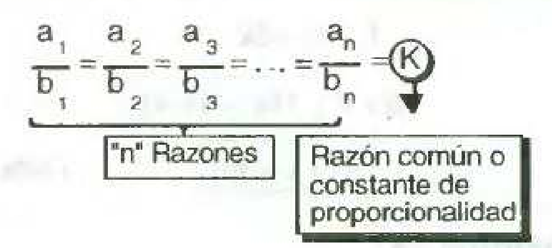
(Es la tercera proporcional de 3 y 6)

Propiedades de la Proporción Geométrica

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$	⇒	$\frac{a\pm b}{b}=\frac{c\pm d}{d}$
$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$	⇒	$\frac{a\pm b}{a}=\frac{c\pm d}{c}$
$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$	⇒	$\frac{a\pm c}{b\pm d}=\frac{a}{b}$
$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$	⇒	$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$
$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$	⇒	$\frac{a+c}{a-c}=\frac{b+d}{b-d}$

Serie de Razones Iguales:

Sean las razones:



Donde:

PROBLEMAS RESUELTOS

Problema 1

Dos números son entre si como 7 es a 13, si al menor se le suma 140, para que el valor de la razón no se altere, el valor del otro número debe quintuplicarse.

Hallar el mayor de los 2 números.

A) 52 B) 130 C) 65
D) 78 E) 104

Resolución:

Sean los dos números: a y b

De donde: $\boxed{\frac{a}{b}=\frac{7}{13}}$

$$\frac{a}{b}=\frac{7k}{13k}\begin{array}{l}\Rightarrow \text{(\# Menor)}\\ \Rightarrow \text{(\# Mayor)}\end{array}$$

Si al menor le sumamos 140 y al otro número lo quintuplicamos la razón no altera, veamos:

$$\frac{7k+140}{5(13k)}=\frac{7}{13}$$

$$7(k+20)=7\times 5k$$

$$\therefore \boxed{k=5}$$

Luego calculamos el valor del número mayor:

$$b=13K$$

$$b=13\times 5=65$$

$\therefore \boxed{b=65}$ **Rpta. C**

Problemas 2

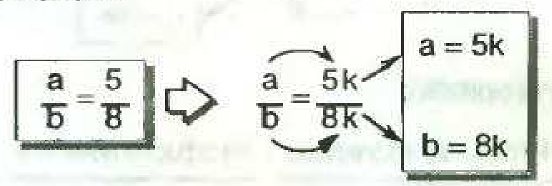
Dos números son entre sí como 5 a 8, si la suma de sus cuadrados es 712 su diferencia es:

A) $9\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $6\sqrt{2}$
D) $8\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

Resolución:

Sean los dos números: a y b

De donde:



Del enunciado:

Suma de sus cuadrados es 712.

$$(5k)^2+(8k)^2=712$$

$$25k^2+64k^2=712$$

$$89k^2=712$$

$$\boxed{k=2\sqrt{2}}$$

Luego, calculamos la diferencia entre dichos números

$$b-a=8k-5k$$

$$b-a=3k \Rightarrow b-a=3(2\sqrt{2})$$

$\boxed{b - a = 6\sqrt{2}}$ **Rpta. C**

Problema (3)

En una proporción geométrica continua los términos extremos son entre sí como 4 a 9. Si la suma de los términos de la primera razón es 40. Hallar la suma de los consecuentes.

A) 45 B) 50 C) 60 D) 72 E) 80

Resolución:

Sea la proporción geométrica

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

1ra. Razón $= \frac{a}{b}$

2da. Razón $= \frac{b}{c}$

- *Los términos extremos son entre si como 4 es a 9*

$$\frac{a}{c} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{4k}{9k} \quad \begin{cases} a = 4k \\ c = 9k \end{cases} \quad \ldots(1)$$

Por propiedad:

$$\underbrace{\text{Producto extremos}}_{a \times c} = \underbrace{\text{Producto Medios}}_{b \times b}$$

$$\boxed{a \times c = b^2} \quad \ldots(II)$$

Reemplazamos (I) en (II):

$$4k \times 9k = b^2$$

$$\therefore \boxed{b = 6k}$$

** *Suma de términos de la primera razón es 40*

$$a + b = 40$$

$$4k + 6k = 40$$

$$\therefore \boxed{k = 4}$$

Luego, calculamos la suma de los consecuentes.

$$b + c = 6k + 9k$$

$$b + c = 15k = 15(4)$$

$$\therefore \boxed{b + c = 60}$$ **Rpta. C**

Problema (4)

La suma, la diferencia y el producto de dos números están en la misma relación que los números 11, 3 y 560. Hallar uno de los números.

A) 85 B) 90 C) 110
D) 120 E) 140

Resolución:

Sean los dos números a y b

Del enunciado, obtenemos:

$$\frac{a+b}{11} = \frac{a-b}{3} = \frac{a \times b}{560} = k$$

De donde:

i) $a + b = 11k$

ii) $a - b = 3k$

iii) $a \times b = 560k$

De (i) y (ii)

$$\begin{cases} a + b = 11k \\ a - b = 3k \end{cases}$$

$$a = \frac{11k + 3k}{2} \Rightarrow a = 7k$$

$$b = \frac{11k - 3k}{2} \Rightarrow b = 4k \quad \ldots\ldots(I)$$

Luego, reemplazamos los valores de (I) en (iii):

$$7k \times 4k = 560k$$

$$k = \frac{560}{28}$$

$$\therefore \boxed{k = 20}$$

Reemplazando el valor de k en (I); obtenemos:

$$a = 7 \times 20 = 140$$
$$b = 4 \times 20 = 80$$

$\therefore$ **Uno de los números es 140** **Rpta. E**

Problemas (5)

En una proporción geométrica discreta la diferencia entre los medios es 14. Hallar uno de los términos medios si se sabe que el producto de los cuatro términos de la proporción es 2 601.

A) 4 B) 2 C) 1 D) 3 E) 5

Sea la proporción discreta:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

De donde: i) $a = bk$
ii) $c = dk$

Del enunciado del problema

* *Diferencia entre los medios es 14.*

$$c - b = 14 \qquad ...(I)$$

reemplazamos (ii) en (I)

$$dk - b = 14$$
$$\boxed{dk = 14 + b} \qquad ...(II)$$

** *producto de los cuatro términos es 2 601*

$$a \times b \times c \times d = 2\,601$$
$$bk \times b \times dk \times d = 2\,601$$
$$(b \times dk)^2 = 2\,601$$
$$b \times dk = \sqrt{2\,601}$$
$$b \times (dk) = 51 \qquad ...(III)$$

Reemplazamos (II) en (III):

$$b(14 + b) = 51$$

$$b(14 + b) = 3(17)$$

De donde $\boxed{b = 3}$ (término medio)

Uno de los términos medios es igual a 3

Rpta. D

Problema (6)

En una reunión de camaradería por cada 5 hombres adultos que entran, ingresan 6 niños, y por cada 3 mujeres adultas que entran, ingresan 8 niñas. Si en total ingresaron 572 niños y el número de hombres es al número de mujeres como 7 a 4 ¿cuántos hombres asistieron a dicha reunión?.

A) 120 B) 210 C) 320 D) 410 E) N.A

Resolución:

Sean:

H = # de hombres adultos
M = # de mujeres adultas
N_1 = niños que entran con los hombres
N_2 = niñas que entran con las mujeres

Del enunciado del problema, obtenemos.

i) $\frac{H}{N_1} = \frac{5}{6} \Rightarrow \boxed{H = \frac{5}{6}N_1}$ ......(α)

ii) $\frac{M}{N_2} = \frac{3}{8}$

iii) $\frac{H}{M} = \frac{7}{4}$

Dividimos miembro a miembro (i) y (ii):

$$\frac{\frac{H}{N_1}}{\frac{M}{N_2}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{3}{8}} \Rightarrow \frac{H}{M} \times \frac{N_2}{N_1} = \frac{40}{18} \qquad ...(I)$$

Reemplazamos (iii) en (I):

$$\frac{7}{4} \times \frac{N_2}{N_1} = \frac{40}{18}$$

$$\frac{N_2}{N_1}=\frac{40\times 4}{18\times 7} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1}=\frac{80}{63}$$

$$\frac{N_2}{N_1}=\frac{80k}{63k}$$

De donde: $N_1=63k$, $N_2=80k$ ......(II)

Por dato: $N_1+N_2=572$ ......(III)

Reemplazamos (II) en (III):

$$63k+80k=572$$

$$143k=572$$

$$\therefore \boxed{k=4}$$

Reemplazamos el valor de "k" en (II):

$N_1=63k$

$N_1=63\times 4 \rightarrow \boxed{N_1=252}$

Luego, reemplazamos el valor de "N_1" en (α):

$$H=\frac{5}{6}\times 252$$

$$\therefore \boxed{H=210}$$ **Rpta. B**

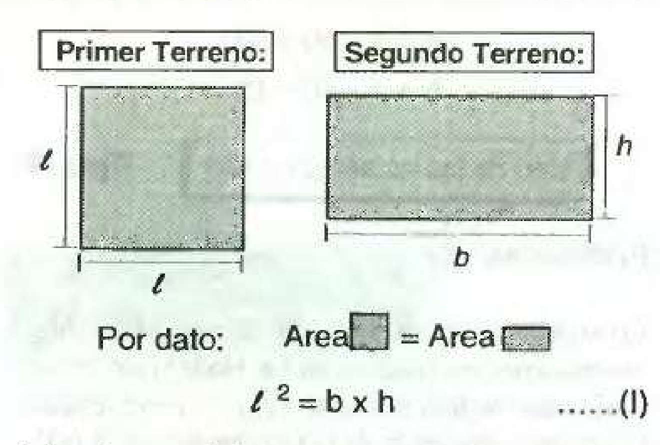
Problema 7

Se tiene dos terrenos uno de forma cuadrada y otro de forma rectangular si uno de los lados del primero es al lado menor del segundo como 3 es a 2 ¿En qué relación están sus perímetros, si sus áreas son iguales?

A) $\frac{11}{12}$ B) $\frac{12}{13}$ C) $\frac{13}{14}$

D) $\frac{11}{13}$ E) N.A.

Resolución



Por dato: Area (cuadrado) = Area (rectángulo)

$$\ell^2=b\times h \quad ......(I)$$

Además uno de los lados del primero es al lado menor del segundo como 3 es a 2.

$$\frac{\ell}{h}=\frac{3}{2} \Rightarrow \ell=\frac{3}{2}h \quad ......(II)$$

Reemplazamos (II) en (I):

$$\left(\frac{3}{2}h\right)^2=b\times h$$

$$\frac{9}{4}h^2=b\times h \Rightarrow \frac{9}{4}h=b$$

De donde: $\frac{h}{b}=\frac{4}{9}$

$$\frac{h}{b}=\frac{4k}{9k} \rightarrow h=4k,\ b=9k \quad ......(III)$$

Reemplazamos (III) en (II)

$$\ell=\frac{3}{2}\times(4k) \Rightarrow \boxed{\ell=6k}$$

Luego calculamos la relación entre sus perímetros:

$$\text{Relación}=\frac{\text{Perímetro (cuadrado)}}{\text{Perímetro (rectángulo)}}$$

$$\text{Relación}=\frac{4\ell}{2(b+h)}=\frac{4(6k)}{2(4k+9k)}$$

$$\text{Relación}=\frac{24k}{26k}=\frac{12}{13}$$

$\therefore$ $\boxed{\text{Relación} = \dfrac{12}{13}}$ **Rpta. B**

Problema (8)

Se tiene una proporción geométrica contínua de términos y razón enteros. La suma de los extremos menos la suma de los medios es 245. Hallar la media geométrica.

A) 40 B) 35 C) 42 D) 48 E) 56

Resolución:

Sea la proporción geométrica continua:

$$\boxed{\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=k}$$

De donde: i) $a = bk$
ii) $b = ck$

Reemplazamos (ii) en (i)

$$a = ck \cdot k$$

$$\therefore \quad \boxed{a = ck^2}$$

Del enunciado: La suma de los extremos menos la suma de los medios es 245.

$$(a + c) - 2b = 245$$

$$ck^2 + c - 2ck = 245; \quad \text{factorizamos "c"}$$

$$c(k^2 - 2k + 1) = 245$$

$$c(k-1)^2 = 5(7)^2$$

De donde: $\boxed{\begin{matrix} c = 5 \\ k = 8 \end{matrix}}$

Luego, para hallar la media geométrica nos bastará reemplazar valores en (ii) ya que "b" en este caso representa la media geométrica

$$b = ck \quad \rightarrow \quad b = 5 \times 8$$

$\therefore$ $\boxed{b = 40}$ **Rpta. A**

Problemas (9)

Tres números a, b y c son entre sí como 9, 12 y 65. Si la cuarta proporcional de a, b y c es 520. ¿Cuál es la tercera proporcional de a y b?

A) 24 B) 45 C) 32 D) 27 E) 96

Resolución:

Del enunciado obtenemos

$$\frac{a}{9}=\frac{b}{12}=\frac{c}{65}=k$$

De donde: $\boxed{\begin{matrix} \text{i)} & a = 9k \\ \text{ii)} & b = 12k \\ \text{iii)} & c = 65k \end{matrix}}$ ......(I)

Además; la cuarta proporcional de a, b y c es 520.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{520} \quad \text{......(II)}$$

Reeplazamos (I) en (II):

$$\frac{9k}{12k}=\frac{65k}{520}$$

$$\mathbf{k} = \frac{520 \times 9}{12 \times 65} \quad \rightarrow \quad \boxed{k = 6}$$

Luego, calculamos la tercera proporcional de a y b. $\Rightarrow$ $\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{x}$

Despejando "x" se obtiene: $\boxed{x = \dfrac{b^2}{a}}$ ......(III)

Reemplazamos (I) en (III):

$$x = \frac{(12k)^2}{9k} \Rightarrow x = \frac{144k^2}{9k}$$

$$x = 16k; \quad \text{pero;} \quad k = 6$$

$x = 16\,(6) \Rightarrow \therefore$ $\boxed{x = 96}$ **Rpta. E**

Problema (10)

Si a cada uno de los 4 términos de una proporción se le quita una misma cantidad se obtiene 20, 28, 32 y 44. Hallar la suma de los términos de dicha proporción.

A) 120 B) 130 C) 140 D) 160 E) N.A

Resolución:

Sea la proporción; $\boxed{\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}}$ ......(I)

Al quitar una misma cantidad a cada término obtenemos: 20, 28, 32 y 44.

Veamos:

$$\begin{array}{lll} a-x=20 & \rightarrow & a=20+x \\ b-x=28 & \rightarrow & b=28+x \\ c-x=32 & \rightarrow & c=32+x \\ d-x=44 & \rightarrow & d=44+x \end{array} \quad ......(II)$$

Σ MAM: $a+b+c+d-4x=124$

$a+b+c+d=124+4x$ ......(α)

Reemplazamos los valores de (II) en (I):

$$\frac{20+x}{28+x}=\frac{32+x}{44+x} \rightarrow \frac{20+x}{8}=\frac{32+x}{12} \rightarrow x=4$$

$$880+64x+x^2=896+60x+x^2$$

$$4x=16 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x=4}$$

Luego, reemplazamos el valor de "x" en "α":

$$a+b+c+d=124+4(4)$$

$\therefore$ $\boxed{a+b+c+d=140}$ **Rpta. C**

Problema (11)

Se tiene 3 números enteros que son entre si como 4, 7 y 9. Si el cuadrado de la suma de los 2 menores números menos el cuadrado del mayor es 360. Hallar la suma de los 3 números.

A) 40 B) 60 C) 80 D) 100 E) 120

Resolución:

Sean los tres números enteros: a, b y c

De donde: $\begin{array}{|l|} a=4k \\ b=7k \\ c=9k \end{array}$ ......(α)

Del enunciado obtenemos:

$$(4k+7k)^2-(9k)^2=360$$

$$121k^2-81k^2=360$$

$$40k^2=360$$

$$k^2=9 \quad \Rightarrow \quad \boxed{k=3}$$

Ahora, reemplazamos el valor de k en (α):

$$a=4(3)=12$$
$$b=7(3)=21$$
$$c=9(3)=27$$

Σ M.A.M: $a+b+c=60$ **Rpta. B**

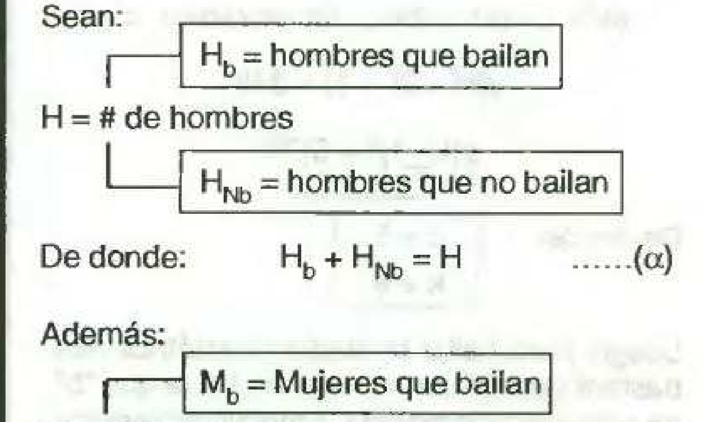
Problema (12)

En una reunión el número de hombres es al número de mujeres como 5 es a 4 y en un determinado instante: El número de hombres que bailan es al número de los que no bailan como 5 es a 3, luego el número de mujeres que no bailan es al número de los hombres que no bailan como:

A) 25/7 B) 5/8 C) 25/12
D) 7/25 E) 7/15

Resolución:

Sean:



De donde: $H_b+H_{Nb}=H$ ......(α)

Además:

M_b = Mujeres que bailan

M = # de mujeres

M_{Nb} = Mujeres que no bailan

De donde: $\boxed{M_b + M_{Nb} = M}$ ......(β)

Relación dato: $\boxed{\frac{H}{M} = \frac{5}{4}}$ ......(θ)

Reemplazamos (α) y (β) en (θ):

$$\frac{H_b + H_{Nb}}{M_b + M_{Nb}} = \frac{5}{4}$$

(Recordemos que el número de hombres que bailan es igual al números de mujeres que bailan porque la costumbre es de bailar en pareja).

$$4(H_b + H_{Nb}) = 5(M_b + M_{Nb}):$$

pero: $\boxed{H_b = M_b}$

$$4\,(H_b + H_{Nb}) = 5(H_b + M_{Nb})$$

$$\boxed{4\,H_{Nb} - 5\,M_{Nb} = H_b} \quad ...(I)$$

Relación dato:

$$\frac{H_b}{H_{Nb}} = \frac{5}{3} \Rightarrow \boxed{H_b = \frac{5}{3}H_{Nb}} \quad ...(II)$$

Reemplazamos (II) en (I):

$$4\,H_{Nb} - 5\,M_{Nb} = \frac{5}{3}H_{Nb}$$

$$4\,H_{Nb} - \frac{5}{3}H_{Nb} = 5\,M_{Nb}$$

$$\frac{7}{3}H_{Nb} = 5\,M_{Nb}$$

(Relación de mujeres que no bailan con el número de hombres que nos bailan) $\therefore \boxed{\frac{M_{Nb}}{H_{Nb}} = \frac{7}{15}}$

Rpta. E

Problemas 13

Cuál es el número entre el tercio proporcional y el tercio diferencial de 9 y 5

A) 4 B) 3 C) $2,\widehat{7}$ D) 2,2 E) 1,7

Resolución:

Para calcular el tercio proporcional de 9 y 5 la proporción geométrica debe ser geométrica continua.Osea de la forma: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ donde "a", ó "c" representan la tercia proporcional; Ahora reemplazamos valores:

$$\frac{9}{5} = \frac{5}{c} \Rightarrow \boxed{c = \frac{25}{9}}$$ *(tercio Proporcional*

Para calcular el tercio diferencial de 9 y 5 la propoción aritmética debe ser continua osea de la forma: $\boxed{a - b = b - c}$; donde "a" ó "c" representan la tercia diferencial; ahora reemplazamos valores

$$9 - 5 = 5 - c$$

$$\therefore \boxed{c = 1} \text{ (tercia diferencial)}$$

Ahora, calculamos el cociente entre el tercio proporcional y el tercio diferencial.

$$\text{Cociente} = \frac{\left(\frac{25}{9}\right)}{(1)} = \frac{25}{9}$$

$$\therefore \boxed{\text{Cociente} = 2,\widehat{7}}$$

Rpta. C

Problema 14

Determinar la cuarta proporcional entre la media proporcional de 49 y 4; la tercera proporcional de 16 y 4; y 56

A) 3 B) 3,35 C) 3,48 D) 6 E) 4

Resolución:

En primer lugar calculamos la media proporcional de 49 y 4, para eso tomamos una porción geométrica continua:

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{b}{c}}$$

De donde:

$$\frac{49}{b}=\frac{b}{4} \quad \Rightarrow \quad 49\times 4=b^2$$

$$\sqrt{49\times 4}=b \quad \Rightarrow \quad 7\times 2=b$$

$\therefore$ $\boxed{b=14}$ (Media proporcional de 49 y 4)

En segundo lugar, calculamos la tercera proporcional de 16 y 4; para eso tomamos una proporción geométrica continua:

$$\boxed{\frac{a}{b}=\frac{c}{d}}$$

De donde: $\frac{16}{4}=\frac{4}{c}$

Ahora, calculamos la cuarta proporcional de 14, 1 y 56 para eso tomamos una proporción geométrica discreta:

$$\boxed{\frac{a}{b}=\frac{b}{c}}$$

De donde: $\frac{14}{1}=\frac{56}{d}$

Rpta. E

Problema (15)

En una serie de tres razones geométricas contínuas e iguales la suma de los antecedentes es de 147 y la suma de las tres razones es 9/5. Hallar la suma de los consecuentes.

A) 120 B) 240 C) 245 D) 250 E) 255

A) 120 B) 240 C) 245 D) 250 E) 255

Resolución:

Sean las tres razones geométricas continuas e iguales.

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}=k \qquad \ldots\ldots(\alpha)$$

Por dato:

La suma de las tres razones = 9/5

$$\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{d}=\frac{9}{5}$$

$$k+k+k=\frac{9}{5} \Rightarrow 3k=\frac{9}{5}$$

$$\boxed{k=3/5}$$

Reemplazamos el valor de "**k**" en (α):

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}=\frac{3}{5}$$

Por propiedad:

$$\frac{a+b+c}{b+c+d}=\frac{3}{5} \qquad \ldots\ldots(\beta)$$

Por Dato: $\boxed{a+b+c=147}$ .... (θ)

Reemplazamos (θ) en (β):

$$\frac{147}{b+c+d}=\frac{3}{5}$$

$$b+c+d=\frac{147\times 5}{3}=245$$

$\therefore$ $\boxed{\Sigma \text{ de consecuentes}=245}$

Rpta. C

Problema 16.- Si se cumple que:

$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=k \quad \text{(entero positivo)}$$

y que:

$$\frac{a_1}{b_1}+\frac{a_2^2-a_3^2}{b_2^2-b_3^2}=6;$$ Hallar: "**k**"

A) 5 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

Resolución:

De la expresión: $\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=k$, elevamos al cuadrado cada término, obteniendo:

$$\frac{a_2^2}{b_2^2}=\frac{a_3^2}{b_3^2}=k^2$$

Por propiedad: $\frac{a_2^2-a_3^2}{b_2^2-b_3^2}=k^2$ ...(I)

Además: $\boxed{\frac{a_1}{b_1}=k}$ ...(II)

Reemplazando (I) y (II) en la expresión:

$$\frac{a_1}{b_1}+\frac{a_2^2-a_3^2}{b_2^2-b_3^2}=6,\quad \text{obtenemos:}$$

$$K+K^2=6$$

$$K(K+1)=2(3)$$

$\therefore$ $\boxed{K=2}$ **Rpta. B**

Problema 17.- Hallar la razón de una proporción geométrica continua sabiendo que la suma de sus términos extremos es a su diferencia como 25 es a 24.

A) 25/12 B) 25/24 C) 7/2 D) 49 E) 7

Resolución:

Sea la proporción continua:

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=k \quad ....(\alpha)$$

Por propiedad: $a\cdot c=b^2$ ......(I)

Del enunciado:

$$\frac{a+c}{a-c}=\frac{25}{24}$$

Por propiedad

$$\frac{(a+c)+(a-c)}{(a+c)-(a-c)}=\frac{25+24}{25-24}$$

$$\frac{2a}{2c}=\frac{49}{1}$$

$\boxed{a=49c}$ ...(II)

Reemplazamos (II) en (I):

$49c\,.\,c=b^2 \Rightarrow \boxed{7c=b}$ ...(III)

Reemplazamos (III) en (α):

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=k \Rightarrow \frac{7c}{c}=k$$

$\therefore$ $\boxed{7=k}$ **Rpta. E**

Problema 18.- Si: $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}=\frac{E}{F}$ y $\frac{A\cdot C\cdot E}{B\cdot D\cdot F}=64$

Hallar: $\frac{A^2+C^2+E^2}{B^2+D^2+F^2}$

A) 4 B) 16 C) 8 D) 64 E) 4 096

Resolución:

Hacemos: $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}=\frac{E}{F}=K$

Por propiedad: $\frac{A\cdot C\cdot E}{B\cdot D\cdot F}=K^3$

$64=K^3 \Rightarrow \boxed{K=4}$

De la expresión: $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}=\frac{E}{F}=K$; elevamos al cuadrado cada término, obteniendo:

$$\frac{A^2}{B^2}=\frac{C^2}{D^2}=\frac{E^2}{F^2}=K^2$$

Por propiedad: $\frac{A^2+C^2+E^2}{B^2+D^2+F^2}=K^2=4^2=16$

$\therefore$ $\boxed{\frac{A^2+C^2+E^2}{B^2+D^2+F^2}=16}$ **Rpta. B**

Problema 19.- En una carrera de postas de 800 metros A y B ganan a C y D por 50 metros. En la misma distancia A gana a B por 100 metros y C gana a D por 160 metros. Por cuánto ganará C a B en una carrera de 1125 metros.

A) 125 m B) 117 m C) 102 m
D) 98 m E) El que gana es B

Resolución:

Sean: A, B, C y D las velocidades respectivamente del enunciado, planteamos lo siguiente:

- $\frac{800}{A+B}=\frac{800-50}{C+D} \Rightarrow \frac{800}{A+B}=\frac{750}{C+D}$

$$\boxed{\frac{16}{A+B}=\frac{15}{C+D}} \quad ...(I)$$

- $\frac{800}{A}=\frac{800-100}{B} \Rightarrow \frac{800}{A}=\frac{700}{B}$

$$\boxed{\frac{8}{A}=\frac{7}{B}} \quad ...(I)$$

Invirtiendo ambos miembros se obtiene:

$$\frac{A}{8}=\frac{B}{7}; \text{ Por propiedad:}$$

$$\frac{A}{8}=\frac{B}{7}=\frac{A+B}{8+7} \Rightarrow \boxed{\frac{15B}{7}=A+B} \quad ...(II)$$

- $\frac{800}{C}=\frac{800-160}{D} \Rightarrow \frac{800}{C}=\frac{640}{D}$

$$\boxed{\frac{5}{C}=\frac{4}{D}}$$

Invirtiendo ambos miembros se obtiene:

$$\frac{C}{5}=\frac{D}{4}; \quad \text{Por propiedad:}$$

$$\frac{C}{5}=\frac{D}{4}=\frac{C+D}{5+4} \Rightarrow \boxed{\frac{9C}{5}=C+D} \quad ...(III)$$

Reemplazamos (II) y (III) en (I):

$$\frac{16}{\left(\frac{15}{7}B\right)}=\frac{15}{\left(\frac{9}{5}C\right)}$$

$$\boxed{\frac{C}{B}=\frac{125}{112}} \quad ...(IV)$$

Luego, cuando "C" recorra una distancia de 1125 metros "B" habrá recorrido una distancia B, siendo:

$$\frac{\text{Distancia B}}{B}=\frac{\text{Distancia C}}{C}$$

Trasponiendo términos:

$$\frac{C}{B}=\frac{\text{Distancia C}}{\text{Distancia B}} \quad ......(V)$$

Reemplazamos (IV) en (V):

$$\frac{125}{112}=\frac{1125 \text{ metros}}{\text{Distancia B}}$$

$$\text{Distancia B}=\frac{1125\times112}{125}=1\,008 \text{ metros}$$

La ventaja será:

1 125 - 1 008 = 117 metros

∴ **C ganará a B por 117 metros**

Rpta. B.

PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1.- Dos números enteros son entre si como 10 es a 9. Si la suma de la mitad del mayor y la tercera parte del menor es 72. Hallar el mayor de los dos números.

A) 80 B) 160 C) 90 D) 45 E) 40

Problema 2.- Se tiene 3 números enteros A, B y C tales que A es a B como 4 es a 5 y B es a C como 10 es a 11. Si la diferencia entre A y C es 36. ¿cuál es el mayor de estos dos números?

A) 66 B) 55 C) 132 D) 121 E) 156

Problema 3.- Se tiene la siguiente serie de razones geométricas iguales.

$$\frac{a}{5}=\frac{b}{7}=\frac{c}{10}$$

Hallar la suma de los antecedentes.

Si: $3a + 2b - c = 76$

A) 88 B) 78 C) 72 D) 66 E) 64

Problema 4.- En una proporción geométrica continua; el primer término es 1/9 del cuarto término; si la suma de los 4 términos de la proporción es 64. Hallar el término medio de la proporción.

A) 9 B) 8 C) 12 D) 15 E) 16

Problema 5.- Una ciudad esta dividida en 2 bandos A y B, tales que la población de A es a la B como 7 es a 3. si de uno de los 2 bandos se pasa al otro 60 personas, la razón entre las poblaciones de los dos bandos se invierte ¿Cuál es la población de la ciudad?

A) 80 B) 70 C) 100
D) 150 E) más de 150

Problema 6.- En una proporción geométrica continua. el producto de los 4 términos es 10 000. Si la suma de los antecedentes es 12. ¿Cuál es la diferencia de los consecuentes?

A) 30 B) 32 C) 40 D) 48 E) 50

Problema 7.- Si el valor de la razón aritmética y geométrica de dos números es 5 ¿Cuál es la suma de dichos números?

A) 30/8 B) 15/2 C) 20/3 D) 8 E) 15

Problema 8.- Dada la proporción: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$; Se cumple que:

$$a + b = 15$$
$$c + d = 25$$
$$b + d = 16$$

Hallar el valor de "a".

A) 3 B) 6 C) 9 D) 10 E) 15

Problema 9.- En una proporción Aritmética, la suma de los cuadrados de los términos medios es 34 y la suma de los extremos es 8. Hallar la diferencia entre los términos medios.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Problema 10.- cuánto se debe aumentar simultáneamente a cada uno de los números 44, 8, 62 y 14 para que constituyan una proporción geométrica.

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Problema 11.- Sabiendo que "b" es la tercera proporcional de: a y 10; y "(b + 2)" es la cuarta proporcional de a; 10 y 15. Hallar el valor de: "a + b"

A) 18 B) 23 C) 29 D) 33 E) N.A

Problema 12.- La razón aritmética de dos números es a la razón geométrica como el

menor es a 7/4. En qué relación se encuentra los números:

A) 7:2 B) 7:3 C) 7:4 D) 7:5 E) 7:6

Problema 13.- A una fiesta concurren 400 personas, entre hombres y mujeres , asistiendo 3 hombres por cada 2 mujeres. Si luego de 2 horas por cada dos hombres hay una mujer ¿Cuántas parejas se retiraron?.

A) 20 B) 30 C) 40 D) 60 E) 80

Problema 14.- Dos números están en la misma razón que $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{3}$, y los $\frac{2}{3}$ del producto de los números es 1 152. ¿Cuál es la diferencia de los números?.

A) 12 B) 24 C) 36 D) 48 E) N.A

Problema 15.- Si $\frac{(a+b)}{(a-b)} = 2,6$. Cuál es la razón, entre las razones aritmética y geométrica de a y b, considerando que son los menores enteros:

A) $2,\widehat{1}$ B) $2,\widehat{2}$ C) $2,\widehat{3}$ D) $2,\widehat{4}$ E) N.A

Problema 16.- Si $\frac{A}{3} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5} = \frac{D}{6}$

Además: $A \times B \times C \times D = 29\,160\,(A + D)$
Hallar "A + B + C + D"

A) 132 B) 142 C) 152 D) 162 E) 172

Problema 17.- En una proporción geométrica cuya razón es menor que uno, la tercera proporcional es 24. Si la razón aritmética de los extremos es 18. ¿Cuánto vale la media Proporcional?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

Problema 18.- La suma de los términos de una proporción es 340 y cada uno de los tres últimos es el 25% del término que le precede ¿Cuál es el menor de los términos?

A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) N.A

Problema 19.- La media aritmética de dos números es 12. Si la proporción contínua que se forma con estos dos números tiene por razón 3/5 a la diferencia de los extremos es:

a) 3 b) 25 c) 15 d) 16 e) 9

Problema 20.- En una proporción continua, la suma de los antecedentes es 15 y la suma de los extremos es 13. Hallar la razón sabiendo que es fraccionaria.

A) 3/2 B) 2/3 C) 4/3 D) 3/4 E) 5/2

Problema 21.- Si: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = K$, Hallar el valor de:

$$\frac{\sqrt{a^2d + 2b^2c + b^2d}}{b\sqrt{d}},$$ en función de K.

A) K B) 2K C) K^2
D) $(K+1)^2$ E) K + 1

Problema 22.- En la siguiente serie de razones iguales: $\frac{2}{a} = \frac{3}{b} = \frac{4}{c}$; el producto de los consecuentes es 192. Hallar la suma de los consecuentes.

A) 9 B) 12 C) 18 D) 24 E) N.A.

Problema 23.- En una proporción geométrica continua la raiz cuadrada del producto de los 4 términos es 36. Entonces la menor diferencia posible de los extremos es:

A) 0 B) 9 C) 16 D) 5 E) 17

Problema 24.- El producto de los consecuentes de una proporción cuya razón es 3/4 es 880. Si los antecedentes están en la relación de 5/11. Hallar la suma de los términos de dicha proporción.

A) 224 B) 112 C) 336 D) 84 E) 504

Problema 25.- Si: $\frac{A}{a}=\frac{B}{b}=\frac{C}{c}=\frac{2}{5}$, Hallar:

$$E=\frac{A^3+B^3+C^3+16}{a^3+b^3+c^3+250}$$

A) 8/125 B) 16/625 C) 2/25
D) 32/625 E) 8/65

Problema 26.- En una proporción geométrica continua el extremo menor es la semidiferencia entre el otro extremo y la media proporcional. Cuál es la razón geométrica entre el extremo mayor y el menor.

A) 4 B) 2 C) 3 D) 5 E) 7

Problema 27.- En una proporción geométrica discreta la suma de los términos es 320 y la suma de antecedentes es 7 veces la suma de consecuentes. ¿Cuál es la suma de los consecuentes y la razón de la proporción?

A) 47 B) 92 C) 74 D) 54 E) 41

Problema 28.- Si: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ y a . c = 693

Hallar: "a + c"

A) 45 B) 54 C) 77 D) 63 E) N.A

Problema 29.- La diferencia de 2 números enteros es a su cociente como el menor es a 10. Cuál es la menor semi suma de dichos números.

A) 10 B) 9,8 C) 9,5 D) 9,2 E) 8

Problema 30.- De los datos:

i. $\frac{a}{r}=\frac{b}{s}=\frac{c}{t}$

ii. $a+b+c=72$

iii. $r+s+t=32$

Hallar: $\sqrt{ar}+\sqrt{bs}+\sqrt{ct}$

A) 30 B) 24 C) 48 D) 15 E) 36

Problema 31.- Calcular la tercera diferencial de B y A, sabiendo que A es cuarta proporcional de 5/6 ; 1/4 ; 2/3 y B es la tercera proporcional de 1/8 y 1/6.

A) 1/8 B) 3/45 C) 1/48
D) 2/49 E) 8/45

Problema 32.- La tercera proporcional de "a" y 21 es a 14 como 6 es a la tercera proporcional de b y 10. Hallar: "a + b", Si: a - b = 14.

A) 50 B) 76 C) 28 D) 46 E) 72

Problema 33.- Si: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=K^2$;

$$bde=\frac{R^2}{K^2};\ \text{Hallar: } \sqrt{acf}$$

A) 1 B) K C) R D) K/R E) R/K

CLAVE DE RESPUESTAS

1. C	11. C	21. E	31. E
2. C	12. B	22. C	32. D
3. A	13. E	23. D	33. C
4. C	14. A	24. B	
5. D	15. B	25. A	
6. C	16. D	26. A	
7. B	17. D	27. A	
8. C	18. D	28. B	
9. B	19. D	29. C	
10. C	20. A	30. C	

Razone

Se tiene la siguiente serie de razones:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} = \frac{E}{F}$$

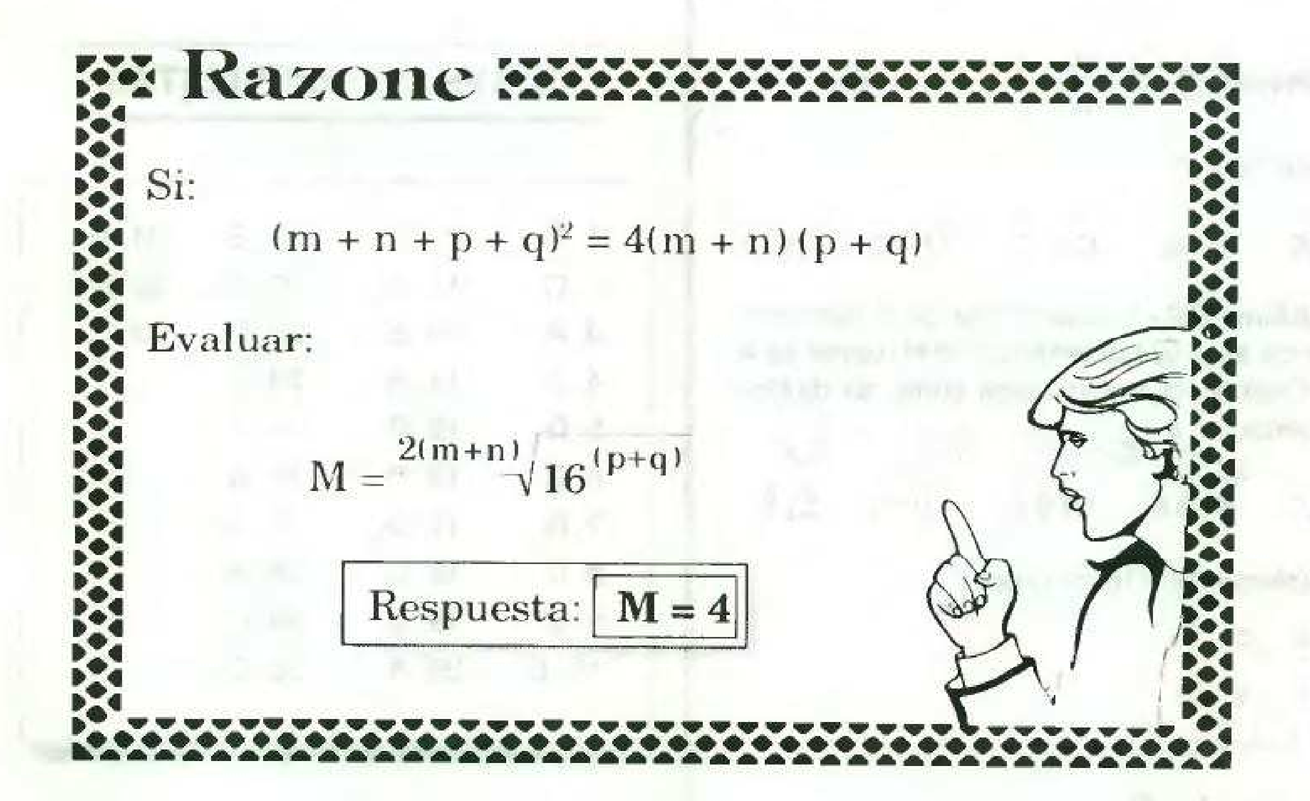
Si:

$$\frac{A^2 \times D^2 \times E^2}{B^2 \times C^2 \times F^2} + \frac{A^2 + C^2 + E^2}{B^2 + D^2 + F^2} = 162$$

Hallar el valor de:

$$M = \sqrt{\frac{A}{B}} + \sqrt{\frac{C}{D}} + \sqrt{\frac{E}{F}}$$

Respuesta: **M = 9**



Razone

Si:

$$(m + n + p + q)^2 = 4(m + n)(p + q)$$

Evaluar:

$$M = \sqrt[2(m+n)]{16^{(p+q)}}$$

Respuesta: **M = 4**

PROMEDIOS 20

PROMEDIO:

Se denomina promedio o cantidad media de varias cantidades diferentes, a una cantidad inferior a la mayor y superior a la menor. Sean las cantidades: a_1, a_2, a_3,...a_n

Donde: $a_1 \leq p \leq a_n$

Entonces: "p" es un promedio

Existen varios tipos de promedio siendo los más importantes:

1. Promedio Aritmético ($\overline{PA}$)

Se llama así a la suma de "n" cantidades dividida entre "n"

Sean las cantidades que intervienen: (a_1, a_2, a_3,...a_n)

Luego: $$\overline{PA} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n}{n}$$

Ejemplo:

Calcular el promedio aritmético de: 20, 30 y 40

Resolución:

Por definición de promedio aritmético, obtenemos:

$$\overline{P.A.} = \frac{20+30+40}{3} = \frac{90}{3} = 30$$

2. Promedio Ponderado Aritmético ($\overline{PP}$):

Se presenta cuando una de las cantidades o varias de ellas, se repiten dos o más veces. La ponderación en los problemas viene representada con pesos, calificaciones, etc.

Sean las cantidades: a_1, a_2, a_3...a_n

Los pesos: P_1, P_2, P_3...P_n

Luego, el promedio ponderado ($\overline{PP}$) será:

$$\overline{PP} = \frac{a_1 p_1 + a_2 p_2 + a_3 p_3 + \ldots + a_n p_n}{p_1 + p_2 + p_3 + \ldots p_n}$$

Ejemplo:

Se compran las siguientes cantidades de arroz a los correspondientes precios que a continuación se indican:

30 Kg a S/.1,5 cada kilo
20 Kg a S/.1,2 cada kilo
10 Kg a S/.1,6 cada kilo

Se pide calcular el precio promedio de la mezcla

Resolución:

Aplicando la definición de promedio ponderado, obtenemos:

$$\overline{PP} = \frac{30(S/.\ 1,5) + 20(S/.\ 1,2) + 10(S/.\ 1,6)}{30 + 20 + 10}$$

$$\overline{PP} = \frac{S/.\ 45 + S/.\ 24 + S/.\ 16}{60} = \frac{S/.\ 85}{60}$$

$$\therefore \quad \overline{PP} = S/.\ 1,41\hat{6}$$ **Rpta.**

3. Promedio Geométrico ($\overline{PG}$):

Se llama así a la raíz enésima del producto de "n" factores.

Sean las cantidades que intervienen: (a_1, a_2, a_3...a_n)

Luego: $\boxed{\overline{PG} = \sqrt[n]{a_1 \times a_2 \times a_3 \times \ldots \times a_n}}$

Ejemplo:

Calcular el promedio geométrico de los números: 2, 4 y 8

Resolución

Por definición de $\overline{PG}$, obtenemos:

$$\overline{PG} = \sqrt[3]{2 \times 4 \times 8}$$

$$\overline{PG} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$$

$$\therefore \quad \boxed{\overline{PG} = 4}$$

4. Promedio Armónico ($\overline{PH}$):

Se denomina promedio armónico de varias cantidades a la inversa del promedio aritmético de los recíprocos de dichas cantidades.

Sean las cantidades que intervienen: (a_1, a_2, a_3...a_n); sus inversas de dichas cantidades serán:

$$\left(\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \ldots, \frac{1}{a_n}\right)$$

Luego:

$$\boxed{\overline{PH} = \frac{1}{\left(\dfrac{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \ldots + \frac{1}{a_n}}{n}\right)}}$$

Ejemplo:

Calcular el promedio armónico de: 3, 4 y 5

Resolución

Por definición de PH, obtenemos: $\Rightarrow \overline{PH} = \dfrac{1}{\left(\dfrac{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{3}\right)}$

efectuando operaciones se obtiene:

$$\overline{PH} = \frac{3}{\left(\dfrac{20 + 15 + 12}{60}\right)} = \frac{3(60)}{47}$$

$$\therefore \quad \boxed{\overline{PH} = \frac{180}{47}} \qquad \textbf{Rpta.}$$

> *PROPIEDAD: Para un conjunto de números no iguales, su promedio aritmético es siempre mayor que su promedio geométrico y éste a su vez mayor que su promedio armónico.*
>
> $$\overline{PA} > \overline{PG} > \overline{PH}$$

PROPIEDADES DEL PROMEDIO ARITMÉTICO

Primera propiedad:

Sí a un conjunto de números o cantidades, se les agrega o se les quita una misma cantidad, el promedio aritmético, quedará aumentado o disminuido por esa misma cantidad.

Ej

Sean los números: 2, 3, 4 y 7

Promedio aritmético $= \dfrac{2+3+4+7}{4} = \boxed{4}$

> *Sí a cada uno de los números iniciales les agregamos 5 obteniendo como nuevos números: 7, 8, 9, 12*

Nuevo promedio aritmético $= \dfrac{7+8+9+12}{4} = \boxed{9}$

Como se observará el nuevo promedio aritmético también queda aumentada en 5.

Segunda Propiedad:

Si a un conjunto de números o cantidades, se les multiplica o se les divide por una misma cantidad, el promedio aritmético quedará multiplicado o dividido por esa misma cantidad.

Ejemplo:

Sean los números 3, 4 y 8

Promedio aritmético $= \frac{3+4+8}{3} = \boxed{5}$

Si a cada uno de los números iniciales (3, 4 y 8), los multiplicamos por "2" los nuevos números serán: 6, 8 y 16

Nuevo promedio aritmético $= \frac{6+8+16}{3} = \boxed{10}$

Como se observará el nuevo promedio aritmético también queda multiplicado x "2"

PROBLEMAS RESUELTOS

Problema ①

El promedio geométrico de 4 números pares distintos es $6\sqrt{3}$. Hallar el promedio aritmético de ellos.

A) 20 B) 40 C) 50 D) 30 E) 60

Resolución

Sean: los 4 números pares distintos: a, b, c, d

$$\text{Promedio geométrico }(a, b, c, d) = \sqrt[4]{a \times b \times c \times d}$$

$$(6\sqrt{3}) = \sqrt[4]{a \times b \times c \times d}$$

elevamos a la cuarta ambos miembros

$$(6\sqrt{3})^4 = \left(\sqrt[4]{a \times b \times c \times d}\right)^4$$

$$6^4 \times \sqrt{3}^4 = a \times b \times c \times d$$

$$6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 3^2 = a \times b \times c \times d$$

$$(2 \times 3) \times 6 \times (2 \times 3) \times 6 \times 9 = a \times b \times c \times d$$

$$2 \times 6 \times 18 \times 54 = a \times b \times c \times d$$

De donde: $\boxed{a = 2, \; b = 6, \; c = 18 \; y \; d = 54}$

Luego, calculamos la media aritmética de: a, b, c, d

$$M.A. = \frac{a+b+c+d}{4}$$

$$M.A. = \frac{2+6+18+54}{4} = \frac{80}{4}$$

$\therefore \boxed{M.A. = 20}$ **Rpta. A**

Problema ②

"R" alumnos dieron un examen. Después de la calificación, se vio que la nota promedio de los aprobados fue "A" y de los desaprobados "T". Si la nota promedio de los "R" alumnos fue "U". ¿Cuántos aprobaron el curso?

a) $R\left(\frac{U-T}{A-T}\right)$ b) $R\left(\frac{T-U}{A-T}\right)$ c) $\frac{U-T}{A-T}$

d) $\frac{R}{A-T}$ e) $R\frac{(A-T)}{(U-T)}$

Resolución

Sea:

x = Número que aprobaron el curso (Promedio = "A")

(R - x) = Número de alumnos desaprobados (Promedio = "T")

Por definición de promedio ponderado:

$$\boxed{PP = \frac{C_1 \times P_1 + C_2 \times P_2}{C_1 + C_2}}$$ **(Fórmula)**

Donde:

C_1, C_2 = Cantidad de alumnos de cada grupo

P_1, P_2 = Promedio de nota de cada grupo

Reemplazando valores en la fórmula, obtenemos:

$$\overline{PP} = \frac{x.A + (R - x).T}{R}$$

$$U = \frac{x.A + R.T - x.T}{R}$$

$$U.R = x(A - T) + R.T$$

$$U.R - R.T = x(A - T)$$

$$R(U - T) = x(A - T)$$

$$\therefore \boxed{R\left(\frac{U-T}{A-T}\right) = x}$$ (Aprobaron el curso)

Rpta. A

Problema (3)

El promedio aritmético de 5 números pares consecutivos es 24. Hallar el promedio geométrico de la quinta parte del menor y la séptima parte del mayor.

A) 6 B) 8 C) 4
D) 5 E) N.A

Resolución

Sean los 5 números pares consecutivos:

$$(a - 4), (a - 2), \boxed{a}, (a + 2), (a + 4)$$

Promedio aritmético de los 5 números:

$$\frac{\Sigma 5 \text{ Números}}{5}$$

$$24 = \frac{(a-4)+(a-2)+a+(a+2)+(a+4)}{5}$$

$$24 = \frac{5a}{5}$$

$$\therefore \boxed{a = 24}$$

Ahora, calculamos el promedio geométrico de la quinta parte del menor y la séptima parte del mayor.

$$\text{Promedio geométrico} = \sqrt{\left[\frac{1}{5}(a-4)\right] \times \left[\frac{1}{7}(a+4)\right]}$$

$$\overline{PG} = \sqrt{\frac{1}{5}(24-4) \times \frac{1}{7}(24+4)}$$

$$\overline{PG} = \sqrt{\frac{1}{5}(20) \times \frac{1}{7}(28)} = \sqrt{4 \times 4}$$

$$\therefore \boxed{\overline{PG} = 4}$$ **Rpta. C**

Problema (4)

La edad promedio de "h" hombres es "h" años y ninguno de ellos tiene menos de "(h/2)" años. ¿Cuál es la máxima edad que puede tener uno de ellos?

A) $\left(\frac{h^2}{2} + h\right)$ B) $\frac{h(h+1)}{2}$ C) $\left(\frac{h^2+2}{2}\right)$

D) $\frac{h(h-1)}{2}$ E) N. A.

Resolución:

Para este tipo de problemas recordemos lo siguiente:

$$\text{Promedio de "h" hombres} = \frac{1(\text{máximo}) + \text{restantes (mínimos)}}{\text{"h" hombres}}$$

Reemplazamos los valores dados en el problema, obtenemos:

$$h = \frac{1(x) + (h-1)\left(\frac{h}{2}\right)}{h}$$

$$h^2 = x + \left(\frac{h^2 - h}{2}\right)$$

$$2h^2 = 2x + h^2 - h$$

$$h^2 + h = 2x \Rightarrow h(h+1) + 2x$$

$$\therefore \boxed{x = \frac{h(h+1)}{2}}$$ **Rpta. B**

Problema (5)

El promedio aritmético de 30 números es 20, si se quita dos de ellos cuyo promedio aritmético es 48; en cuánto disminuye el promedio aritmético.

A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

Resolución

Sean los 30 números: $a_1, a_2, a_3, a_4, ... a_{30}$

$$\text{Promedio aritmético} = \frac{\Sigma \text{ 30 números}}{30}$$

$$20 = \frac{\Sigma \text{ 30 números}}{30}$$

$$600 = \Sigma \text{ 30 números}$$

$$\therefore \boxed{600 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + ... + a_{30}} \quad ...(I)$$

Se quitan dos de estos 30 números, supongamos que son: a_1 y a_2, cuyo promedio es 48.

$$\text{Promedio aritmético de } (a_1 \text{ y } a_2) = \frac{a_1 + a_2}{2}$$

$$48 = \frac{a_1 + a_2}{2}$$

$$\therefore \boxed{96 = a_1 + a_2} \quad ...(II)$$

Reemplazamos (II) en (I):

$$600 = 96 + \underbrace{a_3 + a_4 + ... a_{30}}_{\text{hay 28 números}}$$

$$600 - 96 = \Sigma \text{ 28 números}$$

$$\therefore \boxed{504 = \Sigma \text{ 28 números}}$$

Ahora, calculamos el promedio de los 28 números restantes:

$$\text{Promedio aritmético 28 números} = \frac{\Sigma \text{ 28 números}}{28} = \frac{504}{28}$$

$$\therefore \boxed{\text{Promedio aritmético 28 números} = 18}$$

(Promedio final = 18)

Luego, el promedio disminuye en:

$$\boxed{20 - 18 = 2}$$

Rpta. C

Problema (6)

El promedio de 8 números es 12 si se aumenta a dichos números 1, 2, 3,..., respectivamente. ¿Cuál será el promedio de los nuevos números?

A) 14 B) 14,5 C) 15 D) 16 E) 16,5

Resolución

Sean los 8 números: $a_1, a_2, a_3, ..., a_8$

$$\text{Promedio de 8 números} = \frac{\Sigma \text{ 8 números}}{8}$$

$$12 = \frac{\Sigma \text{ 8 números}}{8} \Rightarrow 96 = \Sigma \text{ 8 números}$$

$$96 = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_8 \quad ......(\alpha)$$

Al aumentar a dichos números 1, 2, 3, ... respectivamente, los nuevos números serán:

$$(a_1 + 1), (a_2 + 2), (a_3 + 3), ..., (a_8 + 8)$$

$$\Sigma \text{ nuevos números} = (a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_8) + (1 + 2 + 3 + ... + 8)$$

$$= 96 + \frac{8 \times 9}{2}$$

$$= 96 + 36$$

$$\therefore \boxed{\Sigma \text{ nuevos números} = 132}$$

Ahora, calculamos el promedio de los 8 nuevos números:

$$\text{Promedio 8 nuevos números} = \frac{\Sigma \text{ 8 nuevos numeros}}{8}$$

$$= \frac{132}{8}$$

$$\therefore \boxed{\text{Promedio de los 8 nuevos números} = 16,5}$$

Rpta. E

> *NOTA: Cuándo nos hablan sólo de promedio, esto quiere decir que se trata del promedio aritmético.*

Problema 7

El promedio aritmético de 20 números es 35 y el promedio de otros 30 números es 60. Hallar el promedio aritmético de los 50 números.

A) 50 B) 22 C) 23 D) 35 E) N.A

Resolución

Del enunciado, planteamos lo siguiente:

i) $\text{Promedio 20 \#s} = \dfrac{\Sigma \text{ 20 números}}{20}$

$$35 = \frac{\Sigma \text{ 20 números}}{20}$$

$$\boxed{35 \times 20 = \Sigma \text{ 20 números}} \quad \ldots\ldots(\text{I})$$

ii) $\begin{matrix}\text{Promedio de} \\ \text{otros 30 \#s}\end{matrix} = \dfrac{\Sigma \text{ 30 números}}{30}$

$$60 = \frac{\Sigma \text{ 30 números}}{30}$$

$$\boxed{60 \times 30 = \Sigma 30 \text{ números}} \quad \ldots\ldots(\text{II})$$

Ahora, calculamos el promedio de los 50 números:

$$\begin{matrix}\text{Promedio de} \\ \text{50 números}\end{matrix} = \frac{\Sigma \text{ 20 \#s} + \Sigma \text{ 30 \#s}}{50} \quad \ldots(\text{III})$$

Reemplazamos (I) y (II) en (III):

$$\begin{matrix}\text{Promedio de} \\ \text{los 50 números}\end{matrix} = \frac{35 \times 20 + 60 \times 30}{50}$$

$$= \frac{2\,500}{50}$$

$\therefore$ $\boxed{\text{Promedio de los 50 números} = 50}$

Rpta. A

Problema 8

El promedio geométrico de 20 números es 8 y el promedio geométrico de otros 20 números es 18. ¿Cuál es el promedio geométrico de los 40 números?

A) 8 B) 13 C) 26 D) 18 E) 12

Resolución

Sean: los 20 números iniciales:

$$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{20}$$

$$\overline{PG}_{20\,\#s} = \sqrt[20]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \ldots \cdot a_{20}}$$

$$8 = \sqrt[20]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \ldots \cdot a_{20}}$$

$\therefore$ $\boxed{8^{20} = a_1 . a_2 . a_3 \ldots a_{20}}$ ...(a)

Llamemos a los otros 20 números:

$$b_1, b_2, b_3 \ldots b_{20}$$

$$\overline{PG}_{20\,\#s} = \sqrt[20]{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot \ldots \cdot b_{20}}$$

$$18 = \sqrt[20]{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot \ldots \cdot b_{20}}$$

$\therefore$ $\boxed{18^{20} = b_1 . b_2 . b_3 \ldots b_{20}}$ ...(b)

Ahora, calculamos el promedio geométrico de los 40 números:

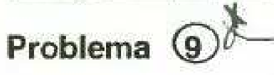
$$\begin{matrix}\overline{PG}\text{ de} \\ \text{los } 40\#_s\end{matrix} = \sqrt[40]{(a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \ldots \cdot a_{20}) \cdot (b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot \ldots \cdot b_{20})}$$

$$\begin{matrix}\overline{PG}\text{ de} \\ \text{los } 40\#_s\end{matrix} = \sqrt[40]{(8^{20} \cdot 18^{20})}$$

$$\begin{matrix}\overline{PG}\text{ de} \\ \text{los } 40\#_s\end{matrix} = \sqrt[40]{(8 \cdot 18)^{20}} = \sqrt[2]{144}$$

$\therefore$ $\boxed{\overline{PG}\text{ de los 40 números} = 12}$

Rpta. E

Problema 9 

El promedio aritmético de 50 números es 16, si a 20 de ellos se les aumenta 7 unidades y a los restantes se les quita 3 unidades. El nuevo promedio aritmético es:

A) 17 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

Resolución:

Sean los 50 números $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots a_{50}$

$$\text{Promedio aritmético de los 50 \# s} = \frac{\sum 50\,\text{números}}{50}$$

$$16 = \frac{\sum 50\,\text{números}}{50}$$

$$\boxed{800 = \Sigma\, 50\ \#_s} \quad \ldots\ldots(\alpha)$$

De los 50 números: $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_{50}$, a 20 de ellos se les aumenta 7 unidades y a los restantes se les quita 3 unidades. O sea:

$(a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_{20})$;

Se le suma a c/u 7 unidades;

$[\Sigma\, 20\ \#_s + 20(7)]$

$(a_{21}, a_{22}, \ldots, a_{50})$

Se le quita a c/u 3 unidades

$\Sigma\, 30\ \#_s - 30(3)$

Luego, el nuevo promedio será:

Nuevo promedio de los 50 números

$$= \frac{[\sum 20\#s + 20(7)] + [\sum 30\#s - 30(3)]}{50}$$

$$= \frac{\sum 50\text{números} + 140 - 90}{50} \quad \ldots\ldots(\beta)$$

reemplazamos (α) en (β):

Nuevo promedio de los 50 números

$$= \frac{800 + 140 - 90}{50}$$

$\therefore$ $\boxed{\text{Nuevo promedio} = 17}$ **Rpta. A**

Problema 10

El promedio armónico de 10 números es 5, el promedio armónico de otros 20 números es 10 y el promedio armónico de 30 números es 6. Hallar el promedio armónico de los 60 números.

A) $3\frac{2}{6}$ B) $6\frac{2}{3}$ C) $6\frac{3}{2}$

D) 6 E) 6,5

Resolución

Para este tipo de problemas, se puede aplicar la siguiente fórmula:

$$Ph_{total} = \frac{(C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_n)}{\left(\frac{C_1}{Ph_1} + \frac{C_2}{Ph_2} + \frac{C_3}{Ph_3} + \ldots + \frac{C_n}{Ph_n}\right)}$$

(Fórmula)

Donde:

$C_1, C_2, C_3, \ldots, C_n$ = Cantidad de términos de cada grupo

$Ph_1, Ph_2, Ph_3, \ldots, Ph_n$ = Promedio armónico de cada grupo

Reemplazamos valores en la fórmula, obtenemos:

$$Ph_{total} = \frac{10 + 20 + 30}{\left(\frac{10}{5} + \frac{20}{10} + \frac{30}{6}\right)}$$

$$Ph_{total} = \frac{60}{2+2+5}$$

$$Ph_{total} = \frac{60}{9} <> \frac{20}{3} <> \boxed{6\frac{2}{3}}$$

Rpta. B

MEDIAS

Dentro de la medias más importantes tenemos las siguientes:

1. Media Aritmética ($\overline{ma}$).

Es el promedio aritmético de dos cantidades o números. Sean las cantidades o números: A y B

$$\overline{ma}\,(A, B) = \frac{A+B}{2}$$

2. Media Geométrica ($\overline{mg}$).

Es el promedio geométrico de dos cantidades o números. Sean las cantidades o números; A y B

$$mg\,(A, B) = \sqrt{A \times B}$$

3. Media Armónica ($\overline{mh}$).

Es el promedio armónico de dos cantidades o números. Sean las cantidades o números: A y B

$$\overline{mh}_{(A,B)} = \frac{1}{\left(\dfrac{\frac{1}{A}+\frac{1}{B}}{2}\right)} = \frac{2AB}{A+B}$$

Propiedades:

1. La $\overline{mg}$ de dos números "a" y "b", es $\overline{mg}$. Entre la ma y mh.

$$\overline{mg} = \sqrt{\overline{ma} \times \overline{mh}} \Rightarrow \boxed{\overline{mg}^2 = \overline{ma} \times \overline{mh}}$$

2. El producto de dos números es igual a su $\overline{ma}$ por su $\overline{mh}$, sean los números "a" y "b". tendremos:

$$a \times b = \overline{ma} \times \overline{mh}$$

3. La $\overline{ma}$ es mayor que la $\overline{mg}$ y está a su vez mayor que la $\overline{mh}$

$$\overline{ma} > \overline{mg} > \overline{mh}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

Problema (1)

Si la media geométrica de dos números es 4 y la media armónica, es $\frac{32}{17}$. ¿Cuál es el menor de los dos números?

Resolución

Sean los dos números: a y b

Del enunciado, tenemos que:

i) $mg_{(a,b)} = 4 \Rightarrow \sqrt{ab} = 4$

De donde: $ab = 4^2$

$\therefore \boxed{ab = 16}$ ...(I)

ii) $mh(a,b) = \frac{32}{17} \rightarrow \boxed{\frac{2ab}{a+b} = \frac{32}{17}}$ ......(II)

Ahora, reemplazamos (I) en (II):

$$\frac{2 \times 16}{a+b} = \frac{32}{17}$$

$\boxed{a + b = 17}$ ...(III)

De las ecuaciones (I) y (III), buscamos dos números que multiplicados den 16 y que sumados den 17, siendo dichos números: 16 y 1

$\therefore$ a = 16 (mayor)
b = 1 (menor)

Rpta.

Problema ②

La media aritmética es a la media geométrica de dos números como 25 es a 24. Hallar la relación geométrica de los números.

A) 5/6 B) 5/4 C) 15/7
D) 16/9 E) 1

Resolución

Sean los dos números; a y b

Según el enunciado, tenemos que:

$$\frac{\overline{ma}}{\overline{mg}}=\frac{25}{24}$$

$$\frac{\left(\frac{a+b}{2}\right)}{\sqrt{ab}}=\frac{25}{24}; \Rightarrow \frac{a+b}{2\sqrt{ab}}=\frac{25}{24}$$

pero: $\boxed{a=\sqrt{a}^{\,2} \quad y \quad b=\sqrt{b}^{\,2}}$

$$\frac{\sqrt{a}^{\,2}+\sqrt{b}^{\,2}}{2\sqrt{ab}}=\frac{25}{24}; \text{ Por propiedad;}$$

$$\boxed{\frac{m}{n}=\frac{p}{q} \Rightarrow \frac{m+n}{n}=\frac{p+q}{q}}$$

$$\frac{\sqrt{a}^{\,2}+\sqrt{b}^{\,2}+2\sqrt{ab}}{2\sqrt{ab}}=\frac{25+24}{24};$$

pero: $\boxed{A^2+B^2+2AB=(A+B)^2}$

$$\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2}{2\sqrt{ab}}=\frac{49}{24}$$; hacemos comparación de numeradores y denominadores

De donde:

i) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=49 \Rightarrow (\sqrt{a}+\sqrt{b})=\sqrt{49}$

$\boxed{\sqrt{a}+\sqrt{b}=7}$

ii) $2\sqrt{ab}=24 \Rightarrow \sqrt{ab}=12$

$\boxed{\sqrt{a}\times\sqrt{b}=12}$ ...(β)

De las ecuaciones (α) y (β); buscamos dos números que sumados den 7 y que multiplicados den 12, siendo dichos números . 4 y 3

$$\therefore \boxed{\begin{array}{lll}\sqrt{a}=4 & \Rightarrow & a=16\\ \sqrt{b}=3 & \Rightarrow & b=9\end{array}}$$

Luego, la relación geométrica de los dos números será:

Relación geométrica: $\boxed{\frac{a}{b}=\frac{16}{9}}$ **Rpta. D**

Problema ③

La diferencia de dos números enteros es 36,si la suma de la media aritmética y geométrica es 162, el número mayor es:

A) 10 B) 100 C) 8 D) 64 E) 49

Resolución

Sean los dos números: "a" y "b"

Del enunciado, planteamos lo siguiente:

i) $a-b=36$

ii) $\overline{ma}+\overline{mg}=162$

$$\frac{a+b}{2}+\sqrt{ab}=162$$

$$a+b+2\sqrt{ab}=324$$

pero: $\boxed{a=\sqrt{a}^{\,2} \quad y \quad b=\sqrt{b}^{\,2}}$

$$\sqrt{a}^{\,2}+\sqrt{b}^{\,2}+2\sqrt{ab}=324$$

$$\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2=324$$

$$\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{324}$$

$$\sqrt{a}+\sqrt{b}=18 \qquad \text{...... (α)}$$

De la ecuación (i):

$a - b = 36$; $\boxed{a = \sqrt{a}^{\,2} \quad y \quad b = \sqrt{b}^{\,2}}$

$$\sqrt{a}^{2} - \sqrt{b}^{2} = 36$$

por diferencia de cuadrados, tenemos:

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = 36 \quad \ldots\ldots(\beta)$$

Reemplazamos (α) en (β):

$$18(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = 36$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 2 \quad \ldots\ldots(\theta)$$

De las ecuaciones: (α) y (β):

$$\begin{cases} \sqrt{a} + \sqrt{b} = 18 \\ \sqrt{a} - \sqrt{b} = 2 \end{cases}$$

$$\Sigma \text{ M. A. M: } \quad 2\sqrt{a} = 20$$

$$\sqrt{a} = 10 \quad \rightarrow \quad a = 10^{2}$$

$\therefore$ $\boxed{a = 100 \text{ (número mayor)}}$

Rpta. B

Problema (4)

La media aritmética de dos números que se diferencian en 20; excede en 5, a su media armónica, entonces el número mayor es:

A) 48 B) 45 C) 40 D) 36 E) 30

Resolución

Sean, los dos números a y b

De donde:

i) $\boxed{a - b = 20}$ ......(α)

ii) $\overline{ma} - 5 = \overline{mh}$

$$\left(\frac{a+b}{2}\right) - 5 = \left(\frac{2ab}{a+b}\right)$$

$\left(\frac{a+b}{2}\right) - \left(\frac{2ab}{a+b}\right) = 5$; damos común denominador al primer miembro

$$\frac{(a+b)^2 - 4ab}{2(a+b)} = 5$$

$$(a^2 + 2ab + b^2) - 4ab = 5 \cdot 2(a+b)$$

$$\underbrace{a^2 - 2ab + b^2}{} = 10(a+b)$$

$$(a - b)^2 = 10(a+b) \quad \ldots\ldots(\beta)$$

Reemplazamos (α) en (β):

$$(20)^2 = 10(a+b)$$

$$400 = 10(a+b)$$

$$\boxed{40 = a + b} \quad \ldots\ldots(\theta)$$

De (θ) y (α), obtenemos:

$$\begin{cases} a + b = 40 \\ a - b = 20 \end{cases}$$

$$\Sigma \text{ M.A.M. } 2a = 60$$

$\therefore$ $\boxed{a = 30 \text{ (Número mayor)}}$

Rpta. E

PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1.- El promedio aritmético de 25 números es 20, si el promedio aritmético de 5 de ellos es 20. ¿Cuál es la suma de los números restantes?

A) 300 B) 400 C) 200
D) 70 E) Ninguno

Problema 2.- Hallar el promedio aritmético de:

$$\underbrace{m, m, m, ..., m}_{\text{"m" veces}} \quad y \quad \underbrace{-n, -n, -n, ..., -n}_{\text{"n" veces}}$$

A) mn B) m - n C) m + n
D) $m^2 - n^2$ E) Ninguna

Problema 3.- El promedio aritmético de 25 números es 27, si a cada uno de los números se les multiplica por 6 y se les agrega finalmente 15 unidades a cada uno, resulta que el nuevo promedio aritmético es:

A) 162 B) 177 C) 171
D) 167 E) N.A

Problema 4.- El promedio de "n" números es 20; si se agrega un nuevo número el promedio no varía (o sea sigue siendo 20), ¿Cuál es ese nuevo número?

A) 20 B) n C) 20 - n
D) n - 20 E) 40

Problema 5.- ¿Cuál es el valor de "m" si el promedio geométrico de las "m" primeras potencias de 3 es 6 561?

A) 17 B) 15 C) 16
D) 14 E) N.A

Problema 6.- Se tiene 5 números enteros de los cuales 3 de ellos son:

7, 13 y 15. El promedio aritmético aumenta en 4,1 si se elimina a dichos tres números. Hallar el promedio armónico de los otros dos números; sabiendo que su producto es 252.

A) 13 B) 13,6 C) 12,9
D) 13,28 E) N.A.

Problema 7.- La edad promedio de "P" alumnos en un salón de clase es de "k" años, ninguno de ellos es mayor de "M" años. ¿Cuál es la mínima edad que puede tener uno de ellos?

A) P(K + M) - M B) P(K - M) + M
C) PK + M D) PK - 2M
E) Ninguna

Problema 8.- La edad promedio de 26 hombres es 27 años y la edad promedio de las mujeres es 25 años, si la edad promedio de hombres y mujeres es 26 años. ¿cuál es el número de mujeres?

A) 27 B) 25 C) 26
D) 28 E) 30

Problema 9.- Hallar el promedio de los números:

$$\underbrace{40, 40, ..., 40}_{\text{"n" veces}};\ \underbrace{50, 50, 50, ..., 50}_{\text{"3n" veces}};\ \underbrace{10, 10, 10, ..., 10}_{\text{"2n" veces}}$$

A) 6n B) 35 n C) 35
D) Faltan datos E) Ninguna

Problema 10.- Si: $4 \leq a \leq 10$; cuál de los siguientes números puede ser el promedio de: 2, 5, 6, 8, 9, "a":

A) 4,3 B) 6,2 C) 7,8
D) 9,1 E) 10

Problema 11.- Los siguientes datos corresponden a un grupo de 20 familias de un barrio popular. Se pide calcular el ingreso promedio por familia.

Nº de Familia	Ingreso (S/)
8	180
6	190
3	200
2	240
1	260

A) S/.163 000 B) S/.169
C) S/.196 000 D) S/.194
E) S/.N.A.

Problema 12.- En la siguiente serie:

4, 6, 8, 12, 10, ...3n ¿cuál debe ser el valor de "n" para que el promedio aritmético sea mayor que 139 y menor que 141.

A) 110 B) 101 C) 121 D) 70 E) 140

Problema 13.- El promedio geométrico de 10 números naturales distintos es 3 y el promedio geométrico de otros 10 números naturales también distintos es 12. Hallar el promedio geométrico de los 20 números.

A) 6 B) 8 C) 12 D) 36 E) N.A

Problema 14.- El promedio armónico de 20 números diferentes es 18 y el promedio armónico de otros 30 números diferentes es 54. Hallar el promedio armónico de los 50 números.

A) 30 B) 36 C) 50 D) 44 E) N.A

Problema 15.- El promedio aritmético de "n" números es "K" si a cada uno de los "n" números le agregamos "20 - K", ¿Cuál será el nuevo promedio aritmético?

A) 2K - 20 B) 20 - 2K C) 20 - K
D) 20 E) N.A

Problema 16.- Sean: a y b dos números, si el producto de la media aritmética con su media armónica es igual al doble de su media geométrica; entonces el menor valor de: "a + b" es:

A) 1 B) 2 C) 5 D) 4 E)N.A

Problema 17.- La diferencia de las inversas de las medias armónica y aritmética de dos números consecutivos es a la diferencia de la media aritmética y armónica como es 1 a 6. Hallar la media geométrica de dichos números.

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{6}$ C) $\sqrt{20}$ D) $\sqrt{42}$ E)N.A

Problema 18.- Hallar la media aritmética de 2 números enteros, sabiendo que su media armónica es al cuadrado de su geométrica como 2 ea a 5.

A) 3,5 B) 2,5 C) 3 D) 4.5 E)N.A

Problema 19.- Hallar un número entero sabiendo que la media armónica de su mitad y su quinta parte es 16. Dar como respuesta la suma de cifras de dichos números.

A) 10 B) 9 C) 12 D) 11 E) 56

Problema 20.- El promedio aritmético de 51 números enteros y consecutivos es 75, hallar dos números consecutivos que debieron quitar para que el promedio aritmético de los números restantes sea 74.

A) 98 y 99 B) 99 y 100 C) 100 y 101
D) 102 y 103 E) N.A.

Problema 21.- El producto de los tres promedios de 2 números enteros es 512. Si uno de los 3 promedios es 6,4. Hallar el mayor de los 3 promedios.

A) 7,2 B) 8,4 C) 9
D) 10 E) 10,5

Problema 22.- Hallar el promedio aritmético de 6 números enteros consecutivos, sabiendo que la media amónica del mayor y el menor es 12.

A) 12,2' B) 12,5 C) 12,75
D) 12,8 E) Más de 12,8

Problema 23.- Dadas la; $\overline{ma}$, $\overline{mg}$ y $\overline{mh}$ de "a" y "b" se afirma que:

I. La $\overline{mg}$ es media proporcional entre la $\overline{mh}$ y la $\overline{ma}$.

II. $\overline{mh} \leq \overline{mg} \leq \overline{ma}$

III. Si: a = b, entonces: $\overline{mh} = \overline{ma} = \overline{mg}$

Luego son verdaderas:

A) Sólo I B) Sólo II y III C) Sólo II
D) Sólo II y III E) Todas

Problema 24.- Si: $\overline{mg}$ (a,b) = 12 y $\overline{mg}$ (a + 7, b + 9) = 20.

Luego: "b - a" es: (Siendo: "a" y "b" enteros y "b" mayor que "a").

A) 15 B) 10 C) 7 D) 4 E) 8

Problema 25.- Si la $\overline{mg}$ de dos números es $10\sqrt{6}$ y la $\overline{mh}$ es 24. Cuál es el mayor de los dos números.

A) 30 B) 25 C) 20 D) 28 E) 40

Problema 26.- Conociendo la suma de todos los términos de una sucesión y la media aritmética de los extremos se puede hallar.

A) El promedio Geométrico de los términos.
B) El promedio Armónico de los términos.
C) El número de términos
D) El primer Término
E) El último Término

Problema 27.- La diferencia de dos números es 12; si la suma de su $\overline{ma}$ y su $\overline{mg}$. es 18. Calcular su $\overline{m.h}$.

A) 5,65 B) 6,40 C) 6,85
D) 7,13 E) 7,89

Problema 28.- El promedio geométrico de 3 números proporcionales a 1/12, 1/6 y 1/3. es 84. Hallar el promedio armónico de los números.

A) 24 B) $42\frac{6}{7}$ C) 56

D) $60\frac{5}{7}$ E) 72

Problema 29.- El promedio de notas de un colegio mixto es 13,8. Si el promedio de los varones es 14,2 y el de las damas es 13,5. Calcular en que relación se encuentra el número total de varones y el número total de damas.

A) 2 a 5 B) 5 a 2 C) 3 a 7
D) 3 a 4 E) 3 a 5

Problema 30.- Si "m_1" es el promedio geométrico de los 40 números naturales de dos cifras y "m_2" es el promedio geométrico de los 60 números naturales siguientes. ¿Cuál es el promedio de los números utilizados?

A) $\sqrt{m_1 \cdot m_2}$ B) $\sqrt[3]{m_1^2 \cdot m_2}$

C) $\sqrt[5]{m_1^3 \cdot m_2^2}$ D) $\sqrt[5]{m_1^2 \cdot m_2^3}$

E) $\sqrt[10]{m_1^3 \cdot m_2^2}$

CLAVE DE RESPUESTAS

1. B	7. B	13. A	19. D	25. A
2. B	8. C	14. A	20. B	26. C
3. B	9. C	15. D	21. D	27. B
4. A	10. B	16. C	22. B	28. E
5. B	11. C	17. B	23. E	29. D
6. B	12. A	18. B	24. C	30. D

Razone

El promedio aritmético de cuatro números es 11 y cuando se les agrupa de 3 en 3 dichos promedios aritméticos son números pares consecutivos. ¿Cuál es el mayor de los cuatro números?

Respuesta: **20**

Razone

Si el producto geométrico de "m" cantidades es "n" y además ninguna de ellos es menor que "(n - p)". ¿Cuál es el máximo valor que puede tomar una de las cantidades?.

Respuesta: $(n-p)\cdot\left(\dfrac{n}{n-p}\right)^{m}$

REPARTO PROPORCIONAL 21

Antes de pasar a estudiar el reparto proporcional, hablemos primero sobre magnitudes proporcionales.

I. MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES.

"Dos magnitudes se llaman directamente proporcionales cuando el cociente de sus valores correspondientes es una cantidad constante"

Ejemplo 1: En el movimiento uniforme, el espacio y el tiempo son magnitudes directamente proporcionales porque el cociente de sus valores correspondientes es para cada movimiento, una constante llamada velocidad.

Magnitudes	Valores Correspondientes			
Espacio	e_1=20Km	e_2=40 Km	e_3=60 Km	e_4=80 Km
Tiempo	t_1 = 2h	t_2 = 4h	t_3 = 6h	t_4 = 8h

Luego:

$$\frac{e_1}{t_1}=\frac{e_2}{t_2}=\frac{e_3}{t_3}=\frac{e_4}{t_4}=\text{Constante}=\text{Velocidad}$$

$$\therefore \quad \frac{\text{Espacio (e)}}{\text{Tiempo (t)}}=\text{Velocidad (V)}$$

Ejemplo 2: La circunferencia y el diámetro son magnitudes directamente proporcionales, porque el cociente de sus valores correspondientes es la constante ( )

Magnitudes	Valores Correspondientes		
Circunferencia	$c_1=2\pi r_1=2\pi(3)=6\pi$	$c_2=2\pi r_2=2\pi(4)=8\pi$	$c_3=2\pi r_3=2\pi(5)=10\pi$
		$\times 4/3$	$\times 5/4$
Diámetro	$d_1=2r_1=2(3)=6$	$d_2=2r_2=2(4)=8$	$d_3=2r_3=2(5)=10$
		$\times 4/3$	$\times 5/4$

Luego: $\dfrac{C_1}{d_1}=\dfrac{C_2}{d_2}=\dfrac{C_3}{d_3}=\text{Constante}=\pi$

$$\therefore \quad \frac{\text{Longitud de la circunferencia (C)}}{\text{Diámetro de la circunferencia (D)}}=\pi$$

II. MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES.

"Dos magnitudes se llaman inversamente proporcionales, cuando el producto de sus valores correspondientes es una constante"

Ejemplo 1: En el movimiento uniforme la velocidad y el tiempo son magnitudes inversamente proporcionales porque el producto de sus valores correspondientes es, para cada movimiento, una constante llamada espacio.

Magnitudes	Valores Correspondientes			
Velocidad	V_1=30km/h	V_2=60km/h	V_3=80km/h	V_4=40km/h
Tiempo	t_1 = 8h	t_2 = 4h	t_3 = 3h	t_4 = 6h

Luego: $V_1.t_1=V_2.t_2=V_3.t_3=V_4.t_4$ = Constante = Espacio

$$\therefore \quad \text{Velocidad (V). tiempo (t) = Espacio (e)}$$

(En este ejemplo (1), se cumple que: a mayor velocidad menor será el tiempo empleado.

Nota Importante: *Las definiciones anteriores son las que se deben aceptar bajo un punto de vista estrictamente matemático. Es corriente decir que dos magnitudes son **directamente proporcionales** cuando van de **más** a **más** y son **inversamente proporcionales** cuando van de **más a menos.** Estos son criterios que se deben desechar, porque hay magnitudes que van de **más a más** o van de **más a menos** y sin embargo no son directa o inversamente proporcionales.*

Ejemplo:

A mayor radio es evidente que se tiene mayor área en el círculo sin embargo el radio y el círculo no son magnitudes, directamente proporcionales, como vamos a demostrar.

Magnitudes	Valores Correspondientes	
Círculo	$\pi.r^2=\pi\ (3)^2=9\pi$	$\pi r^2=\pi(4)^2=16\pi$
Radios	$r=3$	$r=4$

Si estas dos magnitudes fueran directamente proporcionales el cociente de sus valores correspondientes debería ser constante, lo que no es cierto, porque:

$$\frac{\pi r^2}{r}=\frac{\pi(3)^2}{3}=\boxed{3\pi}$$

$$\frac{\pi r^2}{r}=\frac{\pi(4)^2}{4}=\boxed{4\pi}$$

(No son iguales)

Propiedad Importante en las Magnitudes Directamente Proporcionales

$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=\frac{a_4}{b_4}=\frac{a_1+a_2+a_3+a_4}{b_1+b_2+b_3+b_4}=K\ (\text{Constante})$$

Verificación:

$$\frac{4}{2}=\frac{6}{3}=\frac{8}{4}=\frac{12}{6}=\frac{4+6+8+12}{2+3+4+6}=2\ (\text{Constante})$$

Reparto Proporcional:

El reparto proporcional es una regla que tiene por objeto repartir una cantidad en partes, directa o inversamente proporcional a dos o más números dados.

Notación:

S : Número o suma que se debe repartir

a, b, c : Factores de proporcionalidad (pueden ser dos o más)

x, y, z : Partes o sumandos respectivamente proporcionales a; a, b y c

Osea:

$$\boxed{S=x+y+z}$$

Problema General:

Repartir el número (N) en tres partes que sean directamente proporcionales a tres números dados a, b y c.

Resolución:

Llamemos x, y, z a las partes buscadas, como estas partes deben ser directamente proporcionales a los números a, b y c, el cociente debe ser constante, de acuerdo con la definición de magnitudes directamente proporcionales:

$$\boxed{\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=\text{Constante}}$$

Por propiedad:

$$\frac{x+y+z}{a+b+c}=\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}\quad ...(I)$$

Sabemos que: $x+y+z=N$ ... (II)

Hacemos que: $a+b+c=S$ ... (III)

Reemplazamos (II) y (III) en (I):

$$\frac{N}{S}=\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c};\ \text{Donde:}\ \boxed{x=\frac{a.N}{S}\quad y=\frac{b.N}{S}\quad z=\frac{c.N}{S}}\ \left(\begin{array}{c}\text{Fórmulas}\\ \text{para usar}\end{array}\right)$$

Aplicación:

Dividir el número 1 000 en 3 partes que sean directamente proporcionales a los números 2,3 y 5.

Resolución:

Llamemos x, y, z a las partes buscadas como estas partes deben ser directamente proporcionales a los números 2, 3 y 5, el cociente debe ser constante de acuerdo a la definición de magnitudes directamente proporcionales.

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}=\text{Constante}$$

Por propiedad:

$$\frac{x+y+z}{2+3+5}=\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}; \text{ pero; } x+y+z=1000$$

$$\frac{1000}{10}=\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}$$

Donde: $100=\frac{x}{2} \Rightarrow x=200$

$100=\frac{y}{3} \Rightarrow y=300$

$100=\frac{z}{5} \Rightarrow z=500$

∴ Las tres partes buscadas son: 200, 300 y 500 **Rpta.**

Método Práctico:

Dividir el número 1 000 en tres partes directamente proporcionales a los números 2, 3 y 5.

Resolución:

Sean las 3 partes pedidas: 2K, 3K, 5K ...(I)

Luego:

$2K+3K+5K=1\,000$

$10K=1\,000 \Rightarrow K=100$

Reemplazamos el valor de K = 100; en (I), obteniendo:

$2K=2(100)=200$
$3K=3(100)=300$
$5K=5(100)=500$ **Rpta.**

***Nota:** Si los números a, b y c son heterogéneos habrá que hacerlos previamente homogéneos. Tal es el caso en que los números a, b y c sean quebrados heterogéneos. En éste caso se dá un común denominador y se toman solamente los numeradores.*

Ejemplo:

Repartir 858 en partes directamente proporcionales a los números: $\frac{3}{4}; \frac{5}{6}$ y $\frac{4}{5}$

Resolución:

Damos común denominador a los quebrados:

$$\frac{3}{4};\frac{5}{6};\frac{4}{5}=\frac{45}{60};\frac{50}{60};\frac{48}{60}$$

- Tomando sólo los numeradores, obtenemos:

$$\frac{x}{45}=\frac{y}{50}=\frac{z}{48}=\text{Constante}$$

Por propiedad:

$$\frac{x+y+z}{45+50+48}=\frac{x}{45}=\frac{y}{50}=\frac{z}{48}; \text{ pero: } x+y+z=858$$

Donde:

$$\frac{858}{143}=\frac{x}{45}=\frac{y}{50}=\frac{z}{48}$$

i) $\frac{858}{143}=\frac{x}{45} \Rightarrow x=\frac{858.45}{143} \Rightarrow x=270$

ii) $\frac{858}{143}=\frac{y}{50} \Rightarrow y=\frac{858.50}{143} \Rightarrow y=300$

iii) $\frac{858}{143}=\frac{z}{48} \Rightarrow z=\frac{858.48}{143} \Rightarrow z=288$

∴ Las partes pedidas son: 270, 300 y 288 **Rpta.**

Método Práctico:

858: $\frac{3}{4}K$, $\frac{5}{6}K$, $\frac{4}{5}K$ ...(I)

Donde:

$\frac{3}{4}k+\frac{5}{6}k\frac{4}{5}k=858$ Damos común denominador en el primer miembro:

$$\frac{45K+50K+48K}{60}=858$$

$143\ K=858.60 \Rightarrow K=6.60 \Rightarrow \therefore K=360$

Reemplazando el valor de K = 360, en (I); obtenemos:

$$\frac{3}{4}K=\frac{3}{4}(360)=270$$
$$\frac{5}{6}K=\frac{5}{6}(360)=300$$
$$\frac{4}{5}K=\frac{4}{5}(360)=288$$

Rpta.

- **Reparto Proporcional Inverso:**

Problema General:

Dividir un número (N) en 3 partes que sean inversamente proporcionales a 3 números dados a, b y c.

Resolución:

Llamemos x, y, z las partes buscadas como estas partes deben ser inversamente proporcionales a los números a, b y c, el producto debe ser constante de acuerdo con la definición de magnitudes inversamente proporcionales:

$$x.a=y.b=z.c=\text{constante}$$

Estas; igualdades pueden escribirse así:

$$\frac{x}{1/a}=\frac{y}{1/b}=\frac{z}{1/c}=\text{Constante}$$

Estas igualdades nos indican que las partes x, y, z son directamente proporcionales a las inversas de los números a, b, c. Se tiene entonces la siguiente resolución general.

"Para dividir el número (N) en partes inversamente proporcionales a otros números dados a, b y c se divide el número "N" en partes; directamente proporcionales a las inversas de los números a, b y c, es decir a: 1/a; 1/b y 1/c"

Aplicación:

Repartir 360 en 3 partes que sean inversamente proporcionales a los números 3, 4 y 6.

Resolución:

Tomamos la inversa de los números 3, 4 y 6, obteniendo: 1/3; 1/4 y 1/6.

Luego, damos común denominador a los quebrados:

$$\frac{1}{3};\frac{1}{4};\frac{1}{6}=\frac{④}{12};\frac{③}{12};\frac{②}{12}$$

Tomando sólo los numeradores, obtenemos que: $\frac{x}{4}=\frac{y}{3}=\frac{z}{2}=\text{Constante}$

Por Propiedad:

$$\frac{x+y+z}{4+3+2}=\frac{x}{4}=\frac{y}{3}=\frac{z}{2};\text{ pero } x+y+z=360$$

$$\frac{360}{9}=\frac{x}{4}=\frac{y}{3}=\frac{z}{2}$$

Donde:

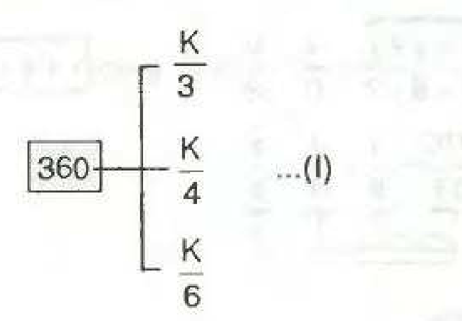
i) $\frac{360}{9}=\frac{x}{4} \Rightarrow 40=\frac{x}{4} \Rightarrow x=160$

ii) $\frac{360}{9}=\frac{y}{3} \Rightarrow 40=\frac{y}{3} \Rightarrow y=120$

iii) $\frac{360}{9}=\frac{z}{2} \Rightarrow 40=\frac{z}{2} \Rightarrow z=80$

∴ Las partes pedidas son: 160, 120 y 80 **Rpta.**

Método Práctico:



Donde:

$\frac{K}{3}+\frac{K}{4}+\frac{K}{6}=360$; Damos común denominador en el primer miembro:

$\frac{4K+3K+2K}{12}=360 \Rightarrow 9K=360.12$

$K=40.12 \Rightarrow \therefore \boxed{K=480}$

Reemplazamos el valor de K = 480, en (I), obteniendo:

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{K}{3}&=\frac{480}{3}=160\\ \frac{K}{4}&=\frac{480}{4}=120\\ \frac{K}{6}&=\frac{480}{6}=80\end{aligned}}$$ **Rpta.**

Ejemplo:

Repartir 735 en partes inversamente proporcionales a: $\frac{1}{5};\frac{3}{5}$ y 3.

Resolución:

Se toman los inversos de los factores de proporcionalidad; osea:

La inversa de: $\frac{1}{5}$ es $\frac{5}{1}=5$

La inversa de: $\frac{3}{5}$ es $\frac{5}{3}$

La inversa de: 3 es $\frac{1}{3}$

- Damos común denominador a:

$$5,\frac{5}{3},\frac{1}{3}=\frac{⑮}{3},\frac{⑤}{3},\frac{①}{3}$$

- Se hace el reparto proporcional directo entre los numeradores:

$$\boxed{\frac{x}{⑮}=\frac{y}{⑤}=\frac{z}{①}=\text{Constante}}$$

Por propiedad:

$\frac{x+y+z}{15+5+1}=\frac{x}{15}=\frac{y}{5}=\frac{z}{1}$; pero: $x+y+z=735$

$\frac{735}{21}=\frac{x}{15}=\frac{y}{5}=\frac{z}{1}$

Donde:

i) $\frac{735}{21}=\frac{x}{15} \Rightarrow 35=\frac{x}{15} \Rightarrow \boxed{x=525}$

ii) $\frac{735}{21}=\frac{y}{5} \Rightarrow 35=\frac{y}{5} \Rightarrow \boxed{y=175}$

iii) $\frac{735}{21}=\frac{z}{1} \Rightarrow 35=\frac{z}{1} \Rightarrow \boxed{z=35}$

Método Práctico:

$$735 \begin{cases} K/\frac{1}{5}=5K \\ K/\frac{3}{5}=\frac{5K}{3} \\ K/3=\frac{K}{3}\end{cases} \quad ...(I)$$

Donde:

$5K+\frac{5K}{3}+\frac{K}{3}=735$; Damos común denominador en el primer miembro:

$\frac{15K+5K+K}{3}=735$

$21K=735.3 \Rightarrow K=35.3$

$\therefore \boxed{K=105}$

Reemplazamos el valor de K = 105, en (I), obteniendo:

$$5K = 5(105) = 525$$

$$\frac{5K}{3} = \frac{5(105)}{3} = 175$$

$$\frac{K}{3} = \frac{105}{3} = 35$$

Rpta.

- **Casos Combinados de Reparto Proporcional:**

Ejemplo (1): Repartir 276 en 3 partes directamente proporcional a 2, 4 y 5 e inversamente proporcional a 12, 18 y 20.

Resolución:

- Los factores directos son: 2, 4 y 5
* Tomamos la inversa a 12, 18 y 20 ⇨

$\frac{1}{12}; \frac{1}{18}$ y $\frac{1}{20}$

Damos común denominador a:

$$\frac{1}{12}; \frac{1}{18}; \frac{1}{20} = \frac{\textcircled{15}}{180}; \frac{\textcircled{10}}{180}; \frac{\textcircled{9}}{180}$$

Tomamos sólo los numeradores y los multiplicamos por los factores directos 2, 4 y 5 puesto que ambos ya son directos, obteniendo:

$$\begin{array}{c}2\\15\end{array} ; \begin{array}{c}4\\10\end{array} ; \begin{array}{c}5\\9\end{array}$$

2×15 ; 4×10 ; 5×9

(30) (40) (45) (Sacamos quinta a cada término o sea dividimos entre 5, obteniendo)

⇓ ⇓ ⇓

6 8 9

Luego; el reparto sería:

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{8} = \frac{z}{9} = \text{Constante}$$

Por propiedad:

$$\frac{x+y+z}{6+8+9} = \frac{x}{6} = \frac{y}{8} = \frac{z}{9} \text{ ;pero: } \boxed{x + y + z = 276}$$

$$\frac{276}{23} = \frac{x}{6} = \frac{y}{8} = \frac{z}{9}$$

Donde:

i) $\frac{276}{23} = \frac{x}{6}$ ⇨ $12 = \frac{x}{6}$ ⇨ $x = 72$

ii) $\frac{276}{23} = \frac{y}{8}$ ⇨ $12 = \frac{y}{8}$ ⇨ $y = 96$

iii) $\frac{276}{23} = \frac{z}{9}$ ⇨ $12 = \frac{z}{9}$ ⇨ $z = 108$

∴ Las partes pedidas son: 72, 96 y 108 **Rpta.**

Ejemplo 2: Repartir el número 1 560 en tres partes de modo que la primera sea a la tercera como 7 es a 3 y que la primera sea a la segunda como 5 es a 4.

Resolución:

Sean:

x = Primera parte
y = Segunda parte
z = Tercera parte

$\boxed{x + y + z = 1\,560}$ ...(I)

Del enunciado; obtenemos:

i) $\frac{x}{z} = \frac{7}{3}$

ii) $\frac{x}{y} = \frac{5}{4}$

Como "x" se repite tratamos que sean homogéneos osea que tomen el mismo valor para eso multiplicamos "x 5" a los dos términos de (i) y "x 7" a los dos términos de (ii), obteniendo:

i) $\frac{x}{z} = \frac{7.5}{3.5}$ ⇨ $\frac{x}{z} = \frac{35}{15}$ $\boxed{x = 35K}$ $\boxed{z = 15K}$

ii) $\frac{x}{y} = \frac{5.7}{4.7}$ ⇨ $\frac{x}{y} = \frac{35}{28}$ $\boxed{x = 35K}$ $\boxed{y = 28K}$

(II)

Reemplazamos los valores de x, y, z en (I):

$35K + 28K + 15K = 1\,560$
$78K = 1\,560 \Rightarrow \therefore \boxed{K = 20}$

Reemplazamos el valor de K = 20; en (II); obteniendo:

$x = 35K \Rightarrow x = 35\,(20) \Rightarrow \boxed{x = 700}$

$y = 28K \Rightarrow y = 28\,(20) \Rightarrow \boxed{y = 560}$

$z = 15K \Rightarrow z = 15\,(20) \Rightarrow \boxed{z = 300}$

∴ Las partes pedidas son: 700, 560 y 300 **Rpta.**

PROBLEMAS RESUELTOS

Problema ①: Repartir 288 en partes directamente proporcionales a 3 y 5.

Resolución:

Sean las dos partes pedidas: x é y

$288 \rightarrow \left.\begin{array}{l} \boxed{x = 3K} \\ \boxed{y = 5K} \end{array}\right\} \ldots(I)$

Luego:

$3K + 5K = 288$
$8K = 288 \Rightarrow \boxed{K = 36}$

Reemplazamos el valor de "K" en (I):

$x = 3K \Rightarrow x = 3\,(36) \Rightarrow \boxed{x = 108}$

$y = 5K \Rightarrow y = 5\,(36) \Rightarrow \boxed{y = 180}$

Rpta: Las partes pedidas son: 108 y 180

Problema ②: ¿Cuál es la medida de cada ángulo de un cuadrilátero, si sus ángulos son directamente proporcionales a: 1,4, 5 y 8 respectivamente.

Resolución:

Sabemos que; en todo cuadrilátero la suma de sus 4 ángulos internos es igual a 360°, veamos:

$1K + 4K + 5K + 8K = 360°$
$18K = 360° \Rightarrow \boxed{K = 20°}$

B, 4K, A, 5K, 1K, C, 8K, D

Luego, los ángulos pedidos son:

$A = 5K \Rightarrow A = 100°$
$B = 4K \Rightarrow B = 80°$
$C = 1K \Rightarrow C = 20°$
$D = 8K \Rightarrow D = 160°$

Rpta. La medida de cada ángulo de dicho cuadrilátero son: 100°, 80°, 20° y 160°.

Problema ③: Vanessa repartió cierta cantidad de dinero entre 3 niños en partes proporcionales a los números 4, 5 y 7 si el tercero recibió 42 dólares más que el primero. ¿Qué cantidad de dinero repartió?

Resolución:

Sea:

C = Cantidad de dinero a repartirse

$C = \left\{\begin{array}{l} x = 4K \\ y = 5K \\ z = 7K \end{array}\right\} \quad C = 4K + 5K + 7K$

$\therefore \boxed{C = 16K} \quad \ldots(I)$

Del enunciado:

El tercero recibió 42 dólares más que el primero

obtenemos:

$z - x = 42$
$7K - 4K = 42 \Rightarrow 3K = 42$
$\therefore \boxed{K = 14}$

Reemplazamos el valor de K = 14, en (I):

$C = 16\,(14) \Rightarrow \therefore \boxed{C = 224}$

Rpta: La cantidad de dinero que repartió Vanessa fue de 224 dólares.

Problema ④: Repartir 225 en partes inversamente proporcionales a: 2, 4 y 7

Resolución:

Sean las partes pedidas: x, y, z

$$\boxed{225} \left\{ \begin{array}{l} x = K/2 \\ y = K/4 \\ z = K/7 \end{array} \right\} \quad ...(I)$$

Luego:

$$x + y + z = 225$$

$$\frac{K}{2} + \frac{K}{4} + \frac{K}{7} = 225;$$ damos común denominador

$$\frac{14K + 7K + 4K}{28} = 225$$

$$\frac{25K}{28} = 225 \Rightarrow \boxed{K = 252}$$

Reemplazamos el valor de K = 252 en (I):

$$x = K/2 \Rightarrow x = \frac{252}{2} \Rightarrow \boxed{x = 126}$$

$$y = K/4 \Rightarrow y = \frac{252}{4} \Rightarrow \boxed{y = 63}$$

$$z = K/7 \Rightarrow z = \frac{252}{7} \Rightarrow \boxed{z = 36}$$

Rpta: Las partes pedidas son: 126; 63 y 36.

Problema ⑤: Un padre repartió una suma de dinero entre sus tres hijos; uno de 10 años, el otro de 12 años y el otro de 14 años. Si el reparto fue inversamente proporcional a las edades recibiendo el de mayor edad 420 soles. ¿Cuál es la suma repartida?

Resolución:

Sea:

N = Suma repartida

$$\boxed{N} \left\{ \begin{array}{l} x = K/10 \\ y = K/12 \\ z = K/14 \end{array} \right\} \quad ...(I)$$

Del enunciado: $\frac{K}{14} = 420 \Rightarrow \boxed{K = 420.14}$

Reemplazamos valores de "K" en (I):

$$x = \frac{K}{10} \Rightarrow x = \frac{420.14}{10} \Rightarrow \boxed{x = 588 \text{ soles}}$$

$$y = \frac{K}{12} \Rightarrow y = \frac{420.14}{12} \Rightarrow \boxed{y = 490 \text{ soles}}$$

$$z = \frac{K}{14} \Rightarrow z = \frac{420.14}{14} \Rightarrow \boxed{z = 420 \text{ soles}}$$

Rpta: La suma repartida es: x + y + z = 588 + 490 + 420 = 1 498 soles.

Problema ⑥: Hallar la suma repartida, si el reparto se hace en forma directamente proporcional a los números {1; 4; 9; 16; 25; ...; 81} sabiendo que la mayor diferencia entre dos de las partes es de 400.

Resolución:

De acuerdo al enunciado:

$$\left. \begin{array}{l} A = 1K \\ B = 4K \\ C = 9K \\ D = 16K \\ E = 25K \\ \vdots \\ Z = 81K \end{array} \right\}$$

- La mayor diferencia entre dos de ellos, se obtiene al restar el mayor y el menor de dichos números, osea:

$$81K - 1K = 400$$

$$80K = 400$$

$$\therefore \quad \boxed{K = 5}$$

Luego, hallamos la suma repartida:

Suma Repartida

$= 1K + 4K + 9K + 16K + 25K + ... + 81K$

$= 1^2K + 2^2K + 3^2K + 4^2K + 5^2K + ... + 9^2K$

$= (\underbrace{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + ... + 9^2}) \; K$

$$= \left[\frac{9(9+1)(2 \times 9 + 1)}{6}\right] \cdot 5$$

$$\text{Suma Repartida} = \left[\frac{9(10)(19)}{6}\right] \cdot 5$$

$$= 1\,425$$

$\therefore$ $\boxed{\text{Suma Repartida} = 1\,425}$ **Rpta.**

Recuerda que:

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + ... + n^2$$

$$S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Problema ⑦: Al dividir 23 520 en partes D.P. a las raíces cuadradas de 75, 12 y 27 e I.P. a las raices cuadradas de 27; 12 y 75 respectivamente. La mayor parte es:

Resolución:

- Los factores directos son: $\boxed{\sqrt{75} = 5\sqrt{3}}$; $\boxed{\sqrt{12} = 2\sqrt{3}}$ y $\boxed{\sqrt{27} = 3\sqrt{3}}$

Tomamos la inversa a: $\boxed{\sqrt{27} = 3\sqrt{3}}$; $\boxed{\sqrt{12} = 2\sqrt{3}}$ y $\boxed{\sqrt{75} = 5\sqrt{3}}$

obteniendo: $\frac{1}{3\sqrt{3}}; \frac{1}{2\sqrt{3}}$ y $\frac{1}{5\sqrt{3}}$

Damos común denominador a:

$$\frac{1}{3\sqrt{3}}; \frac{1}{2\sqrt{3}} \text{ y } \frac{1}{5\sqrt{3}} = \frac{⑩}{30\sqrt{3}}; \frac{⑮}{30\sqrt{3}}; \frac{⑥}{30\sqrt{3}}$$

Tomamos sólo la numeradores y los multiplicamos por los factores directos puesto que ambos ya son directo; obteniendo:

$5\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$
10	15	6

$$5\sqrt{3} \times 10 \qquad 2\sqrt{3} \times 15 \qquad 3\sqrt{3} \times 6$$

$$50\sqrt{3} \qquad 30\sqrt{3} \qquad 18\sqrt{3}$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$25 \qquad 15 \qquad 9$$

(dividimos cada término entre $2\sqrt{3}$)

Luego el reparto sería: 25K, 15K y 9K.

Donde:

$$25K + 15K + 9K = 23\,520$$
$$49K = 23\,520$$
$$\therefore \boxed{K = 480}$$

Ahora hallamos la mayor parte:

$$25K = 25\,(480) = 12\,000$$

$\therefore$ La mayor parte es: 12 000 **Rpta.**

Problema ⑧: Las edades de 5 hermanos son números enteros consecutivos, si se reparte una cantidad de dinero entre ellos en forma D.P. a sus edades; si al menor le corresponde la mitad de lo que le toca al mayor, y al tercero le toca S/. 31,2. ¿Cuánto le corresponde al quinto?

Resolución:

Sean los 5 hermanos: A, B, C, D y E.

Del enunciado:

A = x K
B = (x + 1) K
C = (x + 2) K = S/. 31, 2
D = (x + 3) K
E = (x + 4) K

Además:

$$xK = \frac{1}{2}(x+4)K$$

$$2x = x + 4 \Rightarrow \boxed{x = 4}$$

Luego, reemplazamos el valor de x = 4; en "C"

$$C = (x + 2)\,K = S/.\,31{,}2$$
$$\Downarrow$$
$$(4 + 2)\,K = S/.\,\frac{312}{10}$$

$$\therefore \boxed{K = S/.\,\frac{312}{60}}$$

Ahora calculamos lo que le corresponde al quinto osea a "E".

$$E = (x+4)K = 8 \cdot S/. \frac{312}{60}$$

$$\boxed{E = 41{,}6}$$

Rpta. Al quinto le corresponde S/. 41, 6

Recuerda que:

D.P. ➪ Significa Directamente Proporcional

I.P. ➪ Significa Inversamente Proporcional

Problema ⑨: Se reparte 2 480 en 3 partes que sean D.P. a los números: a^3, a^2 y a, si la menor de las 3 partes es 80. ¿Cuál es la mayor?

Resolución:

De acuerdo al enunciado:

$$\boxed{2\,480} \begin{cases} a^3K \\ a^2K \\ aK = 80 \end{cases}$$

Luego:

$$\begin{aligned} a^3K + a^2K + aK &= 2\,480 \\ aK\,(a^2 + a + 1) &= 2\,480 \\ &\Downarrow \\ 80\,(a^2 + a + 1) &= 2\,480 \\ a^2 + a + 1 &= 31 \\ a^2 + a &= 30; \text{ pero } \boxed{30 = 5 \times 6} \\ a\,(a+1) &= 5 \times 6 \end{aligned}$$

$$\therefore \quad \boxed{a = 5}$$

Ahora, calculamos la mayor de las partes:

$$\text{Parte mayor} = a^3K = a^2\ (aK) = (5)^2\,(80)$$

$\therefore$ Parte mayor = 2 000 **Rpta.**

Problema ⑩ : Se reparte una cantidad de manera que cada una de las partes recibe el doble que la anterior, siendo hecho el reparto entre 4 personas la diferencia entre la cuarta y la primera es S/. 120 mayor que la diferencia entre la tercera y la segunda. Hallar la menor de las partes.

Resolución:

Del enunciado, planteamos:

$$\text{Personas:} \begin{cases} A = 1K & \text{...(menor)} \\ B = 2K \\ C = 4K \\ D = 8K & \text{...(mayor)} \end{cases}$$

Además:

$$\begin{aligned} (8K - 1K) - 120 &= (4K - 2K) \\ 7K - 120 &= 2K \\ 5K &= 120 \\ \boxed{K} &\boxed{= 24} \end{aligned}$$

$\therefore$ La menor de las partes es: $1K = 1 \times 24 = 24$ soles **Rpta.**

Nota: *Cuando en el enunciado de un problema nos mencionan la palabra reparto se sobreentiende que el reparto es directo. También nos pueden mencionar en algunos problemas la palabra proporcional pues esto quiere decir que el reparto es directo.*

PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1 : Repartir 480 en partes directamente proporcionales a: 3; 5 y 7. Calcular la mayor diferencia entre dichas partes.

A) 86 B) 64 C) 182
D) 128 E) 132

Problema 2 : Repartir 306 en partes directamente proporcionales a: 2; 3; 5 y 8. Calcular la menor diferencia entre dichas partes.

A) 34 B) 17 C) 51
D) 85 E) 102

Problema 3: Repartir 740 en partes directamente proporcionales a: 2; 3/4 y 1/3. Calcular la menor de dichas partes.

A) 240 B) 80 C) 180
D) 480 E) 60

Problema 4: Repartir 135 en partes directamente proporcionales a: 0,3; 1/5 y 4. Calcular la mayor parte.

A) 130 B) 120 C) 102
D) 108 E) N.A.

Problema 5: Las medidas de los ángulos de un triángulo son directamente proporcionales a: 1; 5 y 6. Luego se trata de un triángulo.

A) Isósceles B) Equilátero C) Rectángulo
D) Acutángulo E) Obtusángulo

Problema 6: Las medidas de los ángulos de un pentágono son directamente proporcionales a: 1, 2, 4, 6 y 7. Hallar el complemento del ángulo menor.

A) 59° B) 68° C) 73° D) 63° E) 27°

Problema 7: Nataly repartió cierta cantidad de caramelos entre 3 niños; en partes proporcionales a los números 3, 5 y 8, si el tercero recibió 78 más que el segundo. ¿Cuál es la cantidad de caramelos que repartió?

A) 248 B) 461 C) 416
D) 328 E) 426

Problema 8: Una madre reparte un cierto número de manzanas entre sus dos hijos, en partes proporcionales a los números 3 y 5. Si la segunda ha recibido 42 manzanas más que la primera. ¿Cuál es el número total de manzanas que distribuye?

A) 194 B) 168 C) 186
D) 172 E) N.A.

Problema 9: Un número se reparte D.P. a: 7, 5 y 3. Si el producto de la suma de la mayor y menor de las partes por la parte intermedia es 80 000. Hallar el número.

A) 300 B) 360 C) 400 D) 450
E) 600

Problema 10: La suma de tres números proporcionales a 2/3; 3/5 y 5/6 es 4 536, Hallar el número mayor

A) 1 440 B) 1 296 C) 1 800
D) 1 080 E) 1 404

Problema 11 : Dividir 492 en 2 partes proporcionales a: $1\frac{2}{7}$ y $3\frac{2}{5}$; cuál es la suma de las cifras de las 2 partes.

A) 6 B) 13 C) 15 D) 24 E) 23

Problema 12: Dividir 205 en tres partes de tal manera que la primera sea a la segunda como 2 es a 5 y la segunda sea a la tercera como 3 es a 4. Hallar la primera parte.

A) 30 B) 75 C) 100 D) 60 E) 45

Problema 13: Se reparte 6 500 soles entre tres personas directamente proporcional a los números: n; n^2 y n^3. Si el menor recibe 500 soles. ¿Cuánto recibe el segundo?

A) S/. 1 200 B) S/. 1 500 C) S/. 1 800
D) S/. 4 500 E) S/. 800

Problema 14: Repartir S/. 270 entre tres personas, de modo que la parte de la segunda sea los 2/3 de la parte primera y que la parte de la tercera sea igual a la semisuma de las otras dos partes. Hallar la parte de la segunda.

A) S/. 90 B) S/. 18 C) S/. 108
D) S/. 84 E) S/.72

Problema 15: Se reparte cierta cantidad de dinero entre 3 hermanos directamente proporcional a los números ab, ba y bb correspondiéndole a los dos primeros 228 y 399 dólares respectivamente. ¿Cuánto se repartió?

A) $ 1 450 B) $ 995 C) $ 1 045
D) $ 1 304,5 E) $ 1 215

Problema 16: Se reparte cierta cantidad "C" en partes directamente a:

$$12^3; 16^2; 24^2$$

Si al mayor le ha tocado 432. Hallar el valor de "C".

A) 460 B) 680 C) 640
D) 604 E) 890

Problema 17: Hallar la mayor parte que resulta de repartir 168 soles directamente proporcional a: 1/2; 1/6; 1/12; 1/20; 1/30;...1/156.

A) S/. 108 B) S/. 91 C) S/. 49
D) S/. 68 E) S/. 84

Problema 18: Si: "A", "B" y "C" poseen un terreno, siendo sus partes proporcionales a los números 2,5; 1,5 y 1. Si "A" vende 200 m^2 a B sus partes serán iguales. ¿Cuántos metros cuadrados tiène la parte que le corresponde a "C"?.

A) 200 B) 400 C) 600
D) 800 E) 1 000

Problema 19: Repartir S/. 720 directamente proporcional a: b; 3b; 9b; 27b;...; 3^nb. Sabiendo que el menor recibió S/.18. Hallar el valor de "n".

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Problema 20: Repartir 288 en partes inversamente proporcionales a: 3/2; 3/4 y 1/6. Hallar el menor de ellos.

A) 216 B) 96 C) 48
D) 24 E) 126

Problema 21: Al dividir un número I.P. a: 0,7; 0,7 y 7/17; la menor parte que se obtiene es 720. Hallar la mayor de las 3 partes.

A) 960 B) 1080 C) S/. 720
D) 360 E) 1224

Problema 22: Dividir el número 266 en partes inversamente proporcionales a los cuadrados de 5; 1/2 y 3. Hallar la segunda parte.

A) 105 B) 21 C) 210 D) 35 E) 70

Problema 23: Repartir 1 110 inversamente proporcional a: 10^{10}, 10^{11} y 10^{12}. La mayor parte es:

A) 10 B) 1 000 C) 100
D) 10 000 E) 100 000

Problema 24: Si la diferencia entre la mayor y la menor de las partes que resulta de repartir un número I.P. a: 2; 3 y 6 es 160. Hallar el número.

A) 400 B) 360 C) 480
D) 720 E) 540

Problema 25: Al dividir 36 en tres partes que sean inversamente proporcionales a los números 6;3 y 4 (en ese orden) se obtienen tres números a; b y c entonces: a x b x c es:

A) 1 356 B) 1 536 C) 1 563
D) 1 635 E) N.A.

Problema 26: Repartir 480 en tres partes directamente proporcionales a: 3; 4 y 5 é inversamente proporcionales a 6; 12 y 18. Hallar la menor de las 3 partes.

A) 216 B) 144 C) 126
D) 120 E) 210

Problema 27: Se reparte N en forma I.P. a 3 números siendo el primero de ellos el triple del tercero. Siendo la segunda parte la mitad de las otras dos juntas. Hallar el menor trio de números con los cuales se pudo efectuar el reparto.

A) 6, 4, 1 B) 6, 3, 2 C) 3, 2, 1
D) 4, 4, 3 E) 6, 5,2

Problema 28: Se reparte una cantidad de dinero entre 3 personas, en forma D.P. a sus edades que son 3 números enteros la misma cantidad de dinero pero en forma I.P. a dichas 3 edades. Luego la segunda persona recibe, en el segundo reparto.

A) Más que en el primer reparto
B) Menos que en el primer reparto
C) Igual que en el primer reparto
D) No se puede saber
E) Depende de la cantidad repartida

Problema 29: Al repartir 22 050 D.P. a las raices cuadradas de los números 7,2; 9,8 y 12,8 se obtiene que la mayor parte excede a la menor parte en:

A) 1250 B) 1 800 C) 2 000
D) 2 100 E) 2 400

Problema 30: Se ha dividido una cantidad en 3 partes D.P. a 3 números siendo la primera parte 13 200; la segunda 33 000 y la tercera 52 800. Si la división se hace en forma I.P. a esos 3 números. ¿Cuál sería la segunda parte?

A) 60 000 B) 24 000 C) 15 000
D) 33 000 E) 35 000

Problema 31: Descomponer el número 1 134 en cuatro sumandos cuyos cuadrados sean proporcionales a 12, 27, 48 y 75. Hallar el menor.

A) 100 B) 160 C) 162
D) 152 E) 172

Problema 32: Repartir S/. 1 814 en cuatro partes proporconales a 8/11; 3/2; 5/6 y 3/8. Dar como respuesta la suma de la parte mayor y menor.

A) S/. 495 B) S/. 845 C) S/. 980
D) S/. 990 E) S/. 1 010

Problema 33: La señora Carmen dejó una herencia de s/. 14 400, para repartirla proporcionalmente a las edades de sus hijos: Miguel, Carlos y Jaime. Si la edad de Jaime es el doble de la de Miguel y a Carlos le tocó S/. 4 200 y además la suma de las edades es 72 años. ¿Cuál es la edad de Jaime?

A) 21 años B) 17 años C) 32 años
D) 34 años E) 51 años

Problema 34: Se reparten S/. 2 210 en cuatro partes tales que la 2da. es la 3ra. como 7 es a 11, la 3ra. es a la 4ta. como 4 es a "m" y la 1ra. es a la 2da. como 3 es a 5. Si a la 4ta. le tocó S/. 1 100. ¿Cuál es el valor de "m"?

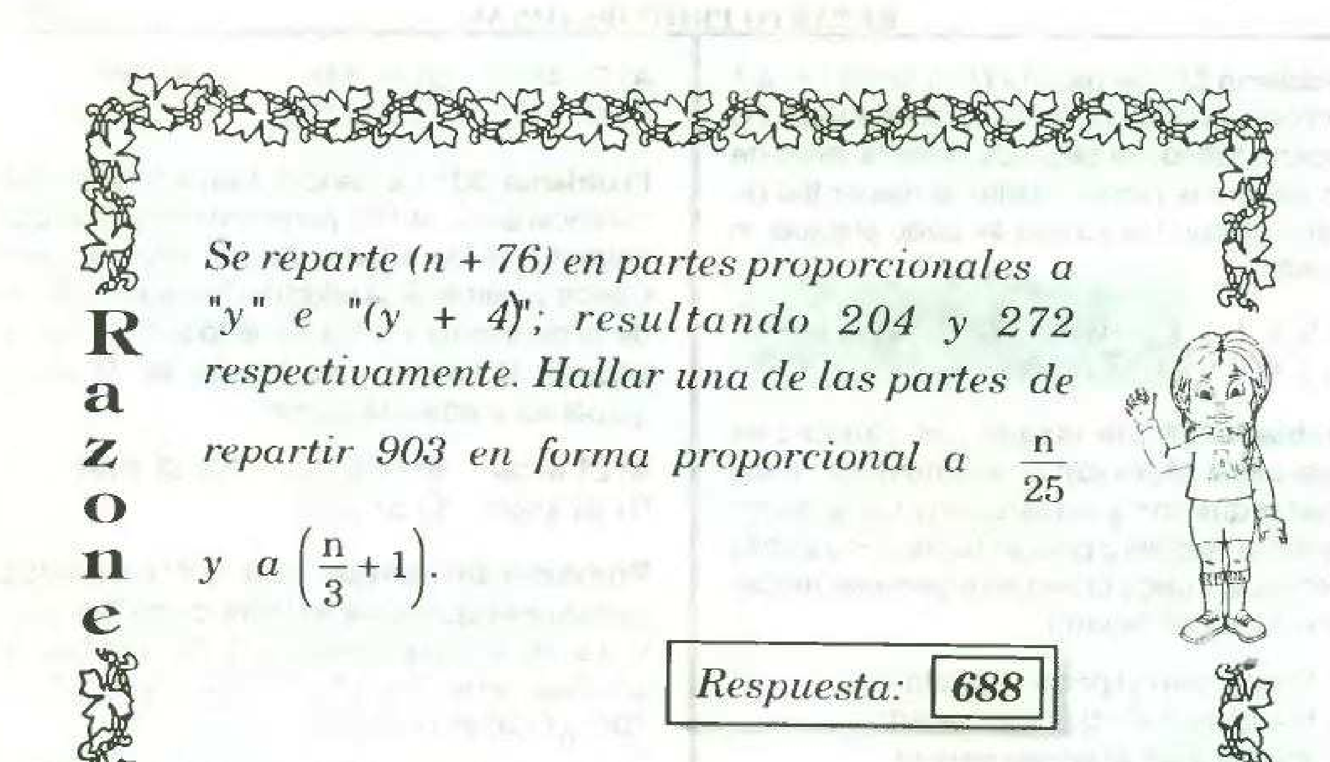
A) 11 B) 12 C) 8 D) 44 E) 33

Problema 35: Tres vecinos quieren pintar las fachadas de sus casa siendo el costo total 1 369 soles. La extensión de la fachada del 1ro. es los 3/5 de la del 3ro., y la del 2do. es los 7/2 de la del 1ro. Si el gasto sé reparte en forma D.P. a la extensión de las fachadas. ¿Cuánto le tocó abonar al 3ro.?

A) 222 soles B) 370 soles C) 777soles
D) 228 soles E) 725 soles

CLAVE DE RESPUESTAS

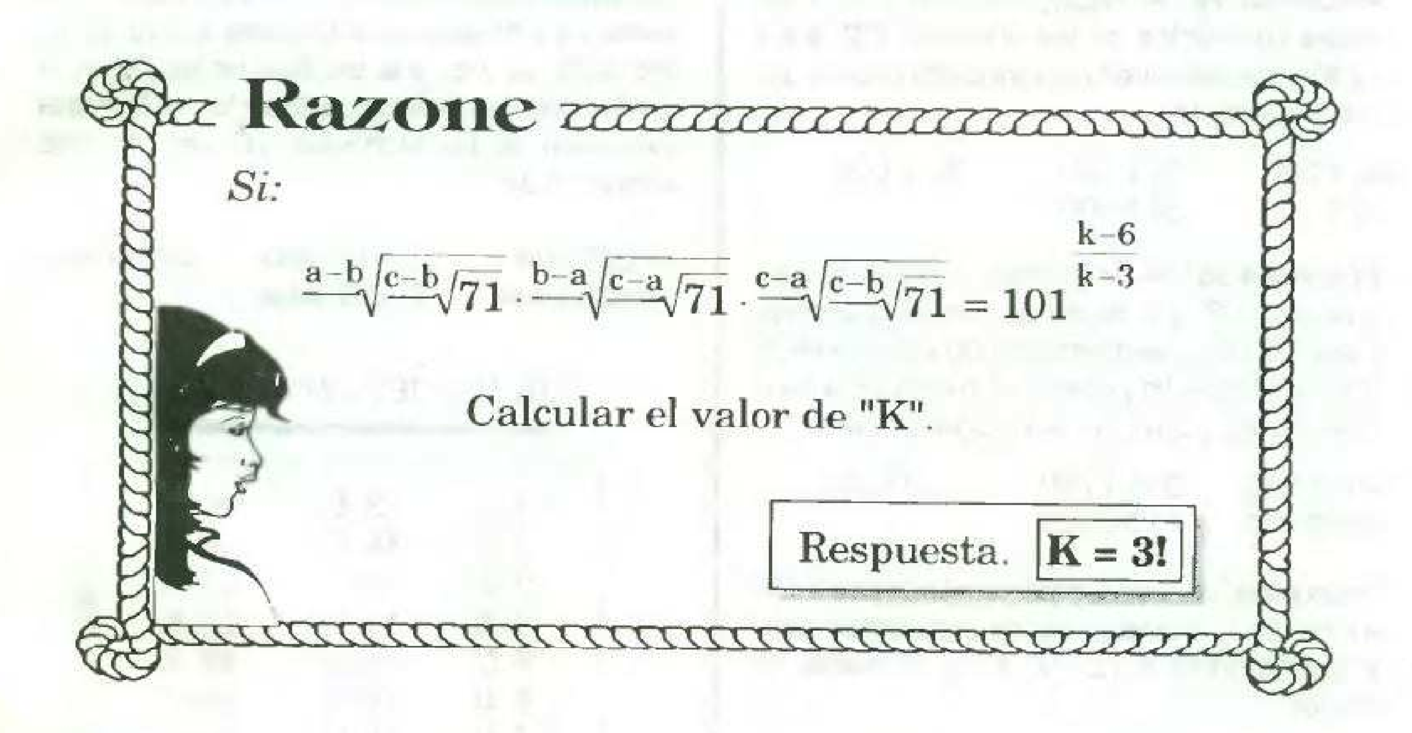
1. D	13. B	25. B
2. B	14. E	26. D
3. B	15. C	27. B
4. B	16. C	28. B
5. C	17. B	29. D
6. D	18. B	30. B
7. C	19. B	31. C
8. B	20. D	32. D
9. E	21. E	33. D
10. C	22. C	34. C
11. D	23. B	35. B
12. A	24. C	



Razone

Se reparte (n + 76) en partes proporcionales a "y" e "(y + 4)"; resultando 204 y 272 respectivamente. Hallar una de las partes de repartir 903 en forma proporcional a $\frac{n}{25}$ *y a* $\left(\frac{n}{3}+1\right)$.

Respuesta: **688**



Razone

Si:

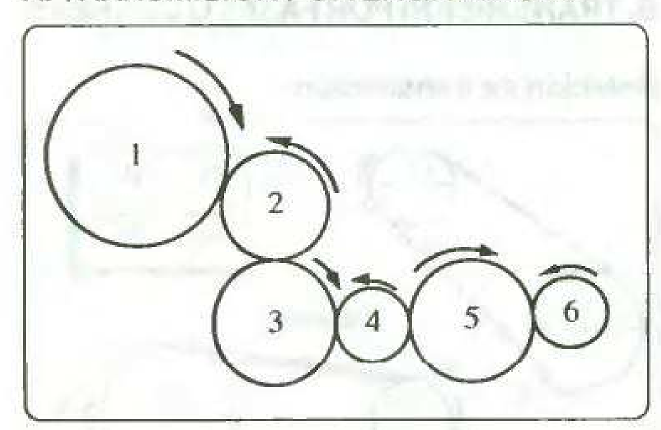
$$\sqrt[a-b]{\sqrt[c-b]{71}} \cdot \sqrt[b-a]{\sqrt[c-a]{71}} \cdot \sqrt[c-a]{\sqrt[c-b]{71}} = 101^{\frac{k-6}{k-3}}$$

Calcular el valor de "K".

Respuesta. **K = 3!**

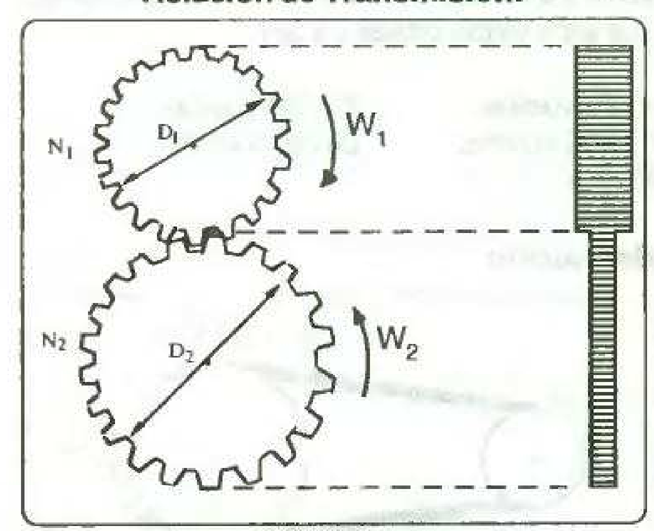
TRANSMISIONES 22

A. TRANSMISION POR ENGRANAJES



- Si el número de engranajes es un número **impar** girará en el mismo sentido que el primero
- Si el número de engranajes es un número **par** girará en sentido contrario al primero

Relación de Transmisión:



$$D_1 \times W_1 = D_2 \times W_2$$

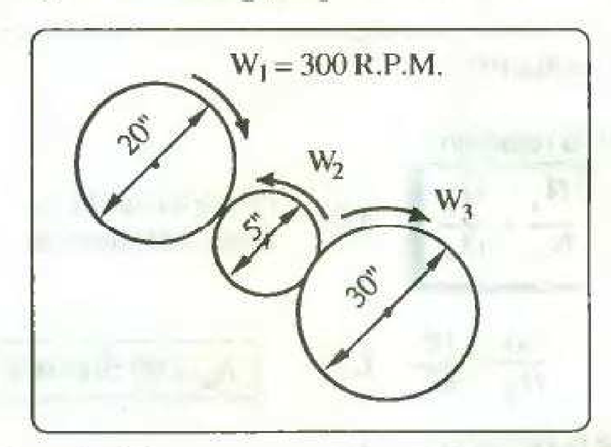
$$N_1 \times W_1 = N_2 \times W_2$$

Fórmula General: $\dfrac{N_1}{N_2} = \dfrac{D_1}{D_2} = \dfrac{W_2}{W_1}$

Donde: N = Número de dientes
D = Diámetro
W = Velocidad tangencial o angular (en R.P.M.)

Problema 1

En el sistema de engranajes que se muestra en la figura. Hallar W_2 y W_3



Resolución

De la relación:

$D_1 \times W_1 = D_2 \times W_2$ ⇨ ; reemplazando valores, obtenemos

$$20 \times 300 = 5 \times W_2$$

$$\therefore \quad W_2 = 1\,200 \text{ R.P.M.}$$

De la relación:

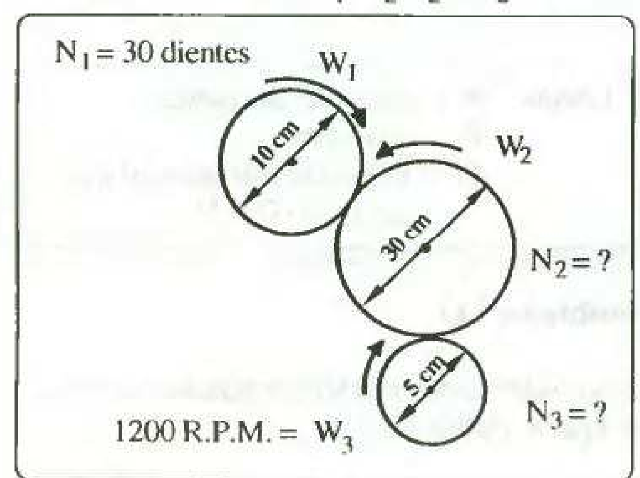
$D_2 \times W_2 = D_3 \times W_3$ ⇨ ; reemplazando valores, obtenemos

$$5 \times 1\,200 = 30 \times W_3$$

$$\therefore \quad W_3 = 200 \text{ R.P.M.}$$

Problema (2)

En el sistema de engranajes que se muestran en la figura. Calcular W_1 W_2 N_2 y N_3.



Resolución

De la relación:

$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{D_1}{D_2}$$ ⇨ reemplazando valores, obtenemos:

$$\frac{30}{N_2}=\frac{10}{30}$$ ⇨ $N_2 = 90$ **dientes**

De la relación:

$$\frac{N_2}{N_3}=\frac{D_2}{D_3}$$ ⇨ reemplazando valores, obtenemos:

$$\frac{90}{N_3}=\frac{30}{5}$$ ⇨ $N_3 = 15$ **dientes**

De la relación:

$$D_2W_2 = D_3 \times W_3$$ ⇨ reemplazando valores, obtenemos:

$$30 \times W_2 = 5 \times 1\,200$$

$$\therefore \quad W_2 = 200 \text{ R.P.M.}$$

De la relación:

$$D_1 \times W_1 = D_2 \times W_2 \quad ;$$

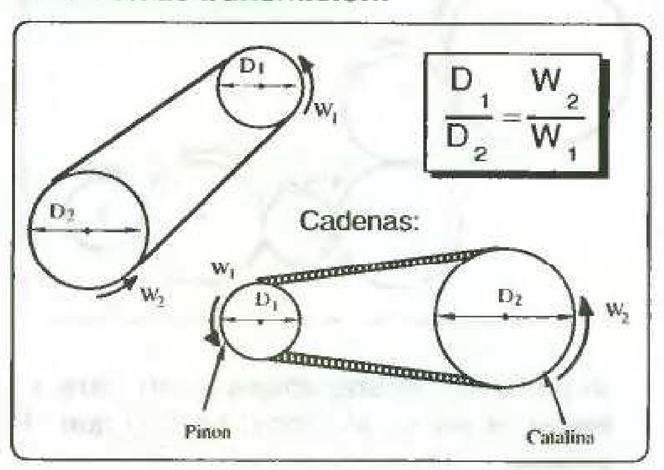
reemplazando valores, obtenemos:

$$10 \times W_1 = 30 \times 200$$

$$\therefore \quad W_1 = 600 \text{ R.P.M.}$$

B. TRANSMISION POR FAJAS O CORREAS

Relación de transmisión:

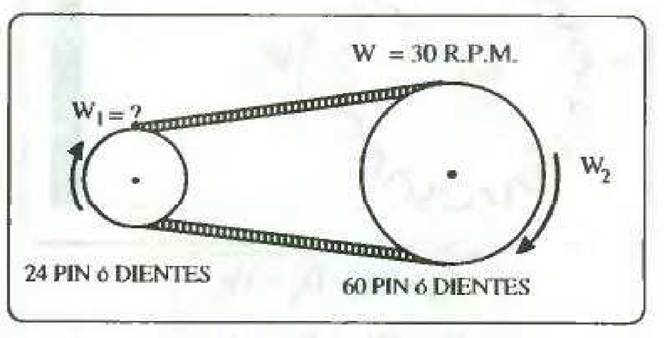


Problema (1)

Si la catalina de una bicicleta que tiene 60 pin de 30 R.P.M. ¿cuántos dará el piñon de la llanta trasera en 8 minutos? Sabemos además que este piñon posee 24 pin:

A) 75 vueltas B) 150 vueltas
C) 300 vueltas D) 600 vueltas
E) N.A.

Resolución



De la relación:

$$W_1 \times \#\,pin_1 = W_2 \times \#\,pin_2$$

Reemplazando valores, obtenemos:

$W_1 \times 24 = 30 \times 60$

$$\boxed{W_1 = 75 \text{ R.P.M}}$$

Esta última expresión: 75 R.P.M. significa que en 1 minuto el piñon da 75 vueltas. Luego:

Si: En 1 minuto da → 75 vueltas

En 8 minutos dará → x vueltas

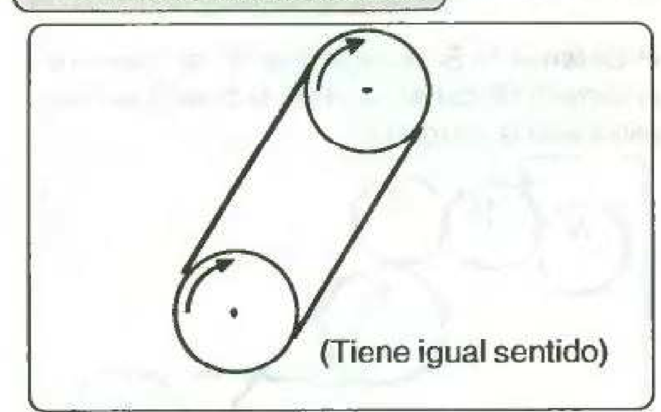
Por regla de tres:

$$x = \frac{8 \times 75}{1} \text{ vueltas} = 600 \text{ vueltas}$$

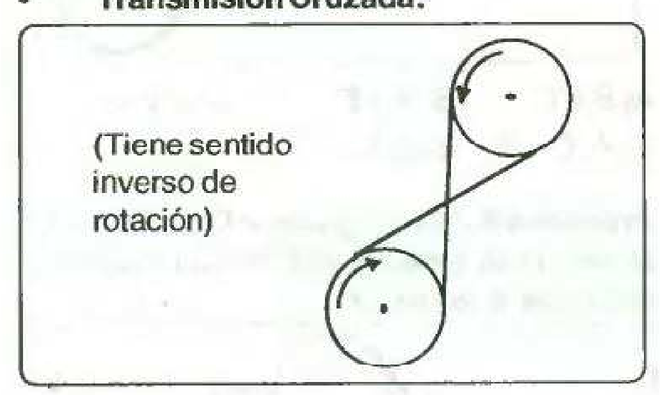
Rpta. D

Transmisión por Correa:

- **Transmisión Abierta:**



- **Transmisión Cruzada:**



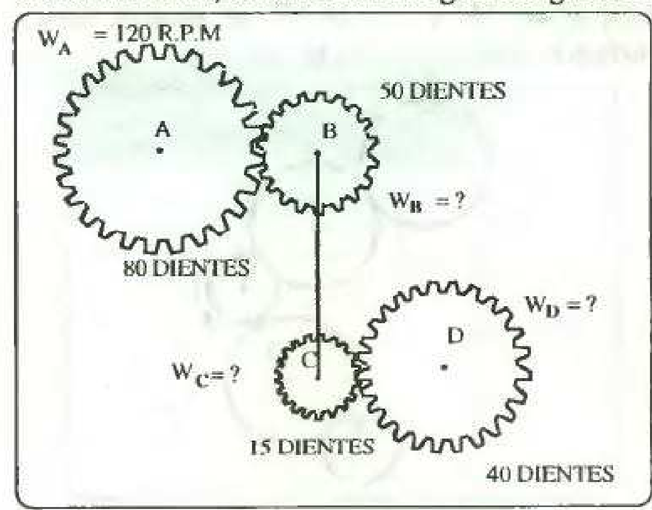
Problema:

Una rueda "A" de 80 dientes engrana con otra rueda "B" de 50 dientes. Fijo al eje de "B" hay otra rueda "C" de 15 dientes que engrana con una rueda "D" de 40 dientes. Si "A" da 120 vueltas por minuto ¿Cuántas vueltas por minuto dará la rueda "D"?

A) 70 B) 72 C) 60 D) 90 E) 96

Resolución

Del enunciado, obtenemos el siguiente gráfico.



De la relación: $\boxed{N_1 \times W_1 = N_2 \times W_2}$

Donde: $N_A \times W_A = N_B \times W_B$

$80 \times 120 = 50 \times W_B$

$\therefore \boxed{W_B = 192 \text{ R.P.M}}$

* como "B" y "C" tienen el mismo eje el número de vueltas que da cada una es la misma.

Luego: $\boxed{W_B = W_C = 192 \text{ R.P.M.}}$

De la relación:

$N_C \times W_C = N_D \times W_D$

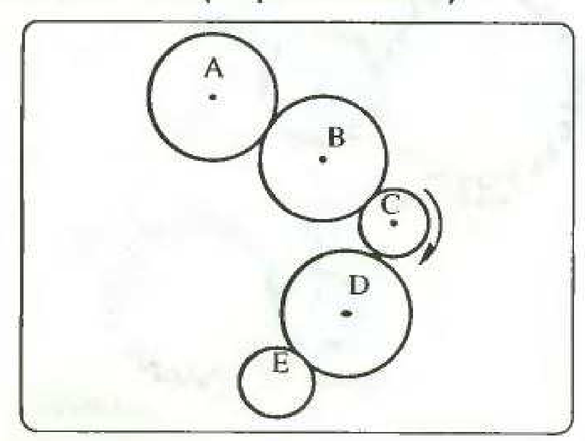
$15 \times 192 = 40 \times W_D$

$\therefore$ $W_D = 72$ R.P.M. ó 72 vueltas por minuto

Rpta. B

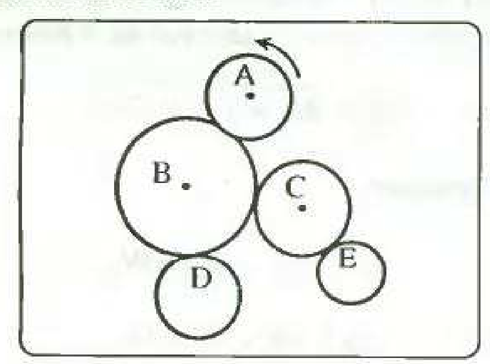
PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1.- ¿En qué sentido se mueve el engranaje "A" y "D". Si "C" se mueve como índica la flecha (respectivamente)



A) Izquierda, derecha
B) Ambos a la izquierda
C) Ambos a la derecha
D) Derecha, izquierda
E) N.A.

Problema 2.- Si el engranaje "A", se mueve como indica la flecha, indicar cuales se mueven para la derecha.

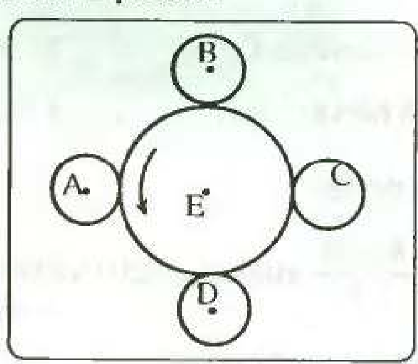


A) C,D B) B C) B,C y E
D) B,E E) N.A.

Problema 3.- Se posee dos engranajes en contacto uno de ellos tiene 36 pin (dientes) y el otro 24 pin, si el segundo da 18 vueltas completas. ¿Cuántas vueltas dará el primer engranaje?

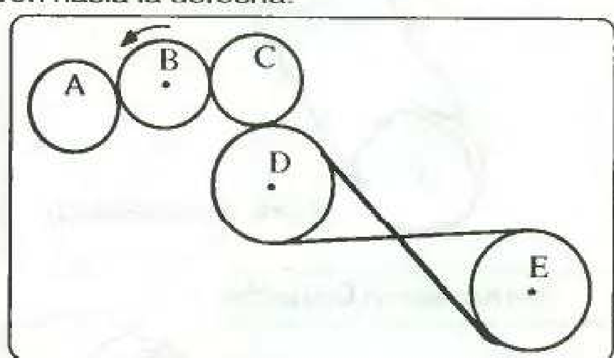
A) 6 B) 12 C) 18
D) 24 E) 8

Problema 4.- Si el engranaje "E" se mueve en el sentido de la flecha indicar cuántas se mueven hacia la izquierda.



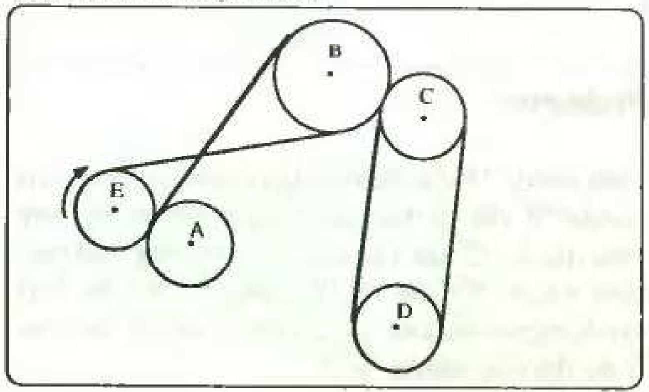
A) B B) A,B C) A,B y C
D) Sólo E E) Todos menos E

Problema 5.- Si el engranaje "B" se mueve en el sentido de la flecha. Indicar cuáles se mueven hacia la derecha.



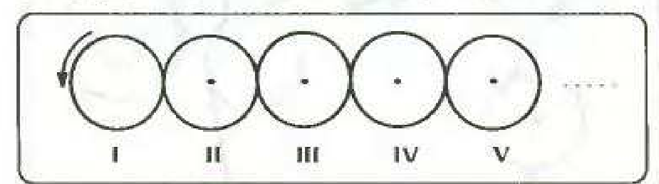
A) B y C B) B y E C) C y E
D) A, C y E E) N.A.

Problema 6.- Si el engranaje "E" se mueve en el sentido de la flecha. Indicar cuáles se mueven hacia la izquierda.



A) C B) A y B C) D
D) A y C E) N.A.

Problema 7.- Si el engranaje (I) se mueve como indica la flecha, entonces los engranajes (XVI) y (XVII) se moveran respectivamente.

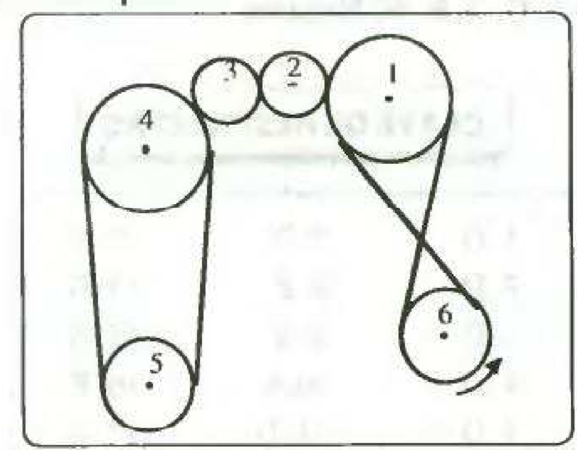


A) Izquierda, derecha
B) A la izquierda los dos
C) A la derecha los dos
D) Derecha, Izquierda
E) N.A.

Problema 8.- Sí dos engranajes están en contacto por medio de una cadena de bicicleta. El primero posee 48 pin y se mueve a 30 R.P.M. y el segundo tiene 12 pin. ¿Cuántas vueltas dará el segundo engranaje cuando el primero haya dado 6 vueltas y que tiempo emplea?

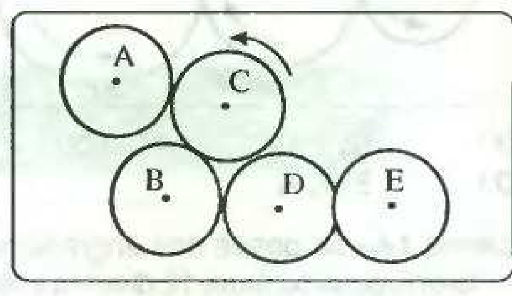
A) 12 vueltas; 12 seg.
B) 36 vueltas; 24 seg.
C) 6 vueltas; 12 seg.
D) 24 vueltas; 24 seg.
E) 24 vueltas; 12 seg.

Problema 9.- Si el engranaje "6" se mueve en el sentido de la flecha. Indica cuáles se mueven a la izquierda.



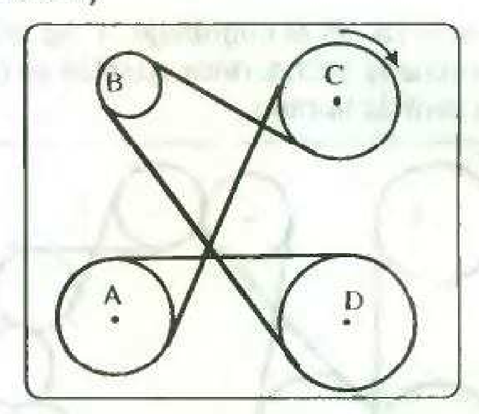
A) 1;2 B) 2; 4 y 5 C) 3; 5
D) 1; 3 y 5 E) N.A

Problema 10.- ¿Cuántos engranajes se mueven a la derecha si el engranaje "C" se le aplica una fuerza (flecha) como se muestra en el gráfico.



A) 3 B) 2 C) 1
D) Ninguno E) Todos menos "C"

Problema 11.- ¿Cuál de los engranajes se mueve más lento y hacia donde? (Tamaño: D > A > C > B)

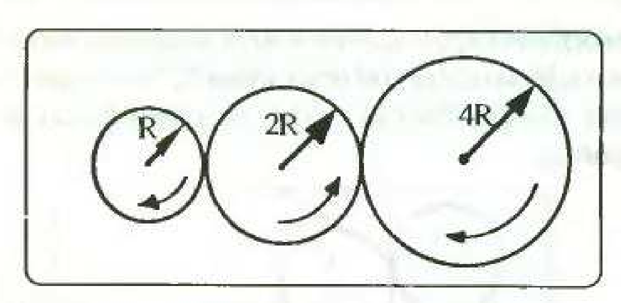


A) A, izquierda B) C, derecha
C) B, derecha D) D, izquierda
E) A y D

Problema 12.- Dos engranajes de 24 y 45 dientes, están concatenados, cuando funcionan 4 minutos uno ha dado 70 vueltas más que el otro. ¿ Cuál es la velocidad del engranaje grande en R.P.M.?

A) 30 B) 70 C) 36
D) 37,5 E) 80

Problema 13.- La figura muestra 3 poleas tangentes. La polea de menor radio es impulsada por un motor que gira a 1 800 R.P.M. ¿A cuántas R.P.M. gira la polea mayor?

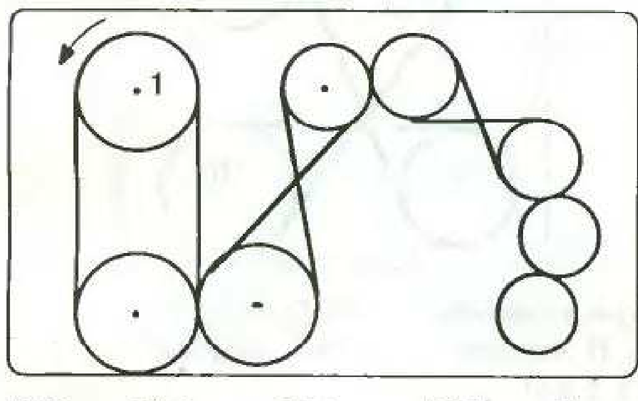


A) 200 B) 450 C) 500
D) 800 E) N.A.

Problema 14.- Se posee dos engranajes en contacto uno de ellos tiene 12 dientes y el otro 36, si el primero da el cuádruple, menos 8 vueltas del segundo engranaje. ¿cuántas vueltas da el segundo engranaje?

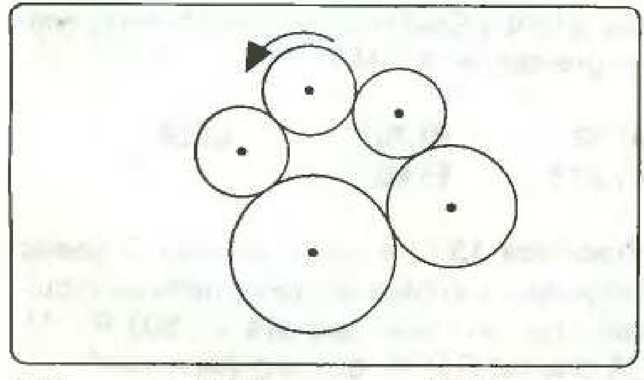
A) 12 B) 15 C) 8
D) 6 E) 14

Problema 15.- Si el engranaje "1" se mueve como indica la flecha, decir cuántos se mueven en sentido horario.



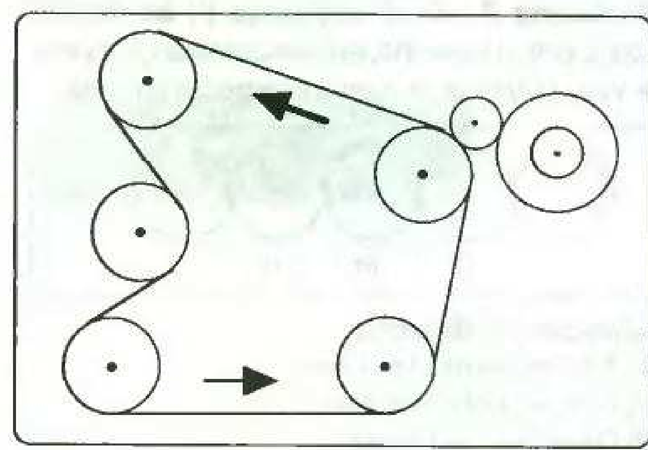
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Problema 16.- Hallar cuántos engranajes se mueven en sentido horario.



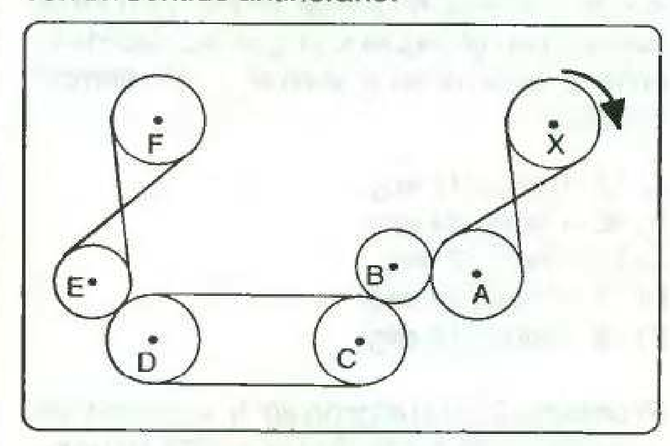
A) 3 B) 2 C) 4
D) Faltan Datos E) Ninguna

Problema 17.- Hallar cuántos engranajes, se mueven en sentido horario si la cadena se mueve en el sentido indicado:



A) 5 B) 4 C) 2
D) 3 E) Ninguna

Problema 18.- Si el engranaje "x" se mueve como indica la flecha, indicar cuales se mueven en sentido antihorario.



A) A, C, E, F B) B, C, E, F C) A, C, D, F
D) A, C, D, E E) Ninguna

CLAVE DE RESPUESTAS

1. D	7. D	13. B
2. D	8. E	14. C
3. B	9. B	15. B
4. D	10. A	16. B
5. D	11. D	17. C
6. B	12. E	18. C

FRACCIONES 23

Se denomina fracción, a una o varias partes de la unidad dividida en cualquier número de partes iguales.

A la fracción, se le conoce también con el nombre de número fraccionario, quebrado o número quebrado.

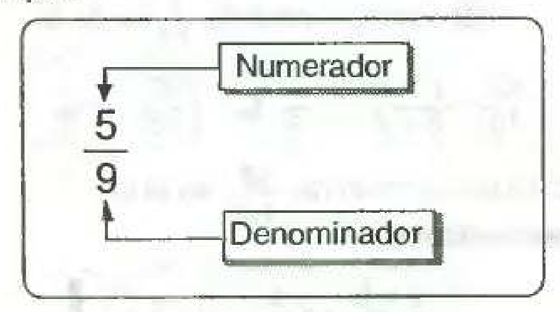
TERMINOS DE UNA FRACCION:

Los términos de una fracción, son el númerador y denominador.

* **El Denominador** de una fracción, indica en cuantas partes iguales ha sido dividida la unidad entera.

* **El Numerador**, nos indica cuantas partes de esta han sido tomadas.

Ejemplo:



En este caso, el denominador, nos indica que la unidad ha sido dividida en 9 partes iguales y el numerador, indica que se han tomado 5 partes.

Gráficamente:

$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$

$\frac{5}{9}$

$\frac{9}{9}=1$

CLASIFICACION

Las fracciones se les puede clasificar:

1°) Por Comparación de sus términos:

a) FRACCIONES PROPIAS:

Son aquellas cuyo valor es menor que la unidad, o también aquella en la que **el numerador es menor que el denominador**.

Ejemplos: $\frac{2}{7}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{7}{13}$; ..... etc

Generalizando:

$$\frac{N}{D} < 1; \quad \text{Si:} \quad N < D$$

b) FRACCIONES IMPROPIAS:

Son aquellas cuyo valor es mayor que la unidad, o también, aquella en la que el numerador es mayor que el denominador.

Ejemplos: $\frac{5}{2}$; $\frac{9}{4}$; $\frac{13}{6}$; ..etc

Generalizando:

$$\frac{N}{D} > 1; \quad \text{Si:} \quad N > D$$

c) FRACCIONES IGUALES A LA UNIDAD:

Son aquellas cuyo valor es igual a la unidad, o también, aquella en la que el numerador y el denominador son iguales.

Ejemplos: $\frac{4}{4}$; $\frac{8}{8}$; $\frac{13}{13}$; ... etc.

Generalizando:

$\frac{N}{D} = 1$; Si: $N = D$

2º) Por Su Denominador:

a) FRACCIONES ORDINARIAS O COMUNES:

Son aquellas cuyo denominador es diferente a una potencia de 10.

Ejemplo: $\frac{5}{16}; \frac{14}{3}; \frac{7}{9}; \ldots$ etc.

Generalizando:

$\frac{N}{D}$; si: $D \neq 10^n$; $n \in \mathbb{N}$

b) FRACCIONES DECIMALES:

Son aquellas cuyo denominador es una potencia de 10.

Ejemplo: $\frac{7}{10}; \frac{12}{100}; \frac{23}{10\,000}; \ldots$ etc.

En general:

$\frac{N}{D}$; si: $D = 10^n$; $n \in \mathbb{N}$

3º) Por la Comparación de los Denominadores

a) FRACCIONES HOMOGENEAS:

Son aquellas cuyos denominadores son iguales.

Ejemplo: $\frac{5}{7}; \frac{9}{7}; \frac{16}{7}; \ldots$ etc.

Generalizando:

$\frac{N_1}{D_1}; \frac{N_2}{D_2}$; Si: $D_1 = D_2$

b) FRACCIONES HETEROGENEAS:

Son aquellas cuyos denominadores son diferentes.

Ejemplos: $\frac{4}{9}; \frac{7}{8}; \frac{17}{21}; \ldots$ etc.

Generalizando:

$\frac{N_1}{D_1}; \frac{N_2}{D_2}$; Si: $D_1 \neq D_2$

4º) Por la Relación de los Divisores de sus Términos:

a) FRACCIONES REDUCTIBLES.

Son aquellas cuyo numerador y denominador tienen algun divisor común distinto de uno, o también aquellas fracciones que se pueden simplificar.

Ejemplo:

$\frac{8}{12} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} <> \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{\frac{8}{12} <> \frac{2}{3}}$

(El divisor común de $\frac{8}{12}$ es de 4)

$\frac{42}{18} = \frac{7 \times 6}{3 \times 6} <> \frac{7}{3} \Rightarrow \boxed{\frac{42}{18} <> \frac{7}{3}}$

(El divisor común de $\frac{42}{18}$ es el 6)

Generalizando:

$\frac{a \times b}{a \times c} <> \frac{b}{c}$; Si: $a \neq 1$

b) FRACCIONES IRREDUCTIBLES:

Son aquellas cuyo numerador y denominador no tienen algún divisor común, excepto la unidad, o también aquellas fracciones cuyos términos son primos entre sí.

Ejemplo: $\frac{3}{7}; \frac{15}{31}; \frac{16}{53}; \ldots$ etc.

Generalizando:

$\frac{N}{D}$; si: N y D no tienen divisor común

FRACCION DE FRACCION

Se denomina así a las partes que se consideran de una fracción que se ha dividido en partes iguales, así 5/7 de 4/9, indica que la fracción 4/9, se ha dividido en 7 partes iguales, de las que se han tomado 5.

Ejemplos:

I) Calcular: los $\frac{2}{3}$ de $\frac{7}{13}$

Resolución

$$\frac{2}{3}\times\frac{7}{13}=\frac{14}{39}$$

II) Calcular: los $\frac{3}{4}$ de los $\frac{5}{7}$ de los $\frac{2}{9}$ de 63

Resolución

$$\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}\times\frac{2}{9}\times 63=\frac{3\times5\times2\times63}{4\times7\times9}$$

$$=\frac{3\times5\times\cancel{2}\times\cancel{63}}{\cancel{4}\times\cancel{63}}=\frac{15}{2}$$

> *NOTA: Recordemos siempre que las palabras; de; del; de los; significan productos.*

SIMPLIFICACION DE FRACCIONES:

Simplificar una fracción es hallar otra equivalente a ella; pero de términos menores

Ejemplo:

$\frac{36}{24}$; sacamos mitad a cada término $<>\frac{18}{12}$

$\frac{18}{12}$; volvemos a sacar mitad a cada término $<>\frac{9}{6}$

$\frac{9}{6}$; sacamos tercia a cada término $<>\frac{3}{2}$

$$\therefore\ \boxed{\frac{36}{24}<>\frac{3}{2}}$$

> *NOTA: cuando se dice mitad a cada término es dividir entre 2 cada uno, decir sacar tercia a cada término es dividir entre 3 cada uno, decir sacar cuarta a cada término es dividir entre 4 cada uno de sus términos, etc.*

FRACCION EQUIMULTIPLO

Se dice que una fracción es equimultiplo de otra, cuando el numerador y denominador de la primera contiene el mismo número de veces al numerador, denominador de la segunda respectivamente.

Ejemplo:

$$\frac{12}{48}=\frac{1}{4}\ \Rightarrow\ \begin{array}{l}12=(12)\times1\\48=(12)\times4\end{array}$$

NUMERO MIXTO:

Es aquel que tiene parte entera y parte fraccionaria.

Ejemplos: $3\frac{4}{7}$; $6\frac{2}{5}$; $15\frac{1}{4}$

Conversión de un Número Mixto a Fraccionario

Para realizar la conversión, se multiplica el entero por el denominador, al producto se le añade el numerador, y se mantiene el mismo denominador.

Ejemplos:

$$5\frac{3}{7}<>\frac{7\times5+3}{7}<>\frac{38}{7}$$

$$4\frac{9}{13}<>\frac{13\times4+9}{13}<>\frac{61}{13}$$

Reducción de Fracción al Mínimo Común Denominador o Conversión de Fracciones Heterogéneas a Homogéneas

Para reducir varias fracciones al mínimo común denominador:

1° Se reduce a su más simple expresión.

2° Se calcula el Mínimo Común Múltiplo (M.C.M.) de los denominadores

3° Se divide el M.C.M. por el denominador de cada fracción y se multiplica los dos términos del mismo por el cociente obtenido.

Ejemplos:

- Sean los quebrados: $\frac{4}{6}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{6}{8}$

Resolución

Para homogenizarlos, reducimos dichas fracciones a su más simple expresión, veamos:

$$\frac{4}{6};\frac{5}{10};\frac{6}{8} <> \frac{2}{3};\frac{1}{2};\frac{3}{4}$$

Ahora, calculamos el M.C.M. de los denominadores osea:

M.C.M(3,2,4) = 12 ⇨ **M.C.M. = 12**

Luego, dividimos el M.C.M entre cada uno de sus denominadores, obteniendo:

$$\times\frac{2}{3} \quad \times\frac{1}{2} \quad \times\frac{3}{4}$$

M.C.M. = 12

$$\therefore \quad \frac{8}{12};\frac{6}{12};\frac{9}{12}$$

PROPIEDADES DE LAS FRACCIONES

Primera:

Si dos fracciones tienen el mismo denominador, es mayor la que tiene mayor numerador.

Ejemplos:

$$\frac{11}{5} > \frac{8}{5}; \qquad \frac{12}{7} > \frac{5}{7}$$

Segunda:

Si dos fracciones tienen el mismo numerador, es mayor la que tiene menor denominador.

Ejemplos:

$$\frac{4}{3} > \frac{4}{7}; \qquad \frac{19}{13} > \frac{19}{21}$$

Tercera:

Si se multiplica o se divide el numerador de una fracción por cualquier número, la fracción queda multiplicada o dividida por el mismo número respectivamente.

Ejemplo:

i) $\frac{7}{13}$ ⇨ $\frac{7\times 4}{13} <> \frac{28}{13}$

(El numerador de la fracción $\frac{7}{13}$ se ha multiplicado × 4)

$$\therefore \quad \frac{28}{13} <> 4\left(\frac{7}{13}\right)$$

ii) $\frac{4}{9}$ ⇨ $\frac{\left(\frac{4}{2}\right)}{9} = \frac{2}{9}$

(El numerador de la fracción $\frac{4}{9}$ se ha dividido entre 2)

$$\therefore \quad \frac{2}{9} <> \frac{1}{2}\left(\frac{4}{9}\right)$$

Cuarta:

Si se multiplica o se divide el denominador de una fracción por cualquier número, la fracción queda dividida o multiplicada por el mismo número respectivamente.

Ejemplo:

i) $\frac{5}{6}$ ⇨ $\frac{5}{6\times4} <> \frac{5}{24}$

$\therefore$ $\boxed{\frac{5}{24} <> \frac{1}{4}\left(\frac{5}{6}\right)}$

ii) $\frac{3}{8}$ ⇨ $\frac{3}{\left(\frac{8}{4}\right)} <> \frac{3}{2}$

$\therefore$ $\boxed{\frac{3}{2} <> 4\left(\frac{3}{8}\right)}$

Quinta:

Si se multiplica o divide por un mismo número los dos términos de una fracción, no se altera el valor del quebrado.

Ejemplos:

i) $\frac{7}{10} <> \frac{7\times3}{10\times3} <> \frac{21}{30}$

$\therefore$ $\boxed{\frac{7}{10} <> \frac{21}{30}}$

ii) $\frac{12}{16} <> \frac{12:4}{16:4} <> \frac{3}{4}$

$\therefore$ $\boxed{\frac{12}{16} <> \frac{3}{4}}$

Sexta:

Si a los dos términos de una fracción propia, se les aumenta una misma cantidad, el valor de la fracción aumenta.

Ejemplos: $\frac{6}{13}$ ⇨ $\frac{6+5}{13+5} = \frac{11}{18}$

$\therefore$ $\boxed{\frac{11}{18} > \frac{6}{13}}$

Septima:

Si a los dos términos de una fracción impropia se les aumenta una misma cantidad, el valor de la fracción disminuye.

Ejemplo: $\frac{11}{7}$ ⇨ $\frac{11+4}{7+4} = \frac{15}{11}$

$\therefore$ $\boxed{\frac{15}{14} < \frac{11}{7}}$

NOTA: Para reconocer cuando una fracción es mayor o menor que otra, basta multiplicar en forma de aspa, como se apreciará a continuación:

¿Quién es mayor $\frac{7}{12}$ ó $\frac{3}{15}$?

Resolución

$\frac{7}{12}$ $\frac{3}{15}$ ⇨ (7×15) (12×3)

105 36

como se observará 105 es mayor que 36.

De donde: $\boxed{105 > 36}$

$\therefore$ $\boxed{\frac{7}{12} > \frac{3}{15}}$

OPERACIONES CON FRACCIONES

ADICION : Para efectuar esta operación es necesario que las fracciones sean homogéneas y en caso de no serlo se hará la conversión respectiva.

Ejemplo:

efectuar: $\frac{3}{7}+4\frac{1}{5}+\frac{2}{3}$

Resolución

En primer lugar convertimos el número mixto a fracción:

$$\frac{3}{7}+\frac{21}{5}+\frac{2}{3}$$

Ahora, hallamos el M.C.M. de los denominadores:

M.C.M. (7,5,3,) = 105

Luego:

$$\frac{3}{7}+\frac{21}{5}+\frac{2}{3}=\frac{45}{105}+\frac{441}{105}+\frac{70}{105}$$

$$=\frac{556}{105}$$

SUSTRACCION: Para efectuar esa operación, al igual que la anterior es necesario que las fracciones sean homogéneas, y si no lo son hacer las conversiones respectivas.

Ejemplo:

Efectuar: $3\frac{1}{4}-\frac{2}{5}-\frac{10}{3}$

Resolución

En primer lugar convertimos el número mixto a fracción:

$$\frac{13}{4}-\frac{2}{5}-\frac{10}{3}$$

Ahora hallaremos el M.C.M. de los denominadores:

M.C.M. (4,5,3) = 60

$$\frac{13}{4}-\frac{2}{5}-\frac{10}{3}=\frac{195}{60}-\frac{24}{60}-\frac{200}{60}=-\frac{29}{60}$$

MULTIPLICACION: Para multiplicar fracciones, se multiplican los numeradores entre si, y los denominadores entre sí.

Ejemplo:

Efectuar: $\frac{13}{9}\times\frac{7}{2}\times\frac{4}{3}$

Resolución $\frac{13}{9}\times\frac{7}{2}\times\frac{4}{3}=\frac{13\times7\times4}{9\times2\times3}$

$$=\frac{13\times7\times2}{9\times1\times3}=\frac{182}{27}$$

DIVISION: Para dividir fracciones, se multiplica a la fracción dividiendo por la fracción divisor invertida.

Ejemplo

Efectuar: $\frac{3}{10}:\frac{6}{5}$

Resolución $\frac{3}{10}:\frac{6}{5}=\frac{3}{10}\times\frac{5}{6}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

POTENCIACION: Para elevar una fracción a cualquier potencia, se eleva cada uno de los términos de la fracción, al exponente indicado.

Ejemplo:

Efectuar $\left(\frac{4}{7}\right)^2$

Resolución: $\left(\frac{4}{7}\right)^2=\frac{4^2}{7^2}=\frac{16}{49}$

RADICACION: Para extraer una raiz a una fracción, se le extrae la raiz indicada a cada término de la fracción.

Ejemplo:

Efectuar: $\sqrt[3]{\frac{64}{125}}$

Resolución: $\sqrt[3]{\frac{64}{125}}=\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{125}}=\frac{4}{5}$

MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE FRACCIONES:

El M.C.D. de varias fracciones irreductibles es igual al M.C.D. de los numeradores entre

el M.C.M. de los denominadores.

Ejemplo:

Calcular el M.C.D. de: $\frac{5}{3};\frac{2}{5};\frac{7}{30}$

Resolución:

$$\frac{\text{M.C.D.}(5,2,7)}{\text{M.C.M.}(3,5,30)}=\frac{1}{30}$$

MINIMO COMÚN MÚLTIPLO DE FRACCIONES:

El M.C.M. de varias fracciones irreductibles, es igual al M.C.M. de sus numeradores entre el M.C.D. de los denominadores. Calcular: el M.C.M.

$$\frac{5}{3};\frac{2}{5};\frac{7}{30}$$

Resolución

$$\frac{\text{M.C.M.}(5,2,7)}{\text{M.C.D.}(3,5,30)}=\frac{70}{1}=70$$

FRACCIONES DECIMALES:

Son aquellas fracciones cuyo denominador es una potencia de diez.

Ejemplo: $\frac{5}{100};\frac{71}{1000};\frac{326}{10000};\ldots$etc.

UNIDADES DECIMALES:

Son aquellas fracciones decimales que poseen como numerador la unidad.

Ejemplo:

$\frac{1}{10}$ Se lee: Un décimo

$\frac{1}{100}$ Se lee: Un centésimo

$\frac{1}{1000}$ Se lee: Un milésimo

NÚMERO DECIMAL:

Es la representación lineal de una fracción. Todo número decimal consta de dos partes.

•) Parte entera, llamada característica

••) La parte decimal, llamada mantisa

Ejemplo:

PROPIEDADES DE LAS FRACCIONES DECIMALES:

Primera:

Un decimal no altera su valor; cuando se le añaden o suprimen ceros a su derecha.

Ejemplos:

i) 3,4 = 3,40 = 3,400 = 3,400 00

ii) 47,600 00 = 47,60 = 47,6

Segunda:

Si a un número decimal se corre la coma decimal a la derecha uno o más lugares, el decimal queda multiplicado por la unidad seguida de tantos ceros como lugares se haya corrido la **coma decimal** a la derecha.

Ejemplos:

i) 3,721 → 372,1 = 3,721 × 100

Como la coma decimal se ha corrido dos lugares a la derecha, entonces el decimal original ha sido multiplicado por la unidad seguida de dos ceros.

ii) 37,5062 → 37 506,2 = 37,5062 × 1 000

Como la coma decimal se ha corrido tres lugares a la derecha, entonces el decimal original ha sido multiplicado por la unidad seguida de tres ceros.

Tercera:

Si a un número decimal, se le corre la coma decimal a la izquierda uno o más lugares, el decimal queda dividido por la unidad seguida de tantos ceros como lugares se haya corrido la coma decimal a la izquierda.

$$6\,324,5 \rightarrow 63,245 = \frac{6\,324,5}{100}$$

$$2\,573,69 \rightarrow 2,573\,69 = \frac{2\,573,69}{1000}$$

$$514,3 \rightarrow 0,514\,3 = \frac{514,3}{1000}$$

Clasificación de los Números Decimales

1º) Números Decimales Exactos o Limitados:

Se dice que un número decimal es exacto o limitado, cuando tiene un número limitado de cifras. Estos números son originados por fracciones ordinarias que tiene su equivalente en fracción decimal.

Ejemplos:

$$0,2 <> \frac{2}{10} <> \frac{1}{5};$$

$$0,75 <> \frac{75}{100} <> \frac{3}{4}$$

2º) Números Decimales Inexactos o Ilimitadas:

Se dice que un número decimal, es inexacto o ilimitado, cuando tienen un número ilimitado de cifras. Estos números se clasifican a su vez en:

a) Números Decimales Periódicos:

Que pueden ser:

I. Periódico Puro:

Cuando el período empieza inmediatamente después de la coma decimal.

Ejemplos:

$$0,333.....<> 0,\widehat{3} = 0,(3) = 0,\dot{3}$$

$$0,575757...<> 0,\widehat{57} = 0,(57) = 0,\dot{5}\dot{7}$$

II. Periódico Mixto:

Cuando el período empieza luego de una cifra o grupo de cifras después de la coma decimal; esta cifra o grupo de cifras toma el nombre de "parte no periódica"

Ejemplos:

$$0,7444....<> 0,7\widehat{4} = 0,7\,(4) = 0,7\dot{4}$$

$$0,36222...<> 0,36\widehat{2} = 0,36\,(2) = 0,36\dot{2}$$

> *Nota: Recordemos que la representación del período de los números decimales periódicos son:*

Periódica Pura:

$$2,4545....<> 2,\widehat{45} = 2,(45) = 2,\dot{4}\dot{5}$$

$$0,013013...<> 0,\widehat{013} = 0,(013) = 0,\dot{0}1\dot{3}$$

Periódica Mixta:

$$6,12727...<> 6,1\widehat{27} = 6,1\dot{2}\dot{7} = 6,1(27)$$

- 27, 27: Períodos
- 1: Parte no periódica
- 6: Parte Entera

b) Números Decimales no Periódicos:

Que pueden ser:

I. Irracionales:

Que son aquellos números decimales que han sido originados al extraer la raíz de un número que no posee raíz exacta.

Ejemplos: $\sqrt{2} = 1,414213...$

$\sqrt{3} = 1,73205...$

II. Trascendentes:

Que son aquellos números decimales que no pueden ser obtenidos como resultado de la resolución de una ecuación con coeficientes enteros.

Ejemplos:

$$\pi = 3,141592....$$

$$e = 2,718281....$$

Conversión de Fracciones Decimales a Fracciones Comunes

Fracción Generatriz:

Se denomina fracción generatriz de una fracción a la fracción común e irreductible equivalente a la fracción decimal.

Cálculo de la Generatriz de una Fracción Decimal Exacta

Deducción de la Regla:

Sea la fracción $0,\overline{abc}$ y si denominamos "f" a la fracción generatriz tendremos:

$$f = 0,\overline{abc}$$

Multiplicamos ambos miembros de esta igualdad por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tiene la fracción, en este caso como la fracción tiene 3 cifras se multiplicará por 1000.

De donde: $1\,000\,f = 1\,000 \times (0,\overline{abc})$

$$1\,000\,f = \overline{abc}$$

$$\therefore \quad \boxed{f = \frac{\overline{abc}}{1000}}$$

Regla: Para calcular la generatriz de una fracción decimal exacta se pone por numerador la fracción decimal, prescindiendo de la coma, y por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales haya.

Ejemplos:

- Calcular la generatriz de 0,8

Resolución

$$0,8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

•• Calcular la generatriz de 0,75

Resolución

$$0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

Cálculo de la Generatriz de una Fracción Decimal Periódica Pura

Deducción de la regla:

Sea la fracción: $0,\overline{ababab}...$, si denominamos "f" a la fracción generatriz, tendremos:

$$f = 0,\overline{ababab} \qquad ......(1)$$

Multiplicamos ambos miembros de esta igualdad por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tiene el período, en este caso multiplicaremos por 100 veamos:

$$100f = 100 \times 0,\overline{ababab}...$$

$$100f = \overline{ab},\overline{abab}.... \qquad ......(2)$$

Restando (2) - (1), miembro a miembro:

$$100f - f = \overline{ab},\overline{abab}... - 0,\overline{ababab}...$$

$$99f = \overline{ab}$$

$$\therefore \quad \boxed{f = \frac{\overline{ab}}{99}}$$

Regla: Para calcular la generatriz de una fracción decimal periódica pura, se pone por numerador un período y por denominador tantos nueves como cifras tenga el período.

- Calcular la generatriz de: 0,777....

Resolución

$$0{,}777... = 0{,}\widehat{7} = \frac{7}{9}$$

- • Calcular la generatriz de: 0,3434...

Resolución

$$0{,}3434... = 0{,}\widehat{34} = \frac{34}{99}$$

Cálculo de la Generatriz de una Fracción Decimal Periódica Mixta

Deducción de la Regla:

Sea la fracción: $\overline{0{,}abcdcdcd}$.............., si denominamos "f" a la fracción generatriz, tendremos

$$f = \overline{0{,}abcdcdcd}.......... \qquad ......(1)$$

Multiplicamos ambos miembros de esta igualdad por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tenga la parte no periódica y el período, en este caso multiplicamos por 10 000. Veamos:

$$10\,000 \times f = 10\,000 \times \overline{0{,}abcdcdcd}....$$

$$10\,000f = \overline{abcd{,}cdcd}..... \qquad ......(2)$$

a la igualdad (1), multiplicamos ambos miembros, por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tenga la parte no periódica, aqui por 100, tendremos:

$$100f = \overline{ab{,}cdcdcd}... \qquad ......(3)$$

Restando (2) - (3), miembro a miembro:

$$10\,000f - 100f = \overline{abcd{,}cdcd}... - \overline{ab{,}cdcdcd}...$$

$$9\,900f = \overline{abcd} - \overline{ab}$$

$$\therefore \quad \boxed{f = \frac{\overline{abcd} - \overline{ab}}{9\,900}}$$

> *Regla: Para calcular la generatriz de una fracción decimal periódica mixta, se pone por numerador la parte no periódica seguida de un período, menos la parte no periódica y por denominador tantos nueves como cifras tenga el período y tantos ceros como cifras tenga la parte no periódica.*

Ejemplos:

- Calcular la generatriz de: 0,31666...

Resolución

$$0{,}31666... = 0{,}31\widehat{6} = \frac{316 - 31}{900}$$

$$\frac{285}{900} = \frac{19}{60}$$

- • Calcular la generatriz de: 0,2572323...

Resolución

$$0{,}2572323... = 0{,}257\widehat{23} = \frac{25\,723 - 257}{99\,000}$$

$$= \frac{25\,466}{99\,000} = \frac{12\,733}{49\,500}$$

Fracciones Complejas

Son aquellas cuyo numerador o denominador o ambos, son fracciones.

Ejemplos: $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{5}}$; $\dfrac{\frac{4}{9}}{\frac{5}{3}}$ ..., etc.

Reducción de una Fracción Compleja a Simple

Para reducir una fracción compleja a simple, se efectúa la división del numerador entre el denominador.

Ejemplo:

Simplificar: $\dfrac{\frac{6}{5}}{\frac{7}{9}}$

Resolución

$$\frac{\frac{6}{5}}{\frac{7}{9}}=\frac{6}{5}:\frac{7}{9} \Rightarrow \frac{6}{5}\times\frac{9}{7}=\frac{6\times 9}{5\times 7}=\frac{54}{35}$$

Fracción Continua:

Es una fracción de la siguiente forma:

$$3+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4}}}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema (1)

¿Cuál es el número que aumentado en 8 unidades produce un resultado igual al que se obtiene dividiéndolo entre $\frac{3}{5}$

Resolución

Sea: El número pedido = N

Del enunciado, obtenemos:

$$N+8=\frac{N}{\left(\frac{3}{5}\right)};$$

efectuando operaciones, obtenemos:

$$\frac{3}{5}(N+8)=N$$

$$3N+24=5N \rightarrow 24=2N \rightarrow N=\frac{24}{2}$$

$$\therefore \boxed{N=12}$$

Rpta.

Problema (2)

¿Cuál es el número cuya mitad, más su duplo, más su tercera parte y más su triple, da el número 1 435?

Resolución

Sea: El número pedido = N. Del enunciado, obtenemos:

$$\frac{N}{2}+2N+\frac{N}{3}+3N=1435$$

$$\frac{N}{2}+\frac{N}{3}+5N=1435;$$

damos común denominador a los términos del primer miembro.

$$\frac{3N+2N+30N}{6}=1435 \rightarrow 35N=1435\times 6$$

$$N=\frac{1435\times 6}{35}=41\times 6 \quad \therefore \quad \boxed{N=246}$$

Rpta.

Problema (3)

Un comerciante ha ganado durante 4 años una suma de 3600 soles en cada año ganó la mitad de lo ganado en el año anterior. ¿Cuánto ganó el primer año?

Resolución

Sea: Lo que ganó el primer año = x

$$\text{Segundo año}=\frac{1}{2}x$$

$$\text{Tercer año}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x\right)=\frac{1}{4}x$$

$$\text{Cuarto año}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}x\right)=\frac{1}{8}x$$

De donde:

$$x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x+\frac{1}{8}x=3\,600;$$

damos común denominador en el primer miembro.

$$\frac{8x+4x+2x+x}{8}=3\,600$$

$$15x=3\,600(8)$$

$$x=\frac{3\,600(8)}{15}$$

$$\boxed{x=1920 \text{ soles}}$$

(Lo que ganó el primer año)

Rpta.

Problema (4)

Al preguntar un padre a su hijo, cuánto había gastado de los 140 soles de propina que le dió, el hijo contestó. He gastado las 3/4 partes de lo que no gasté. ¿Cuánto gastó?

Resolución

Sea: x = Dinero que gasté

(140 - x) = Dinero que no gasté

Luego:

He gastado = $\frac{3}{4}$ (De lo que gasté)

$$x=\frac{3}{4}(140-x)$$

$$4x=420-3x$$

$$7x=420$$

$$x=\frac{420}{7}$$

$\therefore$ $\boxed{x=60 \text{ soles}}$ **Rpta.**

(dinero que gasté)

Problema (5)

Habiendo perdido un jugador la mitad de su dinero volvió al juego y perdió la mitad de lo que le quedaba, repitió lo mismo por tercera y cuarta vez, hasta que sólo le queda 600 soles. ¿Cuánto dinero tenía al empezar el juego?

Resolución

Sea: x = Dinero que tenía al empezar el juego:

1er. Juego: pierde: $\frac{1}{2}x$

Queda $=x-\frac{1}{2}x=\frac{1}{2}x$

2do. Juego: pierde: $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}x$

Queda $=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}x=\frac{1}{4}x$

3er. Juego: pierde: $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}x$

Queda $=\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}x=\frac{1}{8}x$

4to. Juego: pierde: $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}x$

Queda $=\frac{1}{8}x-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}x=\frac{1}{16}x$

Por dato:

$$\frac{1}{16}x = 600 \text{ soles}$$

$\therefore$ $\boxed{x=S/.\ 9\,600}$ **Rpta.**

(Dinero que tenía al principio).

> *Nota: Este tipo de problema también se puede resolver, aplicando el Método del Cangrejo; método estudiado en 4 operaciones.*

1er. Juego: pierde: $\frac{1}{2}$

Qureda $=\frac{1}{2}=4\,800$

$$4\,800\times 2=S/.\ 9\,600$$

(Tenía al principio)

2do. Juego: pierde: $\frac{1}{2}$

$$\text{Queda} = \frac{1}{2} = 2\,400$$

$$2\,400 \times 2 = \boxed{4\,800}$$

3er. Juego: pierde: $\frac{1}{2}$

$$\text{Queda} = \frac{1}{2} = 1200$$

$$1\,200 \times 2 = 2\,400$$

4to. Juego: pierde: $\frac{1}{2}$

$$\text{Queda} = \frac{1}{2} = S/.\,600$$

$$600 \times 2 = 1\,200$$

Problema (6)

Cada día una persona escribe en un cuaderno 1/3 de las hojas en blanco más 2 hojas. Si después de 3 días consecutivos le quedan aún 18 hojas en blanco. ¿Cuántas hojas ha escrito dicha persona?

Resolución

Sea:

x = # de hojas en blanco que tiene el cuaderno

1er. Día: escribe: $\left(\frac{1}{3}x + 2\right)$

$$\text{Queda: } x - \left(\frac{1}{3}x + 2\right) = \left[\frac{2}{3}x - 2\right]$$

2do. Día: escribe: $\left(\frac{1}{3}\boxed{\left[\frac{2}{3}x - 2\right]} + 2\right)$

$$\text{Queda: } \left[\frac{2}{3}x - 2\right] - \left(\frac{1}{3}\boxed{\left[\frac{2}{3}x - 2\right]} + 2\right)$$

$$\text{Quedan: } \boxed{\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x - 2\right) - 2}$$

3er. día:

escribe: $\left(\frac{1}{3}\left(\boxed{\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x - 2\right) - 2}\right) + 2\right)$

Quedan:

$$\boxed{\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x - 2\right) - 2} - \left(\frac{1}{3}\boxed{\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x - 2\right) - 2} + 2\right)$$

$$\text{Quedan: } \frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x - 2\right) - 2\right) - 2$$

Por dato:

$$\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x - 2\right) - 2\right) - 2 = 18$$

$$\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x - 2\right) - 2\right) = 20$$

$$\left(\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x - 2\right) - 2\right) = \frac{20 \cdot 3}{2}$$

$$\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x - 2\right) - 2 = 30$$

$$\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x - 2\right) = 32$$

$$\left(\frac{2}{3}x - 2\right) = \frac{32 \cdot 3}{2}$$

$$\frac{2}{3}x - 2 = 48 \Rightarrow \frac{2}{3}x = 50$$

$$x = \frac{50 \times 3}{2} \quad \therefore \quad \boxed{x = 75}$$

(# de hojas en blanco)

Luego, calculamos el número de hojas que ha escrito dicha persona.

 # de hojas escritas = # de hojas que tiene el cuaderno - # de hojas que quedan en blanco

$$= \boxed{75 - 18 = 57}$$

Rpta.

Nota: Para este tipo de problema, para no trabajar mucho, se puede aplicar la siguiente regla:

Si nos dicen:

Se escribe $\left(\frac{1}{3}\right)$ de las hojas en blanco + 2

Lo que nos queda será: $\left(\frac{3-1}{3}\right)-2$

$$:\frac{2}{3}-2$$

Si nos dicen:

Se ha gastado los $\left(\frac{2}{5}\right)$ de mi dinero menos 6

Lo que quede será: $\left(\frac{5-2}{5}\right)$ más 6

$$:\left(\frac{3}{5}\right)+6$$

En general:

Si nos dicen se ha consumido los $\frac{A}{B}$ de las manzanas que tengo más C.

Lo que quede será: $\frac{B-A}{B}-C$; (Se cumplirá si: B > A)

- Ahora apliquemos este criterio en el problema anterior.

1er día: escribe: $\frac{1}{3}x+2$

Queda: $\left(\frac{3-1}{3}\right)x-2=\boxed{\frac{2}{3}x-2}$

2do día: escribe: $\frac{1}{3}\boxed{\frac{2}{3}x-2}+2$

Queda: $\left(\frac{3-1}{3}\right)\boxed{\frac{2}{3}x-2}-2$

$$=\boxed{\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x-2\right)-2}$$

3er día: escribe: $\frac{1}{3}\boxed{\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x-2\right)-2}+2$

Queda: $\left(\frac{3-1}{3}\right)\boxed{\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x-2\right)-2}-2$

$$=\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x-2\right)-2\right)-2$$

Por dato:

$$\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x-2\right)-2\right)-2=18$$

$$\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x-2\right)-2\right)=20$$

$$\left(\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x-2\right)-2\right)=\frac{20\cdot 3}{2}=30$$

$$\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x-2\right)=32$$

$$\frac{2}{3}x-2=\frac{32\cdot 3}{2}=48$$

$$\frac{2}{3}x=50$$

$$x=\frac{50\cdot 3}{2}$$

$$\therefore \boxed{x=75}$$

(# de hojas en blanco que tiene el cuaderno)

Luego:

 # de hojas escritas = # total de hojas que tiene el cuaderno - # de hojas que quedan en blanco

= 75 - 18

$\therefore$ **# de hojas escritas = 57** **Rpta**

- Ahora, resolvamos el problema aplicando el Método del Cangrejo

1er día: escribe: $\frac{1}{3}+2$

Quedan: $\frac{2}{3}-2=\boxed{48} \rightarrow (48+2)\text{x}\frac{3}{2}=75$

(# de hojas que tiene el cuaderno)

2do día: escribe: $\frac{1}{3}+2$

Quedan: $\frac{2}{3}-2=30 \rightarrow (30+2)\text{x}\frac{3}{2}=\boxed{48}$

3er día: escribe: $\frac{1}{3}+2$

Quedan: $\frac{2}{3}-2=18 \rightarrow (18+2)\text{x}\frac{3}{2}=30$

> ***Nota:*** *Este método se estudio en Capítulo de 4 operaciones.*

Problema 7

Tres amigos "A", "B" y "C" que tienen: 11, 9 y 7 panes, invitan a "D" a consumir sus panes. Si los cuatro consumen en partes iguales y al retirarse "D" deja en pago 1,35 soles. ¿Cuántos céntimos de soles le corresponden a "B" ?

Resolución

Para saber cuánto va ha recibir "D", sumamos los panes A, B y C y los dividimos entre 4, para así saber cuánto le va a tocar a cada uno, veamos:

$$\text{a c/u le tocará} = \frac{11+9+7}{4}=\frac{27}{4}\text{ panes}$$

Como se observara a "D" le toca: $\frac{27}{4}$ panes, por esta cantidad de panes él tiene que darles 135 céntimos de soles,costando cada pan.

$$\frac{27}{4}\text{panes} = \text{S/. } 1{,}35$$

$$1\text{ pan} = \frac{\text{S/. }1{,}35\times 4}{27}=0.2$$

$\therefore$ **1pan = 20 céntimos de sol** (costo de pan)

Ahora, calculamos lo que dio "A" a "D" y lo que dió "B" a "D" y lo que dió "C" a "D", veamos:

Lo que dió "A" a "D":

$$11-\frac{27}{4}=\frac{17}{4}\text{panes} <> \frac{17}{4}(20) = 85 \text{ céntimos}$$

Lo que dió "B" a "D":

$$9-\frac{27}{4}=\frac{9}{4}\text{ panes} <> \frac{9}{4}(20) = 45 \text{ céntimos}$$

Lo que dió "C" a "D":

$$7-\frac{27}{4}=\frac{1}{4}\text{ panes} <> \frac{1}{4}(20) = 5 \text{ céntimos}$$

Luego:

> El dinero que le corresponde a "B" es = 45 céntimos de sol

Rpta.

Problema 8

Una persona inicialmente toma 16 metros de una varilla. Luego toma los 2/3 del resto y observa que ambas partes tienen la misma longitud. Hallar entonces la longitud total de la varilla.

Resolución

Sea: L = longitud total de la varilla

- Inicialmente toma 16 metros de la varilla, quedando = (L - 16)

Luego toma los $\frac{2}{3}$ del resto osea: $\frac{2}{3}$ (L - 16)

De donde:

Por dato: $\frac{2}{3}(L-16)=16$

$$L-16=16\times\frac{3}{2}$$

$$L-16=24$$

$$\therefore \boxed{L=40 \text{ metros}}$$

(Longitud total de la varilla)

Rpta.

Problema (9)

Una fracción es tal que multiplicada por 5 y dividida entre 7 da como resultado dos fracciones cuyo producto es $3,\widehat{8}$. Hallar la suma de los términos de dicha fracción irreductible.

Resolución

Sea: f = fracción irreductible

fracción que se obtiene al multiplicarla por 5 : 5f

fracción que se obtiene al dividirla entre 7 : $\frac{f}{7}$

Producto de las dos fracciones = $3,\widehat{8}$

$$5f\times\frac{f}{7}=3,\widehat{8}$$

$$f^2=\left(3\frac{8}{9}\right)\times\frac{7}{5}$$

$$f^2=\frac{\cancel{35}}{9}\times\frac{7}{\cancel{5}}=\frac{7}{9}\times7$$

$$f^2=\frac{49}{9}\rightarrow f=\frac{49}{9}=\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{9}}$$

$$\therefore \boxed{f=\frac{7}{3}}$$

Luego, la suma de los términos de dicha fracción irreductible es:

$$\therefore \boxed{\text{términos}=7+3=10}$$

Rpta.

Problema (10)

Si al numerador y al denominador de una fracción se le agrega la cuarta parte del denominador, el valor de la fracción aumenta en su septima parte de tal fracción, la fracción es igual a:

Resolución

Sea: La fracción inicial = $\frac{N}{D}$

Fracción que se obtiene, si al numerador y al denominador de la fracción inicial se le agrega la cuarta parte del denominador.

$$\text{Nueva fracción}=\frac{N+\frac{D}{4}}{D+\frac{D}{4}}=\frac{\frac{4N+D}{\cancel{4}}}{\frac{5D}{\cancel{4}}}=\frac{4N+D}{5D}$$

Luego:

$$\underbrace{\text{Aumento}}=\underbrace{\text{Nueva fracción}}-\underbrace{\text{fracción inicial}}$$

$$\frac{1}{7}\left(\frac{N}{D}\right)=\frac{4N+D}{5D}-\left(\frac{N}{D}\right)$$

$$\frac{8}{7}\left(\frac{N}{\cancel{D}}\right)=\frac{4N+D}{5\cancel{D}};$$

efectuando las operaciones respectivas obtenemos:

$$40N=28N+7D$$

$$12N=7D$$

$$\therefore \boxed{\frac{N}{D}=\frac{7}{12}} \quad \text{(Fracción inicial)}$$

Rpta.

Problema (11)

Si la fracción: $\frac{999}{7\,777}$ aumentará en $\frac{15}{37}$ de su valor y conserva el mismo denominador. ¿Cuál es el nuevo numerador?

Resolución

Fracción Inicial = $\frac{999}{7\,777}$

- Fracción que resulta de aumentar en $\frac{15}{37}$ de su valor, conservando el mismo denominador.

$$\text{Nueva fracción} = \frac{999}{7\,777} + \frac{15}{37}\left(\frac{999}{7\,777}\right) = \frac{999}{7\,777} + 15\left(\frac{27}{7\,777}\right)$$

$$\text{Nueva fraccion} = \frac{999}{7\,777} + \frac{405}{7\,777} = \frac{1\,404}{7\,777}$$

$$\therefore \quad \boxed{\text{Nueva Fracción} = \frac{1\,404}{7\,777}}$$

Luego, el nuevo numerador es: 1404

Rpta.

Problema (12)

Hallar la diferencia: A y B, si:

"A" es igual a los $\frac{3}{5}$ de los $\frac{4}{9}$ de 60 y "B" es igual a los $\frac{7}{8}$ de los $\frac{3}{14}$ de los $\frac{4}{3}$ de 4.

Resolución

Recordemos que: **De, del, de los** significan productos:

$$A = \frac{3}{5} \times \frac{4}{9} \times 60 \quad \rightarrow \quad A = \frac{1}{1} \times \frac{4}{3} \times 12 = 16$$

$$B = \frac{7}{8} \times \frac{3}{14} \times \frac{4}{3} \times 4$$

$$B = \frac{1 \times 16}{8 \times 14} \quad \rightarrow \quad B = \frac{1 \times 2}{1 \times 2} = 1$$

Luego: $A - B = 16 - 1$

$$\therefore \quad \boxed{A - B = 15} \qquad \textbf{Rpta.}$$

Problema (13)

Si a los 2/5 de una cantidad se le quita los 2/3 de los 3/7 de la misma cantidad se obtiene los 2/9 de los 4/5 de 909. Hallar la cantidad original.

Resolución

Sea: La cantidad original = C

Del enunciado, planteamos la siguiente ecuación:

$$\frac{2}{5}(C) - \frac{2}{3} \times \frac{3}{7}(C) = \frac{2}{9} \times \frac{4}{5} \times (909)$$

$$\frac{2}{5}(C) - \frac{2}{7}(C) = \frac{8}{5}(101)$$

damos común denominador en el primer miembro.

$$\frac{14(C) - 10(C)}{35} = \frac{8(101)}{5}$$

$$\frac{4(C)}{7} = 8(101)$$

$$C = \frac{8(101) \times 7}{4} = 2(707)$$

$$\therefore \quad \boxed{C = 1\,414} \quad \text{(Cantidad original)}$$

Rpta.

Problema (14)

Se tiene las fracciones propias: $\frac{A}{8}$ y $\frac{B}{11}$ si se cumple que:

$$\frac{A}{8} - \frac{B}{11} = 0{,}511\overset{\frown}{36}$$

Hallar: "A + B"

Resolución

La expresión dada, se puede escribir como:

$$\frac{A}{8} - \frac{B}{11} = \frac{51\,136 - 511}{99\,000}$$

$$\frac{11A - 8B}{88} = \frac{50\,625}{99\,000}$$

(Simplificamos la fracción del 2do miembro dividiendo ambos términos entre 25)

$$\frac{11A-8B}{88}=\frac{2\,025}{3\,960};$$

(Dividimos: 5 a cada término de la fracción del 2do. miembro).

$$\frac{11A-8B}{88}=\frac{405}{792};$$

dividimos entre 8 a cada denominador de los dos miembros.

$$\frac{11A-8B}{11}=\frac{405}{99};$$

dividimos entre 11 a cada denominador de los dos miembros.

$$11A-8B=\frac{405}{9}$$

damos valores a "A" y a "B" hasta que se cumpla la igualdad

$$11A-8B=45$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$7 \quad 4$$

damos valores a "A" y a "B" hasta que se cumpla la igualdad

Comprobando:

$$11(7)-8(4)=45$$

$$77-32=45 \quad \text{(Si cumple)}$$

Luego: $\boxed{A+B=7+4=11}$ **Rpta.**

Problema (15)

Una fracción: "a/b" disminuida en sus $\frac{3}{7}$ es $\frac{3}{7}$ Si "a" y "b" no tienen factores comunes, entonces: "a + b" es igual a:

Resolución

$$\text{Fracción inicial}=\frac{a}{b}$$

*) Fracción que resulta de disminuir a la fracción inicial en sus $\frac{3}{7}$

$$\text{Nueva fracción}=\frac{a}{b}-\frac{3}{7}\left(\frac{a}{b}\right)=\frac{4}{7}\left(\frac{a}{b}\right)$$

Del enunciado: $\frac{4}{7}\left(\frac{a}{b}\right)=\frac{3}{7};$

simplificando los denominadores 7 de ambos miembros.

$$\therefore \quad \boxed{\frac{a}{b}=\frac{3}{4}}$$

(Como se observará "a" y "b" no tienen factores comunes, osea no se pueden simplificar).

Luego: $\boxed{a+b=3+4=7}$ **Rpta.**

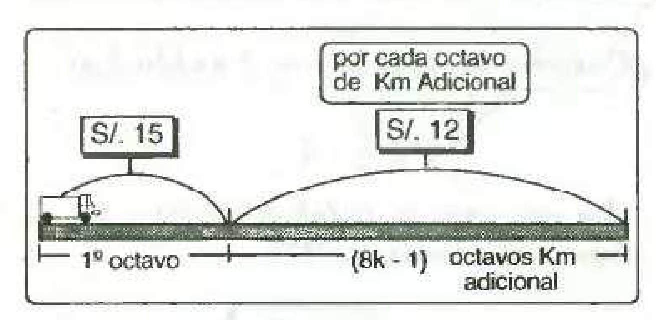
> *Nota: Cuando nos mencionen las palabras: en su; en sus; significa que la cantidad inicial se va a repetir, veamos:*
>
> *Ejemplo: A una cierta cantidad le quietamos sus $\frac{3}{5}$ partes.*
>
>
>

Problema (16.)

Un camión cobra 15 soles por el primer 1/8 de kilómetro y 12 soles por cada 1/8 de kilómetro adicional. ¿Cuál es la tarifa en soles por un viaje de "k" kilómetros, donde "k" es mayor que 1/8 de kilómetro?

Resolución

Para este tipo de problema es recomendable construir un gráfico; veamos:



$$"k"\text{ Km} <> \frac{8}{8}"k"\text{ Km}$$

(8k octavos) Km

Costo de todo el viaje = 1(S/.15) + (8k-1) (S/.12)

∴ Costo de todo el viaje = [15 + 12(8k – 1)]soles

Rpta.

Problema (17)

Si al numerador de una fracción se aumenta en 6, la fracción es 1/2; si se aumenta el denominador en 3, la fracción es 1/5. Hallar la fracción.

Resolución

Sea: la fracción inicial = $\frac{N}{D}$

Del enunciado, obtenemos:

i) $\frac{N+6}{D} = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{2N + 12 = D}$

ii) $\frac{N}{D+3} = \frac{1}{5} \rightarrow \boxed{5N = D + 3}$

Reemplazamos (i) en (ii):

$$5N = (2N + 12) + 3$$

$$3N = 15 \rightarrow N = \frac{15}{3}$$

∴ $\boxed{N = 5}$ (Valor del numerador)

El valor del numerador lo reemplazamos en (i):

$$2(5) + 12 = D$$

∴ $\boxed{D = 22}$ (Valor del Denominador)

Luego, la fracción inicial es:

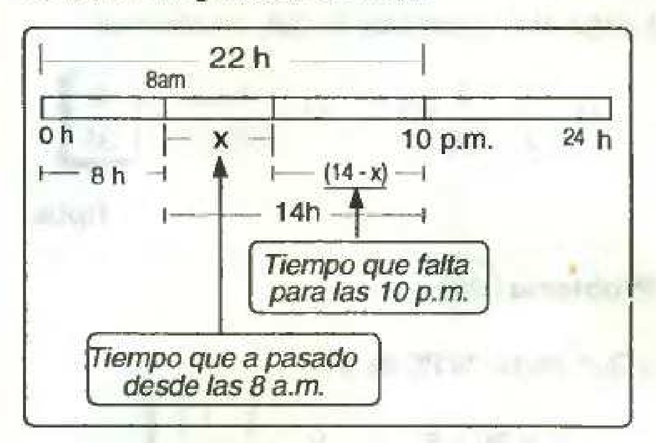
$$\boxed{\frac{N}{D} = \frac{5}{22}}$$ **Rpta.**

Problema (18.)

Si la mitad del tiempo que ha pasado desde las 8 a.m., es la quinta parte del tiempo que falta para las 10 p.m. ¿Qué hora es?

Resolución

Para este tipo de problema, es recomendable construir un gráfico, veamos:



Del enunciado, planteamos la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{2}(x) = \frac{1}{5}(14 - x)$$

$$5x = 2(14 - x)$$

$$7x = 28 \quad \therefore \quad \boxed{x = 4}$$

Luego, la hora será:

$$8 \text{ horas} + x = 8\text{ h} + 4\text{h} = 12\text{ h}.$$

∴ La hora será: 12 meridiano

Rpta.

¿Qué parte de "A" es "B"?

$$P \times A = B \quad \therefore \quad \boxed{P = \frac{A}{B}}$$

(En este caso la palabra "Qué parte" lo representamos por "P").

Problema (19)

¿Qué parte de 2/3 representa lo que le falta a 2/7 para ser 2/5?

Resolución

Sea: x = lo que le falta a $\frac{2}{7}$ para ser $\frac{2}{5}$

De donde:

$$\frac{2}{7}+x=\frac{2}{5}$$

$$x=\frac{2}{5}-\frac{2}{7} \Rightarrow \boxed{x=\frac{4}{35}}$$

Luego; del enunciado inicial, obtenemos:

$$P\cdot\frac{2}{3}=\frac{4}{35} \Rightarrow \therefore\ P=\frac{4\times3}{35\times2}=\boxed{\frac{6}{35}}$$

Rpta.

Problema (20)

¿Qué parte de 20 es 5?

$$P\times20=5 \Rightarrow P=\frac{5}{20}=\boxed{\frac{1}{4}}$$

Problema (21)

¿Qué parte de $\frac{4}{11}$ de los $\frac{21}{8}$ de 22 es los $\frac{3}{7}$ de los $\frac{2}{5}$ de 70?

Resolución

$$P\times\frac{4}{11}\times\frac{21}{8}\times22=\frac{3}{7}\times\frac{2}{5}\times70$$

$$P\times\frac{21\times2}{2}=3\times2\times2$$

$$\therefore\ \boxed{P=\frac{3\times4}{21}=\frac{4}{7}}$$

Rpta.

¿Cuántos tercios hay en 5 unidades?

$$C\times\frac{1}{3}=5$$

(En este caso de palabra "cuántos lo representaremos por "C")

$$\therefore\ \boxed{C=15}$$

Rpta.

Problema (22)

¿Cuántos medios tercios hay en 8 unidades?

Resolución

$$C\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=8$$

$$\frac{C}{6}=8 \quad \therefore\ \boxed{C=48}$$

Rpta.

Problema (23)

¿Cuántas décimas de $\frac{2}{5}$ de "A" hay que sumarle a los $\frac{3}{7}$ de "A" para obtener $\frac{13}{14}$ de "A"?

Resolución

Del enunciado, obtenemos:

$$\frac{3}{7}A+\frac{x}{\cancel{10}}\left(\frac{\cancel{2}}{5}A\right)=\frac{13}{14}A;$$

donde: (x = # de décimas)

$$\frac{3}{7}A+\frac{x}{5}\left(\frac{A}{5}\right)=\frac{13}{14}A$$

$$\frac{xA}{25}=\frac{13}{14}A-\frac{3}{7}A;$$

damos común denominador en el 2do. miembro

$$\frac{xA}{25}=\frac{13A-6A}{14} \rightarrow \frac{xA}{25}=\frac{\cancel{7}A}{\cancel{14}}$$

$$\frac{x}{25}=\frac{1}{2} \rightarrow x=\frac{25}{2}$$

$\therefore$ $\boxed{x = 12{,}5}$ (# de décimas)

Rpta.

Problema (24.)

¿En cuántos dieciseisavos es mayor $\frac{1}{2}$ que $\frac{1}{4}$?

Resolución

En primer lugar convertimos cada una de las fracciones a dieciseis avos.

$$\times 8\left(\frac{1}{2} <> \frac{8}{16}\right. \quad ; \quad \times 4\left(\frac{1}{4} <> \frac{4}{16}\right.$$

Ahora restamos estos dos resultados para saber en cuántos dieciseis avos es mayor $\frac{1}{2}$ que $\frac{1}{4}$; veamos: $\frac{8}{16} - \frac{4}{16} = \boxed{\frac{4}{16}}$

Luego; $\frac{1}{2}$ es mayor en $\frac{4}{16}$ que $\frac{1}{4}$

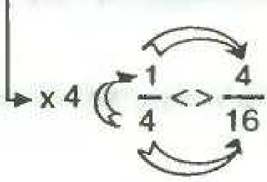
Rpta.

Otro Método:

Para este tipo de problema, primero restamos las fracciones dadas y luego el resultado lo convertimos a lo que se nos pida en el problema.

Veamos como se aplica este método, en el problema anterior.

$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \boxed{\frac{1}{4}}$ Este resultado lo convertimos a dieciseis avos)



$$\times 4\left(\frac{1}{4} <> \frac{4}{16}\right.$$

Rpta.

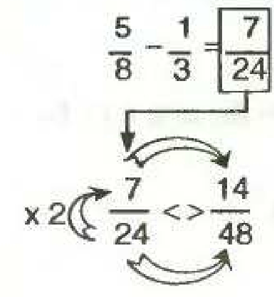
Problema (25.)

¿En cuántos cuarentaiocho avos es mayor $\frac{5}{8}$ que $\frac{1}{3}$?

Resolución

En primer lugar; restamos:

$\frac{5}{8} - \frac{1}{3} = \boxed{\frac{7}{24}}$ Este resultado lo convertimos a cuarentaicho avos)



$$\times 2\left(\frac{7}{24} <> \frac{14}{48}\right.$$

Luego, $\frac{5}{8}$ es mayor en 14 cuarentaiocho avos que $\frac{1}{3}$

Rpta.

> *Nota: He tratado de explicar este tipo de problemas ya que en un examen de admisión cometemos el error de marcar en este caso la respuesta "A", quiero decirte que no es esta la respuesta, la respuesta verdadera es la "B" puesto que la pregunta es encontrar el número de cuarentaiocho avos.*

Problema (26)

Un tanque puede ser llenado por un primer caño en 3 horas y por un segundo caño en 4 horas. ¿En cuántas horas se llenaría el tanque, si funcionan a la vez los 2 caños?

Resolución

En 1 hora funcionando cada uno por separado:

- El primer caño llenaría: $\frac{1}{3}$ del tanque
- El segundo caño llenaría: $\frac{1}{4}$ del tanque

Los dos caños en 1 hora llenaría:

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{7}{12} \text{ del tanque}$$

Luego:

$$\begin{cases} \text{Si los } \frac{7}{12} \text{ del tanque se llenaría en 1 h} \\ \text{El tanque} \quad \rightarrow \quad x \text{ h} \end{cases}$$

Por regla de tres:

$$x=\frac{\text{El tanque} \times 1\text{h}}{\frac{7}{12} \text{ del tanque}}=\frac{12}{7}\text{h}$$

$$x=\frac{12}{7}\text{h}=\boxed{1\frac{5}{7}\text{h}}$$ **Rpta.**

Otro Método:

Para este tipo de problema es recomendable, aplicar la siguiente fórmula:

$$\boxed{\frac{P}{T}=\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}+\ldots+\frac{1}{t_n}}$$

Donde:

P = Parte del tanque o recipiente a llenarse

T = Tiempo que demora en llenarse dicho tanque o recipiente

$t_1, t_2, t_3, \ldots, t_n =$ tiempos que demoran en llenar cada uno de los caños el tanque en forma independiente.

- Ahora, apliquemos la fórmula, en el problema anterior.

Datos:

P = 1 tanque ; t_1 = 3 horas

T = ? ; t_2 = 4 horas

Reemplazamos estos valores en la fórmula, obteniendo:

$$\boxed{\frac{P}{T}=\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}} \quad \text{(Fórmula)}$$

$$\frac{1}{T}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$$

$\frac{1}{T}=\frac{7}{12}$; invirtiendo ambos miembros obtenemos

$$\therefore \quad \boxed{T=\frac{12}{7}=1\frac{5}{7}\text{ h}}$$ **Rpta.**

Problema (27)

Sara puede hacer un trabajo en 4 horas; Nataly dice hacer el mismo trabajo en 3 horas y Vanessa dice hacerlo en 12 horas. ¿Si trabajan las tres juntas en que tiempo lo harían?

Resolución

Aplicando la fórmula, obtenemos:

$$\boxed{\frac{P}{T}=\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}+\ldots+\frac{1}{t_n}} \text{ (Fórmula)}$$

Donde:

P = 1 trabajo.

T = Tiempo que demoran en hacerlo las tres juntas.

t_1 = Tiempo que demora Sara en hacerlo sola.

t_2 = Tiempo que demora Nataly en hacerlo sola.

t_3 = Tiempo que demora Vanessa en hacerlo sola.

Reemplazando valores en la fórmula, obtenemos:

$$\frac{1}{T}=\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{12}$$

damos común denominador

$$\frac{1}{T}=\frac{3+4+1}{12}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$$

$$\therefore \quad \boxed{T=\frac{3}{2}=1{,}5\text{ horas}}$$ **Rpta.**

Problema (28)

Se tiene un tanque con 3 llaves, la primera llave llena el tanque en 6 horas, la segunda llave llena el mismo tanque en 4 horas y la tercera llave, vacea el mismo tanque en 8 horas. ¿En qué tiempo ha de llenarse los 7/8 partes del tanque si se abren las tres llaves al mismo tiempo estando el tanque vacío?

Resolución

En 1 hora funcionando cada uno por separado:

- La primera llave llenaría $\frac{1}{6}$ del tanque
- La segunda llave llenaría $\frac{1}{4}$ del tanque
- La tercera llave vaciaría $\frac{1}{8}$ del tanque

Como los 3 caños van a funcionar al mismo tiempo entonces en 1 hora llenarían:

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}=\frac{4+6-3}{24}=\frac{7}{24}\text{ del tanque}$$

Luego:

Si: $\frac{7}{24}$ del tanque se llena en 1 h

$\frac{7}{8}$ del tanque $\rightarrow$ x h

Por regla de tres:

$$x=\frac{\frac{7}{8}\text{DEL TANQUE}\times 1\text{h}}{\frac{7}{24}\text{ DEL TANQUE}}=\frac{24}{8}\text{h}=3\text{h}$$

Otro Método:

Para este tipo de problema es recomendable aplicar la siguiente fórmula:

$$\boxed{\frac{P}{T}=\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}+....+\frac{1}{t_n}}$$

Donde:

P = Parte del tanque o recipiente a llenarse.

T = Tiempo que demora en llenarse dicho tanque o recipiente.

$t_1, t_2, t_3 ... t_n$ = Tiempos que demoran en llenar cada uno de las llaves el tanque en forma independiente.

- Se utiliza el signo (+) cuando el caño o llave se encarga de llenar y el signo (-) cuando el caño o llave se encarga de vacear.

Ahora apliquemos la fórmula en el problema anterior.

$$\boxed{\frac{P}{T}=\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}} \quad \text{(Fórmula)}$$

Donde: $P=\frac{7}{8}$ tanque; $\quad \begin{cases} t_1=6\text{h} \\ t_2=4\text{h} \\ t_3=8\text{h} \end{cases}$

$T=?$

Reemplazamos valores en la fórmula:

$$\frac{\frac{7}{8}}{T}=\frac{1}{6}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8} \quad \Rightarrow \quad \frac{7}{8T}=\frac{4+6-3}{24}$$

$$\frac{7}{T}=\frac{7}{3} \rightarrow 21=7T$$

$\therefore$ $\boxed{T = 3\,h}$

Rpta.

Problema (29)

¿Cuál de las fracciones siguientes tiene el mayor valor?

I) $\frac{7}{9}$ II) $\frac{13}{21}$ III) $\frac{17}{42}$

Resolución

Damos común denominador a cada una de las fracciones:

I) $\frac{7}{9} <> \frac{98}{126}$

II) $\frac{13}{21} <> \frac{78}{126}$

III) $\frac{17}{42} <> \frac{51}{126}$

> ***Por Propiedad:***
>
> *A igual denominadores será mayor el que tenga mayor numerador.*

$\therefore$ $\boxed{\frac{7}{9} \text{ es la fracción de mayor valor}}$

Rpta.

Otro Método:

Para este tipo de problemas, también se puede dar común numerador. Veamos:

I) $\frac{7}{9} <> \frac{7\times13\times17}{9\times13\times17} <> \frac{7\times13\times17}{1989}$

II) $\frac{13}{21} <> \frac{7\times13\times17}{21\times7\times17} <> \frac{7\times13\times17}{2499}$

III) $\frac{17}{42} <> \frac{7\times13\times17}{42\times7\times13} <> \frac{7\times13\times17}{3822}$

Por Propiedad:

A igual numerador será mayor el que tenga menor denominador.

$\boxed{\frac{7}{9} <> \frac{7\times13\times17}{1989}}$

(Es la fracción de mayor valor)

Otro Método:

Este método consiste, en efectuar el **producto de aspa**, tomando de dos en dos las fracciones dadas, veamos:

Tomamos: (I) y (II):

$\boxed{147}$ $\boxed{117}$

$\frac{7}{9} \times \frac{13}{21}$ ⇨ $\therefore$ $\boxed{\frac{7}{9} > \frac{13}{21}}$ ......(α)

Tomamos: (I) y (III):

$\boxed{294}$ $\boxed{153}$

$\frac{7}{9} \times \frac{17}{42}$ ⇨ $\therefore$ $\boxed{\frac{7}{9} > \frac{17}{42}}$ ......(β)

Tomamos: (II) y (III):

$\boxed{546}$ $\boxed{357}$

$\frac{13}{21} \times \frac{17}{42}$ ⇨ $\therefore$ $\boxed{\frac{13}{21} > \frac{17}{42}}$ ......(θ)

De (α), (β) y (θ), obtenemos:

$$\frac{7}{9} > \frac{13}{21} > \frac{17}{42}$$

$\therefore$ $\boxed{\text{La fracción de mayor valor es: } \frac{7}{9}}$

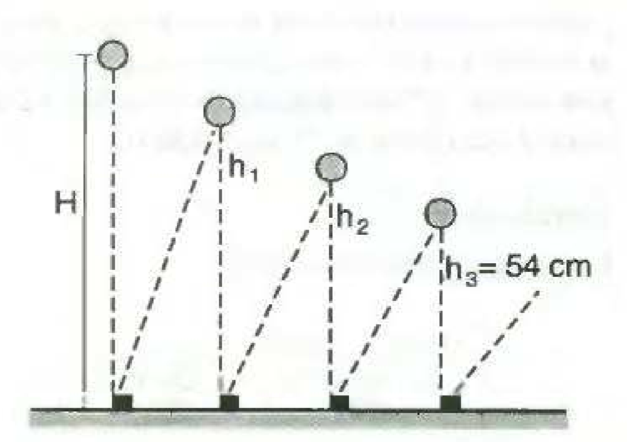
Rpta.

Problema (30)

Se hace caer una bola de billar sobre una mesa y desde cierta altura. Calcular esta altura sabiendo que en el tercer rebote alcanza una altura de 54 cm y que cada rebote equivale a 3/4 de la altura de la caída anterior.

Resolución

Para su mejor entendimiento, construímos un gráfico, veamos:



H = altura de donde se deja caer la bola de billar

- Según el enunciado, tenemos:

$$h_1 = \frac{3}{4}H \quad \ldots\ldots(1)$$

$$h_2 = \frac{3}{4}h_1 \quad \ldots\ldots(2)$$

Reemplazamos (1) en (2):

$$h_2 = \frac{3}{4}\left(\frac{3}{4}H\right) \rightarrow \boxed{h_2 = \frac{9}{16}H} \quad \ldots\ldots(1)$$

$$h_3 = \frac{3}{4}h_2 \quad \ldots\ldots(3)$$

Reemplazamos (1) en (3):

$$h_3 = \frac{3}{4}\left(\frac{9}{16}H\right)$$

$$54\text{cm} = \frac{27}{64}H$$

De donde:

$$H = \frac{64(\cancel{54}\text{cm})}{\cancel{27}} = 64(2\text{cm})$$

$$\therefore \boxed{H = 128\text{cm}}$$

(altura de donde cayó la bola de billar)

Rpta.

Problema (31)

Una botella contiene "A" litros de vino, se sacan "B" litros y se reemplaza con agua, se sacan nuevamente "B" litros de mezcla; se vuelven a reemplazar con agua. Se repite el proceso "n" veces. ¿Cuál es la cantidad de vino que queda en la botella después de estas operaciones?

Resolución:

Inicialmente la botella contiene "A" litros de vino, y en cada operación, se extraen "B" litros del mismo; entonces las operaciones a realizarse son las siguientes:

En la **1ra. operación** queda:

$\left(\frac{A-B}{A}\right)$ del anterior (Anterior = A litros)

Osea: $\left(\frac{A-B}{A}\right)A$

En la **2da. operación** queda:

$\left(\frac{A-B}{A}\right)$ del anterior (Anterior = **primera** operación)

$\left(\frac{A-B}{A}\right)\left(\frac{A-B}{A}\right)A$ Osea:

En la **3ra. operación** queda:

$\left(\frac{A-B}{A}\right)$ del anterior (Anterior = **segunda** operación)

Osea: $\left(\frac{A-B}{A}\right)\left(\frac{A-B}{A}\right)\left(\frac{A-B}{A}\right)A$

⋮

En la **"n" operación** queda:

$\left(\frac{A-B}{A}\right)$ del anterior (Anterior = (n - 1) operación)

Osea: Lo que quedaria de vino al final es:

$$\left(\frac{A-B}{A}\right)\left(\frac{A-B}{A}\right)\left(\frac{A-B}{A}\right)\ldots\left(\frac{A-B}{A}\right)A = \left(\frac{A-B}{A}\right)^n \cdot A$$

$$= \frac{(A-B)^n}{A^n}\cdot A$$

(Cantidad de litros de vino que queda en la botella después de estas "n" operaciones). $= \boxed{\dfrac{(A-B)^n}{A^{n-1}}}$

(Fórmula)

La cantidad de litros de vino que queda en la botella después de estas "n" operaciones es:

$$\boxed{\frac{(A-B)^n}{A^{n-1}}}$$

Donde:

- *A = Cantidad de litros de vino que contiene el recipiente*
- *B = Cantidad de litros que se extrae en cada operación.*
- *n = número total de operaciones.*

Problema (32)

De un tonel que contiene 80 litros de vino, se sacan 20 litros, que se reemplazan por agua. Se hace lo mismo con la mezcla 2ª y 3ª vez. ¿Qué cantidad de vino queda en el tonel después de la tercera operación?

Resolución:

Cada vez quedan los $\left(\dfrac{80-20}{80}\right)$ del anterior, y como la operación se ha repetido 3 veces, quedarán:

$$\left(\frac{80-20}{80}\right)\left(\frac{80-20}{80}\right)\left(\frac{80-20}{80}\right)\times 80=\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\times 80$$

$$=\frac{27}{64}\times 80=\frac{135}{4}=33{,}75 \text{ litros}$$

Rpta: Después de la 3ra operación quedan en el tonel 33,75 litros de vino.

Problema (33)

Un tonel tiene 100 litros de vino. Se saca 1/4 y se reemplaza por agua; luego se saca 1/4 de la mezcla y se reemplaza por agua, y eso por tres veces. ¿Qué cantidad de vino hay en el tonel después de la 3ra. operación?.

Resolución:

Cada vez queda en el tonel:

$$\left(\frac{100-\frac{1}{4}(100)}{100}\right)=\left(\frac{75}{100}\right)$$

del anterior, y como se ha repetido 3 veces la operación, quedarán:

$$\left(\frac{75}{100}\right)\left(\frac{75}{100}\right)\left(\frac{75}{\cancel{100}}\right)\times\cancel{100}=\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)(75)=\frac{675}{16}$$

$$=\frac{3}{16}\text{ litros}$$

Rpta. La Cantidad de vino que hay en el tonel después de la 3ra. operación es: $42\,{}^{3}\!/_{16}$ litros.

- Aplicando la fórmula:

Cantidad de vino que queda al final $=\dfrac{(A-B)^n}{A^{n-1}}$;

Donde:

- A = 100 litros (Cantidad de vino que contiene el tonel)
- B = $\dfrac{1}{4}$(100 litros) = 25 litros (Cantidad de litros que extraen en cada operación).
- n = 3 (Número de operaciones)

Luego, reemplazamos valores en la fórmula, obteniendo:

Cantidad de vino que queda al final $=\dfrac{(100-25)^3}{100^{3-1}}=\dfrac{(75)^3}{100^2}=\dfrac{\cancel{75}\times\cancel{75}\times 75}{\cancel{100}\times\cancel{100}}$

$$=\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times 75=\frac{675}{16}=\ 42\frac{3}{16}\text{ litros}$$

> ***Nota:*** *Si la cantidad de litros que se saca del tonel es distinta cada vez, y llamamos A al contenido del recipiente, (A - B_1) a lo que queda después de 1^{ra} sustracción, (A - B_2) a lo que queda después de la 2^{da} sustracción, (A - B_3) a lo que queda después de la 3^{ra} sustracción, etc., tendremos la siguiente fórmula:*

Cantidad de vino que queda al final

$$= \frac{(A-B_1)(A-B_2)(A-B_3).....(A-B_n)}{A^{n-1}}$$

Donde:

B_1 = número de litros que se extraen la primera vez.

B_2 = número de litros que se extraen la segunda vez.

B_3 = número de litros que se extraen la tercera vez.

⋮

B_n = número de litros que se extraen la enésima vez.

Problema 34

Un tonel contiene 120 litros de vino, se extraen sucesivamente 20 litros, 30 litros y 40 litros, reeplazando sucesivamente con agua (en cada caso). ¿Qué volumen de vino y agua queda al final de la última operación?

Resolución:

Aplicando la fórmula:

(Cantidad de vino que queda al final) =

Siendo: $\frac{(A-B_1)(A-B_2)(A-B_3)....(A-B_n)}{A^{n-1}}$

A = 120 litros (capacidad del tonel)

B_1 = 20 litros; B_2 = 30 litros y B_3 = 40 litros

n = 3 (número de veces que se extrae)

Reemplazando valores en la fórmula, se obtiene:

Cantidad de vino que queda al final

$$= \frac{(120-20)(120-30)(120-40)}{120^{3-1}}$$

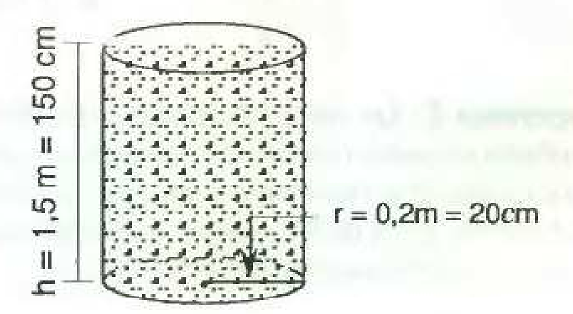
$$= \frac{(100)(90)(80)}{120^2} = \frac{(100)(90)(80)}{120 \cdot 120} = 50$$

Rpta: Al final quedarán: 50 litros de vino y (120 - 50) = 70 litros de agua.

Problema (35)

Un envase cilindrico de 0,2 metros de radio 1,5 metros de altura esta lleno de vino. Se sacan sucesivamente 100 litros, 60 litros y 10 litros, reemplazando sucesivamente con agua (en cada caso). ¿Qué cantidad de litros de vino y agua hay en el tonel después de la tercera operación?

Resolución:



Recuerda que:

1 litro < > 1 000 cm^3

Calculamos el volumen del envase cilindrico.

Volumen = área de la base x altura

Volumen = πr^2 x h = π (20 cm)^2 x 150 cm

Volumen = 3,1416 (400 cm^2) x 150 cm.

Volumen = 188 496 cm^3; convertimos los cm^3 a litros.

$$\text{Volumen} = 188\,496\text{cm}^3 \times \frac{1\text{ litro}}{1000\text{ cm}^3}$$

∴ **Volumen = 188,496 litros = 189 litros**

Luego, aplicamos la fórmula:

Cantidad de vino que queda al final

$$= \frac{(189-100)(189-60)(189-10)}{189^{3-1}}$$

$$= \frac{(89)(129)(179)}{189 \cdot 189} = 57,5 \text{ litros}$$

Reemplazando valores, obtenemos:

Rpta. Al final quedarán 57,5 litros de vino y (189 – 57,5) litros = 131,5 litros de agua

PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1.- ¿Cuál es el número que disminuido en 7 unidades produce un resultado igual al que se obtiene multiplicándolo por 3/10?

A) 8 B) 10 C) 20 D) 14 E) N.A.

Problema 2.- ¿Cuál es el número cuya tercera parte, más su duplo,más su quinta y más su triple, da como resultado 51 460?

A) 3 900 B) 9 300 C) 9 600
D) 9 030 E) N.A.

Problema 3.- Un granjero dispone de cierta cantidad de pollos que los vende vivos en cada venta da la mitad de los que tiene más un pollo. Si después de la quinta venta, le quedan dos pollos. ¿Cuántos tenía al principio?

A) 216 B) 126 C) 612
D) 261 E) N.A.

Problema 4.- Una señora va al mercado con 34 soles al preguntarle su esposo cuanto había gastado. Contesta: he gastado la tercera parte de los dos quintos de lo que no he gastado. ¿Cuántos gastó?

A) 30 soles B) 24 soles
C) 4 soles D) 26 soles
E) Ninguna

Problema 5.- De un depósito que contiene aceite se sacan las 2/3 partes de su contenido menos 40 litros, en una segunda operación se sacan los 2/5 del resto y por último se sacan los 84 litros restantes. Determinar la capacidad del depósito.

A) 280 litros B) 260 litros
C) 26 litros D) 250 libros
E) 290 litros

Problema 6.- María va al mercado, donde gasta en carne los 2/3 del dinero que llevó más 4 soles; en menestras gastó la 1/6 parte del dinero que le quedaba más 6 soles y en frutas gasta 3/7 del nuevo resto más 4 soles. ¿Cuántos soles llevó al mercado si ha regresado con 4 soles?

A) 40 B) 84 C) 100
D) 64 E) 60

Problema 7.- Cuatro amigos "A", "B", "C" y "D" que tienen: 20, 18, 17 y 15 manzanas invitan a "E" a consumir sus manzanas. Si los cinco consumen en partes iguales y al retirarse "E" deja en pago 28 soles. ¿Cuántos soles le corresponden a "A"?

A) 12 B) 8 C) 6
D) 2 E) Ninguna

Problema 8.- Una fracción es tal que multiplicada por 9 y dividida entre 4 da como resultado dos fracciones cuyo producto es 1,7. Hallar la

semisuma de los términos de dicha fracción irreductible.

A) 8,5 B) 9,5 C) 6,5
D) 7,5 E) N.A.

Problema 9.- El numerador de una fracción excede al denominador en 22. Si el numerador se resta 15, la diferencia entre la fracción primitiva y la nueva fracción es 3. Hallar la fracción primitiva.

A) 29/7 B) 27/5 C) 26/4
D) 28/6 E) N.A.

Problema 10.- Si la fracción: 65/14 disminuye en sus 2/5 de su valor y conserva el mismo denominador. ¿Cuál es el nuevo numerador?

A) 70 B) 29 C) 49
D) 29 E) Ninguna

Problema 11.- Si: "B" es igual a los 2/7 de los 4/9 de 21/8 y A^2 es igual a los 5/16 de los 36/125 de B^2. ¿Cuál es el valor de "A + B"?

A) 30/13 B) 13/30 C) 1/10
D) 1/3 E) 1/13

Problema 12.- Si a los 5/11 de una cantidad se le suma los 3/2 de 1/2 de la misma cantidad, se obtiene los 7/22 de los 3/8 de 1 484. Hallar la cantidad original.

A) 417 B) 714 C) 147
D) 471 E) N.A.

Problema 13.- Una fracción: "a/b", aumentada en sus 13/21 es 13/21. Si "a" y "b" no tienen factores comunes, entonces: "b-a" es igual a:

A) -21 B) 21 C) 12
D) 8 E) N.A.

Problema 14.- Un taxista cobra 60 soles por el primer cuarto de kilómetro y 80 soles por cada cuarto de kilómetro adicional. ¿Cuál es la tarifa en soles por un viaje de "v" kilómetros donde "v" es mayor que un cuarto de kilómetro?

A) 60+80(v-1) B) 60+80(3v-1)
C) 60+80(4v-1) D) 60+(5v-1)
E) Ninguna

Problema 15.- Si la tercera parte del tiempo que ha pasado desde las 10 a.m., es la mitad del tiempo que falta para las 7 p.m. ¿Qué hora es?

A) (1 h 24 min) pm
B) (3 h 24 min) pm
C) (2 h 24 min) pm
D) (5 h 24 min) pm
E) N.A.

Problema 16.- ¿Qué parte de 5/21 de los 7/9 de 63 es los 6/13 de los 5/8 de 52?

A) 7/9 B) 9/7 C) 6/7
D) 8/13 E) Ninguna

Problema 17.- ¿Qué parte de 5/9 representa lo que le sobra a 3/5 para ser 1/6?

A) 39/50 B) 50/39 C) 117/50
D) 13/50 E) Ninguna

Problema 18.- ¿Cuántos cuartos hay en los 2/5 de los 10/4 de 30 unidades?

A) 30 B) 120 C) 480
D) 7,5 E) N.A.

Problema 19.- ¿Cuántos octavos de 4/7 hay que restarle a 5/12 para obtener 5/21?

A) 2/3 B) 3,2 C) 3,5
D) 2,5 E) N.A.

Problema 20.- ¿En cuántos cuarenticinco avos es mayor 2/3 que 5/9?

A) 5 B) 1 C) 6
D) 9 E) N.A.

Problema 21.- ¿En cuántos veinticinco avos es mayor 0,48 que 0,36?

A) 5 B) 6 C) 3
D) 4 E) 8

Problema 22.- La suma de 2 fracciones homogéneas es 5, y la suma de los denominadores es 14, si el producto de los 4 términos es 12 250. Hallar la suma de los 4 términos.

A) 70 B) 35 C) 49
D) 20 E) 90

Problema 23.-

Efectuar:

$$E=\frac{\dfrac{33,333}{4,4444}+\dfrac{22,222}{8,8888}}{\dfrac{0,55555}{4,4444}-\dfrac{66,6666}{888,888}}$$

A) 0,02 B) 2 C) 0,2
D) 20 E) 200

Problema 24.- Manuel gastó la quinta parte de sus ahorros; luego invirtió 1/3 de lo que le quedó más S/. 450, en comprar una radiola, como tenía que pagar una letara de S/. 7 100 debió pedir préstamo 1/3 de lo que le quedaba menos S/. 460. ¿A cómo ascendía sus ahorros?

A) 11 400 soles B) 7 650 soles
C) 15 300 soles D) 11475 soles
E) 19 125 soles

Problema 25.-

Hallar el valor de "M":

$$M=\frac{\left(\dfrac{2}{9}-\dfrac{5}{6}\cdot\dfrac{2}{9}+\dfrac{8}{15}:\dfrac{3}{5}\right)\cdot 1\dfrac{4}{5}}{2-\dfrac{1}{3}-1\dfrac{1}{4}}-3$$

A) 0 B) C) 1
D) 2 E) Más de 2

Problema 26.- ¿Qué parte de 3 1/3 es lo que le falta a 1/9 para ser igual a los 2/3 de 3/5?

A) 11/45 B) 9/150 C) 13/150
D) 2/5 E) 41/150

Problema 27.- Si a los términos de 3/7 le aumentamos 2 números que suman 500, resulta una fracción equivalente a la original. ¿Cuáles son los números?

A) 100 y 400 B) 200 y 300
C) 150 y 350 D) 130 y 370
E) N.A.

Problema 28.- Si de un depósito que está lleno 1/2 de lo que no está lleno, se vacia una cantidad igual a 1/3 de lo que no vacía. ¿Qué parte del volúmen del depósito quedará con líquido?

A) 1/8 B) 1/12 C) 1/6
D) 1/2 E) 1/4

Problema 29.- Hallar una fracción equivalente a 0,2 cuyo numerador está comprendido entre 15 y 35 y su denominador entre 50 y 75.

A) 15/70 B) 26/52 C) 18/72
D) 16/72 E) 19/74

Problema 30.- Si:

$$R=\frac{\left[\dfrac{8\frac{4}{9}-2,\widehat{8}}{2,7+\frac{11}{9}}+3,\widehat{38}\right]-\left(1,\widehat{36}+\dfrac{8}{99}\right)}{\left[2,\widehat{27}+\dfrac{0,\widehat{36}+\frac{10}{77}}{\frac{5}{7}-\frac{9}{77}}\right]}$$

Hallar el valor de: R^2

A) 2,25 B) 0,16 C) 1
D) 4 E) 4/9

Problema 31.- A y B pueden hacer juntos una obra en 20 días. A lo haría solo en 30 días. Si A trabaja durante 10 días. ¿Cuántos días empleará B para terminar la obra?

A) 40 B) 20 C) 30
D) 15 E) 52

Problema 32.- Se tiene 3 caños para llenar un tanque; el 1º lo puede llenar en 72 horas, el 2 ºen 90 horas y el 3 ºen 120 horas. Si estando vacío el tanque se abren simultáneamente las llaves de los 3 caños. ¿En qué tiempo llenarán los 2/9 de los 3/2 del tanque?

A) 10 h B) 11 h C) 5 h
D) 8 h E) 12 h

Probema 33.- Una pelota pierde las dos quintas partes de su altura en cada rebote que dá, si se le deja caer desde un metro de altura. ¿Qué altura alcanzará después del tercer rebote?

A) 21 cm B) 21,60 cm C) 12,60 cm
D) 32,80 cm E) 26,10 cm

Problema 34.- Decir cuáles de las fracciones es el menor y el mayor:

I) 13/17 II) 19/32 III) 27/43
IV) 14/21 V) 35/42

A) I y IV B) II y V C) II y III
D) I y V E) II y IV
e) II y IV

Problema 35.- Vicente juega a las cartas, en la primera partida pierde 2/5 de lo que tenía, en la segunda pierde 5/12 de lo que le quedaría, finalmente en la tercera partida pierde los 3/7 de lo que aún le quedaba. ¿Qué fracción de lo que tenía al principio le queda?

A) 2/3 B) 4/5 C) 2/5
D) 1/5 E) N.A.

Problema 36: De un tonel que contiene 100 litros de vino se sacan 40 litros que se reemplazan por agua. Se hace lo mismo con la mezcla 2da, 3ra y 4ta vez. ¿Qué cantidad de vino queda en el tonel después de la cuarta operación?

A) 12 litros B) 13 litros C) 14 litros
D) $12\frac{24}{25}$ E) 16 litros

Problema 37: Un tonel tiene 90 litros de vino. Se saca 1/3 y se reemplaza por agua, luego se saca 1/3 de la mezcla y se reemplaza por agua, y eso por tres veces. ¿Qué cantidad de vino hay en el tonel después de la 3ra operación?

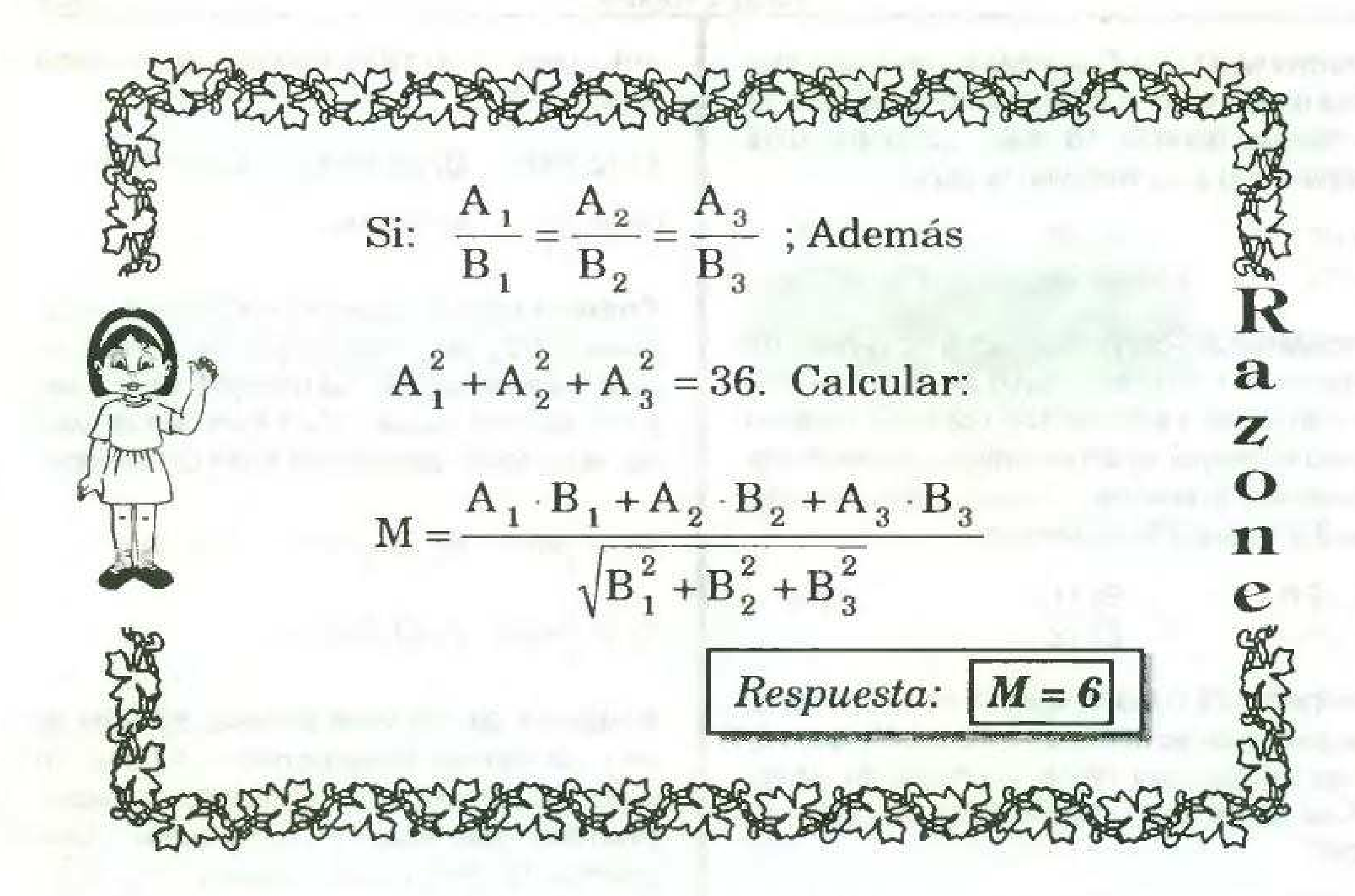
A) $25\frac{1}{3}$ litros B) $23\frac{2}{3}$ litros C) 25 litros
D) $26\frac{2}{3}$ litros E) 27 litros

Problema 38: Un tonel contiene 80 litros de vino, se extraen sucesivamente 5 litros; 10 litros, 15 litros y 20 litros; reemplazando sucesivamente con agua (en cada caso). ¿Qué volumen de vino y agua queda al final de la última operación?

A) 30ℓ y 50ℓ B) 20ℓ y 60ℓ C) 40ℓ y 40ℓ
D) 50ℓ y 30ℓ E) 60ℓ y 20ℓ

CLAVES DE RESPUESTAS

1. B	11. B	21. C	31. A
2. B	12. C	22. C	32. A
3. B	13. B	23. E	33. B
4. C	14. C	24. D	34. B
5. C	15. B	25. C	35. D
6. B	16. B	26. C	36. D
7. A	17. A	27. C	37. D
8. A	18. B	28. E	38. C
9. B	19. D	29. D	
10. B	20. A	30. C	



Si: $\dfrac{A_1}{B_1} = \dfrac{A_2}{B_2} = \dfrac{A_3}{B_3}$; Además

$A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 = 36$. Calcular:

$$M = \frac{A_1 \cdot B_1 + A_2 \cdot B_2 + A_3 \cdot B_3}{\sqrt{B_1^2 + B_2^2 + B_3^2}}$$

Respuesta: **$M = 6$**

Razone

Calcular el valor numérico de:

$$R = x^{2\sqrt{2}} - x^2 - 2\sqrt{2}x$$

Sabiendo que:

$$x = \left(x + \sqrt{2}\right)^{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

Respuesta: **$A = 2$**

PORCENTAJES 24

- La expresión "Por Ciento" viene de la frase latina "per centum", y de ella deriva la palabra porcentaje.
- Se denomina porcentaje o tanto por ciento, al número de unidades que se toma de cada 100.
- Si decimos "el 70 por ciento de las respuestas de una prueba son correctas". Queremos significar que de 100 preguntas, 70 son correctas. Se podrá usar 70/100 en vez de la frase "70 por ciento".
- La frase "por ciento" se usa cuando una razón está expresada con un denominador 100.

$$70 \text{ por ciento} = \frac{70}{100} = 70 \times \frac{1}{100}$$

- En vez de la expresión "por ciento" se usa el símbolo %. Este símbolo es una abreviatura de 1/100.

$$\frac{70}{100} = 70 \times \frac{1}{100} = 70\%$$

$$\frac{25}{100} = 25 \times \frac{1}{100} = 25\%$$

> **Nota:** *Todo número puede ser expresado como un porcentaje, multiplicado dicho número × 100%.*

Ejemplos:

$1 <> 1 \times 100\% <> 100\%$

$2 <> 2 \times 100\% <> 200\%$

$4 <> 4 \times 100\% <> 400\%$

$\frac{1}{2} <> \frac{1}{2} \times 100\% <> 50\%$

$\frac{3}{4} <> \frac{3}{4} \times 100\% <> 75\%$

$\frac{2}{5} <> \frac{2}{5} \times 100\% <> 40\%$

> **Nota:** *Se puede sumar o restar porcentajes de una misma cantidad.*

Ejemplo I.

A) 20% **A** + 40% **A** = 60% **A**

B) 50% **A** - 28% **A** = 22% **A**

C) 26% **B** - 14% **B** + 5% **B** = 17% **B**

Ejemplo II.

A) 15% del (12% de **C**) + 4% del (12% de **C**)
(se suman)
= 19% del (12% de **C**)

B) Una cantidad más su 30% = **130% de la cantidad**

C) Mi edad más el 23 % de ella = **123% de mi edad**

Problemas Fundamentales Sobre Porcentajes

Los problemas fundamentales de tanto por ciento pueden reducirse a la siguiente expresión:

$$P\% \times N = R$$

Donde:

- **P %** = *Nos indica el número de centésimas a tomar.*
- **N** = *Representa la cantidad de la cual hay que tomarlas.*
- **R** = *Es el resultado de la operación.*

A continuación mencionaremos algunos casos que se nos presenta al resolver problemas de tanto por ciento.

Primer caso:

Cuando en: **P % de N = R**

Se conocen: **P% y N**
Se desconoce: **R**

Ejemplo 1: Hallar el 40% de 900

Resolución:

$\underbrace{40\%}$ de $900 = R$

$\frac{40}{100} \times 900 = R$

simplificando obtenemos:

$40 \times 9 = R \rightarrow \therefore$ $\boxed{R = 360}$

Ejemplo 2: Hallar el 0,002% de 36 000

Resolución:

$\underbrace{0{,}002\ \%} \times 36\,000 = R$

$\frac{0{,}002}{100} \times 36\,000 = R$

simplificando obtenemos:

$\underbrace{0{,}002} \times 360 = R$

$\frac{2}{1000} \times 360 = R$

$\frac{2 \times 36}{100} = R \rightarrow \therefore$ $\boxed{R = 0{,}72}$

Ejemplo 3: Hallar el 10% del 25% de 400 000

Resolución:

$\underbrace{10\%}$ del $\underbrace{25\%}$ de $400\,000 = R$

$\frac{10}{100} \times \frac{25}{100} \times 400\,000 = R$

simplificando obtenemos:

$10 \times 25 \times 40 = R \rightarrow \therefore$ $\boxed{R = 10\,000}$

Nota: *Las palabras: **"de"**, **"del"**, o **"de los"** matemáticamente significan multiplicación y la palabra **"es"** significa igualdad.*

Ejercicio de Aplicación

Grupo I

1. Hallar el 0,05% de 4 200

   A) 0,12 B) 0,021 C) 21×10^{-1}
   D) 2,01 E) N.A.

2. Hallar el 27% de 6 000

   A) 1 640 B) 1 620 C) 162
   D) 16,2 E) N.A.

3. Hallar el $\frac{3}{5}$ % de 3×10

   A) 1,8 B) 1 800 C) 180
   D) 0,18 E) N.A.

4. Hallar el $\frac{3}{2}$ % de (la mitad de 100, aumentado en 50)

   A) 1,5 B) 15 C) 150 D) 75 E) 25

5. Hallar el 0,03% del 0,2% de 24×10^6

A) 144 B) 14,4 C) 1 440

D) 104 E) N.A.

6. El 20% del 30% del 0,001 de 60×10^4 es:

A) 0,36 B) 3 600 C) 3,6

D) 36 E) N.A.

7. Si: Nataly recibe de propina el 28% de 60 soles; y Vanessa recibe de propina el 32% de 50 soles. ¿Quién recibe más dinero ?

A) Nataly B) Vanessa

C) Iguales D) No se sabe

E) Ninguna anterior.

8. Entre tú y yo tenemos 600 manzanas, si tú me dieras el 15% de las tuyas yo tendría 430 manzanas. ¿Cuántas manzanas tengo?

A) 200 B) 400 C) 450

D) 350 E) N.A.

9. Si:

$A = 20\%$ del 5% de 36×10^3

$B = 0,03\%$ del 0,2% de 10^7

Hallar: el 50% del 32% del A% de B.

A) 34,56 B) 345,6 C) $3\,456 \times 10^{-3}$

D) $4\,356 \times 10^{-2}$ E) Ninguna

10. Si:

$A = \frac{5}{8}$ del 0,04 % de 120 000

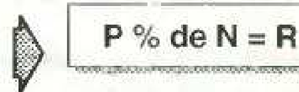
$B = 0,06$ % de los $\frac{4}{5}$ % de 2×10^7

Hallar: el 0,025% del 40% de (A + B)

A) 126×10^{-3} B) 12,3 C) $1\,260 \times 10^{-5}$

D) 126 E) Ninguna

Segundo caso:

Cuando en: 

Se conocen: **P% y R**

Se desconoce: **N**

Ejemplo 1: ¿25 % de que número es 60?

Resolucion:

Sea: "N" el número buscado, entonces:

$$\underbrace{25\%}\text{ de } N = 60$$

$$\frac{25}{100} \times N = 60$$

despejando "N", obtenemos:

$$N = \frac{60 \times \cancel{100}}{\cancel{25}} = 60 \times 4$$

$$\therefore \boxed{N = 240}$$

Ejemplo 2: ¿0,06% de qué número es 24 ?

Resolución:

Sea: "N" el número buscado, entonces:

$$\underbrace{0,06\ \%}\text{ de } N = 24$$

$$\frac{0,06}{100} \times N = 24 \Rightarrow \underbrace{0,06} \times N = 2\,400$$

$$\frac{6}{100} \times N = 2\,400$$

$$N = \frac{\cancel{2\,400} \times 100}{\cancel{6}} = 400 \times 100$$

$$\therefore \boxed{N = 40\,000}$$

Ejemplo 3: Si tuviera 20% más de la edad que tengo tendría 48 años. ¿Qué edad tengo en la actualidad?

Resolución:

Sea: mi edad actual = e < > 100% e

Recordemos que la totalidad de una cantidad es siempre el 100% de ella misma. Del enunciado, obtenemos:

$$e + 20\%\, e = 48 \text{ años}$$

$$\underbrace{100\%\, e + 20\%\, e} = 48 \text{ años}$$

$$120\%\, e = 48 \text{ años}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{120}{100}\, e = 48 \text{ años}$$

$$e = \frac{\cancel{48}^{4} \times 10}{\cancel{12}} \text{ años}$$

$\therefore$ $\boxed{e = 40 \text{ años}}$ **(Edad actual)**

Ejemplo 4: Si vendiera mi libro de razonamiento matemático en un 30% menos, costaría 17,5 soles. ¿Cuál es el precio real del libro?

Resolución:

Sea:

El precio real del libro = P < > 100% P

Del enunciado, obtenemos:

$$P - 30\%\, P = 17{,}5 \text{ soles}$$

$$\underbrace{100\%\, P - 30\%\, P} = 17{,}5 \text{ soles}$$

$$70\%\, P = 17{,}5 \text{ soles}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{70}{100}\, P = 17{,}5 \text{ soles}$$

$$P = \frac{175}{7} \text{ soles}$$

$\therefore$ $\boxed{P = 25 \text{ soles}}$

Ejercicios de Aplicación

Grupo II

1. ¿36% de qué número es 144?

A) 40 B) 400 C) 360

D) 1 440 E) N.A.

2. ¿0,45% de qué número es 9?

A) 200 B) 2 000 C) 20

D) 2×10^4 E) N.A.

3. ¿El 30% de 2/3 % de qué número es 16?

A) 0,08 B) 0,001 8 C) 8×10^3

D) 800 E) N.A.

4. $\frac{4}{9}$ % del $\frac{9}{12}$ % de qué número es 5×10^{-5}

A) 15 B) 1 500 C) 1,5

D) 15×10^3 E) 0,15

5. ¿El 20 % de qué número es el 40 % del 5 % de 600?

A) 600 B) 6 C) 60

D) 6×10^3 E) N.A.

6. El 15 % del 40 % de los 5/8 de un número es equivalente al 25% del 0,02% de 2 250. El número es:

A) 3 B) 30 C) 300

D) 3 000 E) N.A.

7. ¿Cuál es el mayor?

A) Un número cuyo 60% es 240
B) Un número cuyo 80% es 64
C) Un número cuyo 5% del 40% es 80
D) Un número cuyo 0,03% es 15
E) Un número cuyo 0,05% del 6% es 0,003

A) **A** B) **B** C) **C** D) **D** E) **E**

8. Si Olga tuviera el 35% menos de la edad que tiene, tendría 13 años. ¿Cuántos años tendrá dentro de 8 años?

A) 20 B) 25 C) 28

D) 26 E) N.A.

9. Una señora va al mercado, donde al comprar un cierto número de naranjas le regalan un 5% de las que compró, obteniendo así 420 naranjas. ¿Cuántas naranjas compró?

A) 200 B) 300 C) 400

D) 360 E) N.A.

10. Manuel reparte su fortuna de la siguiente manera; a Nataly le da el 24% de la fortuna, a Vanessa el 20% y a César los 112 soles restantes. ¿A quién le tocó más dinero?

A) Nataly B) Vanessa C) César

D) Manuel E) N.A.

Tercer caso:

Cuando en: **P % de N = R**

Se conocen: **N y R**

Se desconoce: **P%**

Ejercicio 1: ¿Qué porcentaje de 120 es 48?

Resolución:

Sea: "P%" el porcentaje buscado

P% de 120 = 48

$$\frac{P}{100}\times 120 = 48 \Rightarrow P = \frac{48\times 10}{12} = 4\times 10$$

$\therefore$ **P = 40**

Este resultado significa que es el 40%, el signo de % se sobre entiende

Ejercicio 2: ¿Qué porcentaje de 320 es 64?

Resolución:

Sea: P% el porcentaje buscado

P% de 320 = 64

$$\frac{P}{100}\times 320 = 64 \Rightarrow P = \frac{64\times 10}{32} = 2\times 10$$

$\therefore$ **P = 20 %**

Ejercicio 3: ¿Qué porcentaje de 0,025 es 0,005?

Resolución:

Sea: P% el porcentaje buscado

P% de 0,025 = 0,005

$$\frac{P}{100}\times 0{,}025 = 0{,}005$$

$$\frac{P}{100}\times \frac{25}{1000} = \frac{5}{1000}$$

$$P = \frac{5\times 100}{25} = \frac{100}{5} = 20 \Rightarrow \therefore$$ **P = 20%**

Nota: *Este tipo de problema también sabe pedirse como incógnita, en lugar de la palabra: Que porcentaje se nos pide que: % veamos algunos ejemplos:*

Ejercicio 4: ¿Qué % de 40 es 8?

Resolución:

Sea: P% el porcentaje buscado

P% de 40 = 8

$$\frac{P}{100}\times 40 = 8 \Rightarrow P = \frac{8\times 10}{4} = 2\times 10 = 20$$

$\therefore$ **P = 20 %**

Ejercicio 5: Calcular que: % es 40 de 160

Resolución:

Sea: P % el porcentaje buscado

P% de 160 es 40

$$\frac{P}{100} \times 160 = 40$$

$$P = \frac{40 \times 10}{16} = \frac{10 \times 10}{4} = 25$$

$\therefore$ **P = 25%**

Ejercicio 6: Si al vender uno de mis libros en 28 soles gano 8 soles ¿Cuál es el tanto por ciento de ganancia?

Resolución:

Sabemos que:

Ganancia = Precio Venta - Precio Costo

Donde:

8 = 28 - **Pc**

$\therefore$ **Pc = 20** *(Precio de costo del libro)*

Ahora, diremos lo siguiente: El precio de costo representa el 100 %.

Luego:

Si: 20 ⟶ 100%

8 ⟶ x

Por regla de tres: $x = \dfrac{8 \times 100\%}{20} = 40\%$

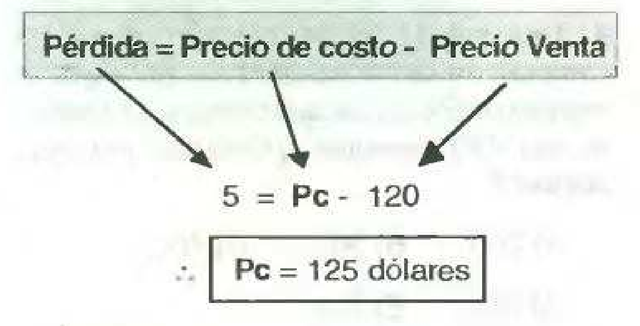
$\therefore$ **Ganancia = 40%**

> ***Nota:*** *No olvidemos que toda ganancia o pérdida se calcula con respecto al precio de costo (a no ser que se nos indique otra cosa).*

Ejercicio 7: Una casa comercial vende un televisor en 120 dólares perdiendo en la venta 5 dólares. ¿Qué tanto por ciento perdió?

Resolución:

Sabemos que:



$\therefore$ **Pc = 125 dólares**

Luego:

Si: 125 dólares ⟶ 100%

5 dólares ⟶ x

Por regla de tres:

$$x = \frac{5 \text{ dólares} \times 100\%}{125 \text{ dólares}} = \frac{100\%}{25}$$

x = 4% ⇨ $\therefore$ **Pérdida = 4%**

Ejercicio 8: ¿Qué % del 15% del 8% de 600 es el 20% de 0,5% de 1 440?

Resolución:

P% del 15% del 8% de 600 = 20% de 0,5% de 1 440

$$\frac{P}{100} \times \frac{15}{100} \times \frac{8}{100} \times 600 = \frac{20}{100} \times \frac{0,5}{100} \times 1440$$

$$48 \times 15 \times P = 20 \times \frac{5}{10} \times 1\,440$$

$$P = \frac{20 \times 5 \times 144}{48 \times 15} = \frac{20 \times 1 \times 3}{1 \times 3}$$

$\therefore$ **P = 20%**

Ejercicio 9: ¿60 qué % es del 50% del 20% de 4 000?

Resolución:

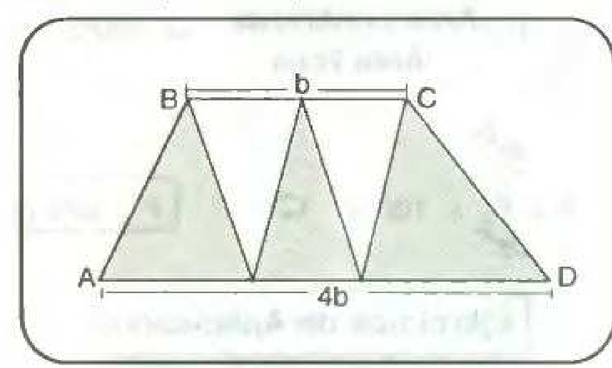
P% del 50% del 20% de 4 000 es 60

$$\frac{P}{100}\times\frac{50}{100}\times\frac{20}{100}\times 4\,000 = 60$$

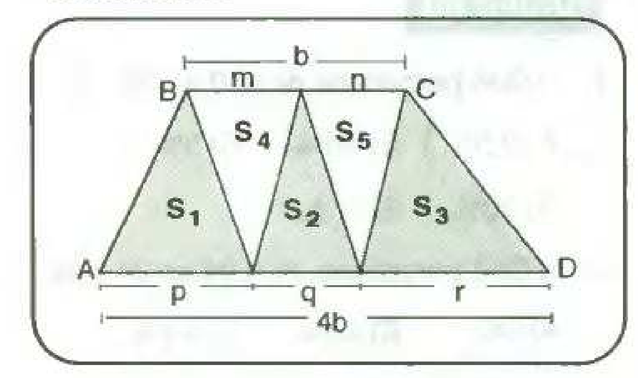
$$\frac{P\times 400}{100} = 60 \Rightarrow P = \frac{60}{4} = 15$$

∴ $P = 15\%$

Ejercicio 10: En la figura mostrada: qué porcentaje del área sombreada es el área no sombreada. (BC // AD)



Resolución:



Como se observará "h" es altura para todos los triángulos mostrados

Cálculo del Area Sombreada:

$$\text{A. Somb.} = S_1 + S_2 + S_3$$

$$\text{A. Somb.} = \frac{p\times h}{2} + \frac{q\times h}{2} + \frac{r\times h}{2}$$

$$\text{A. Somb.} = \frac{h}{2}\,(p+q+r)$$

$$\therefore\ \text{A. Somb.} = \frac{h}{2}(4b) = 2bh$$

Cálculo del Area No Sombreada

$$\text{A. no sombreada} = S_4 + S_5$$

$$\text{A. no sombreada} = \frac{m\times h}{2} + \frac{n\times h}{2}$$

$$\text{Area no sombreada} = \frac{h}{2}\times(m+n)$$

$$\therefore\ \text{Area no somb.} = \frac{h}{2}\times(b) = \frac{bh}{2}$$

Luego diremos:

Si: Area somb. ⟶ 100%

Area no somb. ⟶ x

Por regla de tres:

$$x = \frac{\text{Area no somb.}\times 100\%}{\text{Area somb.}}$$

$$x = \frac{\frac{bh}{2}\times 100\%}{2bh} = 25\%$$

∴ $x = 25\%$ ***Rpta.***

Otra Forma:

Para hallar el tanto por ciento en forma directa se procede de la siguiente manera:

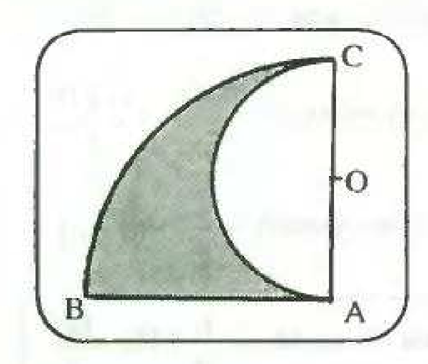
Incógnita:

Qué porcentaje del área sombreada es el área no sombreada.

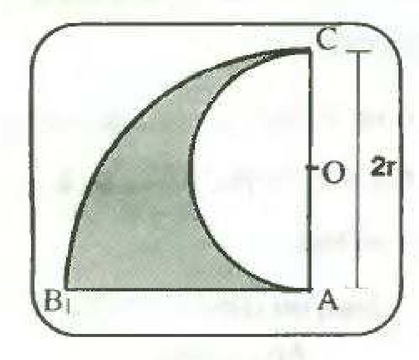
Fórmula

$$P = \frac{\text{Area no sombreada}}{\text{Area sombreada}} \times 100\%$$

Ejercicio 11: En la figura mostrada: qué porcentaje del área total, representa el área sombreada. (AB = AC)



Resolución:



- Recuerda que para problemas de éste tipo no siempre nos dan datos, entonces muchos piensan que el problema no tiene solución, ahora te demostraré que el problema si tiene solución.
- Hacemos que el radio del semi círculo sea igual a "r".

Cálculo del Area Total:

Area total = Area (cuadrante de lados 2r, 2r)

$$\text{Area total} = \frac{\pi(2r)^2}{4} = \pi r^2$$

$\therefore$ $\boxed{\text{Area total} = \pi r^2}$

Cálculo del Area Sombreada

Area sombreada = Area (cuadrante de lados 2r, 2r) – Area (semicírculo de radio r, diámetro 2r)

$$\text{Area sombreada} = \frac{\pi(2r)^2}{4} - \frac{\pi r^2}{2}$$

$\therefore$ $\boxed{\text{Area sombreada} = \frac{\pi r^2}{2}}$

Ahora calculamos que porcentaje del área total representa el área sombreada. Aplicando la fórmula:

$$P = \frac{\text{Area sombreada}}{\text{Area Total}} \times 100\%$$

$$P = \frac{\frac{\pi r^2}{2}}{\pi r^2} \times 100\% \Rightarrow \therefore \boxed{P = 50\%}$$

Ejercicios de Aplicación

GRUPO III

1. ¿Qué porcentaje de 460 es 23 ?

   A) 0,5% B) 50% C) 5%

   D) 20% E) N.A.

2. ¿Qué porcentaje de 0,04 es 24×10^{-3}?

   A) 6% B) 60% C) 0,6%

   D) 36% E) N.A.

3. ¿0,000 3 qué % es el 20 % del 10% de 0,006?

   A) 2,5% B) 25% C) 250%

   D) 0,25% E) N.A.

4. El 20% del 0,2% de 800 que porcentaje es de 0,5 % de 20?

A) 32% B) 320% C) 3%

D) 3,2% E) N.A.

5. De 4 600 frutas, 1 800 son manzanas. ¿Qué tanto por ciento de las frutas no son manzanas?

A) 60% B) 60,5% C) 60,3%

D) 60,9% E) N.A.

6. Si un triángulo equilátero de $64\sqrt{3}$ m^2 se reduce a uno de $16\sqrt{3}$ m^2; el perímetro del nuevo triángulo será el:

A) 20% del anterior. B) 40% del anterior.

C) 50% del anterior. D) 60% del anterior.

E) N.A.

7. Si un cuadrado de 80 m^2 de área se reduce a uno de 45 m^2; el perímetro del nuevo cuadrado será el:

A) 45% del anterior. B) 25% del anterior.

C) 75% del anterior. D) 40% del anterior.

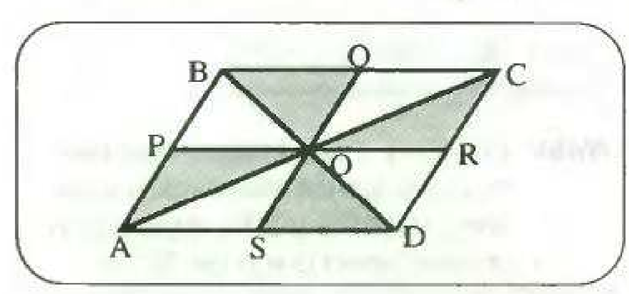
E) N.A.

8. Manuel va a visitar a Rosa que vive a 40 Km de su casa y va a una velocidad de 5 Km/h luego de 5 horas que porcentaje de la distancia le falta recorrer.

A) 37% B) 37,5% C) 40%

D) 25,5% E) N.A.

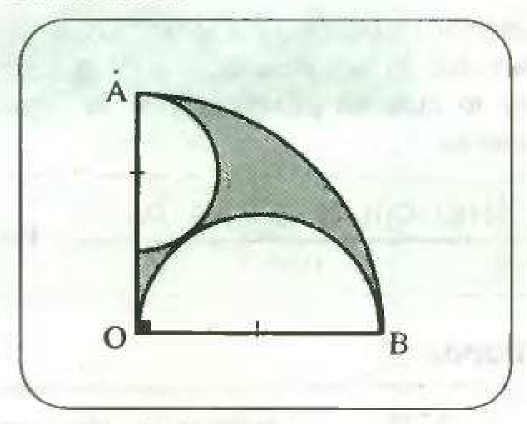
9. En la figura mostrada: ¿Qué porcentaje del área total representa el área sombreada?
(**P**,**Q**,**R** y **S** son puntos medios)



A) 40% B) 50% C) 60%

D) 55% E) Faltan datos

10. En la figura mostrada: ¿Qué porcentaje del área total representa el área sombreada?



A) 50% B) 27,7% C) 29,7%

D) 51,7% E) Faltan datos.

CLAVE DE RESPUESTAS

Grupo I

1.	C	6.	D
2.	B	7.	A
3.	D	8.	B
4.	A	9.	C
5.	B	10.	C

Grupo II

1.	B	6.	A
2.	B	7.	D
3.	C	8.	C
4.	C	9.	C
5.	C	10.	C

Grupo III

1.	C	6.	C
2.	B	7.	C
3.	C	8.	B
4.	B	9.	B
5.	D	10.	B

DESCUENTOS SUCESIVOS

Este tipo de problemas aparece cuando una cantidad se le aplica más de un descuento. Por lo cual se puede utilizar la siguiente fórmula:

$$Du = \left[\frac{(100 - D_1)(100 - D_2)(100 - D_3) \ldots}{100^{n-1}} - 100\right]\%$$

Donde:

$D_1, D_2, D_3 \ldots\ldots$; indican los descuentos sucesivos:

n : indica el número total de descuentos.

Du : indica el descuento único, equivalente a todos los descuentos realizados.

Ejemplo 1: Dos descuentos sucesivos del 40% y 20%, equivale a un descuento único de:

A) 68% B) 52% C) 76%

D) 60% E) 48%

Resolución:

Primer Método:

Sea: la cantidad = C

- En primer lugar le hacemos un descuento del 40% , quedando sólo el 60% de dicha cantidad o sea: 60% C.
- A esta nueva cantidad (60% C) Le hacemos el segundo descuento del 20%, quedando sólo el 80% (60% C)

Luego, al final quedaría:

$$80\% (60\% C) = \frac{80}{100} \times \frac{60}{100} C$$

$$\text{Lo que queda al final} = \frac{48}{100} \times C$$

Lo que queda al final = 48% × C

Ahora, para saber cuanto me han descontado, restamos la cantidad total menos lo que queda al final, así:

Descuento = C − 48% × C

Descuento = 100% C − 48% C

∴ Descuento = 52% C ***Rpta. B***

Segundo Método:

Aplicando fórmula:

$$Du = \left[\frac{(100 - D_1)(100 - D_2) \ldots}{100^{n-1}} - 100\right]\%$$

Donde: $D_1 = 40\%$; $D_2 = 20\%$
n = 2 descuentos sucesivos.

Reemplazando valores en la fórmula, obtenemos:

$$Du = \left[\frac{(100 - 40)(100 - 20) \ldots}{100^{2-1}} - 100\right]\%$$

$$Du = \left[\frac{(60)(80)}{100} - 100\right]\%$$

Du = [48 − 100] % = −52%

Nota: El signo (−) nos indica el descuento, por lo que los descuentos sucesivos del 40% y 20% equivalen a un descuento único del 52%.

Ejemplo 2: Nataly va a comprarse un pantalón y le hacen 2 descuentos sucesivos del 30% y 20% en lugar de estos dos descuentos pudieron haberle hecho uno solo de?

A) 56% B) 50% C) 44%

D) 48% E) N.A.

Resolución:

Cuando se trata tan solo de dos descuentos se puede aplicar la siguiente fórmula:

$$Du = \left[(D_1 + D_2) - \frac{D_1 \times D_2}{100}\right]\%$$

Donde: D_1 = primer descuento.
D_2 = segundo descuento.

Esta fórmula solo se cumple para dos descuentos sucesivos. Ahora reemplazamos los valores dados en el problema en la fórmula:

$$Du = \left[(30 + 20) - \frac{30 \times 20}{100}\right]\%$$

$$Du = [\,(50) - 6]\,\% = 44\%$$

$\therefore$ $\boxed{Du = 44\,\%}$ ***Rpta. C***

Ejemplo 3: Tres descuentos sucesivos del 10%, 20% y 30%, equivalen a un descuento único de:

A) 60% B) 40% C) 50,4%

D) 49,6% E) N.A.

Resolución:

En este caso aplicaremos la fórmula general:

$$Du = \left[\frac{(100 - D_1)(100 - D_2)(100 - D_3)\ ....}{100^{n-1}} - 100\right]\%$$

Donde: D_1 : 10%
D_2 : 20%
D_3 : 30%
n : 3 descuentos.

Reemplazamos dichos valores en la fórmula:

$$Du = \left[\frac{(100-10)(100-20)(100-30)}{100^{3-1}} - 100\right]\%$$

$$Du = \left[\frac{(90)(80)(70)}{100^2} - 100\right]\%$$

$$Du = [50,4 - 100]\,\%$$

$\therefore$ $\boxed{Du = -49,6\%}$ **(El descuento es de 49,6%)**

Nota: *En caso que nos olvidemos de las fórmulas mencionadas, también se pueden resolver mediante un método práctico, veamos:*

Ejemplo 4: Dos descuentos sucesivos del 40% y 20%, equivalen a un descuento único de:

Resolución:

Cantidad total: 100%

Descuentos: 40% y 20%

Lo que queda: 60% y 80%

$$\text{Lo que queda: } \frac{60}{100} \times 80\% = 48\%$$

Luego:

Descuento = Cantidad Total - lo que queda

Descuento = 100% - 48%

$\therefore$ $\boxed{\text{Descuento} = 52\%}$

Ejemplo 5: Tres descuentos sucesivos del 10%, 20% y 30%, equivalen a un descuento único de:

Resolución:

Aplicando el Método Práctico, obtenemos:

Cantidad total: 100 %

Descuentos : 10%, 20%, 30%

Lo que queda: 90% × 80% × 70%

Lo que queda: $\frac{90}{100} \times \frac{80}{100} \times 70\% = 50{,}4\%$

Luego:

Descuento = Cantidad Total - lo que queda

Descuento = 100% - 50,4%

∴ Descuento = 49,6 % **Rpta.**

Ejemplo 6: Si el precio de un par de zapatos luego de habersele hecho dos descuentos sucesivos del 10% y 30% es de 63 soles. ¿ Cuál fue el precio que tenía antes de dicho descuentos?

A) 100 soles B) 200 soles
C) 120 soles D) 150 soles
E) N.A.

Resolución:

Sea: P =precio que tenía el par de zapatos antes de dichos descuentos.

Ahora, hallamos el descuento total o sea el descuento único. Veamos:

$$Du = \left[(D_1 + D_2) - \frac{D_1 \times D_2}{100} \right] \%$$

$$Du = \left[(10 + 30) - \frac{10 \times 30}{100} \right] \%$$

∴ Du = 37%

Luego:

Nuevo Precio = Precio inicial - Descuentos

63 = P – 37% (P)

63 = 100% P – 37% (P)

63 = 63% P ⇨ $63 = \frac{63}{100} P$

∴ P = 100 soles **Rpta. A**

Aumentos y Recargos Sucesivos

En este caso se trabajará tan igual como se ha hecho para los descuentos sucesivos, aplicando la siguiente fórmula.

$$Au = \left[\frac{(100 + A_1)(100 + A_2)(100 + A_3) \ldots}{100^{n-1}} - 100 \right] \%$$

Donde:

$A_1, A_2, A_3, \ldots$; indican aumentos o recargos.

n : indica el número total de aumentos.

Au : indica el aumento o recargo único, equivalente a todos los realizados.

Ejercicio 1: Dos aumentos sucesivos del 20% y 30%, equivalen a un aumento único del:

A) 50% B) 44% C) 56%
D) 48% E) N.A.

Resolución:

Primer Método:

Sea, la cantidad: "C" < > 100 % C

En primer lugar le aumentamos el 20%, obteniendo el 120% de dicha cantidad osea: 120% C

Ahora a este nuevo valor (120% C), le aumentamos el 30% osea: 130% del (120 % C).

Luego:

$$130\% \text{ del } (120\% C) = \frac{130}{100} \times \frac{120}{100} \times C$$

$$= 156\% C$$

Ahora calculamos el aumento total:

Aumento único = 156% C - 100% C

∴ Aumento único = 56% C **Rpta. C**

Segundo Método:

Aplicando fórmula, obtenemos:

$$Au = \left[\frac{(100 + A_1)(100 + A_2)}{100^{n-1}} - 100\right]\%$$

Donde:

A_1 : 30%

A_2 : 20%

n : 2 aumentos sucesivos.

Luego, reemplazamos valores en la fórmula.

$$Au = \left[\frac{(100 + 30)(100 + 20)}{100^{2-1}} - 100\right]\%$$

$$Au = \left[\frac{(130)(120)}{100} - 100\right]\%$$

∴ $Au = +56\%$

El signo (+) nos indica aumento, por lo que los aumentos sucesivos del 30% y 20%, equivalen a un aumento único del 56%.

Tercer Método:

También se puede aplicar la fórmula:

$$Au = \left[(A_1 + A_2) + \frac{A_1 \times A_2}{100}\right]\%$$

Nota: *Esta fórmula sólo se cumple para dos aumentos sucesivos:*

Ahora reemplacemos valores en la fórmula:

$$Au = \left[(30 + 20) + \frac{30 \times 20}{100}\right]\%$$

∴ $Au = 56\%$

Variaciones Porcentuales

Se denomina así, al cambio que experimenta una cantidad, con relación a su valor original, y que es expresado en forma de tanto por ciento.

A continuación se resolverán algunos problemas de variación porcentual.

Problema 1: ¿En qué porcentaje aumenta el área de un cuadrado si sus lados aumentan en un 20%?

A) 20% B) 56% C) 44%

D) 80% E) N.A.

Resolución:

Primer Método:

- Sabemos que el área de un cuadrado es:

$A = l^2$ siendo "l" el lado del cuadrado.

- Si los lados aumentan en un 20%, significa que el nuevo lado es:

$$l_f = l + 20\% \, l \Rightarrow l_f = 120\% \, l = \frac{120}{100} l$$

∴ $l_f = \frac{6}{5} l$ ("l_f" : nuevo lado del cuadrado)

La nueva área del cuadrado es:

$$A_f = l_f^2$$

$$A_f = \left(\frac{6}{5}\,l\right)^2 = \frac{36}{25}l^2 \Rightarrow \therefore \boxed{A_f = \frac{36}{25}l^2}$$

Luego diremos:

Si: $l^2 \longrightarrow 100\%$

$\frac{36}{25}l^2 \longrightarrow x$

Por regla de tres:

$$x = \frac{\frac{36}{25}l^2 \times 100\%}{l^2} = 144\%$$

Aumento de área = 144 % - 100 %

$\therefore$ **Aumento de área = 44 %** ***Rpta. C***

Segundo Método:

El problema también se puede resolver por medio de la siguiente fórmula:

$$\text{Aumento} = \left[2p + \left(\frac{p}{10}\right)^2\right]\%$$

Donde: P = porcentaje en que aumenta la cantidad: esta cantidad puede ser el lado, diagonal, radio, apotema de una figura regular.

Nota: *Esta fórmula sólo se cumplirá cuando las figuras son regulares (de lado y ángulo iguales) puede ser: un círculo, un cuadrado, un triángulo, equilátero, etc,etc.*

Ahora, apliquemos la fórmula en el problema.

Fórmula

$$\text{Aumento de área} = \left[2p + \left(\frac{p}{10}\right)^2\right]\%$$

Donde: P = 20% (Aumento del lado del cuadrado)

Luego:

$$\text{Aumento de área} = \left[2(20) + \left(\frac{20}{10}\right)^2\right]\%$$

$\therefore$ **Aumento de área = 44 %**

Problema 2: ¿En qué porcentaje aumenta el área de un círculo, si el radio aumenta en un 50%?

A) 50% B) 75% C) 125%

D) 150% E) N.A.

Resolución:

Sabemos que el área del círculo, es:

$A = \pi r^2$; siendo "r" el radio del círculo.

Si el radio aumenta en un 50%, significa que el nuevo radio es:

$$r_f = r + 50\%\,r \Rightarrow r_f = r + \frac{50r}{100} = r + \frac{1}{2}r$$

$$\therefore \boxed{r_f = \frac{3}{2}r}$$

La nueva área del círculo es:

$$\text{Area final} = A_f = \pi r_f^2$$

$$A_f = \pi\left(\frac{3}{2}r\right)^2 = \frac{9}{4}\pi r^2 \Rightarrow \therefore \boxed{A_f = \frac{9}{4}\pi r^2}$$

Luego diremos:

Si: $\pi r^2 \longrightarrow 100\%$

$\frac{9}{4}\pi r^2 \longrightarrow x$

Por regla de tres:

$$x = \frac{\frac{9}{4}\pi x^2 \times 100\%}{\pi x^2} = 225\%$$

Aumento de área = 225% - 100%

∴ Aumento de área = 125% **Rpta.**

* También se puede aplicar la fórmula

$$\text{Aumento de área} = \left[2p + \left(\frac{p}{10}\right)^2\right]\%$$

Donde:

P = 50% (lo que aumentó el radio)

$$\text{Aumento de área} = \left[2(50) + \left(\frac{50}{10}\right)^2\right]\%$$

∴ Aumento de área = 125% ***Rpta. C***

Problema 3: ¿En qué porcentaje aumenta a^2, cuando "a" aumenta en un 30%?

A) 30% B) 70% C) 31%

D) 64% E) 69%

Resolución:

Cantidad inicial:

$$a \longrightarrow 100\,\%$$

Aumento en un 30%:

$$a + \frac{30}{100}a = 1{,}3a$$

Luego:

Si: $a \xrightarrow{\text{Aumento a}} 1{,}3a$

Elevando al cuadrado obtenemos:

$$a^2 \xrightarrow{\text{Aumento } a^2} (1{,}3a)^2$$

Si al principio teníamos "a^2", diremos:

$$a^2 \longrightarrow 100\%$$

$$(1{,}3a)^2 \longrightarrow x$$

Por regla de tres:

$$x = \frac{(1{,}3a)^2 \times 100\%}{a^2}$$

$$x = \frac{\frac{169}{100}a^2 \times 100\%}{a^2} = 169\% \quad \textbf{(cantidad final)}$$

Luego:

Aumento = cantidad final - cantidad inicial

Aumento = 169% - 100%

∴ Aumento = 69% ***Rpta. E***

Nota: *Este tipo de problema, también se puede resolver por la fórmula:*

$$\text{Aumento} = \left[2p + \left(\frac{p}{10}\right)^2\right]\%$$

Donde: P = 30%

Luego:

$$\text{Aumento} = \left[2(30) + \left(\frac{30}{10}\right)^2\right]\%$$

∴ Aumento = 69% ***Rpta. E***

Problema 4: Si las diagonales de un cuadrado disminuyen en un 40% ¿En cuánto disminuirá su área?

A) 40% B) 60% C) 56%

D) 44% E) N.A.

Resolución:

Primer Método:

Sabemos que el área del cuadrado en función de su diagonal es:

$$A = \frac{D^2}{2}$$,siendo "D" la diagonal del cuadrado.

Si la diagonal disminuye en un 40%, significa que la nueva diagonal es:

$$D_f = D - \frac{40}{100}D \Rightarrow \therefore \boxed{D_f = D - \frac{2}{5}D = \frac{3}{5}D}$$

La nueva área es:

$$\boxed{\text{Area cuadrado final} = \frac{(D_f)^2}{2}}$$

$$A_f = \frac{\left(\frac{3}{5}D\right)^2}{2} \Rightarrow \therefore \boxed{A_f = \frac{9}{50}D^2}$$

Luego:

Si: $\frac{D^2}{2} \longrightarrow 100\%$

$\frac{9}{50}D^2 \longrightarrow x$

Por regla de tres:

$$x = \frac{\frac{9}{50}D^2 \times 100\%}{\frac{D^2}{2}} = \frac{9 \times 2 \times 100\%}{50}$$

$\therefore$ $\boxed{x = 36\%}$

Area disminuye = 100% – 36%

$\therefore$ $\boxed{\text{Area disminuye} = 64\%}$ ***Rpta. E***

Segundo Método:

También se puede resolver el problema por medio de la siguiente fórmula:

$$\boxed{\text{Disminución de área} = \left[2p - \left(\frac{p}{10}\right)^2\right]\%}$$

Para el problema: $P = 40\%$

Luego:

$$\text{Disminución de área} = \left[2(40) - \left(\frac{40}{10}\right)^2\right]\%$$

Disminución de área = [80 - 16] %

$\therefore$ $\boxed{\text{Disminución de área} = 64\%}$ ***Rpta. E***

Problema 5: Si la base de un triángulo aumenta en un 30% y su altura aumenta en un 20%. ¿ En qué porcentaje varía su área?

A) 50% B) 55% C) 56%

D) 44% E) N.A.

Resolución:

Sea:

$$\boxed{\text{Area}\Delta\text{ inicial} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{b \times h}{2}}$$

En este caso cada elemento del Δ representa el 100%,de igual manera el área también representará el 100%.

Luego:

$$\boxed{\text{Area}\Delta\text{ inicial} = \frac{b \times h}{2} <> 100\%\left(\frac{b \times h}{2}\right)} \text{ ... (I)}$$

Ahora calculamos el área final, si la base y la altura aumentan 30% y 20% respectivamente, siendo la nueva base 130% b y la nueva altura 120% h.

$$\text{Area}\Delta\text{ final} = \frac{(130\%\, b) \times (120\%\, h)}{2}$$

$$\text{Area}\Delta\text{ final} = \frac{130}{100} \times 120\%\left(\frac{b \times h}{2}\right)$$

$$\boxed{\text{Area}\Delta\text{ final} = 156\%\left(\frac{b \times h}{2}\right)} \text{ ...... (II)}$$

Comparando **(I)** y **(II)**, observamos que el aumento de área es:

Aumento de área = 156% - 100%

$\therefore$ Aumento de área = 56% **Rpta. E**

Problema 6: ¿En qué porcentaje varía, el área de un rectángulo, si su largo se aumenta en un 60% y el ancho disminuye en 40%?

A) Aumenta en 10% B) Disminuye 4%

C) Aumenta en 12% D) Disminuye 8%

E) Ninguna.

Resolución:

Sea:

Area inicial = Largo × Ancho = $l \times a$

Tan igual que el problema anterior cada elemento del ▭, representará el 100%, también su área representará el 100%.

Luego:

Area inicial = $l \times a$ <> $100\% \, (l \times a)$ ... (I)

Ahora, calculamos el área final si el largo aumenta en 60% y el ancho disminuye en 40%, obteniendo:

Area final = $(160\% \, l) \times (60\% \, a)$

$$= \frac{160}{100} \times 60\% \times (l \times a)$$

Area final = $96\% \, (l \times a)$

Area final = $96\% \, (l \times a)$ ....(II)

Comparando (I), y (II), observamos que el área a disminuido en:

Area disminuye = 100% − 96%

$\therefore$ Area disminuye = 4% **Rpta. B**

Problema 7: Si la base de un triángulo disminuye en un 20% ¿Cuánto deberá aumentar su altura para que el área no varíe?

A) 10% B) 20% C) 25%

D) 30% E) N.A.

Resolución:

Sea:

$$\text{Area}\Delta \text{ inicial} = \frac{b \times h}{2} <> 100\% \left(\frac{b \times h}{2}\right) \text{ ... (I)}$$

x : porcentaje en que aumenta su altura del Δ.

Luego:

$$\text{Area}\Delta \text{ final } = \frac{(b - 20\% \, b) \times (h + xh)}{2}$$

$$\text{Area}\Delta \text{ final } = \frac{80\% \, b \times h(1 + x)}{2} \text{ ... (I)}$$

Como el área no varía, las ecuaciones (I) y (II) deben ser iguales.

$$100\%\left(\frac{b \times h}{2}\right) = \frac{80\% \, b \times h(1 + x)}{2}$$

$$100 = 80\,(1 + x) \Rightarrow \frac{10}{8} - 1 = x$$

$\therefore$ $x = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ (El valor de "x" lo expresamos en %)

Para convertir $\frac{1}{4}$ en porcentaje nos basta multiplicarlo por el 100%.

$$x = \frac{1}{4} <> \frac{1}{4} \times 100\% \Rightarrow x = 25\%$$

$\therefore$ La altura del Δ, debe disminuir en un 25 %. **Rpta. C**

Problema 8: Si el área de un cuadrado disminuye en 36% ¿En qué porcentaje ha disminuido su lado?

A) 40% B) 36% C) 60%

D) 64% E) 20%

Resolución:

Sea:

Area ▒ inicial $= l^2 <> 100\% \, l^2$ ...... **(I)**

Llamemos: x : El porcentaje en que disminuye su lado

Donde:

Area ▒ final $= (l - xl)^2$ ...... **(II)**

Por dato, sabemos que el área disminuye en 36%

Area que disminuye = Area ▒ inicial – Area ▒ final

$$36\% \, l^2 = 100\% \, l^2 - (l - xl)^2$$

$$[(l - xl)]^2 = 100\% \, l^2 - 36\% \, l^2$$

$$[l(1-x)]^2 = 64\% \, l^2 \Rightarrow l^2 (1-x)^2 = \frac{64}{100} l^2$$

extraemos la " √ " en ambos miembros

$$(1 - x) = \sqrt{\frac{64}{100}} = \frac{8}{10} <> \frac{4}{5}$$

$$(1 - x) = \frac{4}{5} \Rightarrow \boxed{x = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}}$$

El valor de "x" lo convertimos en porcentaje, multiplicándolo por el 100%

$$x = \frac{1}{5} <> \frac{1}{5} \times 100\% \Rightarrow \therefore \boxed{x = 20\%}$$

Luego, el lado del cuadrado, disminuye en un 20%

Nota: *Este tipo de problema, también se puede resolver por medio de la siguiente fórmula:*

Fórmula:

$$\begin{matrix}\text{Aumento} \\ \text{o} \\ \text{disminución}\end{matrix} = \left[\mp 100 \pm 10\sqrt{100 \pm P}\right]\%$$

Donde:

P = indica el porcentaje en que aumenta o disminuye la cantidad del cuadrado

En este caso la cantidad del cuadrado será lo que disminuye al área del cuadrado o sea : P = 36%

Reemplazando en la fórmula, obtenemos:

$$\begin{matrix}\text{Disminución} \\ \text{del lado} \\ \text{del cuadrado}\end{matrix} = \left[+100 - 10\sqrt{100 - 36}\right]\%$$

$$= [100 - 10\sqrt{64}\,]\,\%$$

$$= [100 - 80]\,\%$$

$$\therefore \boxed{\begin{matrix}\text{Disminución} \\ \text{del lado} \\ \text{del cuadrado}\end{matrix} = 20\%}$$ ***Rpta. E***

Problema 9: Si el área de un círculo aumenta en un 44% ¿En qué porcentaje aumentará su radio?

a) 44% b) 56% c) 30%

d) 20% e) N.A.

Resolución:

Sea:

Area círculo inicial $= \pi r^2 <> 100\% (\pi r^2)$ ..... **(I)**

Llamemos:

"x": el porcentaje en que aumenta su radio

Donde:

Area círculo final	$= \pi (r + xr)^2$ .... **(II)**

Por dato, sabemos que el área aumenta en un 44 %

Aumento del area = Area final − Area inicial

$44\% (\pi r^2) = \pi (r + x r)^2 - 100\% (\pi r^2)$

$144\% (\pi r^2) = \pi [r (1 + x)]^2$

$\frac{144}{100} r^2 = r^2 (1 + x)^2$

$\sqrt{\frac{144}{100}} = (1 + x) \Rightarrow \frac{12}{10} = 1 + x$

$\frac{12}{10} - 1 = x \Rightarrow \therefore \boxed{x = \frac{2}{10} <> \frac{1}{5}}$

Ahora convertimos 1/5 a tanto porciento, multiplicándolo por 100%

$x = \frac{1}{5} <> \frac{1}{5} \times 100\% \Rightarrow \therefore \boxed{x = 20\%}$ ***Rpta.***

Nota: *Este problema, también se puede resolver por medio de la siguiente fórmula:*

Aumento del radio del círculo $= \left[-100 + 10\sqrt{100 + P}\right] \%$

Donde: P = indica el porcentaje en que aumenta la cantidad al cuadrado, o sea:

$\boxed{P = 44\%}$

Luego :

Aumento del radio del círculo $= \left[-100 + 10\sqrt{100 + 44}\right] \%$

$= [-100 + 10 (12)]\%$

$\therefore$ Aumento del radio del círculo = 20% ***Rpta. D***

Problema 10: Si el precio de un artículo rebaja el 40%, para volverla al precio original. ¿ El nuevo precio debe aumentar en?

Resolución:

Sea:

Precio original = C <> 100% C

Como se rebaja el 40% el nuevo precio será el 60% de C, este nuevo precio representará el 100%.

Luego, por regla de tres, diremos:

Si: 60% C ⟶ 100%

C ⟶ x

$x = \frac{C \times 100\%}{60\% C} = \frac{5}{3} <> \frac{5}{3} \times 100\%$

$\therefore \boxed{x = \frac{500}{3}\%}$

Ahora, calculamos el aumento del nuevo precio

$\text{Aumento} = \frac{500}{3}\% - 100\%$

$\therefore \text{Aumento} = \frac{200}{3}\% <> 66\frac{2}{3}\%$

Nota: *Este tipo de problema, también se puede resolver por medio de fórmula.*

Fórmula:

$$\begin{matrix}\text{aumento}\\ \text{o}\\ \text{disminución}\end{matrix} = \left[\frac{100 \times P}{100 \mp P}\right]\%$$

Donde: P= indica el porcentaje en que aumenta o disminuye la cantidad:

Del problema anterior tenemos rebaja o disminución del 40% lo cual indica que P = 40%, entonces buscaremos que aumentar.

$$\text{Aumento} = \left[\frac{100 \times 40}{100 - 40}\right]\%$$

$$\text{Aumento} = \left[\frac{100 \times 40}{60}\right]\% = \left[\frac{100 \times 2}{3}\right]\%$$

$$\therefore \quad \text{Aumento} = \frac{200}{3}\% <> 66\frac{2}{3}\%$$ **Rpta.**

Problema 11: para volverla al precio original. ¿El nuevo precio debe disminuir?

Resolución:

Sea:

Precio original = C < > 100 % C

El precio original es 100% como se aumenta el 20% el nuevo precio será el 120% de C, este nuevo precio representará el 100%. Luego por regla de tres; debemos:

Si: 120% C ⟶ 100%

C ⟶ x

$$x = \frac{C \times 100\%}{120\%\ C} = \frac{10}{12} <> \frac{5}{6}$$

$$\therefore \quad x = \frac{5}{6} \times 100\% <> \frac{250}{3}\%$$

Ahora, calculamos en cuánto disminuye el nuevo precio

$$\text{Disminución} = 100\% - \frac{250}{3}\% = \frac{50}{3}\%$$

$$\text{Disminución} = \frac{50}{3}\% <> 16\frac{2}{3}\%$$

Este problema también se puede resolver por fórmula:

$$\text{Disminución} = \left[\frac{100 \times P}{100 + P}\right]\%$$

Donde: P = 20% **(Por dato)**

Luego:

$$\text{Disminución} = \left[\frac{100 \times 20}{100 + 20}\right]\%$$

$$= \left[\frac{100 \times 20}{120}\right]\% = \frac{50}{3}\%$$

$$\therefore \quad \text{Disminución} = 16\frac{2}{3}\%$$ **Rpta.**

PROBLEMAS DE PORCENTAJES RELATIVOS A LAS VENTAS

Para resolver problemas de porcentajes relativos a las ventas; debemos tener presente lo siguiente:

Primero:

$Pv = Pc + G$ ⇨ *Fórmula*

Donde:
- Pv = ***Precio de Venta***
- Pc = ***Precio de Costo***
- G = ***Ganancia***

Segundo:

$Pv = Pc - P$ ⇨ *Fórmula*

Donde:
- Pv = ***Precio de Venta***
- Pc = ***Precio de Costo***
- P = ***Pérdida***

Problema 1: Un artículo cuyo precio de costo es S/. 2 100 se vende ganando el 30% del precio de venta. ¿ A qué precio se vendió?

Resolución:

Como el problema nos habla de ganancia, reemplazaremos en la siguiente fórmula:

$$Pv = Pc + G$$

$$Pv = 2\,100 + 30\%\,Pv$$

Pero: **Pv < > 100% Pv**

$$\underbrace{100\%\,Pv - 30\%\,Pv}= 2\,100$$

$$\frac{70}{100}Pv = 2\,100$$

$$Pv = 30 \times 100$$

$\therefore$ $Pv = S/.\ 3\,000$ **(Precio de Venta)**

Problema 2: ¿Cuál es el precio de lista de un artículo, si el costo del artículo es S/. 28 000 y la ganancia es el 20% del precio de fabricación más 20% del precio de venta?

Resolución:

Sea:

Pv = **precio de lista de un artículo**
Pc = S/. 28 000 **(Precio de fabricación)**

Del enunciado:

$$G = 20\%\,Pc + 20\%\,Pv$$

$$G = \frac{20}{100} \times 28\,000 + 20\%\,Pv$$

$\therefore$ $G = 5\,600 + 20\%\,Pv$ **......(I)**

Por fórmula:

$$Pv = Pc + G$$

Reemplazando valores, obtenemos:

$$Pv = 28\,000 + (5\,600 + 20\%\,Pv)$$

$$100\%\,Pv - 20\%\,Pv = 33\,600$$

$$80\%\,Pv = 33\,600$$

$$\frac{80}{100}Pv = 33\,600$$

$$Pv = 420 \times 100$$

$\therefore$ **Pv = S/. 42 000**

Precio de lista del artículo

Problema 3: Un señor vendió dos casas en 15 000 dólares cada una, en el primero ganó el 25% y en el segundo perdió el 25%. ¿En este negocio ganó o perdió y cuánto?

Resolución:

- En este tipo de problema si se quiere saber si ganó o perdió vemos primero en el enunciado, si nos dicen que en el primero ganó y en la otra perdió es porque al final de todo la operación va a perder.

– Pero si primero pierde y luego en la otra gana, es porque al final de toda la operación va a ganar.

Ahora analicemos el problema:

Precio de venta de cada una de las casas: 15 000 dólares

Primera Casa:

Sea: $\begin{cases} Pc = \text{precio de costo} \\ G = 25\%\ Pc \end{cases}$

$$Pv = Pc + G$$

$$15\,000 = Pc + 25\%\ Pc$$

$$15\,000 = 125\%\ Pc$$

$$15\,000 = \frac{125}{100}\ Pc$$

$$120 \times 100 = Pc$$

$\therefore$ **Pc = 12 000 dólares**

Segunda Casa:

Sea: $\begin{cases} Pc = \text{precio costo} \\ P = 25\ \%\ Pc \end{cases}$

$$Pv = Pc - G$$

$$15\,000 = Pc - 25\%\ Pc$$

$$15\,000 = 75\%\ Pc$$

$$15\,000 = \frac{75}{100}\ Pc$$

$$200 \times 100 = Pc$$

$\therefore$ **Pc = 20 000 dólares**

Sumando los dos precios de costos de la primera y segunda casa tendremos: (12 000 + 20 000) dólares = 32 000 dólares y como en la venta sólo se ha cobrado: 15 000 + 15 000 = 30 000 dólares (venta de las dos casas), esto implica que perdió:

Perdió: **32 000 - 30 000 = 2 000 dólares**

> ***Observación:***
>
> *No debemos olvidar que toda ganancia o pérdida se obtiene con respecto al precio de costo, salvo que se indique otra cosa.*

Problema 4: Un comerciante compra, harina a un costo de 15 soles el saco; ganándose al vender 33 1/3 % del costo. ¿A cuánto se vendió el kilo de harina si cada saco contiene 100 kilos?

Resolución:

Precio de costo de c/saco de harina: $\{$ Pc = S/. 15

Ganancia = $33\frac{1}{3}\ \%\ Pc$

$$G = \frac{100}{3} \times \frac{1}{100} (S/.\ 15)$$

$\therefore$ **G = S/. 5**

Ahora, calculamos el precio de venta de c/saco de harina.

$$\boxed{Pv = Pc + G}$$

$$Pv = 15 + 5$$

$$\therefore \quad \boxed{Pv = S/.\ 20}$$

Como cada saco contiene 100 kilos, entonces el precio de venta por kilo es:

$$\boxed{S/.\ \frac{20}{100} = S/.\ 0,2} \quad \textbf{Rpta.}$$

Problema 5: Una persona realiza una venta ganando el 24% al vender los 3/5 de su mercadería y luego al vender el resto perdio el 25 % de su costo. Se recaudó como venta total S/. 626 400. ¿Cuánto importó la compra de la mercadería?

Resolución:

Sea: { Pc = El precio de compra o importe de la mercadería

Entonces:

los $\frac{3}{5}$ de la mercadería costó: $\frac{3}{5}$ de Pc

y el resto que es $\frac{2}{5}$ habrá costado $\frac{2}{5}$ de Pc

Luego:

Venta Total = ***Primera Venta*** + ***Segunda Venta***

$$626\,400 = (100\% + 24\%) \times \frac{3}{5}\ Pc + (100\% - 25\%) \times \frac{2}{5}\ Pc$$

$$626\,400 = (100\% + 24\%) \times \frac{3}{5}\ Pc + (100\% - 25\%) \times \frac{2}{5}\ Pc$$

$$626\,400 = (124\%) \times \frac{3}{5}\ Pc + (75\%) \times \frac{2}{5}\ Pc$$

$$626\,400 = \frac{372}{5}\% \times Pc + \frac{150}{5}\% \times Pc$$

$$626\,400 = \frac{522}{5}\% Pc$$

$$1\,200 \times 5 = \frac{1}{1\,00}\ Pc$$

$$\therefore \quad \boxed{Pc = 600\,000 \text{ soles}} \quad \textbf{Rpta.}$$

Importe de la compra de la mercadería

Problema 6: El precio "A" de un artículo se rebaja en un 10 % y se obtiene así un nuevo precio "B". ¿En qué porcentaje será incrementado este precio B para obtener un nuevo precio "A"?

Por dato: { $A - 10\%\ A = B;$

Pero: $A <> 100\%\ A$

$$90\%\ A = B \quad \Rightarrow \quad \frac{90}{100}\ A = B$$

$$\therefore \quad \boxed{B = \frac{9}{10}\ A} \quad \ldots\ldots \textbf{(I)}$$

Sea: { "x" : el porcentaje buscado

Entonces:

$$\boxed{B + x\ \%\ B = A} \quad \ldots\ldots \textbf{(II)}$$

$$\frac{9}{10}\ A + x\,\% \left(\frac{9}{10}\ A\right) = A$$

$$\frac{9}{10}\ A + \frac{x}{100}\left(\frac{9}{10}\ A\right) = A$$

Damos común denominador en el primer miembro:

$$\frac{900\ A}{1\,000} + \frac{9\ Ax}{1\,000} = A$$

$$900\not{A} + 9\not{A}x = 1\,000\not{A}$$

$$9\,x = 100$$

$$x = \frac{100}{9} = 11,1$$

$$\boxed{x = 11,1\%} \quad \textbf{Rpta.}$$

PROBLEMAS VARIADOS SOBRE TANTO POR CIENTO

Problema 1: En cierto momento de una fiesta el 60% de los hombres estan bailando y el 20% de las mujeres no bailan si en total fueron 350 personas. ¿Cuántos bailaban en ese momento?

A) 120 pers. B) 150 pers. C) 200 pers.

D) 240 pers. E) 180 pers.

Resolución:

Sea: $\begin{cases} \mathbf{H} = \text{número de hombres} \\ \mathbf{M} = \text{número de mujeres} \end{cases}$

$$\boxed{\mathbf{H} + \mathbf{M} = 350} \;\ldots\ldots (\alpha)$$

- Como el 60% de los hombres bailan, el 40% de los hombres no bailan, también sabemos que el 20% de las mujeres no bailan quiere decir que el 80% de las mujeres bailan.

Luego:

Hombres que bailan = **Mujeres que bailan**

$$60\%\,\mathbf{H} = 80\%\,\mathbf{M}$$

$$\frac{60}{100}\mathbf{H} = \frac{80}{100}\mathbf{M}$$

$$3\mathbf{H} = 4\mathbf{M} \Rightarrow \boxed{\mathbf{H} = \frac{4}{3}\mathbf{M}} \;\ldots\ldots\ldots (\beta)$$

Reemplazamos (β) en (α)

$$\frac{4}{3}\mathbf{M} + \mathbf{M} = 350 \Rightarrow 4\mathbf{M} + 3\mathbf{M} = 1\,050$$

$$7\mathbf{M} = 1\,050 \Rightarrow \therefore \boxed{\mathbf{M} = 150 \text{ (\# de mujeres)}}$$

El valor de "**M**" los reemplazamos en (B):

$$\mathbf{H} = \frac{4}{3}(150) \Rightarrow \therefore \boxed{\mathbf{H} = 200 \text{ (\# de hombres)}}$$

Ahora, calculamos el número de personas que bailaban.

 # de pers. que bailaban = **Hombres** que bailan + **Mujeres** que bailan

$$= 60\,\%\,H + 80\,\%\,M$$

$$= \frac{60}{100} \times 200 + \frac{80}{100} \times 150$$

$$= 120 + 120$$

$\therefore$ **# de pers. que bailan** = 240 ***Rpta. D***

Problema 2: En un cajón hay 75 frutas, el 40% son naranjas y el resto manzanas. Si se aumentan 12 naranjas y se retiran 12 manzanas. ¿Cuánto representa ahora el nuevo número de naranjas?

A) 48% B) 42% C) 50%

D) 60% E) 56%

Resolución:

Número total de frutas = 75

Número de naranjas = 40% de 75

$$= \frac{40}{100} \times 75 = \boxed{30}$$

Al aumentar 12 naranjas el nuevo número de naranjas será:

$$30 + 12 = \boxed{42}$$

Ahora, diremos:

Si: 75 frutas ⟶ 100%

42 naranjas ⟶ x

Por regla de tres:

$$x = \frac{42 \times 100\%}{75}$$

$\therefore$ $\boxed{x = 56\%}$ ***Rpta. E***

Problema 3: Habiéndose declarado una epidemia en un rebaño de ovejas, murió el 12% de él, quedando tan solo 2 200 ovejas. ¿De cuántas ovejas constaba el rebaño?

A) 2 300 B) 2 350 C) 2 400

D) 2 450 E) 2 500

Resolución: Sea: { x = # de ovejas

Se murieron el 12% de las ovejas = 12% x

Quedando = x − 12% x

2 200 = 100% x − 12% x

2 200 = 88% x

$$2\,200 = \frac{88}{100}x$$

$\therefore$ $\boxed{x = 25 \times 100 = 2\,500 \text{ (\# de ovejas)}}$ ***Rpta. E***

Problema 4: Una señora lleva 2 000 huevos al mercado y encuentra que el 10% estaba malogrado y sólo pudo vender el 60% de los buenos. ¿Cuántos quedaron sin vender?

A) 700 B) 720 C) 800

D) 820 E) 920

Resolución:

Malogrados: 10% 2 000 = 200

Buenos: 2 000 − 200 = 1 800 (⊕)

⟶ Total = 2 000 huevos

Vendió: $60\%1\,800 = \frac{60}{100} \times 1\,800 = 1\,080$

No Vendió: 1 800 − 1 080 = 720 (+)

⟶ Buenos = 1 800 huevos

Pero los huevos que quedaron sin vender es igual a los huevos malogrados, mas los huevos no vendidos.

Luego:

# de huevos que quedaron sin vender	= 200 + 720 = 920

Rpta. E

Problema 5: José hace un trabajo en 12 días, Manuel es un 50% más eficiente que José. El número de días que Manuel emplea para hacer el mismo trabajo es:

A) 6 días. B) 8 días. C) 10 días.

D) 12 días. E) N.A.

Resolución:

De acuerdo al enunciado José realiza el trabajo al 100% de su capacidad, entonces Manuel que es más rápido lo hace en 50% más; es decir 150% en este caso emplearemos una regla simple inversa.

Veamos:

José: 12 días ⟶ 100%

Manuel: **M** ⟶ 150%

Es inversa, porque si Manuel es más rápido lo hará en menos tiempo

De donde:

$$M = \frac{12 \text{ días} \times 100\%}{150\%} = 8 \text{ días}$$

$\therefore$ $\boxed{\text{Manuel demora tan sólo 8 días.}}$ ***Rpta. B***

Problema 6: La cantidad de onzas de agua que se necesitan para rebajar al 30% el contenido de alcohol de un frasco de loción de afeitar de 9 onzas que contiene 50% de alcohol es:

A) 4 B) 5 C) 6

D) 3 E) N.A.

Resolución:

Sea: { x = Cantidad de onzas de agua que se necesitan para rebajar al 30% el contenido de alcohol.

Por regla de tres inversa, planteamos lo siguiente:

9 onzas ⟶ 50%

(9 + x) onzas ⟶ 30%

Es inversa, porque a mayor volumen será menor la concentración de alcohol.

De donde:

$$(9 + x) = \frac{9 \times 50\%}{30\%}$$

$9 + x = 15$ ⇨ ∴ $\boxed{x = 6}$ ***Rpta. C***

Problema 7: El precio de un objeto es S/. 897 si la ganancia bruta es el 15% del costo y el beneficio neto fué de S/. 97. Calcular los gastos que produce la venta.

A) 15 soles B) 18 soles C) 20 soles

D) 22 soles E) 35 soles

Resolución:

Sea: { Pc = Precio de costo del objeto

Sabemos que: $\boxed{Pv = Pc + G}$

$897 = \underbrace{Pc + 15\%\ Pc}$

$897 = 115\%\ Pc$

$897 = \frac{115}{100} Pc$ ⇨ $Pc = \frac{897 \times 100}{115}$

∴ $\boxed{Pc = S/.\ 780}$

A la suma que ganó, en la operación (15% Pc), también se le conoce como beneficio bruto **(BB)** y se cumple:

$\boxed{Bb = \text{beneficio neto} + \text{gastos}}$

$15\ \%\ Pc = 97 + \text{gastos}$

$\frac{15}{100} \times (780) - 97 = \text{Gastos}$

$117 - 97 = \text{Gastos}$

∴ $\boxed{\text{Gastos} = 20\ \text{soles}}$ ***Rpta. C***

Problema 8: ¿De qué número es 128 el 36% menos?

A) 120 B) 180 C) 200

D) 400 E) N.A.

Resolución:

Este tipo de problemas, se plantea de la siguiente manera:

Sea: { x = número pedido

Luego:

$\underbrace{x - 36\%\ x} = 128$

$64\ \%\ x = 128$

$\frac{64}{100} x = 128$

∴ $\boxed{x = 200}$ ***Rpta. C***

Problema 9: ¿De qué número es 5 375 el 25 % más?

A) 3 400 B) 4 300 C) 2 800

D) 1 343,75 E) N.A.

Resolución:

Sea: { x = número pedido

Luego:

$x + 25\%\ x = 5\ 375$

$125\%\ x = 5\,375$

$\frac{125}{100}x = 5\,375 \Rightarrow \therefore \boxed{x = 4\,300}$ ***Rpta. B***

Problema 10: Hallar que parte del 142 856 es el $\left(\frac{130}{28}\right)$% del 100 por 91 del 70% de 571 424

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{6}$

D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{28}$

Resolución:

Sea: { x = parte que pedimos de 142 856

Del enunciado, planteamos la siguiente ecuación:

$$x(142\,856) = \left(\frac{130}{28}\right)\% \times \left(\frac{100}{91}\right) \times \frac{70}{100} \times (571\,424)$$

$$x(142\,856) = \left(\frac{130}{28}\right) \times \frac{1}{91} \times \frac{70}{100} \times (571\,424)$$

$$x(142\,856) - \frac{571424}{4 \times 7} \Rightarrow x(142\,856) = 20\,408$$

$$x = \frac{20\,408}{142\,856} = \frac{1}{7} \Rightarrow \therefore \boxed{x = \frac{1}{7}}$$

Rpta. D

> ***Nota:*** *Recordemos que la palabra: "**por**" para tanto por ciento significa sobre:*
>
> ***Ejemplo:*** 23 **por** 40 de 600
>
> $\frac{23}{40} \times 600 = 345$

Problema 11: El valor total de un artículo es 36 000 soles más el 20% de su valor total. ¿Cuál es el valor total?

A) S/. 43 200 B) S/. 45 000 C) S/.28 800

D) S/. 42 300 E) Ninguna

Resolución:

Sea: { C = Valor total del artículo

Del enunciado, planteamos la siguiente ecuación:

$$C = 36\,000 + 20\%\ C$$

$$C - 20\%\ C = 36\,000$$

$$80\%\ C = 36\,000$$

$$\frac{80}{100}C = 36\,000$$

$\boxed{C = S/.\ 45\,000}$ Valor total del artículo

Rpta. B

Problema 12: En una compañía trabajan 180 personas, el 25% son mujeres. ¿Cuántas mujeres deben contratarse para que el 40% de personas sean mujeres?

A) 40 B) 72 C) 36

D) 45 E) 50

Resolución:

Total de personas = 180

Son mujeres = 25% de 180

$$= \frac{25}{100} \times 180 = 45$$

Ahora, llamaremos: "x" el número de mujeres que deben contratarse para que el 40% del personal sean mujeres. (El nuevo número de personas será: (180 + x)

Luego, planteamos la siguiente ecuación:

$$\underbrace{(45 + x)}_{\text{Nuevo número de mujeres}} = \underbrace{40\%\ (180 + x)}_{\text{Nuevo número total de personas}}$$

De donde:

$$45 + x = \frac{40}{100}(180 + x)$$

$$45+x=\frac{2}{5}(180+x)$$

$225 + 5x = 360 + 2x \Rightarrow 3x = 135$

$\therefore$ $\boxed{x=45}$ # de mujeres que deben contratarse ***Rpta. D***

Problema 13: Un boxeador decide retirarse cuando tenga un 90% de triunfos en su carrera. Si ha boxeado 100 veces, obteniendo 85 triunfos. ¿Cuál es el número mínimo de peleas adicionales necesarias para que el boxeador se pueda retirar?

A) 5 B) 25 C) 50 D) 75 E) 10

Resolución:

El número "x" de peleas será mínimo cuando todas las peleas restantes sean triunfos; por lo tanto:

(100 + x) peleas ⟶ 100%

(85 + x) peleas ⟶ 90%

Por regla de tres directa:

$$(85+x)=\frac{90\%(100+x)}{100\%}$$

$$85+x=\frac{90}{100}(100+x)$$

$850 + 10x = 900 + 9x$

$\therefore$ $\boxed{x = 50}$ ***Rpta. C***

Luego, el número mínimo de peleas es 50

Problema 14: Al sueldo de un empleado se le hace un aumento del 20% al comenzar el año; y en el mes de Julio, un aumento del 10% sobre el total. ¿Qué porcentaje de su sueldo del año anterior estará recibiendo en Agosto?

A) 128% B) 130% C) 103%

D) 125% E) 132%

Resolución:

Sea el sueldo del empleado = 100 soles **(suposición)**

Sueldo en Diciembre : 100 soles

Sueldo en Enero : 100 + 20% (100) = 120 soles

Sueldo en Julio : 120 + 10% (120) = 132 soles

Su sueldo en Agosto será : 132 soles

Luego, el porcentaje que recibirá en Agosto con respecto al año anterior (o sea Diciembre) es:

100 soles (Diciembre) ⟶ 100%

132 soles (Agosto) ⟶ X

Por regla de tres:

$$x=\frac{S/.132\times100\%}{100}=132\%$$

$\boxed{x = 132\%}$ ***Rpta. E***

Problema 15: Nataly observa, que a los 10 minutos de haber encendido una vela, se ha consumido los 5/7 de lo no consumido. ¿En cuánto tiempo más se habrá consumido el 85% de la vela?

A) 12 min B) 10,4 min C) 4,6 min

D) 9,6 min E) 18 min

Resolución:

Sea: { L = longitud de vela

Para los 10 minutos de haber encendido:

Lo Consumido = x | No consumido = (L - x)

Luego:

$$x=\frac{5}{7}(L-x)$$

$7x = 5L - 5x \Rightarrow 12x = 5L$

Despejando "x" obtenemos:

$$\therefore \boxed{x = \frac{5}{12}L}$$

Entonces:

Si: $\frac{5}{12}L \longrightarrow 10$ min

$85\%\,L \longrightarrow C$

Por regla de tres:

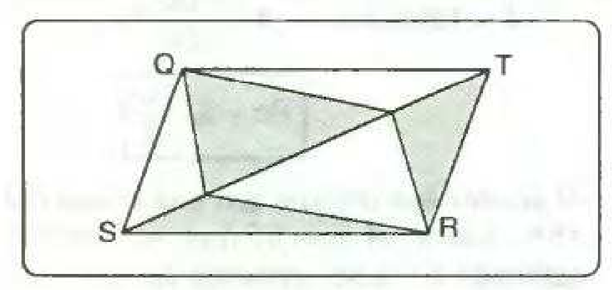
$$C = \frac{85\%L \times 10\,min}{\frac{5}{12}L} = 20{,}4\,min$$

Luego:

El tiempo pedido es:

$\boxed{20{,}4 \text{ min} - 10 \text{ min} = 10{,}4 \text{ min}}$ ***Rpta. B***

Problema 16: La diagonal $\overline{ST}$ del paralelogramos **SRTQ** se triseca. Entonces, la parte "achurada" de la figura mostrada, representa el:

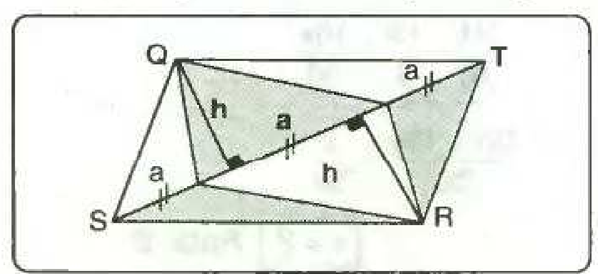


A) $33\frac{1}{3}\%$ B) 60% C) 50%

D) 75% E) Otro valor

Resolución:

Trisecar significa dividir en partes iguales:



- Como observará los triángulos que hay en la figura, tienen igual base e igual altura, por lo que tendrán igual área.

- Llamemos al área de cada triángulo igual a: **A**

Luego:

$\boxed{\text{Area} \square \textbf{SRTQ} = 6A}$ ...... **(I)**

$\boxed{\text{Area achurada} = 3A}$ ...... **(II)**

Ahora, calculamos el porcentaje que representa el área achurada con respecto al área del $\square$**SRTQ**

$$\text{Porcentaje} = \frac{3\cancel{A}}{6\cancel{A}} \times 100\% = 50\%$$

$\therefore \boxed{\text{Porcentaje} = 50\%}$ ***Rpta. C***

Problema 17: El precio de un artículo se aumenta a un tanto por 80 y luego se rebaja el mismo tanto pero por 90 y se tiene así el precio original. Hallar dicho tanto.

A) 12 B) 10 C) 11 D) 15 E) 20

Resolución:

Sea: $\begin{cases} Pc = \text{precio del articulo} \\ x = \text{El tanto pedido} \end{cases}$

Del enunciado, planteamos la siguiente ecuación:

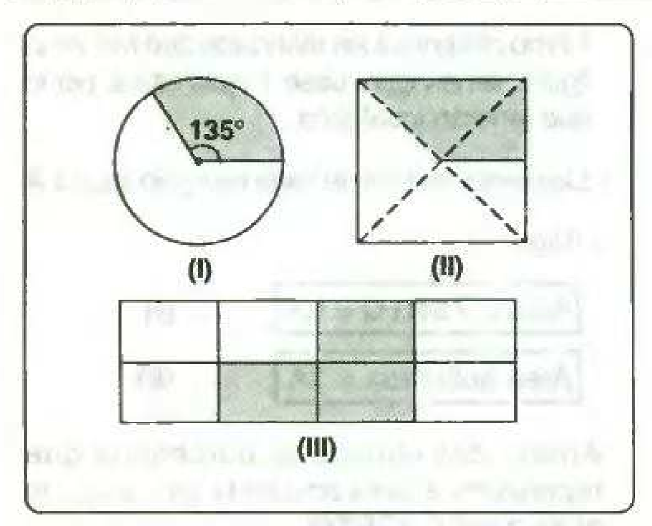
$$\left(Pc + \frac{x}{80}Pc\right) - \frac{x}{90}\left(Pc + \frac{x}{80}Pc\right) = Pc$$

$$\frac{x}{80}Pc = \frac{x}{90}\left(1 + \frac{x}{80}\right)Pc$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{9}\left(\frac{80 + x}{80}\right)$$

$$90 = 80 + x \Rightarrow \therefore \boxed{x = 10}$$ ***Rpta. B***

Problema 18: El 37,5% está representado sólo por el área "achurada".

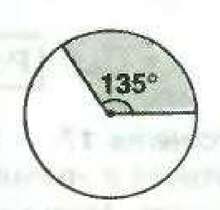


A) I B) II C) III D) II y III E) I, II y III

Resolución:

De la figura (I):

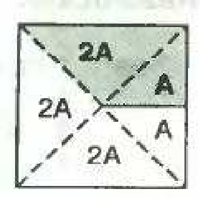
Calculamos el porcentaje que representa el área achurada, con respecto al área total.



$$\text{Porcentaje} = \frac{135°}{360°} \times 100\% = 37{,}5\%$$

De la figura (II):

Calculamos el porcentaje que representa el área achurada, con respecto al área total.



$$\text{Porcentaje} = \frac{3\cancel{A}}{8\cancel{A}} \times 100\% = 37{,}5\%$$

De la figura (III):

Calculamos el porcentaje que representa el área achurada, con respecto al área total.

R	R	R	R
R	R	R	R

$$\text{Porcentaje} = \frac{3\cancel{R}}{8\cancel{R}} \times 100\% = 37{,}5\%$$

Rpta. E

Problema 19: Vanessa entra al negocio de los dólares, pensando ganar el 20% de lo que invirtió y cuando va al Jirón Ocoña se da cuenta que debe vender sus dólares con una rebaja del 15% sobre el precio que ella había estimado. ¿Cuál será su % de ganancia?

A) 15 B) 2 C) 8 D) 7,5 E) 4

Resolución:

Precio costo por dólar = Inversión por dólar

Por falsa suposición:

Sea:

El Precio por dólar = S/. 4 *(Precio de venta)*

Sabemos que:

Pv = Pc + G

$$4 = 100\%\,Pc + 20\%\,Pc$$

$$4 = 120\%\,Pc \Rightarrow 4 = \frac{120}{100}Pc$$

$$\therefore \boxed{Pc = S/.\,\frac{10}{3}}$$

Al vender sus dólares con una rebaja del 15% sobre el precio que ella había estimado su % de ganancia sería:

Pv = Pc + G

$$85\% \times S/.\,4 = S/.\,\frac{10}{3} + x\%\left(S/.\,\frac{10}{3}\right)$$

$$\frac{340}{100} = \frac{10}{3} + \frac{10x}{300}$$

$$\frac{34}{10} - \frac{10}{3} = \frac{10x}{30}$$

$$\frac{102-100}{30} = \frac{x}{30}$$

$$\therefore \boxed{x = 2}$$ ***Rpta. B***

Problema 20: En una reunión los hombres exceden en 50% a las mujeres, si las mujeres aumentan 5%. En que % deben aumentar los hombres para que el total de personas aumente el 20%

A) 30% B) 25% C) 15% D) 22% E) 35%

Resolución:

Sean:

 # de mujeres = x <> 100%x

 # de hombres = x + 50%x = 150%x

Total = 250%x

Del enunciado, obtenemos:

i) Si las mujeres aumentan 5%	**= 105%x**
ii) En que % deben aumentar los hombres	**= 150%x + P(150%x)**
iii) El total de personas aumenta el 20%	**= 250%x + 20%(250%x)**

Luego, planteamos la siguiente ecuación:

$$105\%x + [150\%x + P(150\%x)] = 250\%x + 20\%(250\%x)$$

$$5\%x + P(150\%x) = \frac{20}{100}(250\%x)$$

$$5\%x + P(150\%x) = 50\%x$$

$$P(150\%x) = 45\%x$$

$$P = \frac{45}{100} = \frac{3}{10}$$ **("P" lo transformamos a %)**

$$\therefore\ P = \frac{3}{10} \times 100\% = 30\%$$ ***Rpta. A***

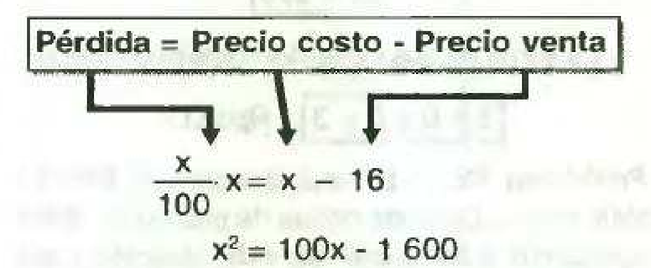
Problema 21: Hallar el costo de un artículo, sabiendo que al venderlo en 16 soles se pierde un tanto por ciento igual a dicho costo.

A) 15 soles B) 15 soles C) 12 soles

D) 20 soles E) Ninguna

Resolución:

Sea: { costo del artículo = x

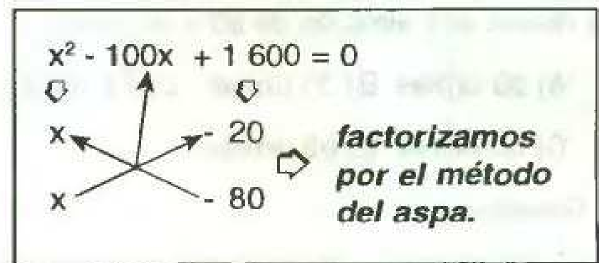


Sabemos que:

Pérdida = Precio costo - Precio venta

$$\frac{x}{100} \cdot x = x - 16$$

$$x^2 = 100x - 1\,600$$



Luego: $(x - 20)(x - 80) = 0$

i) $x - 20 = 0 \rightarrow$ $x = 20$

ii) $x - 80 = 0 \rightarrow$ $x = 80$

El costo del artículo es: x = 20 soles ***Rpta. D***

Problema 22: ¿Cuál es el número que excede a 200 en el mismo porcentaje que 1,2 excede a 0,8. Dar la suma de sus cifras.

A) 8 B) 5 C) 3 D) 7 E) 15

Resolución:

Sea: { N = Número pedido

Del enunciado sabemos que:

1,2 excede a 0,8 en: 1, 2 - 0,8 = 0,4

Entonces hallamos el porcentaje de exceso:

$0{,}8 \longrightarrow 100\%$

$0{,}4 \longrightarrow x$ $\Rightarrow x = \dfrac{0{,}4 \times 100\%}{0{,}8}$

$\therefore \boxed{x = 50\%}$

Luego: El número que excede a 200 en el mismo porcentaje es:

$N = 200 + \boxed{50\%}(200) = 200 + 100$

$\therefore \boxed{N = 300}$

La suma de sus cifras del número pedido es:

$\boxed{3 + 0 + 0 = 3}$ ***Rpta.C***

Problema 23: En una aleación, el 35% es plata pura. ¿Cuántas onzas de plata pura debe agregarse a 56 onzas de esta aleación para que resulte una aleación de 60% de plata?

A) 35 onzas B) 30 onzas C) 44 onzas

D) 60 onzas E) 65 onzas

Resolución:

En las 56 onzas de aleación, la cantidad de plata pura es:

$$35\% \text{ de } 56 = \frac{350}{100} \times 56 = \boxed{19{,}6 \text{ onzas}}$$

Si a las 56 onzas de aleación, se le agrega "x" onzas de plata pura, la nueva aleación sería: (56 + x) onzas y la nueva cantidad de plata pura sería: (19,6 + x) onzas.

Por regla de tres, diriamos:

(56 + x) onzas ⟶ 100% --- **(Aleación total)**

(19,6 + x) onzas ⟶ 60% .... **(Plata pura)**

$$(19{,}6 + x) = \frac{(56 + x)60\%}{100\%}$$

$$100(19{,}6 + x) = (56 + x)\,60$$

$$196 + 10x = 336 + 6x$$

$$4x = 140$$

$\therefore \boxed{x = 35 \text{ onzas}}$ ***Rpta. A***

Problema 24: Si la media armónica del 40% y el 60% de un número entero es 384. Hallar dicho número.

A) 800 B) 600 C) 400

D) 750 E) 900

Resolución:

Sea: $\{N$ = Número pedido

Luego, hallamos el 40% y el 60% del número "N"

$\boxed{A = 40\%N}$ $\boxed{B = 60\%N}$

La media armónica de A y B sería:

$$\boxed{MH = \frac{2}{\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B}\right)} = \frac{2AB}{A+B}}$$

Reemplazamos los valores de A y B en esta última expresión:

$$MH = \frac{2(40\%N)(60\%N)}{40\%N + 60\%N}$$

$$\Downarrow$$

$$384 = \frac{(40\%N)(60\%N)}{100\%N}$$

$$384 = \frac{48}{100}N$$

$\therefore \boxed{N = 800}$ ***Rpta. A***

Problema 25: En una fiesta juvenil, el 60% de los asistentes son hombres y el resto mujeres, luego llegan 20 muchachos cada uno con 2 chicas y de esta manera todos quedan en parejas. ¿Cuántos hombres habian inicialmente?

A) 40 B) 50 C) 80 D) 60 E) 100

Resolución:

Sea: "T" el número de asistentes inicialmente

$\boxed{T <> 100\%T}$

Donde: 60% de los asistentes son hombres o sea: 60%T

El resto son mujeres o sea: 40%T

Luego, llegan 20 muchachos con 2 chicas cada uno, esto quiere decir que los 20 muchachos llegan con 40 chicas.

Siendo, el nuevo número de hombres y mujeres.

$$\begin{cases} \text{\# de hombres} = 60\%T + 20 \\ \text{\# de mujeres} = 40\%T + 40 \end{cases}$$

Como al final quedan en parejas estas dos cantidades deben ser iguales

Por lo tanto:

$$60\%T + 20 = 40\%T + 40$$

$$20\%T = 20 \Rightarrow \frac{20}{100}T = 20$$

$$\therefore \boxed{T = 100}$$

Luego, el número de hombres inicialmente era.

$$\boxed{60\%T = \frac{60}{\cancel{100}} \times \cancel{100} = 60}$$ ***Rpta. D***

Problema 26: Si a un número le restamos su 20% ¿Qué porcentaje le debemos sumar al resultado para obtener el número original?

A) 20 B) 22 C) 25 D) 30 E) 40

Resolución:

Sea el número = N $\rightarrow$ $\boxed{N <> 100\%N}$

- Le restamos su 20%, osea: 20%N

Quedando como resultado

$$= 100\%N - 20\%N = \boxed{80\%N}$$

- A este resultado se le suma un porcentaje = x

Del enunciado, planteamos la siguiente ecuación:

$$80\%N + x(80\%N) = N$$

$$80\%N + x(80\%N) = 100\%N$$

$$x(80\%N) = 20\%\ N$$

$$\boxed{x = \frac{1}{4}}$$

$$x = \frac{1}{4}$$ ***lo convertimos a porcentaje, multiplicando $\frac{1}{4}$ por 100%***

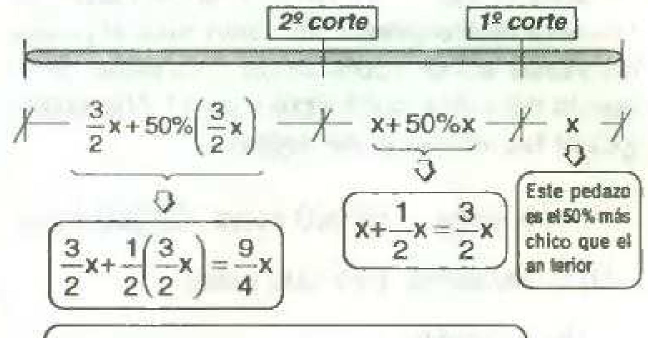
$$\boxed{x = \frac{1}{4} \times 100\% = 25\%}$$ ***Rpta. C***

Problema 27: A un alambre se le hacen dos cortes de modo que cada pedazo sea el 50% más chico que el anterior ¿Qué fracción de alambre es el pedazo más grande?

A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{4}{21}$ C) $\frac{9}{19}$ D) $\frac{4}{19}$ E) N.A.

Resolución:

- Sea la longitud del alambre = "L" metros



$$\boxed{\textbf{Longitud del Alambre} = x + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}x}$$

$$L = \frac{4x + 6x + 9x}{2} \Rightarrow \boxed{L = \frac{19}{4}x}$$

$$\therefore \boxed{\textit{Fracción Pedida} = \frac{\textit{Fracción más grande}}{\textit{Longitud del Alambre}}}$$

$$\boxed{\textit{Fracción Pedida} = \frac{\frac{9}{4}x}{\frac{19}{4}x} = \frac{9}{19}}$$ ***Rpta. C***

Problema 28: Si el 16% del 37% del 5 por 6 de "a" es igual al 5% del 18,5% del 2 por 3 de a^2. Hallar el 25% de "a".

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Resolución:

Recordemos que: $\begin{cases} 5 \text{ por } 6 = \dfrac{5}{6} \\ 2 \text{ por } 3 = \dfrac{2}{3} \end{cases}$

Del enunciado obtenemos lo siguiente:

$$16\% \times 37\% \times \frac{5}{6} a = 5\% \times 18,5\% \times \frac{2}{3} \times a^2$$

$$\frac{16 \times 37 \times 5}{6} \times a = 5 \times \frac{37}{3} \times a^2$$

$$\frac{16}{2} = a \quad \Rightarrow \therefore \boxed{a = 8}$$

Luego, hallamos el 25% de

$$\boxed{25\% a = \frac{25}{100} \times 8 = 2}$$ ***Rpta. B***

Problema 29: Al vender un articulo se observa que el precio de costo más el precio de venta es el 120% de la ganancia. Si el precio de venta del articulo fue 11 000 soles. ¿Cuál fue el precio de costo?

A) 400 soles B) 500 soles C) 800 soles

D) 1 000 soles E) 2 000 soles

Resolución:

Sea: $\begin{cases} Pc = \text{precio de costo} \\ Pv = \text{precio de venta} \end{cases}$

Por dato: $\begin{cases} \boxed{Pv = 11\,000 \text{ soles}} \\ G = \text{ganancia} \end{cases}$

Del enunciado, obtenemos:

$$Pc + Pv = 120\%G$$

$$\boxed{Pc + 11\,000 = 120\%G} \quad \text{........ (I)}$$

Recordar que: $\boxed{G = Pv - Pc}$

$$\boxed{G = 11\,000 - Pc} \quad \text{........ (II)}$$

Reemplazamos **(II)** en **(I)**:

$$Pc + 11\,000 = 120\%(11\,000 - Pc)$$

$$Pc + 11\,000 = 120\% \times 11\,000 - 120\%Pc$$

$$100\%Pc + 11\,000 = \frac{120}{100} \times 11\,000 - 120\%Pc$$

$$220\%Pc = 13\,200 - 11\,000$$

$$\frac{220}{100} Pc = 2200$$

$$\therefore \boxed{Pc = 1\,000 \text{ soles}}$$ ***Rpta. D***

Problema 30: Si el 40% de A, el 50% de B y el 50% de C, son proporcionales a: 6, 4 y 5. ¿Qué porcentaje de (A + C) es B?

A) 64% B) 60% C) 32% D) 80% E) 48%

Resolución:

Del enunciado, obtenemos:

$$\boxed{\frac{40\%A}{6} = \frac{40\%B}{4} = \frac{40\%C}{5} = k}$$

Donde:

i) $40\%A = 6k \rightarrow \dfrac{40}{100} A = 6k \rightarrow \boxed{A = 15k}$

ii) $50\%B = 4k \rightarrow \dfrac{50}{100} B = 4k \rightarrow \boxed{B = 8k}$

iii) $50\%C = 5k \rightarrow \dfrac{50}{100} C = 5k \rightarrow \boxed{C = 10k}$

Luego:

Calculamos que porcentaje de (A + C) es B.

$$P \times (A + C) = B$$

$P = \left(\dfrac{B}{A+C}\right)$ reemplazamos valores en "P"

$P = \left(\dfrac{8k}{15k + 10k}\right) \times 1$; **pero:** $\boxed{1 <> 100\%}$

$P = \left(\dfrac{8k}{25k}\right) \times 100\% \rightarrow \therefore \boxed{P = 32\%}$ ***Rpta. C***

Problema 31: Se fija un precio a un artículo de manera que se gane el 25% del precio de costo (Pc). Si se hace un descuento del 25% del 16% sobre el precio de venta (Pv). ¿Cuál será la ganancia?

A) 16%Pc B) 17%Pc C) 18%Pc

D) 19%Pc E) 20%Pc

Resolución:

El precio que se fija al artículo viene hacer el precio de venta (Pv)

- El enunciado nos dice que:

Ganancia = 25%Pc

Luego:

Precio venta = Precio costo + Ganancia

Pv = Pc + 25%Pc

Pv = 100%Pc + 25%Pc

∴ Pv = 125%Pc

- Se hace un descuento del 25% del 16% sobre el precio de venta

$$\text{Descuento} = \frac{25}{100} \times 16\%\text{Pv}$$

Descuento = 4%Pv

Descuento = 4%(125%Pc)

∴ Descuento = 5%Pc

Luego, la ganancia al final seria:

= ganancia - descuento

= 25% Pc - 5% Pc

∴ Ganancia = 20% Pc ***Rpta. E***

Problemas Propuestos

Problema 1: Efectuar:

0,35% de 10 - 42% de 15 + 18,6% de 50:

A) 7,12 B) 6 C) 3,035

D) 18,035 E) 9,035

Problema 2: Si gastara el 20% del dinero que tengo y ganara el 10% de lo que me quedaría, perdería S/. 840. ¿Cuánto de dinero tengo?

A) S/. 4 000 B) S/. 5 000 C) S/. 6 000

D) S/. 7 000 E) S/. 8 000

Problema 3: Con S/. 75 se compra cierta cantidad de libros, si se vende ganando el 20% y en cada docena, se gana S/. 3 ¿Cuántos libros se compró?

A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

Problema 4: Tres números son entre si como: 3, 8 y 15 si la suma del 50% del menor más el 20% del mayor es 54. ¿Cuál es el 25% del término intermedio?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 25

Problema 5: Si a 60 se le aumenta x% resulta 75 y si este número se le rebaja x% resultará:

A) 65 B) 58 C) 60 D) 56,25 E) 62

Problema 6: De un saco de arroz que contiene "x" kilos, se extrae el 20% del arroz, luego se extraen 32 kilos quedando el 80% de lo que extrajo. Hallar "x".

A) 90 B) 55 C) 50,5 D) 53 E) 25,25

Problema 7: Si al 60% del 85 por mil de 7 por 17 de un número se le suma la cuarta parte de su 38% el resultado es 493. Hallar el número.

A) 4 250 B) 3 000 C) 3 850

D) 4 500 E) 2 850

Problema 8: Respecto al tanto por ciento se cumple:

I. a% de N = N% de a

II. a% de N + b% N = (a + b)% de N

III. Los $\frac{7}{13}$ de N = 53 $\frac{11}{13}$% de N

A) Sólo **(I)** B) Sólo **(II)** C) Sólo **(III)**

D) **I y II** E) **I, II y III**

Problema 9: La relación de 2 números es de 3 es a 5. ¿Qué porcentaje del cuadrado del mayor es el cuadrado del menor?

A) 30% B) 36% C) 40% D) 48% E) 50%

Problema 10: Un comerciante vendió un artículo ganando el 20% del precio de costo y con dicha ganancia compró otro articulo que lo vendió ganando el 25% del precio venta. ¿En qué relación se encuentran los precios de venta de los 2 artículos?

A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{7}{3}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{9}{5}$

Problema 11: 3 personas almuerzan juntas en un restaurant, se sabe que lo que comió la primera es 1/5 del total y lo que comió la tercera es el 70% de lo que comió la segunda, si la tercera pagó 84 soles por lo que comió. ¿Cuánto tuvo que pagar la primera persona?

A) 58 soles B) 81 soles C) 51 soles

D) 62 soles E) 39 soles

Problema 12: En una granja el 20% del número de gallinas es igual al 30% del número de pavos. Si se retiran 150 gallinas el número de pavos serán el 60% del total. Hallar el número de pavos.

A) 40 B) 75 C) 180 D) 125 E) 80

Problema 13: Si la media armónica del 20% y el 30% de un número entero es 19,2. Hallar dicho número.

A) 80 B) 70 C) 50 D) 90 E) 120

Problema 14: A un número se le hacen 3 descuentos sucesivos del 20%, 25% y 20%, al número que resulta se le hace 3 incrementos sucesivos del 20%, 25% y 20% resultando un número que se diferencia del original en 204 unidades. Hallar el número.

A) 1 200 B) 1 400 C) 1 500

D) 1 800 E) 2 000

Problema 15: Dada una operacion de multiplicación: Si el multiplicando aumenta en un a% y el multiplicador disminuye en un a%, el producto disminuye en un 4%. Hallar "a".

A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) N.A.

Problema 16: Sara le dice a Manuel: "entre tu dinero y el mío hacemos 1 125 soles; pero si hubiera recibido 30% menos, tendrías lo que yo tendria si recibiera 20% menos". ¿Cuánto tiene Manuel?

A) S/. 650 B) S/. 525 C) S/. 600

D) S/. 500 E) S/. 580

Problema 17: Si al 30% del 40% de un número se le suma el 12% del 33$\frac{1}{3}$% de dicho número se obtiene 96. Hallar dicho número.

A) 300 B) 400 C) 250

D) 450 E) 600

Problema 18: Una señora compra 2 750 huevos por 1 000 soles, pero se le rompen 350 y vende los restantes a 7 soles la docena. ¿Cuál es el porcentaje de ganancia?

A) 30% B) 40% C) 120%

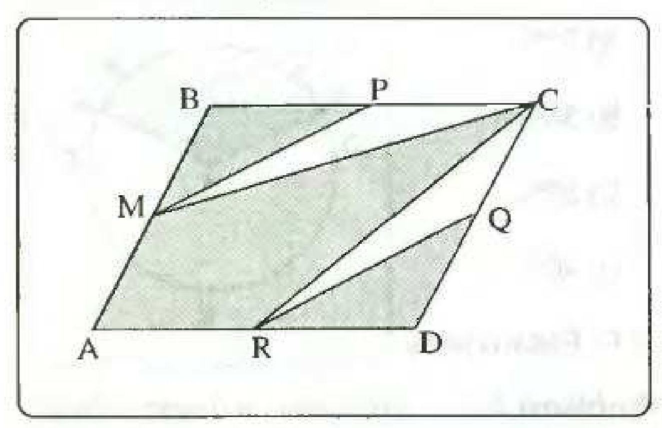
D) 140% E) N.A.

Problema 19: En una aleación, el 35% es plata pura. ¿Cuántas onzas de plata pura debe agregarse a 56 onzas de esta aleación para que resulte una aleación de 60% de plata?

A) 35 onzas B) 30 onzas C) 44 onzas

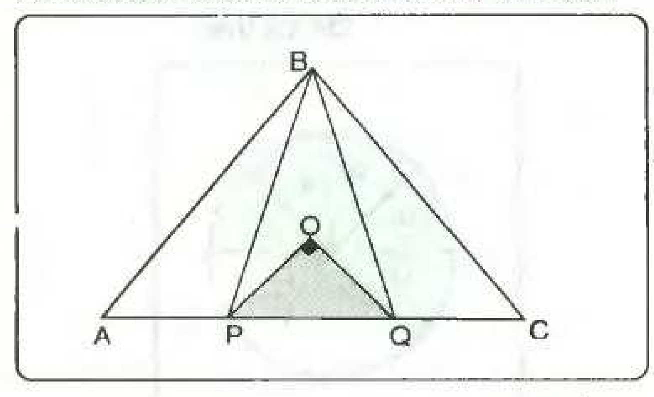
D) 60 onzas E) 65 onzas

Problema 20: ¿Qué porcentaje del área total representa el área no achurada?
(**M, P, Q** y **R** son puntos medios, además **ABCD** = Paralelogramo).



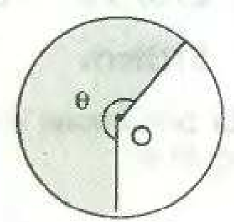
A) 20% B) 30% C) 25%
D) 50% E) Faltan datos

Problema 21: En la figura mostrada: ABC y POQ son triángulos rectángulos isósceles, el triángulo PBQ es equilátero. Si el área del triángulo ABC es igual a 81 m^2. ¿Qué porcentaje del área del Δ ABC es el área del Δ POQ?



A) 33% B) 34% C) $33\frac{1}{3}$%
D) 35% E) 30%

Problema 22: ¿Qué porcentaje del área del círculo, de circunferencia π^2 metros; representa la parte sombreada, si "θ" mide tantos radianes como la longitud de su radio metros.



A) 50% B) 50π% C) $\frac{50}{3}$%
D) $\frac{360}{\pi}$% E) N.A.

Problema 23: Si los lados de un exágono regular aumentan en un 60%. ¿En cuánto aumentará su área?

A) 56% B) 156% C) 60%
D) 160% E) 152%

Problema 24: ¿En qué porcentaje, disminuye K^4; cuando K^2 disminuye en un 20%?

A) 136% B) 36% C) 40%
D) 24% E) 64%

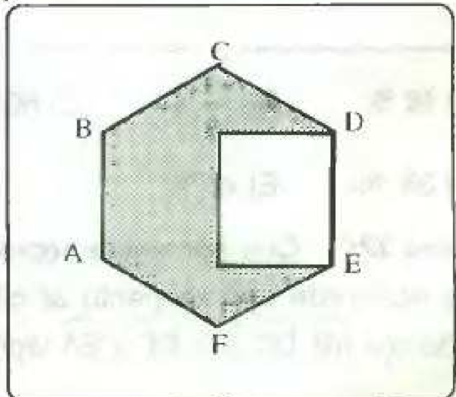
Problema 25: Si el área de un círculo se aumenta a 200% ¿por cuánto se habrá multiplicado su radio original?

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) 4 D) 8 E) 20

Problema 26: Se tiene un rectángulo en donde un lado tiene por medida "x" unidades. ¿En qué porcentaje aumentará su superficie si, este lado se aumenta en x/m unidades, manteniéndose el otro lado constante?

A) m% B) $\left(\frac{m}{x}\right)$% C) $\left(\frac{x}{m}\right)$%
D) $\left(\frac{100}{x}\right)$% E) $100\left(\frac{x}{m}\right)$%

Problema 27: En la figura mostrada. Hallar qué porcentaje del área sombreada, representa el área no sombreada. (ABCDEF exágono regular).



A) 50% B) $33\frac{1}{3}\%$ C) 25%

D) 40% E) 36%

Problema 28: Lo que queda de una cantidad, luego de dos descuentos sucesivos de a% y b% es igual al recargo único equivalente a recargos sucesivos de a% y b%. Hallar "a + b".

A) 30% B) 40% C) 50%

D) 60% E) N.A.

Problema 29: Si la altura de un rectángulo aumenta en un 30%. En cuánto deberá disminuir su base para que el área no varie?

A) 30% B) $23\frac{1}{3}\%$ C) 32%

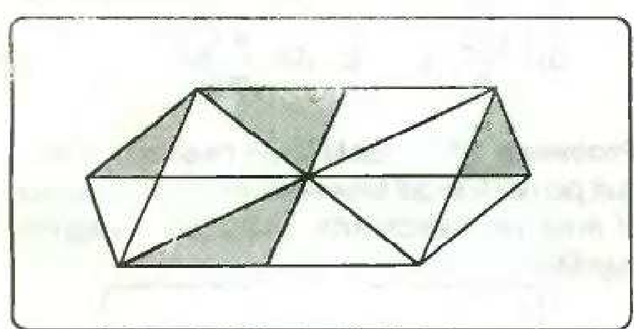
D) 43% E) 40%

Problema 30: Un comerciante vende zapatos por un monto total de 504 soles, ganando el 20 % del costo si la ganancia en cada par de zapatos es de S/. 7. Cuál es el costo de un par de zapatos?

A) 20 B) 25 C) 30

D) 35 E) Más de 35

Problema 31: Las partes "achuradas" de la figura representa el:



A) 40 % B) $\frac{1}{3}\%$ C) 50 %

D) 33 % E) 75 %

Problema 32: Que porcentaje representa el área achurada con respecto al círculo, sabiendo que $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{CD}$, $\overset{\frown}{DE}$ y $\overset{\frown}{EA}$ representan números pares consecutivos, expresados en grados; además; M y N son puntos medios de los arcos $\overset{\frown}{AB}$ y $\overset{\frown}{CD}$ respectivamente.

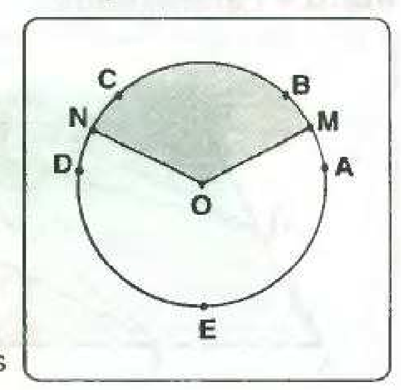
A) 37%

B) 38%

C) 39%

D) 40%

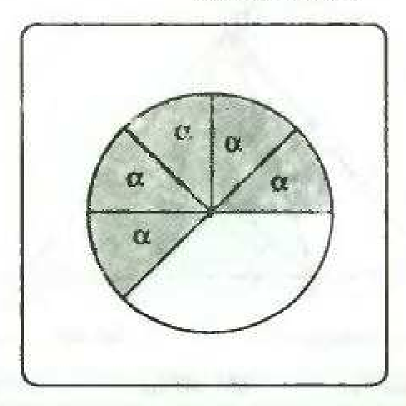
E) Faltan datos



Problema 33: Una persona desea colocar a intereses cierta suma de dinero. Consulta en tres "Bancos" S.R. y T obteniendo los datos siguientes la "S" paga el 1,75% de interés trimestral, el "R" paga el 0,75% mensual y "T" paga el 3,5% semestral, entonces en cuánto a interés le conviene.

A) El "S" B) El "R" C) El "T"

D) S ó T E) Da lo mismo cualquiera de los tres .



* La figura se refiere a las preguntas 34, 35, 36, y 37.

Problema 34: El porcentaje de la parte no sombreada del círculo es:

A) 60% B) 37,5% C) 62,5%

D) $166\frac{2}{3}\%$ E) Otro%

Problema 35: El porcentaje de la parte sombreada del círculo es:

A) 60% B) 37,5% C) 62,5%

D) $166\frac{2}{3}\%$ E) Otro %

Problema 36: El porcentaje de la parte no sombreada de la sombreada es:

A) 60% B) 37,5% C) 62,5%

D) $166\frac{2}{3}\%$ E) Otro %

Problema 37: El porcentaje de la parte sombreada de la no sombreada es:

A) 60% B) 37,5% C) 62,5%

D) $166\frac{2}{3}\%$ E) Otro %

Problema 38: Una ventana cuadrada es limpiada en 160 min, si la misma persona limpia otra ventana cuyo lado es el 25% menor que la ventana anterior. ¿En cuánto tiempo limpiará dicha ventana?

A) 120 min. B) 90 min. C) 150 min.

D) 160 min. E) 75 min.

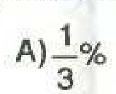
Problema 39: Al aumentar el precio de entrada de un estadio en un 20%, la asistencia bajó en un 10%. Entonces la recaudación:

A) Aumentó en un 20% B) No varió

C) Aumentó en un 8% E) Bajó en un 10%

D) Bajó en un 10%

Problema 40: De una tabla de 24 cm×12 cm. Se recorta una flecha para lo cual se trisecan los datos $\overline{SR}$, $\overline{TQ}$ y $\overline{QS}$. El lado $\overline{RT}$ se dimidia. Entonces; el porcentaje de materia aprovechado es:



A) $\frac{1}{3}\%$

B) 50%

C) $38\frac{8}{9}\%$

D) $41\frac{2}{3}\%$ E) Otro valor

Problema 41: Para la construcción de un edificio se comprarán ladrillos a 160 soles el millar si en una determinada parte del edificio se emplearán 360 ladrillos que representan el 0,3% del total comprado. ¿Cuánto se invirtió en dicha compra?

A) S/.12 900 B) S/.19 200 C) S/.10 920

D) S/. 12 090 E) S/. 19 020

Problema 42: En la figura mostrada ACD es un sector circular, AC = 4m; radio del semicirculo es 2m. Hallar que porcentaje del área del semicirculo, representa el área achurada. (Considerar: $\pi = 3$)

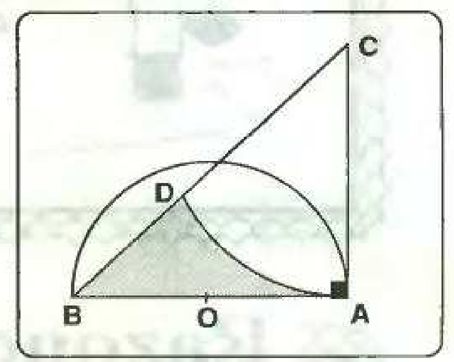
A) 30%

B) 35%

C) $33\frac{1}{3}\%$

D) 34%

E) $36\frac{1}{3}\%$

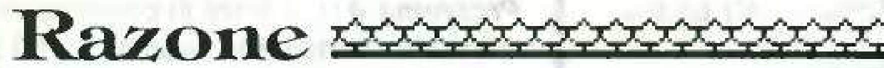


Problema 43: El número $\overline{abb}$ al aumentar en 25% se obtiene $\overline{c(2b)o}$; halle: "a + b + c" (o = Cero), y además son diferentes entre si (de como respuesta la mayor posible).

A) 9 B) 12 C) 13 D) 15 E) 17

Clave de Respuestas

1.	C	12.	C	23.	B	34.	B
2.	D	13.	A	24.	B	35.	C
3.	E	14.	C	25.	A	36.	A
4.	C	15.	B	26.	E	37.	D
5.	D	16.	C	27.	B	38.	B
6.	A	17.	E	28.	C	39.	C
7.	A	18.	B	29.	B	40.	C
8.	E	19.	A	30.	D	41.	B
9.	B	20.	C	31.	D	42.	C
10.	A	21.	C	32.	C	43.	D
11.	C	22.	A	33.	B		

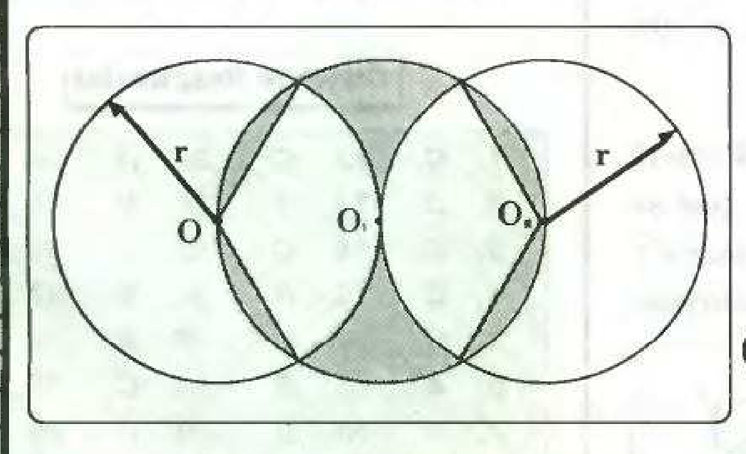


Manuelito *sale de su oficina a cenar despues de la 6:00 p.m. y observa que las agujas de su reloj forman un ángulo de 110°, al regresar lo hace antes de las 7:00 p.m. el nota que de nuevo las agujas forman un ángulo de 110°. El número de minutos que estuvo afuera es:*

Respuesta **40 minutos**

Razone

¿En que porcentaje difieren el área sombreada del área del círculo central? (O; O_1 ; O_2 son los centros de los círculos)



Respuesta **66,6 %**

PRODUCTOS NOTABLES 25

Son productos importantes, cuyos resultados se deben conocer sin necesidad de efectuar operaciones, se les conoce también con el nombre de Identidades Algebraicas o Equivalencias Algebraicas; ya que se cumple para cualquier valor que se dé a las variables.

Los productos notables más importantes son:

A) BINOMIO AL CUADRADO

$$(a+b)^2 = \underline{a^2 + 2ab + b^2}$$ Trinomio Cuadrado Perfecto

$$(a-b)^2 = \underline{a^2 - 2ab + b^2}$$ Trinomio Cuadrado Perfecto

B) DIFERENCIA DE CUADRADOS

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

En general:

$$(a^m + b^n)(a^m - b^n) = a^{2m} - b^{2n}$$

C) BINOMIO AL CUBO

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

D) SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

En general:

$$a^{3m} + b^{3n} = (a^m + b^n)(a^{2m} - a^m b^n + b^{2n})$$

$$a^{3m} - b^{3n} = (a^m - b^n)(a^{2m} + a^m b^n + b^{2n})$$

E) PRODUCTO DE BINOMIOS CON UN TERMINO COMUN

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+ac+bc)x + abc$$

F) TRINOMIO AL CUADRADO

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

G) TRINOMIO AL CUBO

$$(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3a^2c + 3ac^2 + 3b^2c + 3bc^2 + 6abc$$

$$(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(a + c)(b + c)$$

H) IDENTIDADES DE LEGENDRE

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

I) IDENTIDADES DE LAGRANGE

$$(ax + by)^2 + (bx - ay)^2 = (x^2 + y^2)(a^2 + b^2)$$

$$(ax + by + cz)^2 + (bx - ay)^2 + (cx - az)^2 + (cy - bz)^2 = (a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2)$$

J) IDENTIDADES SECUNDARIAS

$$(x^{2n} + x^n + 1)(x^{2n} - x^n + 1) = x^{4n} + x^{2n} + 1$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)[(a^2 + b^2 + c^2) - (ab + ac + bc)]$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)[(a + b + c)^2 - 3(ab + ac + bc)]$$

Siendo: $a + b + c = 0$; se cumple que:

i) $a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + ac + bc)$

ii) $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio (1) : Efectuar:

$$\left(x^2-2x+1\right)\left(x^2+x+1\right)^2+\left(x^3+1\right)^2$$

A) $2x^6-2$ **B)** x^6+x^3+1
C) $2x^6+2x^3+2$ **D)** $2x^6+2$
E) $2x^6-x^3+2$

Resolución:

Sabemos que: $x^2-2x+1=(x-1)^2$

Luego:

$$\underbrace{(x-1)^2(x^2+x+1)^2}+(x^3+1)^2$$

$$\underbrace{\left[(x-1)(x^2+x+1)\right]^2}_{\text{Diferencia de Cubos}}+(x^3+1)^2$$

$$\left[(x^3-1)\right]^2+\left(x^3+1\right)^2$$

$$\left[\left(x^3\right)^2-2x^3+1\right]+\left[\left(x^3\right)^2+2x^3+1\right]$$

$$=\boxed{2x^6+2}$$ **Rpta. D**

Ejercicio (2): Proporcionar un equivalente de:

$$\frac{(a+b)^3+(a-b)^3}{2a}-4b^2$$

A) a^2 **B)** b^2 **C)** $a+b$
D) $(a+b)(a-b)$ **E)** $(a+b)^2$

Resolución:

Sabemos que:

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$
$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

Luego:

$$\frac{(a^3+3a^2b+3ab^2+b^3)+(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3)}{2a}-4b^2$$

$$=\frac{2a^3+6ab^2}{2a}-4b^2$$

$$=\frac{2a(a^2+3b^2)}{2a}-4b^2=a^2-b^2$$

$$=\boxed{(a+b)(a-b)}$$ **Rpta. D**

Ejercicio (3): Reducir:

$$E=(a+b+4)^3-(a+b+3)(a+b+4)(a+b+5)$$

A) a **B)** b **C)** 0
D) $a+b+4$ **E)** $a+b+3$

Resolución:

Hacemos que: $a+b=x$

Luego:

$E=\underline{(x+4)}^3-(x+3)\underline{(x+4)}(x+5)$; sacamos factor común $(x+4)$

$E=\underline{(x+4)}\left[(x+4)^2-(x+3)(x+5)\right]$

$E=\underline{(x+4)}\left[(x^2+8x+16)-(x^2+8x+15)\right]$

$E=\underline{(x+4)}[1]=\underline{a+b+4}$

$\therefore$ $\boxed{E=a+b+4}$ **Rpta. D**

Ejercicio (4): Reducir:

$$R=\sqrt[3]{(x+1)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)+1}$$

A) x^2 **B)** x **C)** x^3 **D)** 1 **E)** 0

Resolución:

Agrupamos términos de la siguiente manera:

$$R = \sqrt[3]{\underbrace{(x+1)(x^2-x+1)}\underbrace{(x-1)(x^2+x+1)}+1}$$

$$R = \sqrt[3]{(x^3+1)(x^3-1)+1}$$

$$R = \sqrt[3]{\left[\left(x^3\right)^2-1^2\right]+1} = \sqrt[3]{x^6 \cancel{-1}\cancel{+1}}$$

$$R = \sqrt[3]{x^6} = \boxed{x^2}$$ **Rpta. A**

Ejercicio (5): Simplificar:

$$Q = \frac{(a+b+c)^2-(a+b-c)^2}{bc+ca}$$

A) 1 **B)** 2 **C)** 4 **D)** ab **E)** 2ab

Resolución:

Hacemos que: $a+b=m$

Luego:

$$Q = \frac{(m+c)^2-(m-c)^2}{bc+ca}$$; Por Legendre: $(m+c)^2-(m-c)^2 = 4\,mc$

$$Q = \frac{4\,m\cancel{c}}{\cancel{c}\,(b+a)} = \frac{4\,\cancel{(a+b)}}{\cancel{(a+b)}}$$

$$\therefore \boxed{Q = 4}$$ **Rpta. C**

Ejercicio (6): Calcular el valor de:

$$M = \sqrt[4]{1+(3)\,(5)\,(17)\,(257)}$$

A) 4 **B)** 8 **C)** 16 **D)** 256 **E)** 512

Resolución:

- La expresión dada, se puede escribir de la manera siguiente:

$$M = \sqrt[4]{1+\left(2^2-1\right)\left(2^2+1\right)\left(2^4+1\right)\left(2^8+1\right)}$$

Diferencia de Cuadrados

$$M = \sqrt[4]{1+\left(2^4-1\right)\left(2^4+1\right)\left(2^8+1\right)}$$

Diferencia de Cuadrados

$$M = \sqrt[4]{1+\left(2^8-1\right)\left(2^8+1\right)}$$

Diferencia de Cuadrados

$$M = \sqrt[4]{1+\left(2^{16}-1\right)} = \sqrt[4]{2^{16}}$$

$$M = 2^4 = \boxed{16}$$ **Rpta. C**

Ejercicio (7): Si:

$$P = (a+b+c+d)\,(a-c+b-d)$$
$$Q = (a+c-b+d)\,(a-b-d-c)$$

Calcular el valor de: $K = \dfrac{P-Q}{4}$

A) 1 **B)** ab **C)** cd
D) a^2+b^2 **E)** abcd

Resolución:

- La expresión "P" puede escribirse de la manera siguiente:

$$P = [a+b)+(c+d)]\,[(a+b)-(c+d)]$$

$$\boxed{P = (a+b)^2-(c+d)^2} \quad ...(I)$$

- La expresión "Q" puede escribirse de la manera siguiente:

$$Q = [(a-b)+(c+d)]\,[(a-b)-(c+d)]$$

$$\boxed{Q = (a-b)^2-(c+d)^2} \quad ...(II)$$

Reemplazamos el valor de (I) y (II) en la expresión "K".

$$K = \frac{\left[(a+b)^2-(c+d)^2\right]-\left[(a-b)^2-(c+d)^2\right]}{4}$$

$$K = \frac{\left[(a+b)^2-(a-b)^2\right]}{4} = \frac{\not 4\ ab}{\not 4} = ab$$

$\therefore$ $\boxed{K = ab}$ **Rpta. B**

Ejercicio (8): Efectuar:

$$(a-b)\left[3ab-(a+b)^2\right](a+b)\left[3ab+(a-b)^2\right]$$

A) $a^3 - b^3$ **B)** $b^3 - a^3$ **C)** $b^6 - a^6$
D) $a^6 - b^6$ **E)** $9a^2b^2 - a^3 - b^3$

Resolución:

- La expresión dada, se puede escribir de la manera siguiente:

$\underbrace{(a-b)(a+b)}[3ab-(a+b)^2][3ab+(a-b)^2]$

$(a^2-b^2)[3ab-(a^2+b^2+2ab)][3ab+(a^2+b^2-2ab)]$

$(a^2-b^2)[ab-(a^2+b^2)][ab+(a^2+b^2)]$

$(a^2-b^2)[(ab)^2-(a^2+b^2)^2]$

$(a^2-b^2)[a^2b^2-(a^4+b^4+2a^2b^2)]$

$(a^2-b^2)[-a^4-b^4-a^2b^2]$

> ***Recuerda Que:***
> $(A-B)(C-D-E)=(B-A)[D+E-C]$

$(b^2-a^2)[b^4+a^4+a^2b^2]=(b^2)^3-(a^2)^3$

$=\boxed{b^6-a^6}$ **Rpta. C**

Ejercicio (9) : Si: $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}=4$

Calcular: $F = \dfrac{(a-b)^4+4a^2b^2}{16\ a^2b^2}$

A) 1 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 1/2 **E)** 1/4

Resolución:

- De la condición: $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}=4$; obtenemos:

$$\frac{a^2+b^2}{ab}=4$$

$a^2+b^2 = 4ab$; está última expresión se puede escribir de la manera siguiente:

$$\underbrace{a^2+b^2-2ab}=4ab-2ab$$

$$\boxed{(a-b)^2=2ab} \quad ...(I)$$

La expresión "F", se puede escribir de la manera siguiente:

$$\boxed{F = \frac{\left[(a-b)^2\right]^2+4a^2b^2}{16a^2b^2}} \quad ...(II)$$

Reemplazamos (I) en (II):

$$F = \frac{(2ab)^2+4a^2b^2}{16a^2b^2} = \frac{8a^2b^2}{16a^2b^2} = \frac{1}{2}$$

$\therefore$ $\boxed{F = \frac{1}{2}}$ **Rpta. D**

Ejercicio (10): Si: $a^2+b^2=5$. Calcular el valor:

$R=(a+b+c)^2+(a+b-c)^2+2(a-b+c)(a-b-c)$

A) 5 **B)** 10 **C)** 20 **D)** 40 **E)** 25

Resolución:

La expresión dada, se puede escribir de la manera siguiente:

$R = [(a+b)+c]^2 + [(a+b)-c]^2 +$

$2[(a-b)+c][(a-b)-c]$

Diferencia de Cuadrados

Hacemos que: $a+b=m$

Luego:

$R = [m+c]^2 + [m-c]^2 + 2[(a-b)^2 - c^2]$

$R = 2(m^2+c^2) + 2[a^2+b^2-2ab-c^2]$

$R = 2[(a+b)^2+c^2] + 2(a^2+b^2) - 4ab - 2c^2$

$R = 2[a^2+b^2+2ab+c^2] + 2(5) - 4ab - 2c^2$

$R = 2[5+2ab+c^2] + 10 - 4ab - 2c^2$

$\therefore$ $\boxed{R=20}$ **Rpta. C**

Ejercicio (11) : Simplificar:

$M = (x-2)(x+3)(x-4)(x+1) - x^2(x-1)^2 + 14x(x-1) - 24$

A) 0 **B)** 1 **C)** -1 **D)** 2 **E)** -2

Resolución:

• Ordenamos términos de la manera siguiente:

$M = (x-2)(x+1)(x+3)(x-4) -$

$x^2(x-1)^2 + 14x(x-1) - 24$

$M = (x^2-x-2)(x^2-x-12) - [x(x-1)]^2 + 14x(x-1) - 24$

$M = (x^2-x-2)(x^2-x-12) - [x^2-x]^2 +$

$14(x^2-x) - 24$

Hacemos que: $x^2-x=a$

Luego:

$M = (a-2)(a-12) - a^2 + 14a - 24$

$M = \cancel{a^2} - \cancel{14a} + \cancel{24} - \cancel{a^2} + \cancel{14a} - \cancel{24}$

$\therefore$ $\boxed{M = \text{Cero}}$ **Rpta. A**

Ejercicio (12) : Si: $p-q-r=2$ ...(1)

$pq+pr=qr$ ...(2)

El valor de: $p^2+q^2+r^2$; es igual a:

A) 4 **B)** -4 **C)** 2 **D)** -2 **E)** 0

Resolución:

• De la expresión (1); elevamos al cuadrado ambos miembros:

$(p-q-r)^2 = 2^2$

$p^2 + (-q)^2 + (-r)^2 + 2p(-q) + 2p(-r) + 2(-q)(-r) = 4$

$p^2+q^2+r^2 - 2pq - 2pr + 2qr = 4$

$p^2+q^2+r^2 - 2(pq+pr-qr) = 4$ ...(3)

Reemplazamos la expresión (2) en (3):

$p^2+q^2+r^2 - 2\underbrace{(qr-qr)}_{\text{cero}} = 4$

$\therefore$ $\boxed{p^2+q^2+r^2=4}$ **Rpta. A**

Ejercicio (13): Si: $a+\dfrac{1}{a} = 3$. Hallar el valor de:

$$R = \left[a^a + \left(\frac{1}{a}\right)^{1/a}\right]\left[a^{1/a} + \left(\frac{1}{a}\right)^a\right]$$

A) 3 **B)** 16 **C)** 18 **D)** 20 **E)** 29

Resolución:

Efectuando el producto indicado; obtenemos:

$$R = a^{a}\cdot a^{1/a} + a^{a}\cdot\left(\frac{1}{a}\right)^{a} + \left(\frac{1}{a}\right)^{1/a}\cdot a^{1/a} + \left(\frac{1}{a}\right)^{1/a}\cdot\left(\frac{1}{a}\right)^{a}$$

$$R = a^{\left(a+\frac{1}{a}\right)} + \left(a\cdot\frac{1}{a}\right)^{a} + \left(\frac{1}{a}\cdot a\right)^{1/a} + \left(\frac{1}{a}\right)^{\left(\frac{1}{a}+a\right)}$$

$$R = a^{3} + 1^{a} + 1^{1/a} + \left(\frac{1}{a}\right)^{3}$$

$$R = a^{3} + \frac{1}{a^{3}} + 2 \quad \ldots \text{(I)}$$

- De la condición: $a+\frac{1}{a} = 3$; elevamos al cubo, ambos miembros:

$$\left(a+\frac{1}{a}\right)^{3} = 3^{3}$$

$$a^{3} + \frac{1}{a^{3}} + 3a\cdot\frac{1}{a}\underbrace{\left(a+\frac{1}{a}\right)}_{3} = 27$$

$$\therefore \quad \boxed{a^{3} + \frac{1}{a^{3}} = 18} \quad \ldots \text{(II)}$$

Recuerda Que:
$(A + B)^3 = A^3 + B^3 + 3AB(A + B)$

Reemplazamos (II) en (I):

$R = 18 + 2 = \boxed{20}$ **Rpta. D**

Ejercicio (14) : Sabiendo que:

$$a\left(\frac{a}{b}-3\right) = b\left(\frac{b}{a}-3\right)$$

Hallar el valor de: $M = (a - b + c)^3 - (a - b - c)^3$

A) c^3 **B)** $2c^3$ **C)** $3c^3$ **D)** a -b **E)** 2(a-b)

Resolución:

- De la condición:

$$a\left(\frac{a}{b}-3\right) = b\left(\frac{b}{a}-3\right)$$

$$a\left(\frac{a-3b}{b}\right) = b\left(\frac{b-3a}{a}\right)$$

$$a^{2}(a-3b) = b^{2}(b-3a)$$

$a^{3} - 3a^{2}b = b^{3} - 3ab^{2}$; transponemos términos:

$$\underbrace{a^{3} - 3a^{2}b + 3ab^{2} - b^{3}}_{(a-b)^3} = 0$$

$$(a - b)^3 = 0 \Rightarrow \therefore \boxed{a = b}$$

Reemplazamos a = b; en la expresión "M", obteniendo:

$M = (b - b + c)^3 - (b - b - c)^3$

$M = c^3 + c^3 = \boxed{2c^3}$ **Rpta. B**

Ejercicio (15): Si: $x+\frac{1}{x} = 2$

Hallar el valor de:

$$E = x + x^{2} + x^{3} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^{2}} + \frac{1}{x^{3}}$$

A) 2 **B)** 4 **C)** 6 **D)** 8 **E)** 10

Resolución:

- Ordenamos los términos de la expresión "E"; obteniendo:

$$E = \underbrace{\left(x+\frac{1}{x}\right)}_{} + \left(x^{2}+\frac{1}{x^{2}}\right) + \left(x^{3}+\frac{1}{x^{3}}\right)$$

$$\boxed{E = 2 + \left(x^{2}+\frac{1}{x^{2}}\right) + \left(x^{3}+\frac{1}{x^{3}}\right)} \quad \ldots \text{(I)}$$

- De la condición: $x+\frac{1}{x}=2$; elevamos al cuadrado, ambos miembros:

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=2^2 \Rightarrow x^2+2x\cdot\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=4$$

$$\therefore \boxed{x^2+\frac{1}{x^2}=2} \quad \ldots \text{(II)}$$

- De la condición: $x+\frac{1}{x}=2$; elevamos al cubo, ambos miembros:

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^3=2^3 \Rightarrow x^3+\frac{1}{x^3}+3x\cdot\frac{1}{x}\underbrace{\left(x+\frac{1}{x}\right)}_{2}=8$$

$$\therefore \boxed{x^3+\frac{1}{x^3}=2} \quad \ldots \text{(III)}$$

- Reemplazamos (II) y (III) en (I):

$E=2+2+2=\boxed{6}$ **Rpta. C**

Ejercicio (16) : Efectuar:

$$P=\left(1+\sqrt{5}+\sqrt{6}+\sqrt{30}\right)\left(\sqrt{30}-\sqrt{6}-\sqrt{5}+1\right)$$

A) 21 **B)** 20 **C)** 19 **D)** 31 **E)** 30

Resolución:

- Agrupamos los términos de la manera siguiente:

$$P=\left[\left(\sqrt{30}+1\right)+\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right)\right]\left[\left(\sqrt{30}+1\right)-\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right)\right]$$

Por diferencia de cuadrados:

$$P=\left(\sqrt{30}+1\right)^2-\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right)^2$$

$$P=\left(\sqrt{30}^2+2\sqrt{30}+1\right)-\left(\sqrt{6}^2+2\sqrt{30}+\sqrt{5}^2\right)$$

$$P=\left(31+2\sqrt{30}\right)-\left(11+2\sqrt{30}\right)$$

$\therefore \boxed{P=20}$ **Rpta. B**

Ejercicio (17): Si: $\frac{m}{n}+\frac{n}{m}=62$

Entonces el valor de: $\left(\frac{m+n}{\sqrt{mn}}\right)^{1/3}$; es:

A) 3 **B)** $\frac{mn}{2}$ **C)** $\frac{m+n}{2}$ **D)** mn **E)** 2

Resolución:

La expresión: $\left(\frac{m+n}{\sqrt{mn}}\right)^{1/3}$; puede escribirse de la manera siguiente:

$$\left(\frac{m+n}{\sqrt{mn}}\right)^{1/3}=\left(\frac{\sqrt{(m+n)^2}}{\sqrt{mn}}\right)^{1/3}=\left(\sqrt{\frac{(m+n)^2}{mn}}\right)^{1/3}$$

$$=\boxed{\left(\sqrt{\frac{m^2+n^2+2mn}{mn}}\right)^{1/3}} \quad \ldots \text{(I)}$$

- De la condición: $\frac{m}{n}+\frac{n}{m}=62$; obtenemos:

$$\boxed{m^2+n^2=62\,mn} \quad \ldots \text{(II)}$$

- Reemplazamos (II) en (I):

$$\left(\frac{m+n}{\sqrt{mn}}\right)^{1/3}=\left(\sqrt{\frac{62mn+2mn}{mn}}\right)^{1/3}=\left(\sqrt{\frac{64mn}{mn}}\right)^{1/3}$$

$=(8)^{1/3}=\boxed{2}$ **Rpta. E**

EJERCICIOS PROPUESTOS

Ejercicio 1.- Simplificar:

$$S = (2a + b + c)^2 - (a + b + c)(3a + b + c)$$

A) a^2 B) b^2 C) c^2
D) $2a^2$ E) N.A.

Ejercicio 2.- Simplificar:

$$J = x(x + 1)^3 + x(x - 1)^3 - 6x^3$$

A) x^4 B) $3x^4$ C) $2x^3$
D) $2x^4$ E) $6x^2$

Ejercicio 3.- Reducir a la mínima expresión:

$$E = (a + 2b)^2 + (2a - b)^2 - 5b^2$$

A) 0 B) $3a^2$ C) $5a^2-2b^2$
D) $5a^2$ E) N.A.

Ejercicio 4.- Simplificar:

$$E = (a + 3b + c)^2 + (a + 2b + c)^2 - 2(a + b + c)(a + 4b + c)$$

A) $3a^2$ B) $4b^2$ C) $2c^2$
D) $6abc$ E) $5b^2$

Ejercicio 5.- Simplificar:

$$M = 2(a + b)[(a + b)^2 - 2ab + (a - b)^2] + (a - b)[(a + b)^2 + 4(a^2 + b^2) - (a - b)^2]$$

A) a^3 B) b^3 C) $8b^3$
D) $8a^3$ E) $8a^3b^3$

Ejercicio 6.- Reducir:

$$P = (x^2-4x-1)^2 - (x^2-4x-2)^2 - \frac{2(x^3-8)^2}{(x^2+2x+4)^2}$$

A) 0 B) -3 C) 10
D) -9 E) -11

Ejercicio 7.- Reducir:

$$R = \frac{(a+b)^2(a^2-2ab+b^2)-2b^2(b^2-a^2)}{(a+b)(a^2+b^2)(a-b)}$$

$$\boxed{a \neq b}$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

Ejercicio 8.- Reducir:

$$M = \frac{(x-1)\left[(x+1)^3-(1-2x^3)\right]}{(x-1)^3+(3x+2)(x-3)+2(2x+3)};\ x \neq 1$$

A) 1 B) 2x C) 3 D) 3x E) 4

Ejercicio 9.- Al efectuar:

$$A = (z - x)(x + z - y) + (y - z)(y + z - x) + (x - y)(x + y - z)$$

Se obtiene:

A) $x + y + z$ B) $x^2 + y^2 + z^2$
C) $x + y - z$ D) $xy + xz + yz$
E) 0

Ejercicio 10.- Reducir: "N"

$$N = \frac{\sqrt[\frac{a+1}{4}]{b^{\frac{a+1}{2}}} \cdot \sqrt[a^2+a+1]{b^{a^3-1}}}{\left(\sqrt[1-a]{b^{a^2-1}}\right)^{-1}}$$

A) b^a B) 1 C) b^{a+1} D) b^{a-1} E) b^{a^2-1}

Ejercicio 11.- Simplificar:

$$M = (a + b)^2 (a^2 + 2ab - b^2) - (a - b)^2 (a^2 - 2ab - b^2)$$

A) $3b^2a$ B) $8a^3b$ C) ab D) 3 E) N.A

Ejercicio 12.- Reducir:

$$P = (a - b + c - d)(a - b - c + d) + (c - d)^2$$

A) a B) b C) $a + b$
D) $(a + b)^2$ E) $(a - b)^2$

Ejercicio 13.- Calcular:

$$E = 3x^2 - 5xy + 3y^2$$

Si: $x = \sqrt{2} + 1$, $y = \sqrt{2} - 1$

a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) N.A

Ejercicio 14.- Si: $a + b = m$; $ab = n^2$

Además: $\dfrac{a^3 + b^3}{3ab(a+b)} = \dfrac{1}{3}$

Entonces: "m/n" es:

A) 1 B) 1/2 C) $\sqrt{2}$ D) 1/3 E) 3

Ejercicio 15.- Reducir:

$$T = (x + y + z)^3 + 2(x^3 + y^3 + z^3) - 3(x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2)$$

A) $2x^2yz$ B) $x + y + z$ C) $6xyz$
D) xy E) yz

Ejercicio 16.- Efectuar:

$$(a^5 + a^2\sqrt{2a} + 1)(a^5 - a^2\sqrt{2a} + 1)(a^{20} - a^{10} + 1) - 1$$

A) a^{30} B) a^4 C) $a^{15}\sqrt{2}$ D) a^{15} E) $-a^{15}$

Ejercicio17.- Efectuando:

$$(2x - 1)^2 - (x - 3)(3x + 2) + 5$$

Resulta:

A) $(2x - 1)^2 + 1$ B) $(x + 1)(x - 1) - 1$
C) $(2x + 1)^2 + 1$ D) $(x + 1)^2 - 1$
E) $x^2 + 3(x + 4)$

Ejercicio 18.- Efectuar:

$$[(x - y)^2 + z^2 + 2xz + 2yz + 4xy] : (x + y + z)$$

Señalando el cociente correspondiente:

A) $x + y + z$ B) $(x + y)(y + z)$
C) $x + y$ D) xyz
E) $xy + xz + yz$

Ejercicio 19.- Efectuando las operaciones indicadas en:

$$(a + b - c)(a - b + c) + (b - c)^2; \text{ resulta:}$$

A) a^2 B) $(a + b)^2$ C) $(a - b)^2$
D) b^2 E) $2ab$

Ejercicio 20.- Efectuando:

$$(2x - 1)(x - 3) - 3(x - 1)(x + 2) + x^2.$$

Resulta:

A) 25 B) 27 C) $29 - x$
D) $9 - 10x$ E) $21 + x$

Ejercicio 21.- Efectuando:

$(x^2 + 5x + 5)^2 - (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4)$; resulta:

A) 0 B) 1 C) 2 D) -1 E) 3

Ejercicio 22.- Efectuando las operaciones indicadas en:

$$\frac{(a+b+c)(a+b+d)-cd}{a+b} - \frac{(a+c+d)(b+c+d)-ab}{c+d}$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) -1 E) -2

Ejercicio 23.- Si: $x^2 + y^2 = 36$ **...(I)**

$xy = 18$ **...(II)**

El valor de: $\dfrac{(x+y)^2}{2}$; es:

A) 48 B) 36 C) 27 D) 24 E) 26

Ejercicio 24.- Si: $a^3 - b^3 = m$; y $a - b = n$.
Hallar: ab

A) $\dfrac{m^3 - n}{3n}$ B) $\dfrac{m - n^3}{3}$ C) $\dfrac{m - n^3}{3n}$

D) $\dfrac{m^2 - n^3}{n}$ E) $\dfrac{m + n^3}{3n}$

Ejercicio 25.- Simplificar:

$$E = \frac{\left(a^2+b^2\right)^3-\left(a^3+b^3\right)^2+8a^3b^3}{[ab\ (a+b)]^2}$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Ejercicio 26.- Simplificar:

$$S = \frac{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^2-\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)^2-ab}{2-ab}-1$$

A) 2ab B) $\frac{2a}{b}$ C) $a^{-1}b^{-1}$ D) 2 E) $\frac{2}{ab}$

Ejercicio 27.- Simplificar:

$$R = \left[\frac{\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}}{\frac{a+b}{a-b}+\frac{a-b}{a+b}}\right]\left[\frac{(a+b)^2-2ab}{4}\right]$$

A) $\frac{ab}{2}$ B) $\frac{b}{2}$ C) $\frac{a}{2}$ D) 4ab E) 2ab

Ejercicio 28.- Si: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a} = 1.$

Calcular el valor de:

$$S = \left(\frac{a}{b}+\frac{b^2}{a^2}\right)^3+\left(\frac{b}{a}+\frac{a^2}{b^2}\right)^3$$

A) 3 B) 1 C) 2 D) -1 E) 4

Ejercicio 29.- Simplificar:

$$R = \frac{1-a+a^2-\frac{a^3}{1+a}}{1+a+a^2+\frac{a^3}{1-a}}$$

A) 1 + a B) 1 - a C) $\frac{1+a}{1-a}$ D) $\frac{1-a}{1+a}$ E) 1

Ejercicio 30.- Simplificar:

$$Q = \frac{x\ (x+1)\ (x+2)\ (x+3)+1}{x^3+2x^2-2x-1}$$

Evaluar el numerador de la fracción obtenida para x = -1.

A) 1 B) -1 C) 3 D) -3 E) Cero

Ejercicio 31.- Simplificar:

$$M = \frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a+b-c}+\frac{a^2-b^2+c^2-2ac}{a+b-c}$$

A) 2a B) 2b C) 2c D) 1 E) Cero

Ejercicio 32.- Al simplificar la expresión:

$$T = \frac{(1+xy)^2-(x+y)^2}{1-x^2}\text{; se obtiene:}$$

A) 1 + x B) 1 + y C) 1 - y D) $1 - x^2$ E) $1 - y^2$

Ejercicio 33.- Si: $\sqrt{\frac{x}{y}}-6\sqrt{\frac{y}{x}} = 1$

Considerando sólo valores positivos de los radicales, el valor de: $\sqrt{\frac{x+y}{y}}$; es:

A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{8}$ C) 8 D) 3 E) $\sqrt{10}$

CLAVE DE RESPUESTAS

1. A	8. D	15. C	22. A	29. D
2. D	9. E	16. A	23. B	30. B
3. D	10. B	17. E	24. C	31. A
4. E	11. B	18. A	25. C	32. E
5. D	12. E	19. A	26. E	33. E
6. E	13. D	20. D	27. A	
7. A	14. C	21. B	28. A	

Razone

Si:

$$\left(\frac{23a}{4b}+\frac{b}{a}\right)^2+\left(\frac{b}{a}-\frac{23a}{4b}\right)^2=1$$

Hallar el valor de: $S=\left(\frac{23a}{4b}+\frac{b}{a}\right)^4$

Respuesta **144**

Razone

A una señora la dejó el avión y sus familiares que habían ido al aeropuerto a recibirla regresaron a casa chasqueados. En la noche recibieron un telegrama que decía "Perdí Avión, saldre mañana misma hora". Todos se pusieron contentos menos la hijita menor que comenzó a llorar. ¿Porqué lloraba la niña?.

VALOR NUMERICO 26

Se llama valor numérico de una expresión algebraica, al número que resulta de efectuar las operaciones indicadas en la expresión para valores particulares de sus letras.

Ejemplo 1

Hallar el valor numérico de la expresión:

$$P = x^{z-y} + y^{2z-x}; \text{ para: } \rightarrow \boxed{x=2}\ \boxed{y=1}\ \boxed{z=3}$$

Resolución:

Reemplazando los valores de "x", "y" y "z" en la expresión "P", obtenemos:

$$P = 2^{3-1} + 1^{2(3)-2}$$

$$P = 2^2 + 1^4 = 4 + 1 = 5$$

$\therefore$ $\boxed{P=5}$ **Rpta.**

Ejemplo 2

Hallar el valor numérico de la expresión:

$$M = \frac{a^b - b^a}{a+b} \quad \text{para: } \boxed{a=3} \text{ y } \boxed{b=2}$$

Resolución:

Reemplazando los valores de "a" y "b", obtenemos:

$$M = \frac{3^2 - 2^3}{3+2} = \frac{9-8}{5} = \frac{1}{5}$$

$\therefore$ $\boxed{M = \frac{1}{5}}$ **Rpta.**

A continuación resolvemos algunos ejercicios con respecto a este capítulo.

Ejercicio (1)

Si: $E = \sqrt[5]{x^x + y^y + z^z}$

Hallar el valor numérico de "E", para x = 1, y = 2, z = 3.

A) 7 B) 9 C) 2 D) 5 E) 1

Resolución:

Reemplazando los valores dados en "E", obtenemos:

$$E = \sqrt[5]{1^1 + 2^2 + 3^3}$$

$$E = \sqrt[5]{1+4+27}$$

$$E = \sqrt[5]{32} \quad \Rightarrow \quad \text{pero: } \boxed{32 = 2^5}$$

$\therefore$ $\boxed{E=2}$ **Rpta. C**

Ejercicio (2)

Calcular el valor numérico de:

$$R = \frac{24\left(5a^{-2b} - a^{-3b}\right)^{-1}}{a^{3b} - a^{2b}} \quad \text{si: } a^b = 5$$

A) 0,2 B) 0,04 C) 1

D) 1,25 E) 12,5

Resolución:

Aplicando la propiedad: $\boxed{a^{nm} = \left(a^m\right)^n}$

$$R = \frac{24\left[5\left(a^b\right)^{-2} - \left(a^b\right)^{-3}\right]^{-1}}{\left(a^b\right)^3 - \left(a^b\right)^2}$$

reemplazamos: $a^b = 5$

$$R=\frac{24\left[5(5)^{-2}-(5)^{-3}\right]^{-1}}{(5)^{3}-(5)^{2}}$$

por propiedad : $a^{-n}=\frac{1}{a^{n}}$

$$R=\frac{24\left[5\cdot\frac{1}{5^{2}}-\frac{1}{5^{3}}\right]^{-1}}{125-25}=\frac{24\left[\frac{25-1}{5^{3}}\right]^{-1}}{100}$$

$$R=\frac{24\left[\frac{24}{125}\right]^{-1}}{100}=\frac{24\left[\frac{125}{24}\right]}{100}=\frac{125}{100}$$

$\therefore$ $R=1,25$ **Rpta. D**

Ejercicio (3)

Si: $a-b=3$
$ab=-2$

Calcular el valor numérico de "a^4+b^4"

A) 17 B) 35 C) 72 D) 42 E) 76

Resolución:

De la expresión $a-b=3$; elevamos ambos miembros al cuadrado:

$(a-b)^2=3^2 \Rightarrow a^2-2ab+b^2=9$

$a^2-2(-2)+b^2=9$

$\therefore$ $a^2+b^2=5$

Nuevamente elevamos al cuadrado ambos miembros de esta última expresión:

$$(a^2+b^2)^2=5^2$$

$$(a^2)^2+2a^2b^2+(b^2)^2=25$$

$$a^4+2(ab)^2+b^4=25$$

$$a^4+2(-2)^2+b^4=25$$

$a^4+b^4=17$ **Rpta. A**

Ejercicio (4)

Calcular el valor numérico de:

$$M=(3p)^{2x};\ \text{para}:\ p=\sqrt[x]{3^{3-x}}$$

A) 27 B) 81 C) 729
D) 3 E) N.A.

Resolución:

La expresión "P", se puede escribir de la siguiente manera:

$$p=\sqrt[x]{3^{3-x}} \Rightarrow p^x=3^{3-x}$$

$$p^x=\frac{3^3}{3^x}$$

$$3^x\cdot p^x=3^3$$

$\therefore$ $(3p)^x=27$ ...(I)

La expresión "M", se puede escribir como:

$M=[(3p)^x]^2$ ...(II)

Reemplazamos (I) en (II):

$$M=[27]^2=729$$

$\therefore$ $M=729$ **Rpta.C**

Ejercicio (5)

Hallar el valor numérico de:

$$E=\sqrt[16]{(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)+1}$$

para: $x=25$

A) 5 B) 25 C) 125 D) 625 E) $\sqrt{5}$

Resolución:

En la expresión aplicamos:

$(A-B)(A+B)=A^2-B^2$

$$E=\sqrt[16]{(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)+1}$$

$$E=\sqrt[16]{(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)+1}$$

$$E=\sqrt[16]{(x^4-1^4)(x^4+1^4)+1}$$

$$E=\sqrt[16]{(x^8-1^8)+1}$$

$$E=\sqrt[16]{x^8-1+1}$$

$$E=\sqrt[16]{x^8}=\sqrt{x}$$

$\therefore$ $\boxed{E=\sqrt{25}=5}$ **Rpta. A**

Ejercicio 6

Si: $x=\sqrt[a]{b}$; calcular el valor numérico de:

$$R=[x^{a+b}-ax^a-bx^b+2ab]^{88}$$

A) 1 B) 0 C) $a^{88}b^{88}$
D) b^{88} E) a^{88}

Resolución:

De la condición: $x=\sqrt[a]{b}$

$\boxed{x^a=b}$ ...(I)

La expresión "R", se puede escribir así:

$R=[x^a \cdot x^b-ax^a-bx^b+2ab]^{88}$ ...(II)

Reemplazamos (I) en (II):

$$R=[\cancel{bx^b}-ab-\cancel{bx^b}+2ab]^{88}=(ab)^{88}$$

$\therefore$ $\boxed{R=a^{88}\cdot b^{88}}$ **Rpta. C**

Ejercicio 7

Si: $\frac{a+b}{a}+\frac{a-b}{b}=2$

Hallar el valor numérico de:

$$T=\frac{a^3+b^3}{2b^3}+\frac{a^3+b^3}{2a^3}$$

A) 1 B) 2 C) -1 D) -2 E) 3

Resolución:

De la condición: $\frac{a+b}{a}+\frac{a-b}{b}=2$; damos común denominador

$$\frac{ab+b^2+a^2-ab}{ab}=2$$

$$b^2+a^2=2ab$$

Igualamos a cero la última expresión:

$a^2+b^2-2ab=0$ ⇨ $(a-b)^2=0$

Donde: $a-b=0$

$\therefore$ $\boxed{a=b}$

Reemplazamos a = b; en la expresión "T":

$$T=\frac{a^3+b^3}{2b^3}+\frac{a^3+b^3}{2b^3}$$

$$T=\frac{2b^3}{2b^3}+\frac{2b^3}{2b^3}=1+1=2$$

$\therefore$ $\boxed{T=2}$ **Rpta. B**

Ejercicio 8

Si: $x^{-1}=1-y^{-1}$; calcular:

$$M=\frac{x^2y^2-(x^2-y^2)}{xy^2}\quad \text{donde : } xy\neq 0$$

A) -1 B) -2 C) 1
D) 2 E) N.A

Resolución:

De la condición: $x^{-1}=1-y^{-1}$; obtenemos:

$\frac{1}{x}=1-\frac{1}{y}$ ⇨ $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1$

$\frac{y+x}{xy}=1$ ⇨ $\boxed{x+y=xy}$

El valor hallado, la reemplazamos en "M":

$$M=\frac{(x+y)^2-\left(x^2-y^2\right)}{xy^2}$$

$$M=\frac{x^2+2xy+y^2-x^2+y^2}{xy^2}$$

$$M=\frac{2xy+2y^2}{xy^2}$$

$$M=\frac{2y(x+y)}{xy^2};\quad \text{pero}: x+y=xy$$

$$M=\frac{2y(xy)}{xy^2}=\frac{2xy^2}{xy^2}=2$$

$\therefore$ $\boxed{M=2}$ **Rpta. D**

Ejercicio (9)

Si: $x^{x^x}=4; x^{-y}=\frac{1}{2}$; hallar el valor numérico de:

$$E=x^{x^{x-y}}$$

A) E = 1 B) E = 2 C) E = 3
D) E = 4 E) N.A.

Resolución:

En la expresión "E" aplicamos la propiedad:

$$\boxed{A^{m-n}=\frac{A^m}{A^n}}$$

$$E=x^{x^{\frac{x^x}{x^y}}}=x^{x^{x^x\cdot\frac{1}{x^y}}}$$

$$E=\left(x^{x^x}\right)^{\frac{1}{x^y}}=\left(x^{x^x}\right)^{x^{-y}}$$

reemplazando los valores dados, obtenemos:

$$E=(4)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{4}=2$$

$\therefore$ $\boxed{E=2}$ **Rpta. B**

Ejercicio (10)

Calcular el Valor Numérico de:

$$F=\frac{x-\frac{x-1}{x+1}}{1+\frac{x(x-1)}{x+1}}\qquad \text{para}: \boxed{x=0{,}123\,4}$$

A) 0 B) 1 C) 0,234
D) 0,284 E) N.A.

Resolución:

Antes de reemplazar por el valor de "x" en la expresión "F" es recomendable primero reducir la expresión "F", veamos:

$$F=\frac{\left(\frac{x(x+1)-(x-1)}{(x+1)}\right)}{\left(\frac{(x+1)+x(x-1)}{(x+1)}\right)}$$

$$F=\frac{x^2+x-x+1}{x^2+x+1-x}=\frac{x^2+1}{x^2+1}=1$$

$\therefore$ $\boxed{F=1}$ **Rpta. B**

* Como se observará no ha sido necesario reemplazar por el valor de "x"

Ejercicio (11)

Si: ab = 1, obtener el valor numérico de:

$$Q=a\sqrt{\frac{b^2+1}{a^2+1}}+b\sqrt{\frac{a^2+1}{b^2+1}}$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Resolución:

La expresión "Q", se puede escribir así:

$$Q=\frac{a\sqrt{b^2+1}}{\sqrt{a^2+1}}+\frac{b\sqrt{a^2+1}}{\sqrt{b^2+1}}$$

damos común denominador

$$Q=\frac{a\left(\sqrt{b^2+1}\right)^2+b\left(\sqrt{a^2+1}\right)^2}{\left(\sqrt{a^2+1}\right)\left(\sqrt{b^2+1}\right)}$$

$$Q=\frac{ab^2+a+a^2b+b}{\sqrt{a^2b^2+a^2+b^2+1}}$$

$$Q=\frac{ab\,(a+b)+(a+b)}{\sqrt{(ab)^2+a^2+b^2+1}};\quad \text{pero: } \boxed{ab=1}$$

$$Q=\frac{(a+b)+(a+b)}{\sqrt{1+a^2+b^2+1}}$$

$$Q=\frac{2(a+b)}{\sqrt{a^2+2\times 1+b^2}}\quad ;\text{pero: } \boxed{1=ab}$$

$$Q=\frac{2(a+b)}{\sqrt{a^2+2ab+b^2}}$$

$$Q=\frac{2(a+b)}{\sqrt{(a+b)^2}}=\frac{2\cancel{(a+b)}}{\cancel{(a+b)}}=2$$

$\therefore$ $\boxed{Q=2}$ **Rpta.B**

Ejercicio (12)

Si: $x=2+\sqrt{2}$; Calcular el valor numérico de:

$$K=x^2+\frac{4}{x^2}$$

A) 1 B) 3 C) 7 D) 12 E) 14

Resolución:

En primer lugar hallamos el valor de x^2, elevamos al cuadrado ambos miembros de la expresión: $x=2+\sqrt{2}$

$$x^2=(2+\sqrt{2})^2$$

$$x^2=2^2+2(2\cdot\sqrt{2})+(\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow\ \boxed{x^2=6+4\sqrt{2}}$$

Luego, reemplazamos el valor de x^2 en la expresión "K"

$$K=(6+4\sqrt{2})+\frac{4}{(6+4\sqrt{2})}$$

$$K=(6+4\sqrt{2})+\frac{4}{2(3+2\sqrt{2})}$$

$$K=(6+4\sqrt{2})+\frac{2}{(3+2\sqrt{2})}$$

Ahora, racionalizamos por la conjugada del denominador: $(3+2\sqrt{2})$ obteniendo:

$$K=(6+4\sqrt{2})+\frac{2(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$$

$$K=(6+4\sqrt{2})+\frac{2(3-2\sqrt{2})}{(3)^2-(2\sqrt{2})^2}$$

$$K=(6+4\sqrt{2})+\frac{6-4\sqrt{2}}{9-8}$$

$$K=6+\cancel{4\sqrt{2}}+6-\cancel{4\sqrt{2}}=12$$

$\therefore$ $\boxed{K=12}$ **Rpta. D**

Ejercicio (13)

Hallar el valor numérico de:

$$Q=(a^a-a^{-a})^2+(a^a+a^{-a})^2-2\,(a^{2a}-a^{-2a});$$

Para: $a=1/2$

A) 2 B) 8 C) 4
D) -4 E) Ninguna anterior

Resolución:

Antes de reemplazar por el valor de "a" es recomendable reducir la expresión "Q" para eso hacemos cambios de variables, veamos:

Hacemos que: $\boxed{a^a=m}$ y $\boxed{a^{-a}=n}$

- Reemplazando estos valores en "Q", obtenemos que:

$Q = (a^a - a^{-a})^2 + (a^a + a^{-a})^2 - 2[(a^a)^2 - (a^{-a})^2]$

$Q = (m - n)^2 + (m + n)^2 - 2[m^2 - n^2]$

$Q = \cancel{m^2} - \cancel{2mn} + n^2 + \cancel{m^2} + \cancel{2mn} + n^2 - \cancel{2m^2} + 2n^2$

$Q = 4n^2$; ⇨ $\boxed{\text{pero: } n = a^{-a}}$

$Q = 4(a^{-a})^2 = 4a^{-2a}$; ⇨ $\boxed{\text{pero: } a = \frac{1}{2}}$

$$Q = 4\left(\frac{1}{2}\right)^{-2\times\frac{1}{2}} = 4\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 4\,(2)$$

$\therefore$ $\boxed{Q = 8}$ **Rpta. B**

Ejercicio (14)

Hallar el valor numérico de: $E = (m^{-3} + n^{-3})^{-1}$;

Si: $mn = 2$; $m + n = 2\sqrt{2}$

A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D) 2 E) 4

Resolución:

La expresión "E", se puede escribir así:

$$E = \left[\frac{1}{m^3} + \frac{1}{n^3}\right]^{-1} = \left[\frac{n^3 + m^3}{m^3n^3}\right]^{-1}$$

por propiedad: ⇨ $\boxed{A^{-n} = \frac{1}{A^n}}$

$$E = \frac{m^3n^3}{m^3 + n^3} = \frac{(mn)^2}{(m+n)(m^2 + n^2 - mn)}$$

pero: $\boxed{mn = 2}$ y $\boxed{m + n = 2\sqrt{2}}$

$$E = \frac{(2)^2}{2\sqrt{2}(m^2 + n^2 - 2)} = \frac{4}{\sqrt{2}(m^2 + n^2 - 2)} \quad ...(I)$$

Del dato: $\boxed{m + n = 2\sqrt{2}}$; elevamos al cuadrado ambos miembros

$$(m + n)^2 = (2\sqrt{2})^2$$

$$m^2 + n^2 + 2mn = 8$$

$$\boxed{m^2 + n^2 = 4} \quad ...(II)$$

Reemplazamos (II) en (I):

$$E = \frac{4}{\sqrt{2}(4-2)} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2}$$

$\therefore$ $\boxed{E = \sqrt{2}}$ **Rpta. A**

Ejercicio (15)

Si: $x = \sqrt[3]{\sqrt{2} + 1} - \sqrt[3]{\sqrt{2} - 1}$

Calcular el V.N. de: $E = x^3 + 3x + 1$

A) 1 B) 2 C) 3

D) 4 E) N.A.

Resolución:

Elevamos al cubo ambos miembros de la expresión "x":

$$x^3 = \left(\sqrt[3]{\sqrt{2} + 1} - \sqrt[3]{\sqrt{2} - 1}\right)^3$$

por fórmula: $\boxed{(A - B)^3 = A^3 - B^3 - 3AB(A - B)}$

$$x^3 = \left(\sqrt[3]{\sqrt{2} + 1}\right)^3 - \left(\sqrt[3]{\sqrt{2} - 1}\right)^3 - 3\left(\sqrt[3]{\sqrt{2} + 1}\right)\left(\sqrt[3]{\sqrt{2} - 1}\right)\underbrace{\left[\sqrt[3]{\sqrt{2} + 1} - \sqrt[3]{\sqrt{2} - 1}\right]}_{x}$$

$$x^3 = 2 - 3\sqrt[3]{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}\,(x)$$

$$x^3 = 2 - 3\sqrt[3]{(\sqrt{2})^2 - 1^2}\,(x)$$

$$x^3 + 3x = 2 \quad ......(I)$$

Reemplazamos el valor de (I) en la expresión "E":

$$E = x^3 + 3x + 1 = 2 + 1 = 3$$

$\therefore$ $\boxed{E = 3}$ **Rpta. C**

EJERCICIOS PROPUESTOS

Ejercicio 1. - Si:

$$a - a^{-1} = \frac{5}{6}$$

Hallar el valor numérico de: $a^2 - a^{-2}$

A) $\frac{13}{36}$ B) $\frac{65}{36}$ C) $\frac{25}{36}$

D) $\frac{25}{12}$ E) $\frac{10}{12}$

Ejercicio 2. - Siendo: a, b, c, ∈ R, además:

$$\sqrt{a-b} + \sqrt{b-c} + \sqrt{c-a} = 0$$

Calcular el valor numérico de:

$$E = \frac{a^c + b^a - c^b}{a^b + b^c + c^a}$$

A) -3 B) -1 C) 0

D) 1/3 E) 1/2

Ejercicio 3. - Si: $x - \frac{1}{x} = 1$; hallar el valor numérico de:

$$R = \left(x^{x^{-1}} + x^{x}\right)\left(x^{-x} - x^{-x^{-1}}\right)$$

A) -1 B) 1 C) 0

D) 2 E) -2

Ejercicio. - Siendo: $a^{a^a} = 2$

Calcular el V.N. de: $Q = a^{a^{2a^a + a}}$

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 69

Ejercicio 5. - Hallar el valor numérico de:

$$S = \left[\sqrt[2^{18}]{\left[\left(x^4\right)^{64^2}\right]^8 \cdot x^{16^4}}\right]^{\frac{4}{3}}$$ para: $x = 2$

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

Ejercicio 6. - Calcular el valor numérico de:

$$F = \frac{(a-b) + (b-c) + (c-a)^2}{(a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2}$$

Si: $a + b + c = 0$

A) 3 B) 9 C) 12

D) 15 E) 0

Ejercicio 7. - Si: $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{7}$; hallar el V.N. de:

$$P = x^3 + \frac{1}{x^3}$$

A) 100 B) 110 C) 101

D) 120 E) N.A.

Ejercicio 8. - Siendo: $2x = \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$2y = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Calcular el valor numérico de:

$$E = xy + \sqrt{\left(x^2 - 1\right)\left(y^2 - 1\right)}$$

A) $E = \frac{5\sqrt{6}}{12}$ B) $E = \frac{7\sqrt{6}}{12}$

C) $E = \frac{\sqrt{6}}{12}$ D) $E = \frac{\sqrt{6}}{36}$

E) $E = \frac{\sqrt{6}}{6}$

Ejercicio 9. - Si: $x^3 + \frac{1}{x^3} = 6\left(x + \frac{1}{x}\right)$

Hallar el V.N. de: $x^4 + \frac{1}{x^4}$

A) 35 B) 47 C) 51 D) 23 E) 61

***Ejercicio 10.*-** Calcular:

$$J = \sqrt{3}\, a^{a^{\sqrt{3}}} \quad ; \qquad \text{para: } a = \sqrt{3}^{\sqrt{3}}$$

A) $81\sqrt{3}$ B) 243 C) $27\sqrt{3}$
D) 27 E) 81

***Ejercicio 11.*-** Si:

$$x = \sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}$$

Calcular el V.N. de: $E = x^4 + x^2 - 40$

A) 36 B) 42 C) 10
D) 2 E) N.A.

***Ejercicio 12.*-** Si se cumple que:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n + \left(\frac{y}{x}\right)^n = 62$$

Hallar el V.N. de: $\sqrt[3]{\dfrac{x^n + y^n}{\sqrt{x^n y^n}}}$

A) 2 B) 4 C) 16 D) 8 E) 1

***Ejercicio 13.*-** Calcular el V.N. de:

$$R = \left[\left(x^{-x^{-1}} - x^{x^{-1}}\right)\left(x^{-x^{-1}} + x^{x^{-1}}\right)\right]^{-\left(x^4\right)^{x^{-1}}}$$

para: $x = 2$

A) 16 B) 81 C) $\frac{16}{81}$ D) $\frac{81}{16}$ E) N.A.

***Ejercicio 14.*-** Encontrar el valor numérico de: U.V.M; para:

$U = \sqrt{3} + \sqrt{2} + 1;$ $\quad V = \sqrt{2} - \sqrt{3} - 1;$
$M = 1 - \sqrt{3}$

A) $2 + \sqrt{3}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{3}$
D) 4 E) $\sqrt{6}$

***Ejercicio 15.*-** Si: $P(x+1) = \sqrt{2x^2 + 4x + 2}$

Determinar el valor de: $P(\sqrt{2})$

A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{8}$ D) 4 E) 8

***Ejercicio 16.*-** Si: $a = \sqrt[-\sqrt{-2}]{-4}$

Hallar el V. N. de: $E = \sqrt[4]{a} - \sqrt{a}$

A) 1/2 B) -1/2 C) 1/4 D) -1/4 C) 1/16

***Ejercicio 17.*-**

Si: $x = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{-2^{-1}}$, Hallar el V. N. de: $R = x^{-2x}$

A) 1/2 B) 2 C) 1 D) 4 E) $\sqrt{2}$

***Ejercicio 18.*-** Si: $a^5c^5 = 4^4b^{-4}$; calcular el V.N. de:

$$J = \sqrt{\sqrt{\sqrt{a}\, b}\, c} \cdot \sqrt{a\sqrt{b\sqrt{c}}}$$

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) 4 E) 1/2

***Ejercicio 19.*-** Si:

$$E = \sqrt{32 : \sqrt{32 \cdot \sqrt{32 : \sqrt{32 \sqrt{32 : \ldots}}}}}$$

Hallar el V.N. de: $M = E^2 + 2E$

A) 8 B) 32 C) 24 D) 12 E) N.A.

***Ejercicio 20.*-** Si. $n = 2^{2^3}$; hallar el valor numérico de:

$$(3^{n+2} + 3^{n+1} + 9^{n-1} : 3^{n-2}) : 3^n$$

A) 38 B) 32 C) 13 D) 17 E) 23

CLAVE DE RESPUESTAS

1. B	11. D
2. D	12. A
3. A	13. C
4. D	14. D
5. A	15. A
6. A	16. D
7. B	17. B
8. B	18. B
9. B	19. A
10. B	20. C

PROBLEMAS SOBRE RELACIONES FAMILIARES 27

Presentación:

A) *Algunos problemas lógico-deductivo interrogan sobre el número de integrantes de una familia, sobre un tipo especifico de relación familiar, etc.*

B) *La resolución en algunos casos consiste en tener presente que cada uno de nosotros dentro de nuestra familia (entendida en sentido lato; por lo tanto no sólo padres e hijos); desempeñan diferentes roles.*

Así, se puede ser al mismo tiempo padre, hijo, hermano, esposo, etc.

Problemas Resueltos

Problema 1: En una reunión se encuentra 2 padres y 2 hijos y 1 nieto. ¿Cuántas personas como mínimo se encuentran en dicha reunión?

A) 4 B) 3 C) 5

D) No se sabe E) N.A.

Resolución:

Este tipo se resuelve de la siguente manera:

Persona "A" ......(Viene hacer padre de "B" y abuelo de "C")

⬇

Persona "B" ......(Viene hacer hijo de "A" y padre de "C")

⬇

Persona "C" ......(Viene hacer hijo de "B" y nieto de "A")

Luego, como se observará en el diagrama, hay 2 padres que son "A" y "B" 2 hijos que son "B" y "C" y un nieto que es "C".

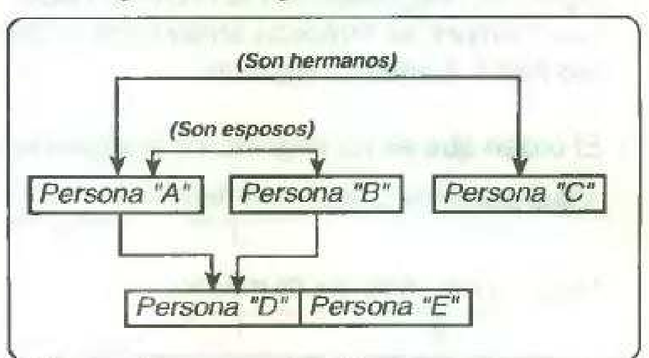
∴ # de personas como mínimo = 3 ***Rpta. B***

Problema 2: En una familia hay 2 esposos, 2 hermanos, 2 sobrinas y 2 hermanas. ¿Cuántas personas como mínimo conforman dicha familia?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) N.A.

Resolución:

Para su mejor entendimiento, construimos el siguiente diagrama:



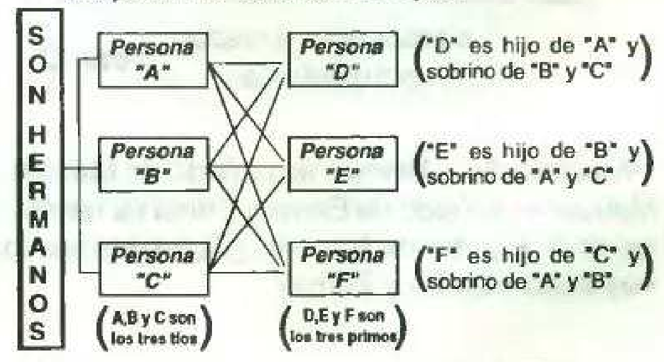
("D" y "E" son hermanas, también viene a ser hijas de "A" y "B" además son sobrinas de "C").

∴ El # mínimo de personas es 5 ***Rpta. B***

Problema 3: En una reunión familiar se encuentran 3 hermanos; 3 padres, 3 tíos, 3 sobrinos, 3 primos. ¿Cuál es el número mínimo de personas reunidas?

A) 15 B) 12 C) 10 D) 6 E) 8

Resolución: Construyendo el diagrama respectivo, obtenemos que:



∴ El # mínimo de personas es 6

Rpta. D

Problema 4: ¿Qué parentesco tiene conmigo; si su madre fue la única hija de mi madre?

A) Abuelo y Nieto B) Hermano y Hermana

C) Tío y Sobrina D) Madre e Hijo

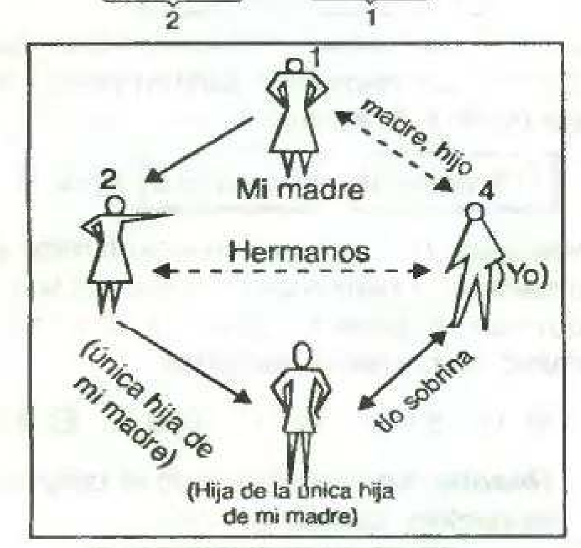
E) Eran Hija y Madre

Resolución:

Para su mejor entendimiento hacemos el siguiente diagrama; con la recomendación que siempre se empieza analizar de lo último hacia adelante, veamos:

- El orden que se ha seguido es el siguiente:

¿Qué parentesco tiene conmigo (4), si su madre (3) fue la única hija (2) de mi madre (1)



∴ La respuesta correcta es tío sobrina ***Rpta. C***

Problema 5: Hernán es cuñado de Manuel, Manuel es cuñado de Enma y Enma es hermana de la esposa de Manuel. ¿Qué parentesco hay entre Hernán y Enma?

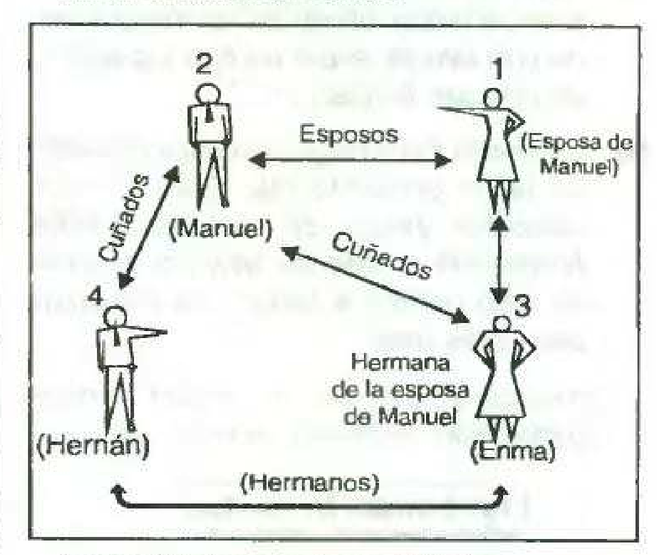
A) Son cuñados B) Son hermanos

C) Son concuñados D) Son esposos

E) Ninguna Anterior

Resolución:

De igual manera que el problema anterior, analizamos el problema del último hacia adelante, veamos:

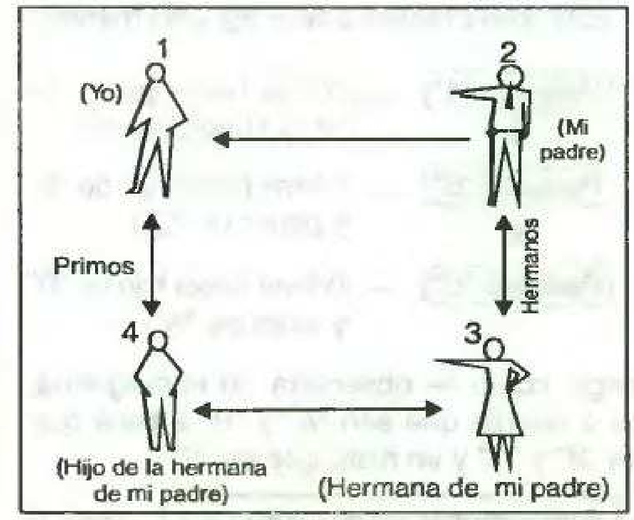


∴ Relación entre Hernán y Enma es que son hermanos. ***Rpta. B***

Problema 6: El hijo de la hermana de mi padre es mi:

A) Sobrino B) Tío C) Primo
D) Padrastro E) Nieto

Resolución:



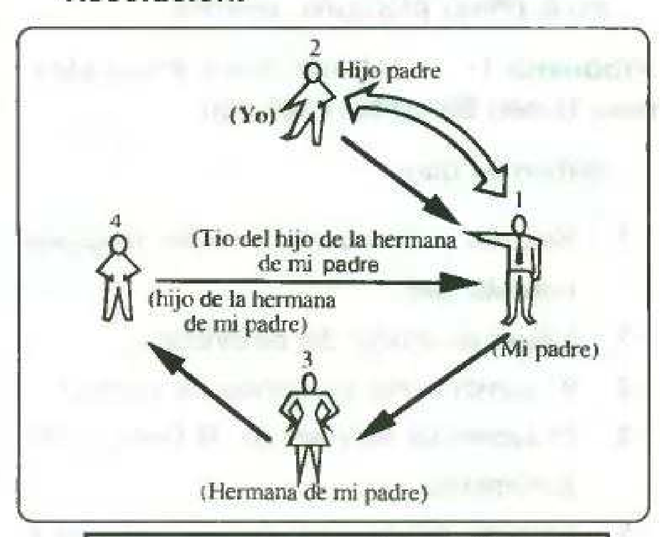
∴ La respuesta correcta es: Mi primo

Rpta. C

Problema 7: El tío del hijo de la hermana de mi padre es mi:

A) Primo B) Abuelo C) Tío
D) Hermano E) Padre

Resolución:



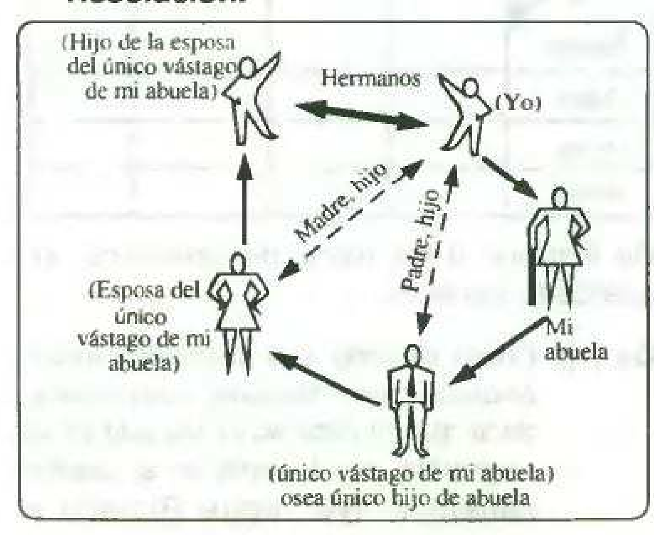
∴ La respuesta correcta es: Mi Padre

Rpta. E

Problema 8: ¿Qué parentesco tiene conmigo un joven que es el hijo de la esposa del único vástago de mi abuela?

A) Padre B) Hermano C) Tío
D) Hijo E) N.A.

Resolución:



∴ La respuesta correcta es: Mi hermano

Rpta. B

Problemas Propuestos

Problema 1: Una familia está compuesta de: 2 esposos, 2 hermanos, 3 sobrinos y 2 sobrinas. ¿Cuál es el número mínimo de personas que la conforman?

A) 9 B) 7 C) 6 D) 8 E) N.A.

Problema 2: ¿Qué parentesco tiene conmigo la hija de la esposa del único vástago de mi madre?

A) Hermana B) Prima C) Sobrina
D) Hija E) Nieta

Problema 3: El hermano de la hija del tío de mi padre, es mi:

A) Padre B) Abuelo C) Tío
D) Tío abuelo E) Bisabuelo

Problema 4: La tía del padre de la hermana de la madre es mi:

A) Madre B) Tía C) Abuela
D) Bisabuela E) Tiabisabuela

Problema 5: El hijo del hijo de la tía de mi padre es mi:

A) Sobrino B) Tío C) Primo
D) Hermano E) N.A.

Problema 6: Los esposos López tienen 3 hijos (varones), cada hijo tienen una hermana y cada hermano tiene 3 sobrinos. ¿Cuál es el número mínimo de personas que conforman esta familia?

A) 11 B) 15 C) 9 D) 10 E) 12

Problema 7: Si la mamá de Sara es la hermana de mi hermano gemelo; que es respecto a mi, el abuelo del mellizo de Sara?

A) Hijo B) Padre C) Abuelo

D) Yerno E) Tío

Problema 8: Una familia esta compuesta por: 4 hermanos, 4 tíos, 2 padres, 2 madres, 3 sobrinos, 2 sobrinas y 5 primos. ¿Cuál es el mínimo número de personas que lo conforman?

A) 22 B) 15 C) 12 D) 11 E) 13

Problema 9: ¿Quién es el hijo del padre del abuelo de Manuel?

A) Manuel

B) El padre de Manuel

C) El abuelo de Manuel

D) El hijo de Manuel

E) El nieto de Manuel

Problema 10:

- **El matrimonio Coveñas tiene tres hijos: Nataly, Vanessa y César.**
- **El matrimonio Talledo tiene 4 hijos: María, Gladys, Frankilin y Miguel.**
- **El matrimonio Ponce tiene 2 hijos Bertha y Carla.**

Un hijo de la familia Coveñas llamado César se casa con María, hija de la familia Talledo, de éste matrimonio nacen 2 hijos: Daniel e Irma; Miguel hijo de la famiia Talledo se casa con Bertha hija de la familia Ponce; de éste matrimonio nace un hijo llamado Julio. ¿Qué parentesco tiene Julio con Daniel?

A) Tío, Sobrino B) Primos C) Hermanos

D) Abuelo, Nieto E) N.A.

Clave de Respuestas

1.	D	6.	C
2.	D	7.	B
3.	C	8.	D
4.	E	9.	C
5.	C	10.	B

TEST DE CUADRO DE DESICIONES 28

Este capítulo consiste en un conjunto de datos no ordenados que aparentemente no tienen relación; pero que entre ellos deben recurrirse al **ingenio** y la **Deducción Lógica**, auxiliándose en algunos casos con los cuadros de decisión como señalaremos en el primer problema, veamos:

Problema 1: Ricardo, César, Percy y Manuel, tienen diferente ocupación:

Sabemos que:

1. Ricardo y el carpintero están enojados con Manuel.
2. César es amigo del electricista.
3. El comerciante es familar de Manuel.
4. El sastre es muy amigo de Percy y del Electricista.
5. Ricardo desde muy joven se dedica a vender abarrotes.

¿Cuál es la ocupación de cada uno?

Resolución:

Comenzaremos a construir un cuadro de decisión conveniente, así:

Ocupación / Nombres	Carpintero	Electricista	Comerciante	Sastre
Ricardo				
César				
Percy				
Manuel				

De acuerdo a los datos del problema, se analiza lo siguiente:

De (1): Como Ricardo y el carpintero están enojados con Manuel, esto quiere decir que ni Ricardo ni Manuel es el carpintero, por lo tanto en el cuadro ponemos "**NO**" entre Ricardo y

carpintero; Manuel y carpintero; quedando la posibilidad que sea César o Percy el carpintero.

De (2): César es amigo del electricista, quiere decir que César no es electricista, por lo tanto en el cuadro ponemos "NO" entre César y electricista.

De (3): El comerciante es familiar de Manuel, quiere decir no es comerciante, por lo tanto en el cuadro ponemos "NO" entre Manuel y comerciante.

De (4): El sastre es muy amigo de Percy y del electricista, esto quiere decir que Percy no es ni sastre ni electricista; por lo tanto en el cuadro ponemos "NO" entre Percy y electricista; Percy y sastre.

De (5): Ricardo desde muy joven vende abarrotes, quiere decir que Ricardo es el comerciante; por lo tanto en el cuadro ponemos "SI" entre Ricardo y comerciante.

De acuerdo a lo que se ha analizado del cuadro queda de esta manera:

Ocupación / Nombres	Carpintero	Electricista	Comerciante	Sastre
Ricardo	NO		SI	
César		NO		
Percy		NO		NO
Manuel	NO		NO	

Ahora apliquemos la siguiente regla: "Tanto en los casilleros horizontales como verticales debe existir uno solo "SI", se observará en el cuadro hay un si en la primera fila, luego los demás casilleros se completan con "NO"

Ocupación / Nombres	Carpintero	Electricista	Comerciante	Sastre
Ricardo	NO	NO	SI	NO
César		NO		
Percy		NO		NO
Manuel	NO		NO	

En los casilleros de la segunda columna ya tenemos "3 No" al casillero que falta completar con "SI".

Ocupación / Nombres	Carpintero	Electricista	Comerciante	Sastre
Ricardo	NO	NO	SI	NO
César		NO		
Percy		NO		NO
Manuel	NO	SI	NO	

- En la cuarta fila hay "Un SI" el casillero que falta debe ser "NO".

Ocupación / Nombres	Carpintero	Electricista	Comerciante	Sastre
Ricardo	NO	NO	SI	NO
César		NO		
Percy		NO		NO
Manuel	NO	SI	NO	NO

- En la cuarta columna observamos que hay "3 NO" entonces el casillero que falta es "SI".

- En la segunda fila ya hemos conseguido el si, luego los dos casilleros que faltan deben ser "NO".

Ocupación / Nombres	Carpintero	Electricista	Comerciante	Sastre
Ricardo	NO	NO	SI	NO
César	NO	NO	NO	SI
Percy		NO		NO
Manuel	NO	SI	NO	NO

- En la primera columna ya tenemos "3 NO", el casillero que falta será "SI".

- En la tercera fila ya hemos conseguido el "SI", luego el casillero que falta será "NO".

Ahora como se observará ya hemos completado todo el cuadro de decisiones. Veamos:

Ocupación / Nombres	Carpintero	Electricista	Comerciante	Sastre
Ricardo	NO	NO	SI	NO
César	NO	NO	NO	SI
Percy	SI	NO	NO	NO
Manuel	NO	SI	NO	NO

- De acuero a este último cuadro, deducimos que:

Percy es el Carpintero
Manuel es el Electricista
Ricardo es el Comerciante
César es el Sastre. ***Rpta.***

Problema 2: Los jugadores de un equipo de fúlbito se llaman: Andrés, Manuel, Carlos, Hernán, Enrique y Miguel.

1. Andrés, no le gusta el puesto de defensa izquierdo.
2. La hermana de Manuel está de novia con el Alero izquierdo.
3. Carlos y el centro delantero viven en el mismo edificio.
4. Hernán y Enrique le ganaron S/. 600.00 al arquero, jugando cartas.
5. La esposa del arquero es hermana del centro delantero.
6. Hernán, Carlos y el defensa izquierdo, jugaron antes en un equipo.
7. El defensa izquiero y el centro delantero tienen 2 hijos cada uno.
8. Manuel, Hernán y Miguel son los únicos solteros del equipo.
9. Hernán, Carlos y el defensa derecho invitaron a un almuerzo al alero izquiero.

Indicar los puestos correspondientes a cada uno de los jugadores.

Resolución:

Construímos el cuadro de decisiones así:

Puestos / Nombres	Arquero	Defensa Izquierda	Defensa Derecha	Alero Izquierdo	Centro Delantero	Alero Derecho
Andrés						
Manuel						
Carlos						
Hernán						
Andrés						
Manuel						

De acuerdo a los datos del problema se analiza lo siguiente:

De (1): Andrés "**NO**" es defensa izquierdo

De (2): Manuel "**NO**" es alero izquierdo

De (3): Carlos "**NO**" es centro delantero

De (4): Ni Hernán, ni Enrique son arquero

De (6): Ni Hernán, ni Carlos son defensa izquierdo

De (8) y (7): Como Manuel, Hernán y Miguel son los únicos solteros no pueden ser ni defensa izquierdo, ni centro delantero, ya que éstos tienen dos hiijos cada uno.

De (9): Hernán y Carlos no pueden ser ni defensa derecho, ni alero izquierdo

- De acuerdo a lo analizado, obtenemos el siguiente cuadro:

Puestos / Nombres	Arquero	Defensa Izquierda	Defensa Derecha	Alero Izquierdo	Centro Delantero	Alero Derecho
Andrés		NO				
Manuel		NO		NO	NO	
Carlos		NO	NO	NO	NO	
Hernán	NO	NO	NO	NO	NO	
Andrés	NO					
Manuel		NO			NO	

* Como se observará el cuadro, en la segunda columna ya tenemos 5 casilleros "**NO**", el casillero que falta debe ser "**SI**".

- En la quinta fila ya hemos conseguido el "SI", luego los 4 casilleros que faltan por llenar deben ser "**NO**".

Ahora, el cuadro será el siguiente:

Puestos / Nombres	Arquero	Defensa Izquierda	Defensa Derecha	Alero Izquierdo	Centro Delantero	Alero Derecho
Andrés		NO				
Manuel		NO		NO	NO	
Carlos		NO	NO	NO	NO	
Hernán	NO	NO	NO	NO	NO	
Andrés	NO	SI	NO	NO	NO	NO
Manuel		NO			NO	

- En la quinta columna ya tenemos 5 casilleros "**NO**", el casillero que falta debe ser "**SI**".
- En la primera fila ya hemos conseguido el "**SI**", luego los 4 casilleros que faltan por llenar deben ser "**NO**".

Ahora el cuadro será el siguiente:

Puestos / Nombres	Arquero	Defensa Izquierda	Defensa Derecha	Alero Izquierdo	Centro Delantero	Alero Derecho
Andrés	NO	NO	NO	NO	SI	NO
Manuel		NO		NO	NO	
Carlos		NO	NO	NO	NO	
Hernán	NO	NO	NO	NO	NO	
Andrés	NO	SI	NO	NO	NO	NO
Manuel		NO			NO	

- En la cuarta columna ya tenemos 5 casilleros "**NO**", el casillero que falta debe ser "**SI**".
- En la sexta fila ya hemos conseguido el "**SI**", luego los 3 casilleros que faltan por llenar deben ser "**NO**".
- En la tercera columna, hemos conseguido tener 5 casilleros "**NO**", el casillero que falta será "**SI**".
- En la segunda fila, ya conseguimos el "**SI**", luego los 2 casilleros que faltan por llenar deben ser "**NO**".
- En la primera columna ya tenemos 5 casilleros "**NO**", el casillero que falta llenar será "**SI**".
- En la tercera fila, ya tenemos el "**SI**", luego el único casillero que falta, en esta fila será "**NO**".
- En la sexta columna ya tenemos el "**SI**", luego los casilleros que faltan por llenar será "**NO**".

Ahora el cuadro será el siguiente:

Puestos / Nombres	Arquero	Defensa Izquierda	Defensa Derecha	Alero Izquierdo	Centro Delantero	Alero Derecho
Andrés	NO	NO	NO	NO	SI	NO
Manuel	NO	NO	SI	NO	NO	NO
Carlos	SI	NO	NO	NO	NO	NO
Hernán	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Andrés	NO	SI	NO	NO	NO	SI
Manuel	NO	NO	NO	SI	NO	NO

De acuerdo a éste último cuadro deducimos que:

Carlos es arquero
Enrique es defensa izquierdo
Manuel es defensa derecho
Miguel es alero izquierdo
Andrés es centro delantero
Hernán es alero derecho ***Rpta.***

Problema 3: Luis, Miguel y Alberto tienen diferentes aficiones y gustos en fútbol (Universitario, Alianza Lima, Deportivo Municipal). Literatura (Novela, Poesía, Periodismo). Licores (Gin, Pisco, Cerveza) y Cigarrillos (Ducal, Winston, Premier).

Se sabe que:

1. Miguel no simpatiza con la U.
2. Al socio del municipal le gusta el pisco.
3. El que fuma Ducal es periodista.
4. El de la U toma cerveza.
5. Luis disfruta cuando juega Municipal o lee a Bécquer.
6. Alberto fuma Winston.

7. Uno de ellos fuma Premier.
8. El hincha del Alianza Lima trabaja en "El Expreso".

Identifique los gustos de cada una de las personas.

Resolución:

Nombres	*Futbol*			*Licor*		
	U	Alianza Lima	Deportivo Municipal	Gin	Pisco	cerveza
Miguel						
Luis						
Alberto						

Nombres	*Literatura*			*Cigarrillos*		
	Novela	Poesia	Periódico	Ducal	Premier	Winston
Miguel						
Luis						
Alberto						

En primer lugar analizamos la parte con **Relación al Fútbol**, veamos:

En (1): **Miguel** no es hincha de la **U**
En (5): **Luis** es hincha del **Municipal**

De acuerdo a lo analizado, el cuadro queda de ésta manera:

Nombres	*Futbol*			*Licor*		
	U	Alianza Lima	Deportivo Municipal	Gin	Pisco	cerveza
Miguel	NO					
Luis			SI			
Alberto						

Aplicando la Regla obtenemos:

Nombres	*Futbol*		
	U	Alianza Lima	Deportivo Municipal
Miguel	NO	SI	NO
Luis	NO	NO	SI
Alberto	SI	NO	NO

De este cuadro deducimos que:

Alberto es hincha de la U.
Miguel es hincha del Alianza Lima.
Luis es hincha del Municipal.

En segundo lugar, analizamos la parte con Relación a Licor, veamos:

De (2): Al socio del **Municipal** le gusta pisco, esto quiere decir que a **Luis** le gusta **Pisco.**

De (4): El de la **U**, toma **cerveza**, esto quiere decir que a **Alberto** le gusta **cerveza.**

De acuerdo a lo analizado, el cuadro con Relación a licor, queda así:

Nombres	*Licor*		
	Gin	Pisco	cerveza
Miguel			
Luis		SI	
Alberto			SI

Aplicando la regla obtenemos:

Nombres	*Licor*		
	Gin	Pisco	Cerveza
Miguel	SI	NO	NO
Luis	NO	SI	NO
Alberto	NO	NO	SI

De este cuadro deducimos que:

Miguel le gusta Gin.
Luis le gusta Pisco.
Alberto le gusta Cerveza.

En tercer lugar, analizamos la parte con **Relación a Literatura**, veamos:

De (5): Luis disfruta cuando juega **Municipal** o lee a **Bécquer**, esto quiere decir que **Luis** es aficionado a la **poesía** ya que **Bécquer** fue un **poeta**.

De (8): El hincha del **Alianza** trabaja en el Diario "Expreso", esto quiere decir

que **Miguel** (Hincha de Alianza) es aficionado al **periodismo**.

De acuerdo a lo analizado, el cuadro con Relación a la Literatura, queda así:

Nombres	*Literatura*		
	Novela	Poesía	Periódico
Miguel			SI
Luis		SI	
Alberto			

Aplicando la regla obtenemos:

Nombres	*Literatura*		
	Novela	Poesía	Periódico
Miguel	NO	NO	SI
Luis	NO	SI	NO
Alberto	SI	NO	NO

De este cuadro deducimos que:

Alberto le gusta la novela.
Luis le gusta la poesía.
Miguel le gusta el periodismo.

En cuarto lugar analizamos la parte con **Relación a Cigarrillos;** veamos:

De (3): El que fuma **Ducal** es **periodista**, esto quiere que **Miguel** (periodista) le gusta **Ducal**.

De (6): Alberto fuma **Winston**.

De acuerdo a lo analizado, el cuadro con Relación a Cigarrillos; queda así:

Nombres	*Cigarrillos*		
	Ducal	Premier	Winston
Miguel	SI		
Luis			
Alberto			SI

Aplicando la regla obtenemos:

Nombres	*Cigarrillos*		
	Ducal	Premier	Winston
Miguel	SI	NO	NO
Luis	NO	SI	NO
Alberto	NO	NO	SI

De este cuadro deducimos que:

Miguel le gusta Ducal.
Luis le gusta Premier.
Alberto le gusta Winston.

Luego, concluimos diciendo que:

Alberto es aficionado a la U, le gusta la cerveza, la Novela y el Winston.

Miguel es aficionado al Alianza, le gusta el Gin, el periodismo y el Ducal.

Luis es aficonado al Municipal, le gusta el Pisco, la Poesía y el Premier.

Rpta.

Problemas Propuestos

Problema 1: Manuel, Percy, César y Miguel, tienen diferentes ocupaciones y domicilio. Sabemos que:

I. Manuel reside en el Perú
II. Miguel vive en Surquillo.
III. Uno de ellos es empleado público.
IV. El dibujante vive en Miraflores.
V. César no vive en Lima ni en Miraflores.
VI. El vendedor trabaja en el extranjero.
VII. Miguel es Metalúrgico.

¿Cuál es la ocupación y el domicilio correcto de uno de ellos?

A) Percy - Miraflores - Metalúrgico
B) César - Miraflores - Vendedor
C) Miguel - Lima - Empleado público
D) César - Extranjero - Vendedor
E) Miguel - Surquillo - Vendedor

Problema 2: Cuatro amigos cada uno con una determinada afición a un juego. (Sapo, ajedrez, dominó y damas); a tener como mascota a un determinado animal (loro, gallo, perro y canario) y fumar una determinada marca de cigarrillos (Puro, Marboro, Winston y Nevado).

Pío fuma puro. El que juega sapo tiene al loro, Luchín no tiene al canario. El que fuma Marboro juega Ajedrez. Alejandro juega Dominó. El que fuma Winston tiene el perro. José no juega ajedrez. El que fuma nevado juega damas. **¿Quién tiene al gallo**?

A) Luchín B) Pío C) Alejandro

D) José E) N.A.

Problema 3: Manuel, Percy y Franklin, tiene dos ocupaciones cada uno: chofer, contrabandista, pintor, jardinero, barbero y músico. El chofer ofendió al músico riéndose de su cabello largo, el músico y el jardinero solían ir a pasear con Manuel, el pintor compró al contrabandista un reloj de Suiza, el chofer cortejaba a la hermana del pintor: Percy debía 500 soles al jardinero, Franklin venció a Percy y al pintor jugando cachito.

¿Qué ocupaciones tenía Manuel?

A) Contrabandista - Músico
B) Barbero - Músico
C) Chofer - Jardinero
D) Pintor - Barbero
E) Ninguna de las anteriores

Problema 4: Sara, Nataly y Vanessa son estrellas de Rock, una de ellas toca la guitarra, otra el piano y la tercera la batería. Ninguna sabe tocar dos instrumentos. La baterista quiso contratar a su amiga guitarrista para grabar un disco, pero le informaron que ésta había salido de gira con la pianista.

1. La pianista gana más dinero que la baterista.
2. Vanessa gana menos dinero que Nathaly.
3. Vanessa nunca ha oído hablar de Nathaly.

¿Qué instrumento toca Nathaly?

A) Piano B) Guitarra C) Batería

D) Falta más información E) N.A.

Problema 5: Cuatro jovencitas Cristabel, Mabel, Mary y Mónica, comparten un piso. Estan oyendo discos, una está aseándose las uñas, otra el pelo, una terceraa maquillándose y la cuarta leyendo.

1. Cristabel no se está arreglando las uñas ni leyendo.
2. Mabel no está maquillándose ni pintándose las uñas.
3. Si Cristaabel no está maquillándose, Mónica no está pintándose las uñas.

¿En qué se ocupa Mónica?

A) Pintándose las uñas B) Leyendo

C) Maquillándose D) Aseándose el pelo

E) N.A.

Problema 6: El día sábado salen del puerto del Callao, 5 barcos de transporte de pasajeros en el siguiente horario: 3:30 a.m, 7:00 am, 12:00 m, 5:00 p.m. y 10:00 p.m. Se dirigen a Alemania , Estados Unidos, Panamá, Francia y Brasil. Los barcos son:

Atlantic, Horse, Andrea, Graceline y Corver.

1. El barco que se dirige a Estados Unidos sale a las 12:00 m.
2. El Andrea lleva 520 pasajeros.
3. El número de pasajeros que llevan los barcos es: 400, 480, 520, 600 y 620.
4. El Horse se dirigen a Alemania.
5. El que se dirige a Francia parte a las 6:00 p.m.
6. Los 620 se dirigen a Brasil.
7. El Corver partió a las 7:00 a.m.
8. A EE.UU llegaron 480 pasajeros.
9. El Grace Line lleva 600 pasajeros.
10. A las 3:00 a.m. partió un barco con 400 pasajeros.
11. A Francia llegaron 600 pasajeros.

¿A qué país se dirigió el barco Horse, cuántos pasajeros trasladó y aqué hora salió?

A) Alemania - 400 pasajeros - 3:00 a.m.
B) Estados Unidos - 480 pasajeros - 12 m.
C) Panamá - 520 pasajeros - 10:00 p.m.
D) Brasil - 620 pasajeros - 7:00 a.m.
E) Francia - 600 pasajeros - 5:00 p.m.

Problema 7: Los miembros de una pequeña compañía de prestamos son: el señor Black, el señor Wite, la señora Coffec, la señorita Ambrose, el señor Kelly y la señorita Malteus, los cargos que ocupan son:

Gerente, Subgerente, Contador, Taquígrafo, Cajero y Oficinista, aunque no necesariamente en este orden.

1. El subgerente es el nieto del gerente.
2. El contador es el yerno del taquígrafo.
3. El señor Black es solterón.
4. El señor Wite tiene 22 años.
5. La señorita Ambrose es la hermanastra del cajero.
6. El señor Kelly es vecino del gerente.

¿Cuál es el cargo de Black y Kelly?

A) Contador - Subgerente
B) Subgerente - Taquigrafo
C) Cajero - Taquígrafo
D) Contador - Cajero
E) Gerente - Oficinista

Problema 8: Fito, Toño y Coco estudiaron en la Universidad Católica, uno estudió Ingeniería Civil, otro Medicina y otro Abogacía, cada uno de ellos tiene un hijo, que cuando ingresan a la universidad deciden no tomar la carrera de su padre sino dedicarse a estudiar la carrera de uno de los amigos de su padre. Sabiendo que el abogado se llama Fito y que el hijo de Toño quiere ser Médico. ¿Qué profesión tiene Toño y a qué quiere dedicarse el hijo de Coco?

A) Toño es Ingeniero Civil y el hijo de Coco quiere ser abogado.
B) Toño es Médico y el hijo de Coco quiere ser Médico.
C) Toño es Ingeniero Civil y el hijo de Coco quiere ser Abogado.
D) Toño es Médico y el hijo de Coco quiere ser Ingeniero Civil.
E) Ninguna de las anteriores.

Problema 9: Encontrándose Claudio en un país cuya lengua desconoce, entró en un restaurante para almorzar. Al ver la lista de Platos del Menú (La lista está en su lenguaje y en el local), pidió Toco, Cato y Mecu y le sirvieron frejoles, tallarín y ceviche. Al día siguiente solicitó: Raca, Cato y Sum y le sirvieron ensalada, tallarín y churrasco.

En el tercer día desea almorzar un churrasco con frejoles. ¿Qué tendrá que pedir?

A) Mecu - Cato B) Raca - Sum

C) Sum - Toco D) Cato - Raca

E) Toco - Mecu

Problema 10: La señora María tiene un hijo en cada una de las siguientes universidades: Católica, de Lima y U. Callao. Cada uno de sus hijos estudian carreras diferentes: Ing. Industrial, Ing. Mecánico y Economía.

Juan no estudia en la Católica, David no está en la U. de Lima, el que está en la Católica no estudia Ing. Industrial, el que está en U. de Lima, estudia Ing. Mecánica, David no estudia Economía. ¿Se quiere saber que estudia Tomás y donde estudia?

A) Economía en la Católica.
B) Economía en la U. del Callao.
C) Economía en la U. de Lima.
D) Ing. Mecánica en la Católica.
E) Ing. Mecánica en U. de Lima.

Clave de Respuesta

1. D	*6. A*
2. A	*7. B*
3. D	*8. C*
4. A	*9. C*
5. C	*10. C*

Razone

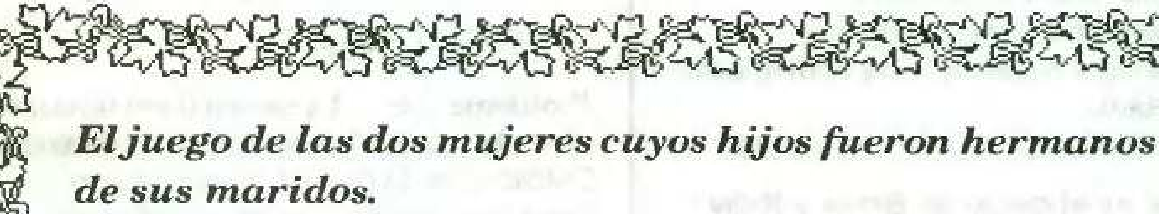
Resolver: $0,1x + 0.1y = 0,015$

$0,2x^2 + 0,2y^2 = 0.0025$

y calcular el valor de:

$M = 0,3x^2 - 0,4y^2$

Respuesta: $\boxed{M = 0,002}$



El juego de las dos mujeres cuyos hijos fueron hermanos de sus maridos.

Dos mujeres llevan en brazos a dos hermosos niños y cuando se les preguntó de quien eran hijos esos niños que llevaban ellas respondieron:

"En verdad, son hijos de nuestros hijos y hermanos de nuestros maridos y todo ocurrió en legal matrimonio".

Naturalmente uno quiere saber cómo pudo ocurrir eso y esta circunstancia no se considera aquí a causa de los números. Sin embargo se la incluyó porque a muchos el asunto les parecerá nuevo y divertido. Contemos pues como pudo ocurrir semejante cosa: aquellas dos mujeres que no tenían ninguna relación de parentesco entre sí se casaron y cada una tuvo un hijo; al cabo de algún tiempo sus maridos murieron y ellas tomaron por marido al hijo de la una y de la otra, y asi las mujeres tuvieron a los dos hijos ya nombrados que eran de sus hijos y hermanos de sus maridos.

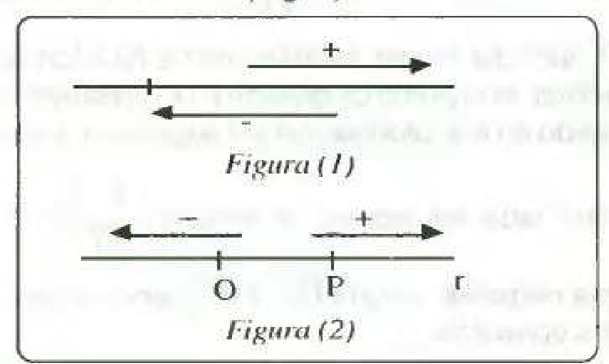
R
a
z
o
n
e

EJES COORDENADOS 29

En una recta se pueden distinguir dos sentidos según que al describirla se haga de izquierda a derecha o de derecha a izquierda.

Llamaremos recta orientada o simplemente, eje a una recta con un sentido determinado.

Se acostumbra a considerar como positivo el sentido de izquierda a derecha y como negativo el contrario a éste (Fig. 1).



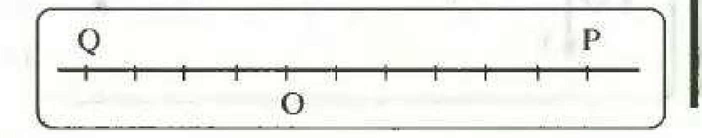
EJE DE ABSCISAS

Dada una recta "r" fijemos un punto "0" cualquiera de la misma, éste divide a la recta "r" en dos semirectas. Orientemos cada una de estas semirectas a partir de "O", una en sentido positivo y la otra negativo, ver figura (2). A esta recta "r" asi orientada se le llama **Eje de Abscisas** y el punto "O" **origen de Abscisas**.

Si "P" es un punto cualquiera de "r", al segmento orientado $\overline{OP}$ se le llama abscisa de "P", la cuál será positiva o negativa, según que "P" esté a la derecha o a la izquierda de "O".

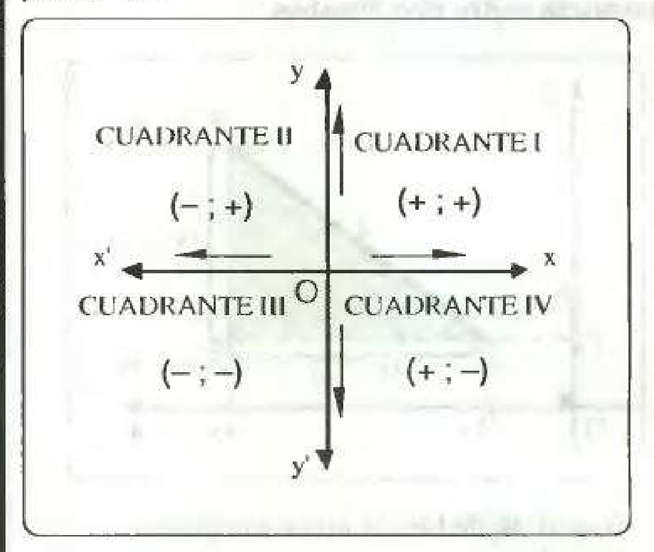
Ejemplo:

Si "P", dista 6 unidades de "O", la abscisa de "P" será +6. Si "Q" 4 unidades de "O", la abscisa de "Q" sera –4.



Sistema de Coordenadas Rectangulares:

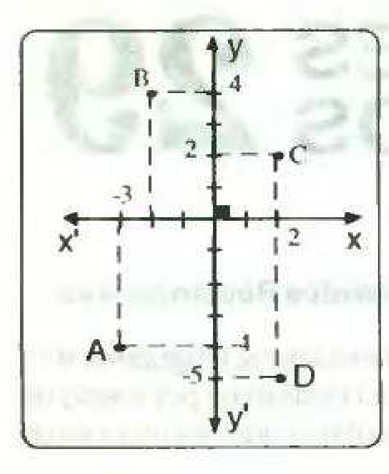
El sistema de coordenadas rectangulares divide al plano en cuatro cuadrantes por medio de dos rectas perpendiculares que se cortan en un punto "O".



- La horizontal x'ox se denomina eje "X".
- La vertical y'oy se denomina eje "Y", ambas constituyen los dos ejes coordenadas.
- El punto "O" se llama origen del sistema
- La distancia de un punto al eje "y" se llama **abscisa** del mismo.
- La distancia de un punto al eje "X" se llama **ordenada** del mismo ambas constituyen las **coordenadas** del punto en cuestión y se representa por el símbolo (x ; y). Las abscisas son positivas cuando el punto esta situado a la derecha del eje "y", y negativas en caso contrario. Las coordenadas son positivas cuando el punto está por encima del eje "x", y negativas en caso contrario.

Ejemplo:

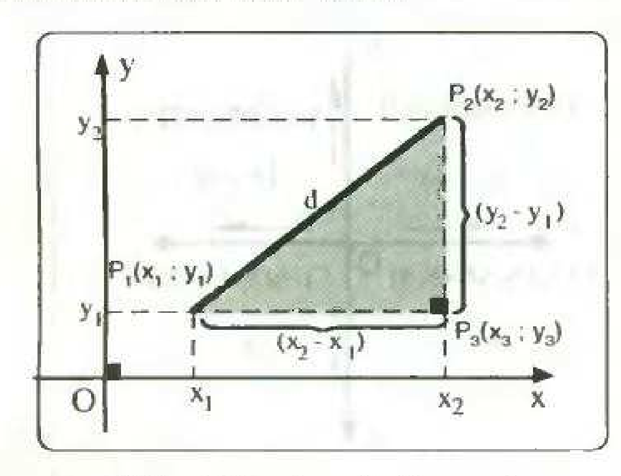
En la siguiente figura: Hallar las coordenadas de cada uno de los puntos que se muestran a continuación:



De la figura obtenemos:

A (-3; -4)
B (-2; 4)
C (2; 2)
D (2; -5)

Distancia entre dos Puntos:



- Sea "d" la distancia entre los puntos:

  $P_1(x_1; y_1)$ y $P_2(x_2; y_2)$

- Aplicamos el teorema de pitagoras en el $\triangle P_1P_3P_2$

$$\overline{P_1P_2}^2 = \overline{P_1P_3}^2 + \overline{P_3P_2}^2$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$\therefore \quad \boxed{d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$

Ejemplo:

Hallar la distancia entre los puntos:

A (4 ; -1) y B (7 ; 3)

Resolución:

Aplicando la fórmula de distancia, obtenemos:

$$d\,\overline{AB} = \sqrt{(7-4)^2 + [3-(-1)]^2}$$

$$d\,\overline{AB} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25}$$

$$\therefore \quad \boxed{d\,\overline{AB} = 5 \text{ unidades}}$$

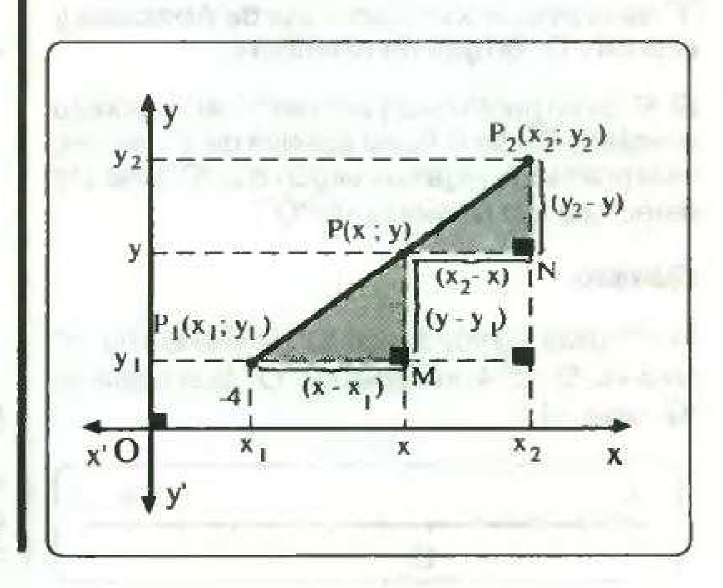
PUNTO DE DIVISIÓN:

Es el que divide a un segmento en una relación dada. Consideremos los puntos $P_1(x_1; y_1)$ y $P_2(x_2; y_2)$, y la recta que determinan.

Sea: P (x ; y) un tercer punto que divida al segmento en la relación $\dfrac{\overline{P_1P}}{\overline{PP_2}} = R$, como $\overline{P_1P}$ y $\overline{PP_2}$ son del mismo sentido; dicha relación es positiva. Si el punto de división P (x; y) estuviera situado en la prolongación del segmento; a uno u otro lado del mismo, la relación $\dfrac{\overline{P_1P}}{\overline{PP_2}} = R$; seria negativa, ya que $\overline{P_1P}$ y $\overline{PP_2}$ tendrian sentidos opuestos.

Teniendo en cuenta los triángulos semejantes de la figura.

$$\frac{\overline{P_1M}}{\overline{PN}} = \boxed{\frac{x - x_1}{x_2 - x} = \frac{\overline{P_1P}}{\overline{PP_2}} = R}$$



De la relación: $\dfrac{x - x_1}{x_2 - x} = R$

despejamos "x"

$x - x_1 = R(x_2 - x) \quad \Rightarrow \quad x - x_1 = Rx_2 - Rx$

$x + Rx = Rx_2 + x_1 \quad \Rightarrow \quad x(1 + R) = x_1 + Rx_2$

$$x = \frac{x_1 + Rx_2}{1+R}$$

Analogamente: $$y = \frac{y_1 + Ry_2}{1+R}$$

Si: P (x ; y) es el **punto medio** del segmento P_1P_2; R = 1

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad ; \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Ejemplo:

Hallar las coordenadas del punto medio del segmento que resulta de unir los puntos A (4 ; 6) y B (-2 ; 2).

Resolución:

Aplicando la fórmula:

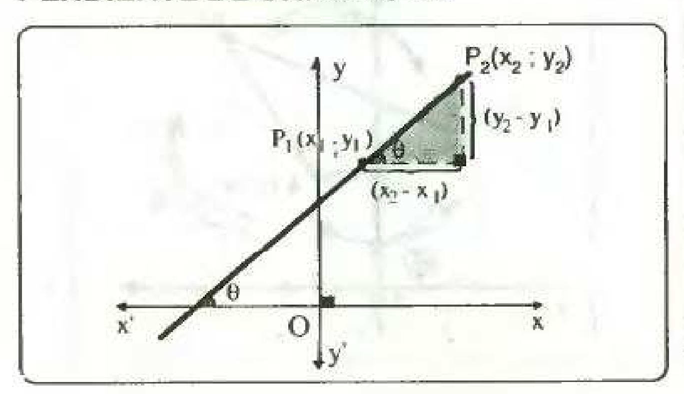
$$\text{Pto. Medio}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} \; ; \; \frac{y_1 + y_2}{2}\right);$$

Obtenemos:

$$\text{Pto. Medio}\left(\frac{4 + (-2)}{2} \; ; \; \frac{6 + 2}{2}\right)$$

Pto. Medio (1; 4)

PENDIENTE DE UNA RECTA



Es la tangente del ángulo de inclinación en estas condiciones; m = tgθ, siendo "θ" el ángulo de inclinación y "m" la pendiente.

La pendiente de la recta que pasa por dos puntos $P_1(x_1 ; y_1)$ y $P_2(x_2 ; y_2)$ es:

$$m = \text{tg}\,\theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

cualquiera que sean los cuadrantes en los que situados los puntos P_1 y P_2

RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES:

* Si dos rectas son paralelas, sus pendientes son iguales
* Si dos rectas L_1 y L_2 son perpendiculares la pendiente de una de ellas es igual al reciproco de la pendiente de la otra con signo contrario. Esto es, llamado "m_1" a la pendiente de L_1 y m_2 a la de L_2 se tiene:

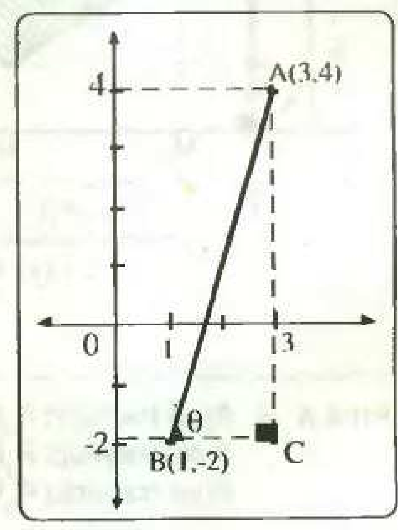
$$m_1 = -\frac{1}{m_2} \quad \text{o bién:} \quad m_1 \cdot m_2 = -1$$

Ejemplo:

Hallar la pendiente de la recta que pasa por los puntos (3 ; 4) y B (1 ; -2)

Resolución:

- Graficamos los puntos en el plano cartesiano



- En el ⊿ ACB: aplicamos la razón trigonométrica tangente del ángulo "θ"

$$\text{tg}\,\theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{AC}{BC}$$

$$tg\ \theta = \frac{6}{2} = 3$$

Aplicando Fórmula: $\boxed{tg\ \theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$

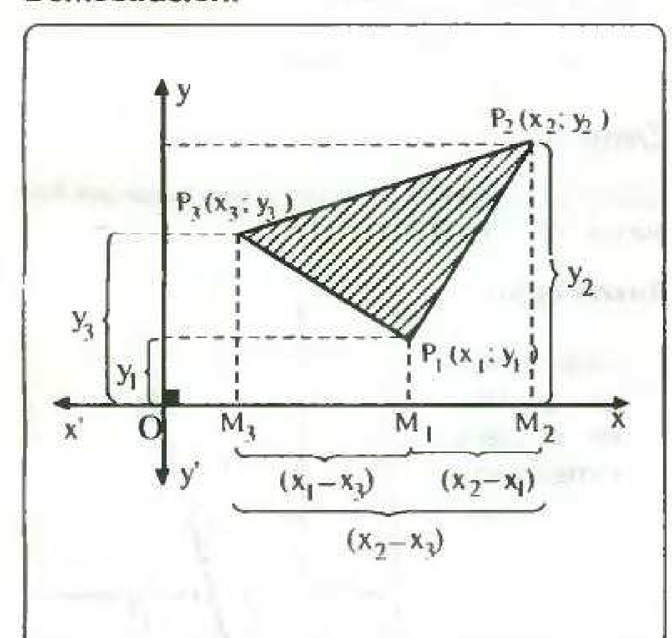
$$tg\ \theta = \frac{(4)-(-2)}{(3)-(1)} = \frac{6}{2} = 3$$

Area de un Polígono en Función de las Coordenadas de sus Vértices.

Sean: $P_1\ (x_1;\ y_1)$; $P_2\ (x_2;\ y_2)$; $P_3\ (x_3;\ y_3)$ los vértices de un triángulo,el área "A" en función de las coordenadas de los vértices viene dada por la expresión.

$$A = \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_3y_2 - x_2y_1 - x_1y_3)$$

Demostración:



Area Δ = Area trapecio $P_3M_3M_2P_2$ - Area trapecio $P_1M_1M_2P_2$ - Area trapecio $P_3M_3M_1P_1$

$$\text{Area}\Delta = \frac{(y_3+y_2)(x_2-x_3)}{2} - \frac{(y_1+y_2)(x_2-x_1)}{2} - \frac{(y_3+y_2)(x_1-x_3)}{2}$$

Efectuando los productos, obtenemos:

$$\text{Area}\,\Delta = \frac{1}{2}\left[(x_2y_3 - x_3y_2 - x_2y_1 + x_1y_2 - x_1y_3 + x_3y_1)\right]$$

Ordenando se tiene:

$$\text{Area}\,\Delta = \frac{1}{2}\left[(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_3y_2 - x_2y_1 - x_1y_3)\right]$$

Este resultado se puede expresar de otra manera, más facil de recordar, teniendo en cuenta la notación de determinante.

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

Otra forma de expresar el área de un triángulo muy útil cuando se trate de hallar áreas de polígonos de más de tres lados, es la siguiente:

$$A = \frac{1}{2}\left[(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_1y_3 - x_3y_2 - x_2y_1)\right]$$

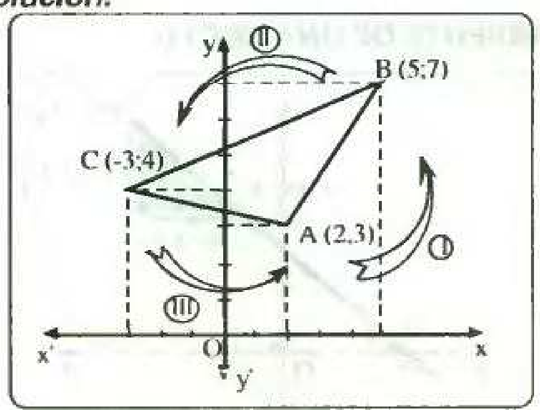
$$\text{Area}\ \blacktriangle = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} \begin{matrix} - \\ - \\ - \\ + \\ + \\ + \end{matrix}$$

Obsérvese que se ha repetido la primera fila en la cuarta

Ejemplo:

Hallar el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de coordenadas (2, 3); (5, 7) ; (-3, 4).

Resolución:



Ubicamos los puntos dados en el plano cartesiano.

$$\text{Area } \Delta = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \\ -3 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\text{Area } \Delta = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} \oplus(2\times 7+5\times 4+3(-3)) \\ \ominus(5\times 3+7(-3)+2(4)) \end{vmatrix}$$

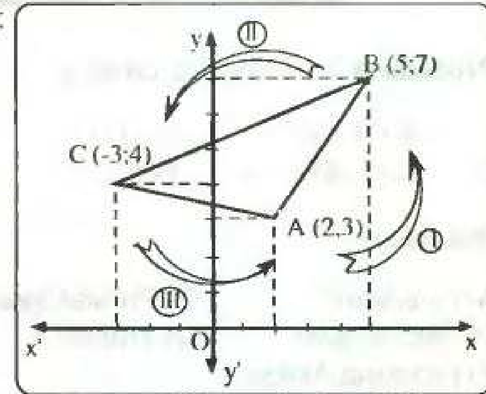
$$\text{Area } \Delta = \frac{1}{2}|25-2|$$

$$\text{Area } \Delta = \frac{1}{2}|23| = \frac{23}{2} = 11{,}5\ u^2$$

$\therefore$ **Area Δ = 11,5 u²** **Rpta.**

> ***Nota:*** *Hemos tomado el sentido antihorario, partiendo del vertice "A" para así formar el determinante.*

Otra forma:



$$\text{Area } \Delta = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 4 \\ 5 & 7 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\text{Area } \Delta = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} \oplus(2\times 4+7(-3)+3\times 5) \\ \ominus(3(-3)+4(5)+2(7)) \end{vmatrix}$$

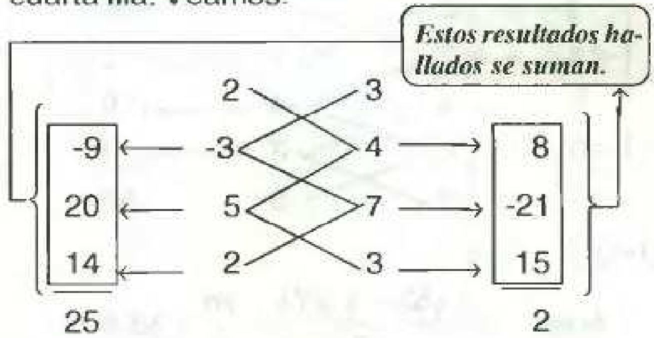
$$\text{Area } \Delta = \frac{1}{2}|2-25|$$

$$\text{Area } \Delta = \frac{1}{2}|-23| = \frac{23}{2} = 11{,}5\ u^2$$

> ***Nota:*** *Hemos tomado el sentido horario partiendo del vértice "A" para asi formar el determinante.*

METODO PRACTICO:

Colocamos las coordenadas de los puntos dados en forma consecutiva y repetimos las coordenadas del primer punto y lo colocamos en la cuarta fila. Veamos.



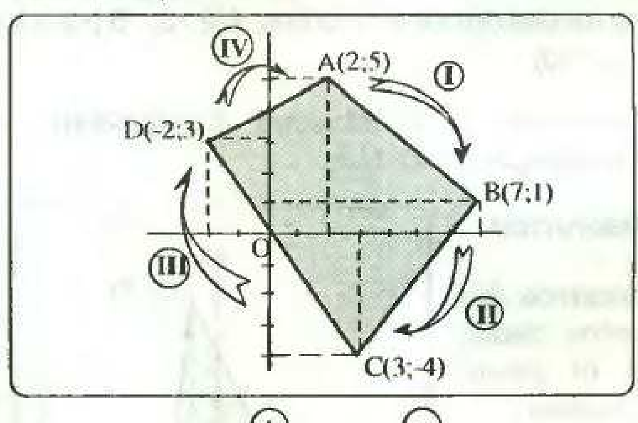
$$\text{Luego: Area } \Delta = \frac{25-2}{2} = \frac{23}{2} = 11{,}5u^2$$

Ejemplo:

Hallar el área del polígono cuyas coordenadas de los vértices son: (2 ; 5); (7 ; 1); (3 ; -4) y (-2, 3)

Resolución:

Ubicamos lo puntos dados, en el plano cartesiano, veamos:



$$\text{Area} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 3 & -4 \\ -2 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\text{Area}\diamond = \frac{1}{2}\begin{vmatrix}\oplus(2\times1+7(-4)+3(3)+5(-2)) \\ \ominus(7\times5+3\times1+(-2)(-4)+2(3))\end{vmatrix}$$

$$\text{Area}\diamond = \frac{1}{2}|\oplus(-27)\ominus(52)|$$

$$=\frac{1}{2}|-79| = \frac{79}{2} = \boxed{39,5u^2}$$ **Rpta.**

METODO PRACTICO:

$$+\left\{\begin{array}{ccccccc} 2 & \leftarrow & 2 & & 5 & \rightarrow & 35 \\ -28 & \leftarrow & 7 & & 1 & \rightarrow & 3 \\ 9 & \leftarrow & 3 & & -4 & \rightarrow & 8 \\ -10 & \leftarrow & -2 & & 3 & \rightarrow & 6 \\ -27 & & 2 & & 5 & & 52 \end{array}\right\}+$$

Luego:

$$\text{Area} = \frac{(52)-(-27)}{2} = \frac{79}{2} = 39,5\ u^2$$

> ***Nota:*** *En caso que el resultado, resulte con signo (-) se tomará su valor absoluto, puesto que el área no puede ser negativa.*

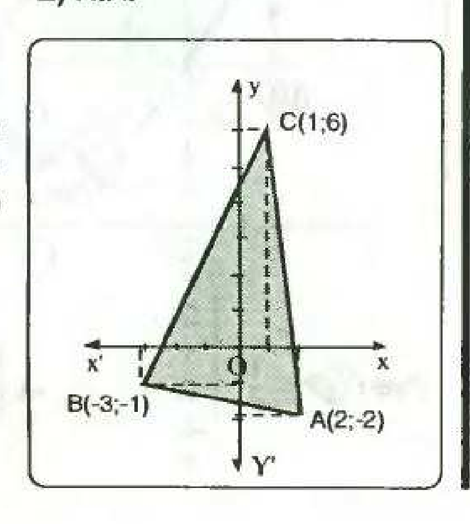
PROBLEMAS RESUELTOS

Problema 1: Decir que tipo de triángulo es el que resulta de unir los puntos: A(2;-2); B(-3;-1) y C (1; 6)

A) isósceles B) escaleno C) equilatero
D) rectángulo E) N.A.

Resolución:

Ubicamos los puntos dados en el plano cartesiano.



- Aplicamos la fórmula de distancia entre dos puntos. Veamos:

$$\boxed{D=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}$$

$$\otimes\begin{cases} D_{\overline{AB}} = \sqrt{(-3-2)^2+(-1-(-2))^2} \\ D_{\overline{AB}} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}\end{cases}$$

$$\otimes\begin{cases} D_{\overline{BC}} = \sqrt{(1-(-3))^2+(6-(-1))^2} \\ D_{\overline{BC}} = \sqrt{16+49} = \sqrt{65}\end{cases}$$

$$\otimes\begin{cases} D_{\overline{CA}} = \sqrt{(2-1)^2+(-2-6)^2} \\ D_{\overline{CA}} = \sqrt{1+64} = \sqrt{65}\end{cases}$$

- Como se observará las distancias D_{BC} y D_{CA} son iguales, esto quiere decir que el Δ ABC, es isósceles.

∴ **El Δ ABC es isósceles.** **Rpta. A**

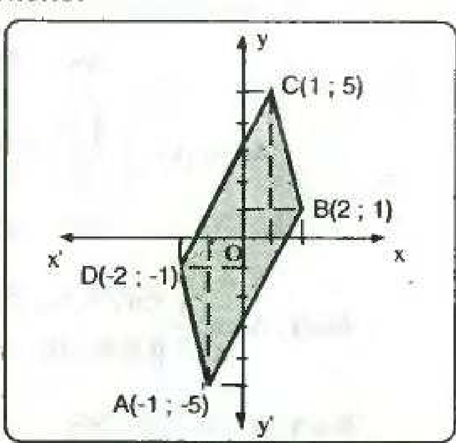
Problema 2: Al unir los puntos:

A (-1; -5); B (2; 1);
C (1; 5) y D (-2; -1)

resulta un:

A) Cuadrado B) Paralelogramo
C) Rectángulo D) Trapecio
E) Ninguna Anterior

Resolución:



Por Fórmula: $\boxed{D=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}$

$$D_{\overline{CB}} = \sqrt{(2-1)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{17}$$

$$D_{\overline{AD}} = \sqrt{(-2-(-1))^2 + (-1-(-5))^2}$$
$$= \sqrt{17}$$

$$D_{\overline{BA}} = \sqrt{(-1-2)^2 + (-5-1)^2}$$
$$= \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$D_{\overline{CD}} = \sqrt{(-2-1)^2 + (-1-5)^2}$$
$$= \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

Como se observará la figura tiene sus lados iguales dos a dos por lo que podría ser un rectángulo o un paralelogramo.

Luego: para saber si es un rectángulo $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ deben ser perpendiculares, para esto el producto de sus pendientes debe ser igual a:-1, veamos:

$$M_{\overline{AB}} = \frac{(-5)-(1)}{(-1-(2)} = \frac{-6}{-3} = 2$$

$$M_{\overline{BC}} = \frac{(1)-(5)}{(2)-(1)} = \frac{-4}{1} = -4$$

Como el producto de las pendientes es -8, la figura no es un rectángulo sino un paralelogramo.

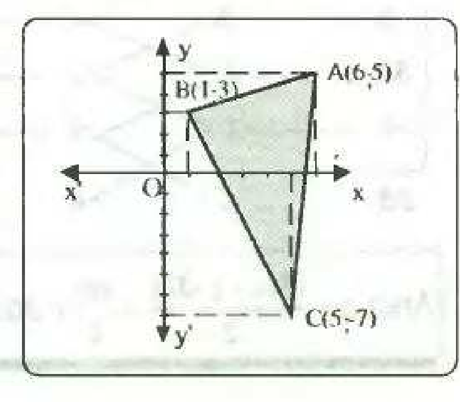
∴ La figura es un Paralelogramo **Rpta. B**

Problema 3: Decir que tipo de triángulo resulta al unir los puntos A (6;5) ,B (1;3) y C (5;-7)

A) Isósceles B) Equilátero
C) Oblicuángulo D) Rectángulo
E) N.A.

Resolución:

Ubicamos los puntos dados, en el plano cartesiano.



- Calculamos las pendientes de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$, si el producto de dichas pendientes da -1, es porque AB y BC son perpendiculares, siendo dicho triángulo recto en "B".

Por fórmula: $$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{\overline{AB}} = \frac{(5)-(3)}{(6)-(1)} = \frac{2}{5}$$

$$m_{\overline{BC}} = \frac{(-7)-(3)}{(5)-(1)} = \frac{-10}{4} = \frac{-5}{2}$$

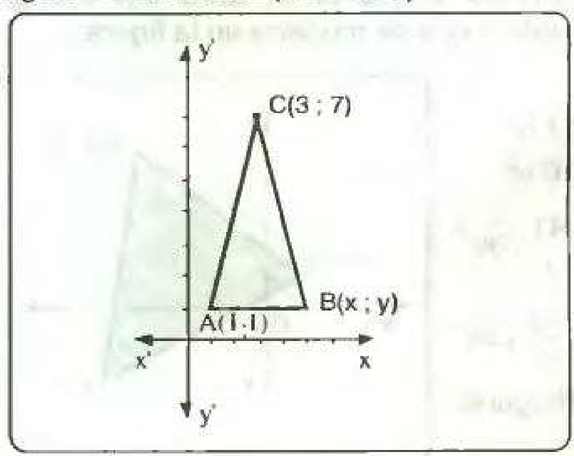
Donde: $$m_{\overline{AB}} \times m_{\overline{BC}} = \frac{2}{5}\left(\frac{-5}{2}\right) = -1$$

$$\therefore \quad m_{\overline{AB}} \times m_{\overline{BC}} = -1$$

Luego, el triángulo ABC, en un triángulo rectángulo.

Rpta. D

Problema 4: En la siguiente figura, halla las coordenadas del vértice "B", sabiendo que el triángulo es isósceles (AC = CB).

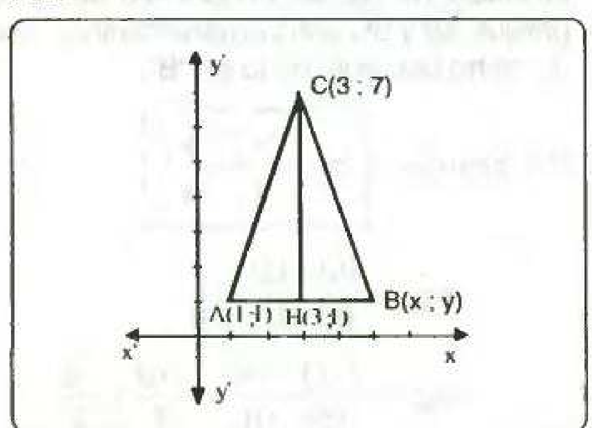


A) (3 ; 1) B) (2 ; 1) C) (4 ; 1) D) (5 ; 1)
E) N.A.

Resolución:

- Trazamos la altura CH, dicha altura divide a AB en dos segmentos iguales: AH = HB
- Las coordenadas del punto "H" son: (3 ; 1)

- Como se observará "H" es punto medio de AB.



Luego: por definición de punto medio obtenemos que:

i) $\frac{x+1}{2}=3 \Rightarrow \boxed{x=5}$

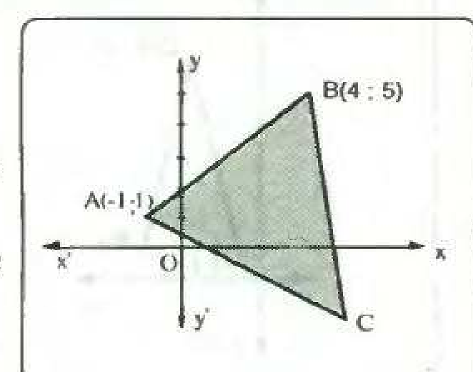
ii) $\frac{y+1}{2}=1 \Rightarrow \boxed{y=1}$

$\therefore$ Las coordenadas de B (x, y) = B (5,1)

Rpta. D

Problema 5: Hallar el área del triángulo equilátero que se muestra en la figura:

A) 11 u^2
B) 10 u^2
C) $\frac{41}{4}\sqrt{3}u^2$
D) $\frac{33}{4}\sqrt{3}u^2$
E) Ninguna



Resolución:

Como el triángulo es equilátero sus 3 lados son iguales, para esto nos basta conocer uno de sus lados, siendo este $\overline{AB}$, ya que sus coordenadas de dichos puntos se nos da como dato:

Por fórmula: $D_{\overline{AB}}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$$D_{AB}=\sqrt{(-1-4)^2+(1-5)^2}=\sqrt{41}$$

Luego, calculamos el área de dicho triángulo equilátero.

$$\text{Area } \Delta \text{ equilátero} = \frac{(\text{lado})^2\times\sqrt{3}}{4} \text{ (Fórmula)}$$

$$\text{Area } \Delta \text{ ABC} = \frac{(\sqrt{41})^2\times\sqrt{3}}{4}=\frac{41}{4}\sqrt{3}u^2$$

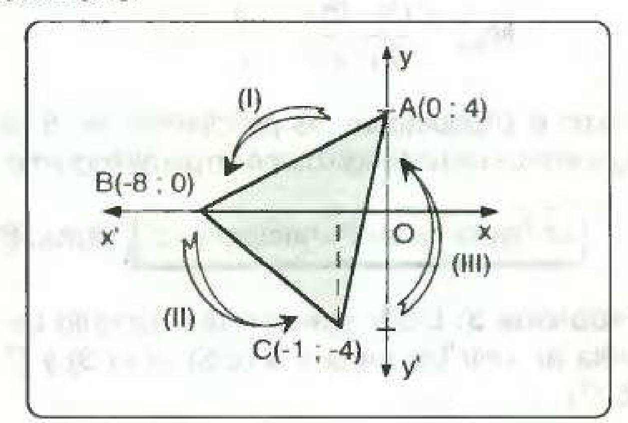
Rpta. C

Problema 6: Hallar el área del triángulo cuyas coordenadas de sus vértices son: A (0 ; 4) ; B (-8 ; 0) y C (-1 ; -4)

A) 30 u^2 B) 25 u^2 C) 32 u^2
D) 45 u^2 E) N.A.

Resolución:

Ubicamos los puntos dados, en el plano cartesiano.



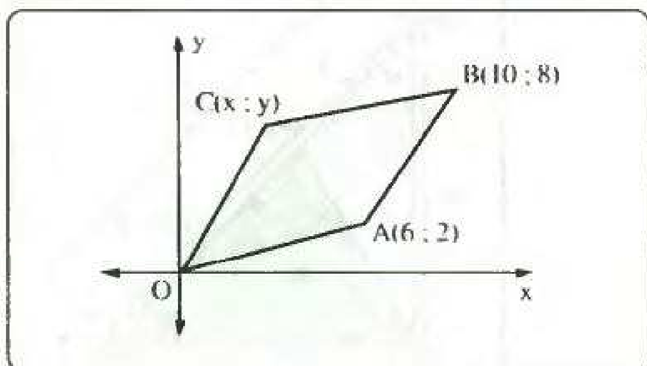
METODO PRÁCTICO:

0	0	4	-32	
+ 32	-8	0	0	+
-4	-1	-4	0	
28	0	4	-32	

$$\text{Area } \Delta = \frac{(28)-(-32)}{2}=\frac{60}{2}=30\,u^2$$

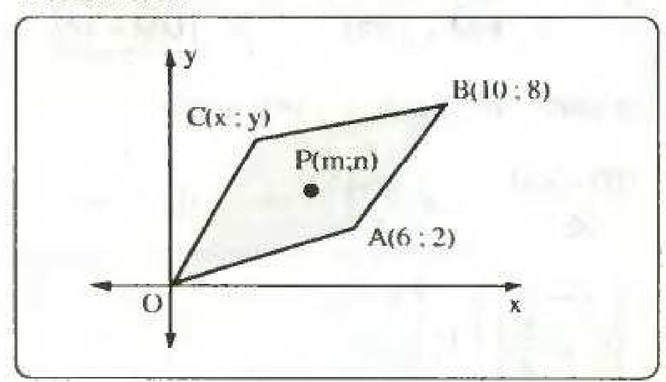
Rpta. A

Problema 7: La siguiente figura es un paralelogramo. Hallar las coordenadas del vértice "C".



A) (4, 5) B) (5, 4) C) (3, 5)
D) (4, 6) E) Ninguna Anterior

Resolución:



- Las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio.
- Ahora, calculamos las coordenadas del punto medio "P".

$$m = \frac{10+0}{2} = 5$$

$$n = \frac{8+0}{2} = 4$$

Por definición de punto medio, calculamos las coordenadas del vértice "C", veamos:

$$m = \frac{x+6}{2} \rightarrow 5 = \frac{x+6}{2} \rightarrow \boxed{x = 4}$$

$$n = \frac{y+2}{2} \rightarrow 4 = \frac{y+2}{2} \rightarrow \boxed{y = 6}$$

Luego, las coordenadas del vértice "C" son:

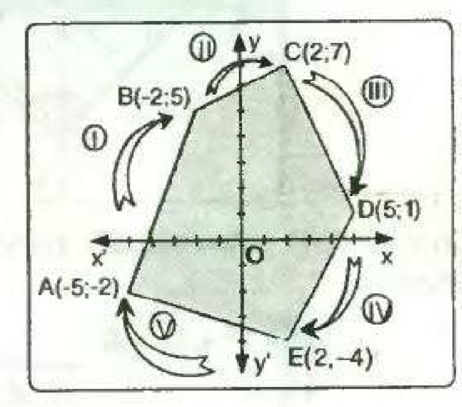
$\therefore$ $\boxed{(x ; y) = C\ (4 ; 6)}$ **Rpta. D**

Problema 8: Hallar el área del pentágono cuyos vértice son los puntos de coordenada: A (-5;-2); B (-2;5): C (2;7); D (5;1) y E (2;-4)

A) 60 u^2 B) 66 u^2 C) 72 u^2
D) 81 u^2 E) N.A.

Resolución:

Ubicamos los puntos dados, en el Plano Cartesiano.

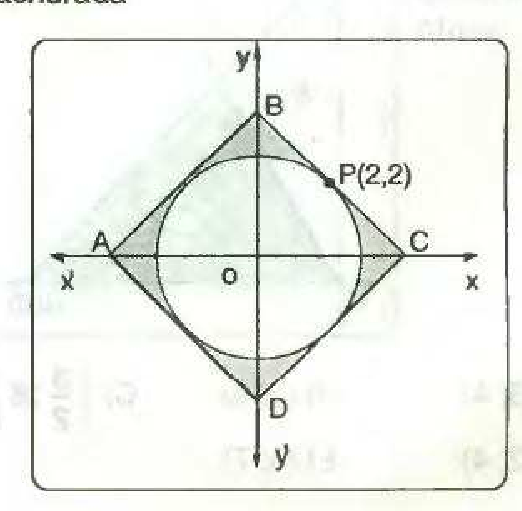


-25	-5	-2	4
-14	-2	5	10
2	2	7	35
-20	5	1	2
-4	2	-4	20
-61	-5	-2	71

$$\text{Area} = \frac{(71)-(-61)}{2} = \frac{132}{2} = \boxed{66u^2}$$

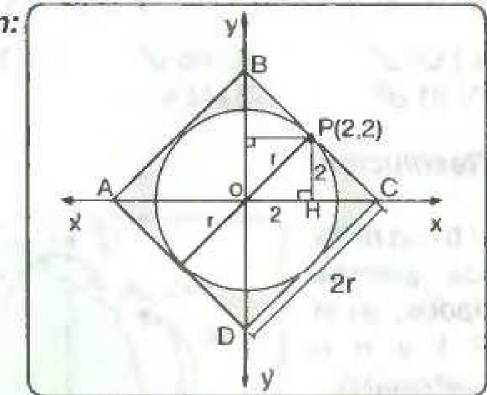
Rpta. B

Problema 9: En la figura mostrada. Hallar el área achurada



A) $(8 - \pi)\ u^2$ B) $4\ (8 - \pi)\ u^2$ C) $8\ (4 - \pi)\ u^2$
D) $6\ (3 - \pi)\ u^2$ E) N.A.

Resolución:



En el ⊿PHO: calculamos "r" por el teorema de Pitágoras

$$r^2 = 2^2 + 2^2 = 8$$

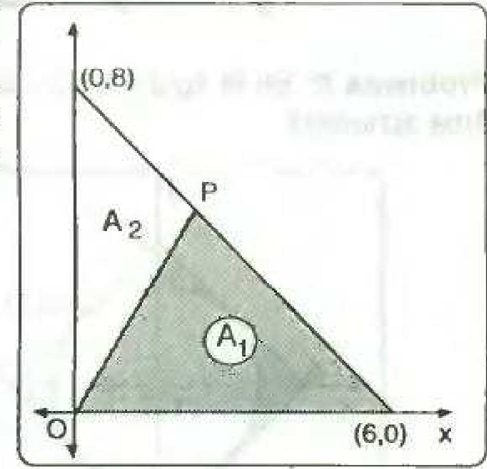
$$r = \sqrt{8} \quad \Rightarrow \quad \boxed{r = 2\sqrt{2}}$$

Luego:

Area achurada = Area □ABCD - Area ○
Area achurada $= (2r)^2 - \pi r^2$
Area achurada $= 4r^2 - \pi r^2 = r^2 (4 - \pi)$
$= (2\sqrt{2})^2 (4 - \pi)$

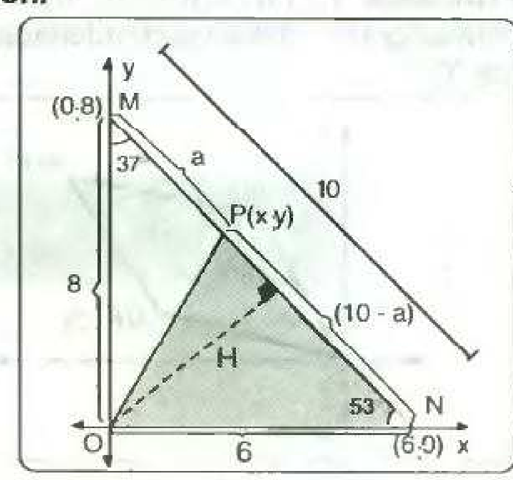
$\boxed{\text{Area achurada} = 8\ (4 - \pi)\ u^2}$ **Rpta.C**

Problema 10: En la figura "P" es un punto, tal que el área del triángulo A_1 es 3 veces el área, del triángulo A_2. Calcular las coordenadas del punto "P".



A) (3; 4) B) (3; 6) C) $\left(\frac{3}{2}; 6\right)$
D) (2; 4) E) (5; 7)

Resolución:



- En el ⊿MON: Calculamos MN, por el Teorema de Pitágoras.

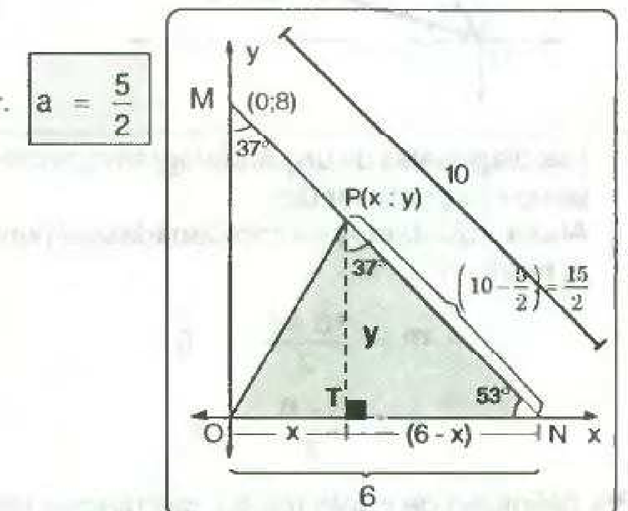
$$\overline{MM}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$$

$$\overline{MM} = \sqrt{100} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{MM} = 10}$$

Por dato: Area ΔA_1 = 3 (Area ΔA_2)

$$\frac{(10-a)H}{2} = 3\left(\frac{a \cdot H}{2}\right) \Rightarrow 10 = 4a$$

$$\therefore \boxed{a = \frac{5}{2}}$$



- En el ⊿PTN:

i) $$\text{Cos}\ 53° = \frac{6-x}{\frac{15}{2}}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{2(6-x)}{15} \Rightarrow 9 = 12 - 2x$$

$$\therefore \boxed{x = \frac{3}{2}}$$

ii) $\text{Sen } 53° = \dfrac{y}{\frac{15}{2}} \Rightarrow \dfrac{4}{\cancel{5}} = \dfrac{2y}{\cancel{15}}$

$12 = 2y \Rightarrow \therefore \boxed{y = 6}$

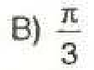
Luego, las coordenadas del punto "P" son:

$$\boxed{P(x;y) = P\left(\frac{3}{2};6\right)}$$

Rpta. C

Problema 11: Al girar la parte achurada de la figura en torno al eje de ordenadas se engendra un cuerpo cuyo volumen es:

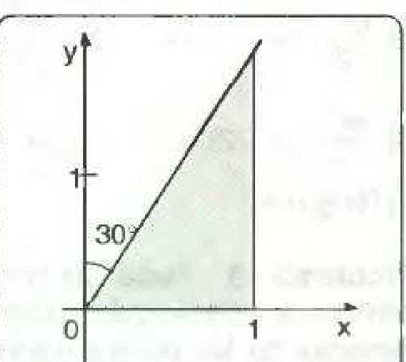
A) π


B) $\dfrac{\pi}{3}$

C) 3π

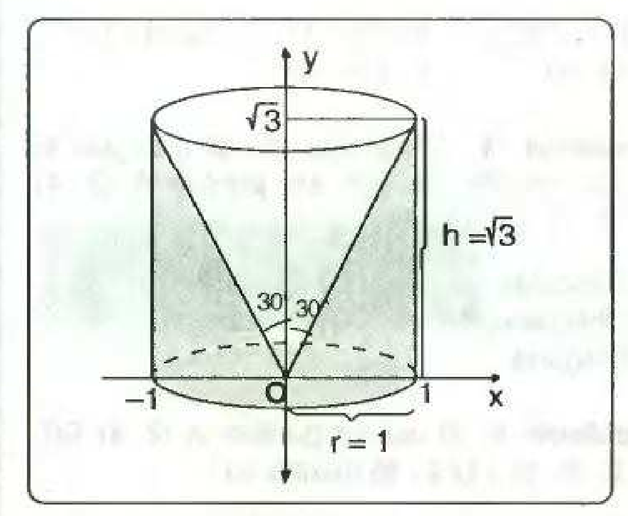
D) $2\pi\sqrt{3}$

E) $\dfrac{2\pi\sqrt{3}}{3}$



Resolución:

Al hacer girar la parte achurada en torno al eje de ordenadas (eje "y"), se forma un cilindro, como se muestra en la siguiente figura.



Luego:

Volumen del cuerpo Achurado	=	Volumen del cilindro	-	Volumen del Cono

$$= \pi r^2 h - \pi r^2 \frac{h}{3}$$

$$= \pi(1)^2 \times \sqrt{3} - \pi(1)^2 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= \pi\sqrt{3} - \frac{\pi\sqrt{3}}{3}$$

$$\boxed{\text{Volumen del cuerpo achurado} = \frac{2\pi\sqrt{3}}{3}}$$

Rpta. E

PROBLEMA PROPUESTOS

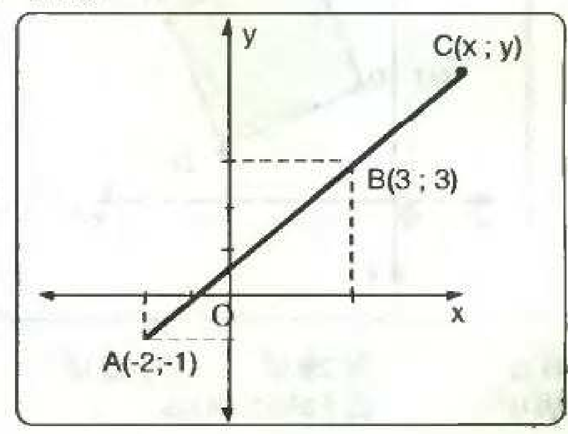
Problema (1): Decir que tipo de triángulo es el que resulta de unir los puntos A (6 ; 7): B(-8 ; -1) y C (-2 ; -7)

A) Isósceles B) Escaleno C) Equilátero
D) Rectángulo E) N.A.

Problema (2): Hallar el perímetro del triángulo cuyos vértices son: A(2 ; -5); B(-3 ; 4); C(0 ; -3)

A) 20,6 u B) 20,5 u C) 20 u
D) 19 u E) Ninguna

Problema (3): En la figura mostrada, hallar las coordenadas del vértice "C", sabiendo que: BC = 3 AB



A) (15 ; 18) B) (18 ; 15) C) (18 ; 13)
D) (9 ; 9) E) (-6 ; -3)

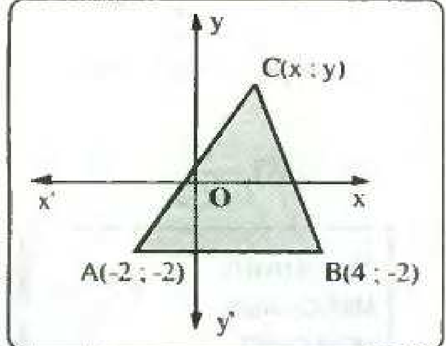
Problema 4: Decir que tipo de triángulo es el que resulta de unir los puntos A (3 ; 4); B (-2 ; -1) y C (4 ; 1)

A) Isósceles B) Equilátero
C) Oblicuángulo D) Rectángulo
E) Ninguna

Problema 5: Al unir los puntos: A (2 ; 4); B(6; 2); C (8 ; 6) y D(4 ; 8) resulta un:

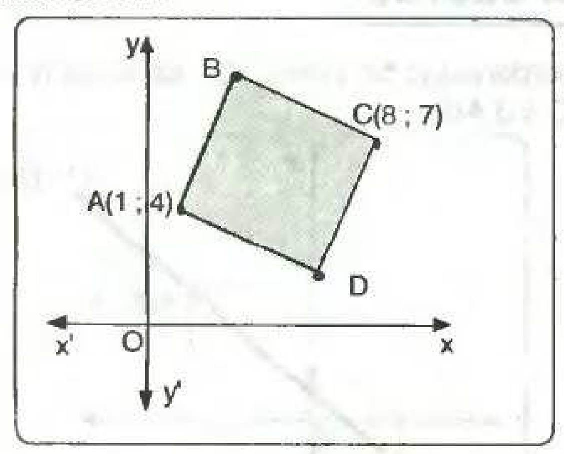
A) Cuadrado B) Rectángulo
C) Trapecio D) Paralelogramo
E) Ninguna

Problema 6: En la figura mostrada: Hallar las coordenadas vértice "C" del triángulo ABC; sabiendo que es isósceles (AC = CB = 5 unidades).



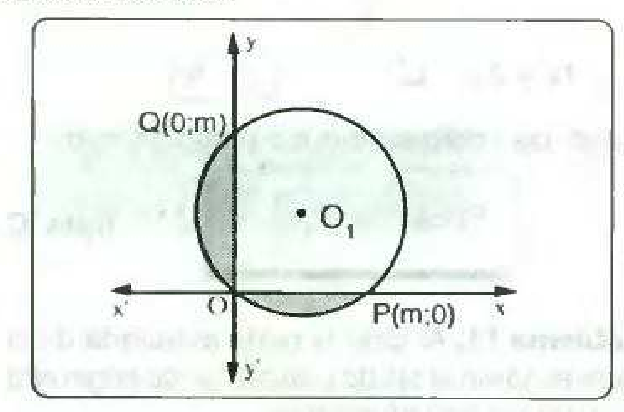
A) (3 ; 2)
B) (2 ; 3)
C) (1 ; 2)
D) (2 ; 1)
E) (4 ; 3)

Problema 7: En la figura. Hallar el área del cuadrado ABCD.



A) 27 u^2 B) 29 u^2 C) 32 u^2
D) 40 u^2 E) Faltan datos

Problema 8 : En la siguiente figura calcular el área sombreada:



A) $\frac{m^2}{2}(\pi-2)\ u^2$ B) $\frac{m^2}{3}(\pi-2)\ u^2$

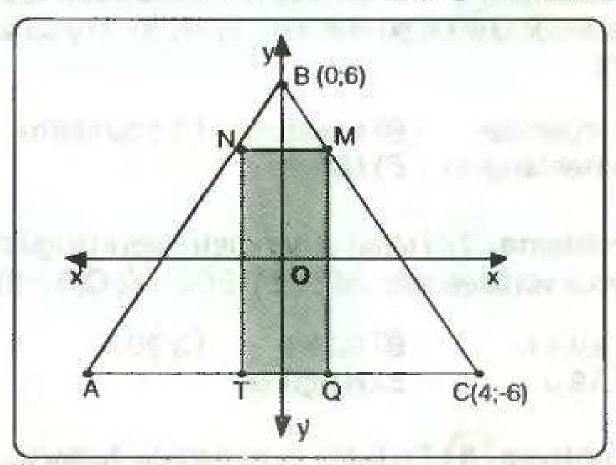
C) $\frac{m^2}{4}(\pi-2)\ u^2$ D) $m^2(\pi+2)\ u^2$

E) Ninguna

Problema 9 : Hallar las coordenadas de los vértices de un triángulo sabiendo que las coordenadas de los puntos medios de sus lados son: (-2 ; 1) ; (5 ; 2) y (2 ; -3)

A) (1 ; 6); (9 ; -2); (-5 ; -4)
B) (-4 ; 2) ; (10 ; 4) ; (4 ; -6)
C) (1 ; 6) ; (-9 ; -2); (-5 ; 4)
D) (1 ; -6) ; (9 ; -2) ; (-5 ; -4)
E) Ninguna

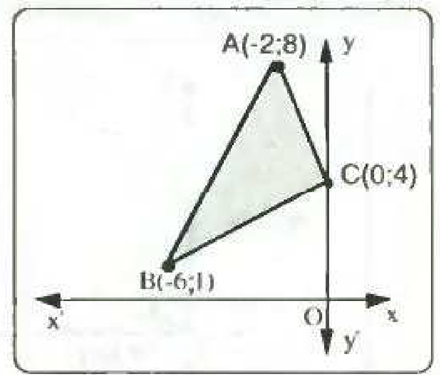
Problema 10 : El Δ ABC que se muestra en la figura: es isósceles, siendo AB = BC, además "P" es punto medio de BC y "M" es punto medio de BP. Calcular el área del rectángulo MNTQ.



A) 9 u^2 B) 12 u^2 C) 15 u^2
D) 18 u^2 E) 24 u^2

Problema 11 : En la figura mostrada. Hallar el área del triángulo ABC

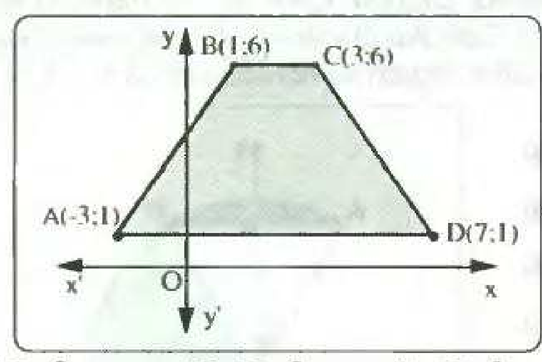
A) 13 u^2
B) 14 u^2
C) 15 u^2
D) 18 u^2
E) Ninguna



Problema 12 : Hallar el punto de abscisa 3 que diste 10 unidades del punto (-3, 6)

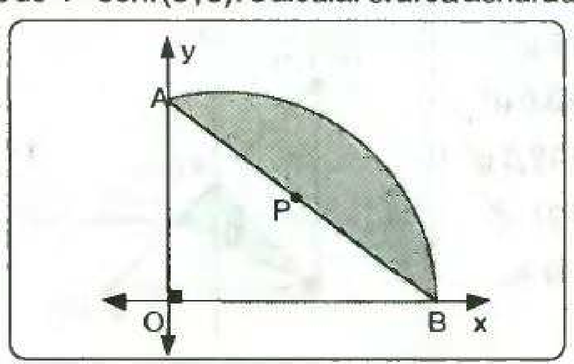
A) (3 ; -2) B) (3 ; 14) C) (3 ; 12)
D) (3 ; -1) E) A ó B

Problema 13 : En la figura mostrada. Hallar el área del trapecio ABCD (AB = CD)



A) 30 u^2 B) 32 u^2 C) 18 u^2
D) Faltan datos E) Ninguna

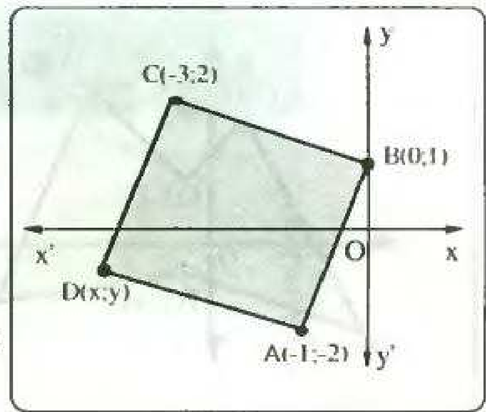
Problema 14 : Si: AOB es un cuarto de circulo, donde "P" es punto medio de AB, las coordenadas de "P" son: (3 ; 3). Calcular el área achurada.



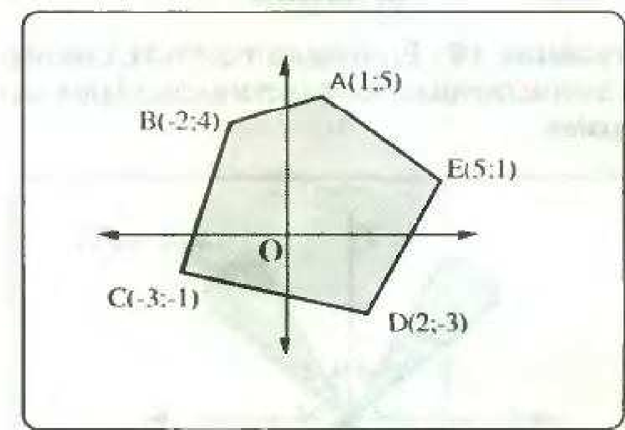
A) $(9\pi - 2)$ u^2 B) $9(\pi - 1)$ u^2 C) $(9\pi - 4)$ u^2
D) $9(\pi - 2)$ u^2 E) N.A.

Problema 15 : La figura mostrada es un paralelogramo. Hallar las coordenadas del vértice "D"

A) (-3 ; -1)
B) (-4 ; -2)
C) (-4 ; -1)
D) (-3 ; -2)
E) Ninguna

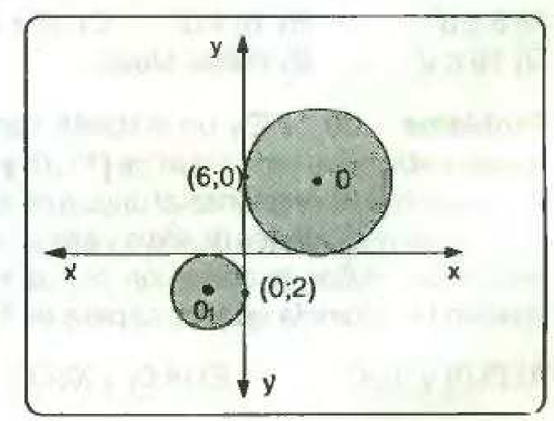


Problema 16 : Hallar el área del pentagono, que se muestra en la figura.



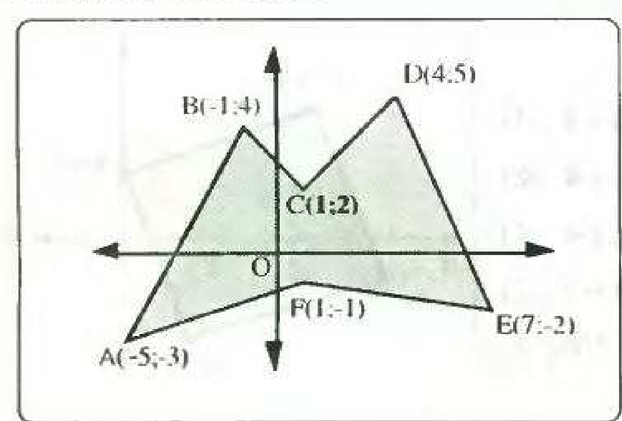
A) 40 μ^2 B) 36 μ^2 C) 38 μ^2
D) 46 μ^2 E) Ninguna

Problema 17 : Calcular la distancia entre los Centros de los circulos que se muestran en la figura.



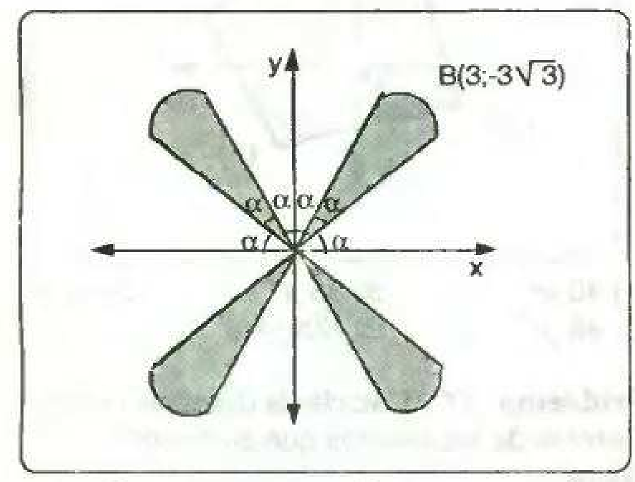
A) $4\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{2}$ C) $8\sqrt{2}$
D) $10\sqrt{2}$ E) Ninguna

Problema 18 : Hallar el área del exágono, que se muestra en la figura:



A) 40 u^2 B) 44 u^2 C) 52 u^2
D) 60 u^2 E) Ninguna

Problema 19 : En la figura mostrada. Calcular el área achurada si los 4 sectores circulares son iguales.

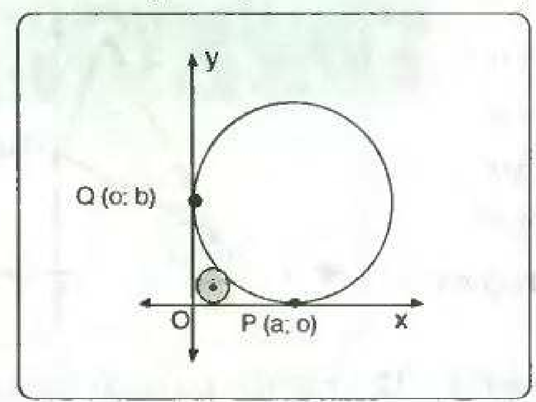


A) 8 π u^2 B) 10 π u^2 C) 12 π u^2
D) 15 π u^2 E) Faltan Datos.

Problema 20 : En un instante dado dos móviles ubicados en los puntos (11, 0) y (0, 16) se mueven en direcciones al origen de coordenadas con velocidades de 4m/s y 6m/s., respectivamente. Hallar la ubicación de los móviles cuando la distancia que los separa es 5.

A) (3;0) y (0;4) B) (4;0) y (0;5)
C) (5;0) y (0;3) D) (6;0) y (0;4)
E) Ninguna

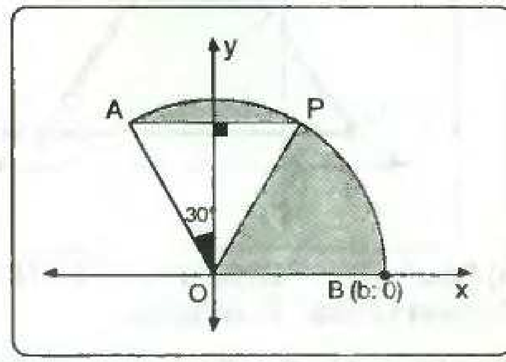
Problema 21: En la figura mostrada: Calcular el radio del círculo sombreado si: P y Q Son puntos de Tangencia; además: PQ = $4\sqrt{2}\mu$.



A) $4(2 + 3\sqrt{2})\ \mu$ **B)** $4(3 + 2\sqrt{2})\ \mu$
C) $4(3 - 2\sqrt{2})\ \mu$ **D)** $2(6\sqrt{2} + 1)\ \mu$
E) Ninguna Anterior.

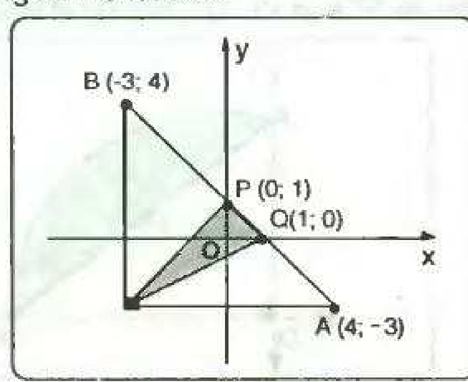
Problema 22: En la figura mostrada: OAB; Es un sector circular, OAP Es un triángulo equilátero. Calcular el valor de "b"; sabiendo que el área de la región sombreada es: $3(4\pi - 3\sqrt{3})\ \mu^2$.

A) 4μ
B) 5μ
C) 6μ
D) 7μ
E) 8μ

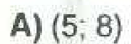


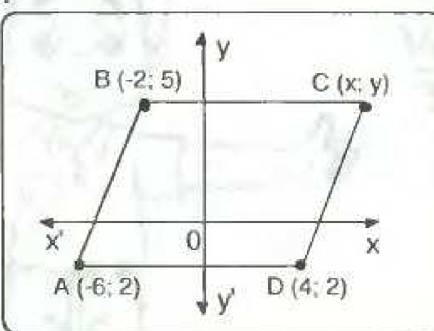
Problema 23: En la figura mostrada. Calcular el área de la región Achurada.

A) 7 μ^2
B) 3,5 μ^2
C) 12,5 μ^2
D) 21 μ^2
E) N.A.



Problema 24: en la figura mostrada: Calcular las coordenadas del vértice "C"; si: ABCD, es un paralelogramo.





A) (5; 8)

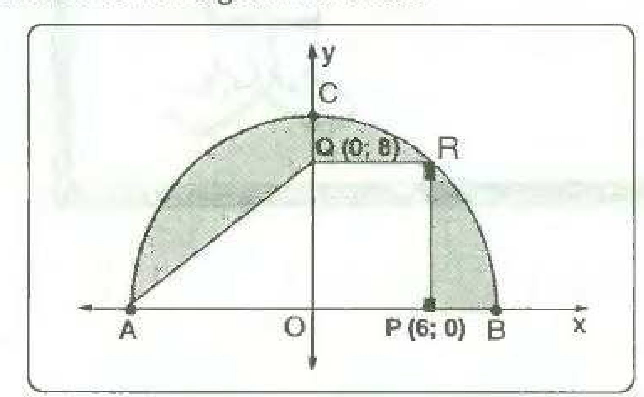
B) (8; 5)

C) (6; 2)

D) (7; 3)

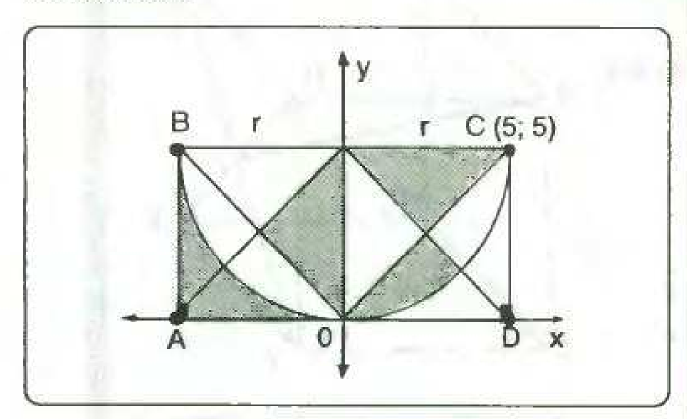
E) (10; 5)

Problema 25: En la figura mostrada: ACB es un semicírculo; OQRP es un rectángulo. Calcular el área de la Región Achurada.



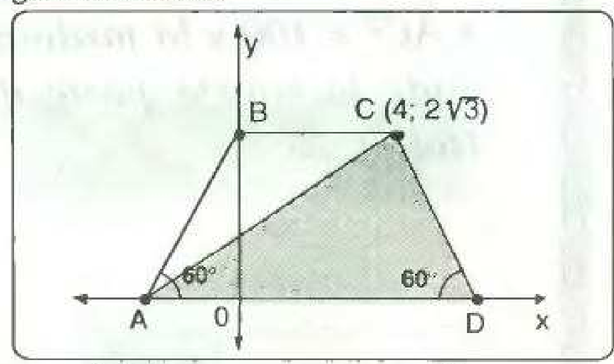
A) $2(22 - 12{,}5\pi)\ \mu^2$ **B)** $4(12{,}5 - 11)\ \mu^2$
C) $4(12{,}5\pi - 22)\ \mu^2$ **D)** $(12{,}5\pi - 88)\ \mu^2$
E) N. A.

Problema 26: En la figura mostrada: BOC es un semicírculo, Calcular el área de la región sombreada.



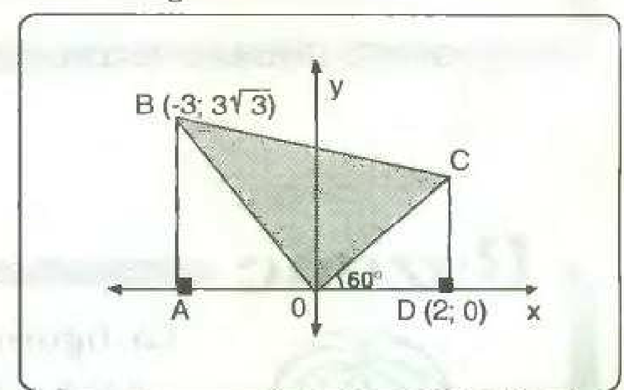
A) $\dfrac{25}{4}(10 - \pi)\ u^2$ **B)** $2{,}315\ (5 - \pi)\ u^2$
C) $3{,}125\ (10 - \pi)\ u^2$ **D)** $3{,}125\ (2\pi - 5)\ u^2$
E) Ninguna Anterior.

Problema 27: En la figura mostrada: ABCD es un trapecio Isósceles calcular el perimetro de la región Achurada.



A) $4(2\sqrt{3} + 1)$ **B)** $6(2 + \sqrt{3})$
C) $12(1 + \sqrt{3})$ **D)** $4(3 + \sqrt{3})$
E) Ninguna Anterior

Problema 28: En la figura mostrada: Calcular el área de la región Achurada.



A) $8\sqrt{3}\ u^2$ **B)** $6\sqrt{3}\ u^2$
C) $12\sqrt{3}\ u^2$ **D)** $18\sqrt{3}\ u^2$
E) Ninguna Anterior.

CLAVE DE RESPUESTAS

1. A	2. A	3. B	4. D
5. A	6. C	7. B	8. C
9. A	10. D	11. C	12. E
13. A	14. D	15. C	16. A
17. C	18. B	19. C	20. A
21. C	22. C	23. B	24. B
25. C	26. C	27. D	28. B

Razone

En el triánguo ABC donde: $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 100$ *y la mediana* $\overline{AM}$ *mide la cuarta parte de* $\overline{BC}$. *Hallar:* $\overline{BC}$.

Respuesta: **$4\sqrt{10}$**

Razone

La figura mostrada: ABCDEFGH es un cubo. $BP = \sqrt{6}$ cm "P" esta ubicado en el centro de la cara HDEF.

Calcular el área del cubo.

Respuesta: **24 cm^2**

RAZONAMIENTO LOGICO - MATEMATICO 30

- *Las cuestiones que vamos a plantearle hoy sólo requieren un poco de ingenio, lógica y algunos conocimientos aritméticos, algebraicos y geométricos. Si consigue responder acertadamente, demostrará poseer una mente ágil. Pero aunque asi no sea, pasará un rato entretenido, lo que, al fin y al cabo, es lo más importante.*

***Problema* (1):** En un cajón se colocan 2 pares de guantes rojos, 2 pares de guantes negros y 2 pares de guantes blancos. ¿Cuál es el número mínimo de guantes que debe extraerse sin ver, para estar seguro que se pueda tener dos pares del mismo color. (Nota: cada par debe ser rojo; blanco ó negro).

A) 4 B) 5 C) 7 D) 6 E) 8

***Problema* (2) :** En una caja hay 10 pares de guantes de color marrón y 10 pares de color negro. ¿Cuántos guantes deben sacar como mínimo necesariamente para conseguir 1 par de guantes del mismo color?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 11 E) 4

***Problema* (3) :** Una urna contiene 13 bolas negras, 12 rojas y 7 blancas. La menor cantidad que debe sacar para obtener al menos una de cada color es:

A) 20 B) 25 C) 26 D) 21 E) 5

***Problema* (4) :** Al final de la mañana se habian pescado 484 peces. El número de peces que tenia cada pescador era igual al número de pescadores. ¿Cuántos pescadores había?

A) 242 B) 24 C) 22

D) 48 E) N.A.

***Problema* (5) :** El monte negro está al este del cerro blanco, el rio azul está al este del monte negro; la casa roja está al este del cerro blanco pero al oeste del rio azul. ¿Quién está más al este?

A) El rio azul B) El monte negro

C) El cerro blanco D) La casa roja

E) Impreciso

***Problema* (6) :** Si a un número se le aumenta 1/5 de su valor, y luego 1/4 del nuevo valor. ¿Qué porcentaje total aumentó?

A) 35% B) 20% C) 50%

D) 45% E) 75%

***Problema* (7) :** Un padre de familia da a su hijo a escribir una serie de palabras con la condición que si escribe una palabra le da "x" soles, si escribe dos palabras le da "xx" soles, si escribe tres palabras le da "xxx" soles, y asi sucesivamente. Si el niño ha escrito "a" palabras, habrá recibido:

a) ax B) x/a C) 10x

D) x^a E) Ninguna

***Problema* (8):** Desde cierto paradero se transportan 300 pasajeros en 4 microbuses. ¿Cuántos micros se deben aumentar para que por cada 3 micros se transporten 90 pasajeros?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

***Problema* (9):** Un fusil automático puede disparar 7 balas por segundo. ¿Cuántas balas dispará en 1 minuto?

A) 419 B) 420 C) 421

D) 340 E) 361

Problema (10): Un reloj da 5 campanadas en 8 segundos. ¿En cuántos segundos dará 10 campanadas?

A) 16 B) 17 C) 18

D) 1 E) N.A.

Problema (11): En 7 horas 30 minutos una costurera puede confeccionar un pantalón y tres camisas; ó 2 pantalones y una camisa. ¿En cuánto tiempo puede confeccionar un pantalón y una camisa?

A) 3 horas B) 3 horas 30 min.

C) 4 horas D) 4 horas 30 min.

E) 5 horas.

Problema (12): En un tornero de ajedrez participan 60 personas donde todas compiten una vez y se observa que el número de partidas ganadas es igual al número de partidas empatadas. ¿Cuántos jugadores terminaron empatados?

A) 10 B) 15 C) 30 D) 25 E) 20

Problema (13): Si tengo en una caja azul con 6 cajas rojas dentro y 2 cajas verdes dentro de cada una de las rojas, el total de cajas es:

A) 23 B) 15 C) 22 D) 43 E) 19

Problema (14): En un almacén hay 6 cajas; en cada una de ellas hay 3 cajas más pequeñas; y en cada una de estás hay 2 cajas aún más pequeñas. El número total de cajas es:

A) 33 B) 36 C) 30 D) 42 E) 60

Problema (15): Utilizando los dígitos 3, 4, 5, 6, 7 y 8, coloque en cada circulo una de estas cifras de modo que formando un triángulo a base de circulos (3 circunferencias por lado), cada lado del triángulo sumen 18. La suma de los números ubicados en los vértices es:

A) 12 B) 21 C) 14 D) 17 E) 15

Problema (16): Una persona viajó en avión de Lima a Piura y regreso también en Línea Directa. Después de la mitad del recorrido; quedó dormida y; al despertar, le faltaba por recorrer la mitad del camino ya recorrido mientras dormia. ¿Qué distancia entre Lima y Piura viajó dormida?

A) 1/6 B) 1/4 C) 1/3

D) 1/2 E) 2/3

Problema (17): Un estudiante lee 50 páginas en una hora. Está ya en la página 100 de un libro de 600 páginas, 2 retratos y una dedicatoria. Para llegar a la mitad del libro, el número de horas que necesita es:

A) 4 B) 3 C) 2,5 D) 1,5 E) 6

Problema (18): Se tiene una escalera cuya base es de 9 metros y cuya altura es de 6 metros el paso mide 20 cm. y el contrapaso 30 cm. ¿Cuántos pasos y cuántos contrapasos tiene la escalera?

A) 20 y 35 B) 12 y 18 C) 45 y 20

D) 45 y 18 E) 20 y 45

Problema (19): Una persona sube una escalera con el curioso método de subir 5 escalones y bajar 4, si en total subió 75 escalones. ¿Cuántos escalones tiene la escalera?

A) 75 B) 79 C) 19 D) 15 E) 70

Problema (20): Se tiene una cinta de medida graduada erroneamente de tal manera que cuando "mide" 100 cms en realidad esta midiendo 98 cms ¿Cuál es la verdadera longitud de una distancia que "medida" con dicha cinta, de 1 225 cms

A) 1 230 cms B) 1 250 cms

C) 1 200,5 cms D) 1 260 cms

E) más de 1 260 cms

Problema (21): Una receta exige 4 litros de

agua. Si tuvieras una jarra de 4 litros no habría problema. Pero no posee más que 2 jarras sin graduar, una de 5 litros y otra de 3. ¿Es posible medir los 4 litros que necesitamos?

A) Es posible

B) No es posible

C) Sólo en forma aproximada

D) No se puede responder

E) Pregunta mal formulada

Problema (22): Nataly y Vanessa están en un sube y baja balanceándose, apoyado en su centro punto a 5,5 metros por encima del suelo y a 5 metros de la vereda que rodea el campo deportivo. ¿Cuál es la mayor altura a la que puede llegar Vanessa, respecto al suelo?

A) 5,5 m B) 10,5 m C) 0,5 m

D) 11 m E) 15,5 m

Problema (23): En una circunferencia se ubican veinte puntos distintos. ¿Cuántos arcos se pueden formar con dichos puntos?

A) 400 B) 190 C) 200

D) 380 E) 420

Problema (24): Manuel emplea 3,5 horas para pintar un círculo de 50 cm de radio. ¿Cuánto tiempo emplea para pintar un círculo de 1 m de radio?

A) 7 h B) 9 h C) 8 h

D) 14 h E) 12 h.

Problema (25): Un guardián gana S/. x por cada hora de trabajo e S/. y por cada hora después de la media noche. Si empieza a trabajar a las 9 pm. y trabaja "T" horas, siendo T > 3. ¿Cuánto cobra por el trabajo?

A) xT + y B) T(x + y)

C) 3x + y (T – 3) D) 3x + Ty E) N.A.

Problema (26): Si una bacteria se cuadrúplica por cada minuto transcurrido. ¿Qué hora fue cuando llevaba 1/16 del volumen de un frasco; si a las 4 p.m. quedo lleno?

A) $\left(2\frac{1}{4}\text{ h}\right)$ pm B) $\left(3\frac{1}{4}\text{ h}\right)$ pm

C) (3h 50 min) pm D) (3h 58 min) pm

E) Ninguna

Problema (27): Un triciclo de carga lleva 3 ó 4, ó 5 bultos en un viaje. Cada bulto pesa no menos de 125 Kg y no más de 250 Kg. ¿Cuál es el peso mínimo de los bultos en un solo viaje?

A) 375 Kg B) 600 Kg C) 625 Kg

D) 750 Kg E) 1 250 Kg.

Problema (28): ¿Cuántas hojas de papel de "a" cm por "b" cm, pueden obtenerse de una hoja de "3a" cm por "8b" cm?

A) 48 B) 12 C) 24

D) $4a^2b^2$ E) Faltan datos

Problema (29): Un tubo de 8 cm de diámetro conduce un volumen determinado de agua. ¿Cuántas tubos de 2 cm de diámetro se necesita para conducir la misma cantidad de agua? (Nota: todos los tubos son del mismo tamaño).

A) 14 B) 6 C) 8 D) 10 E) 16

Problema (30): Una liebre perseguida por un perro, llevaba ya adelantados 90 saltos; y da 5 saltos mientras que el perro da 4; y como 7 saltos de la liebre equivalen a 5 del perro, se desea saber. ¿Cuántos saltos tendrá que dar el perro para alcanzarla?

A) 500 B) 400 C) 300

D) 450 E) 600

Problema (31): Un caracol sube por una escalera de 18 escalones, pero cada día por cada 3 escalones que sube, baja dos.

¿Cuántos dias tardará en subir la escalera?

A) 16 B) 15 C) 18

D) 17 E) Ninguna

Problema (32): Cada soldado de un destacamento recibe 18 panes por semana durante la guerra; pero como mueren 40 soldados ahora cada uno recibe 28 panes; si semanalmente se reparte la misma cantidad de panes. ¿Cuántos soldados quedan?

A) 112 B) 72 C) 152

D) 86 E) Ninguno

Problema (33): En un vagón habian 29 personas. En la primera estación bajarón 8 y subierón 5; en la segunda, bajaron 13 y subieron 10. ¿Con cuántas personas llegó el vagón a su destino?

A) 13 B) 26 C) 23 D) 21 E) 18

Problema (34): En una granja se encontraron los agricultores Grández, Mediano y Pequeño. "Es curioso que pesemos 45, 65 y 95 Kg., pero ninguno de nosotros pesa de tal modo que hay relación directa con su apellido". dijo el que pesaba 65 Kg tiene razón dijo el señor Grández. ¿Cuánto pesaba el Señor pequeño?.

A) No se sabe B) 65 Kg C) 95 K

D) 45 Kg E) 80 Kg.

Problema (35): Un fumador, para satisfacer sus deseos de fumar, recogia colillas y con cada 4 de éstas hacia un cigarrillo. Un día cualquiera, solo pudo conseguir 25 colillas. ¿Cuál es la máxima cantidad de cigarrillos que pudo fumar ese día?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 1 E) 3

Problema (36): Manuel tiene 6 bandejas unas de alfajores y otras con cocadas; conteniendo 5, 6, 12, 14, 19 y 23 dulces de uno y otro tipo. ¿Qué bandeja deberá sacar del mostrador; para que la venta de alfajores sea el doble de la de cocadas?

A) 6 B) 14 C) 12 D) 19 E) 23

Problema (37): Si dentro de una caja hay 4 cajas pequeñas donde dos de ellas tiene 3 triángulos cada una y las otras dos tienen 4 bolas cada una; si además cada triángulo contiene una bolita y cada bola un triángulito. Determinar ¿Cuántos objetos tiene la caja?

A) 25 B) 28 C) 32 D) 30 E) 20

Problema (38): En la calle de una ciudad hay 10 postes de telégrafo si entre cada par de postes hay un cable. ¿Cuántos cables hay en total?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 100 E) 45

Problema (39): Al preguntar la edad de Manuel, este responde: mi edad, la de mi esposa y la de mi hija son 3 números primos. La suma de las 3 edades es 62 años; y mi edad es igual a la suma de sus edades. ¿Cuál es la edad de su esposa?

A) 31 años B) 29 años C) 23 años

D) 37 años E) 17 años

Problema (40): Un boligrafo de tinta líquida cuesta S/. 8 y un lapiz S/. 5. Se quiere gastar exactamente S/. 86 de tal forma que adquiramos la mayor cantidad posible de boligrafos y lápices. ¿Cuál es esta cantidad máxima?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 13 E) 18

Problema (41): Se tiene una balanza con dos platillos y varias pesas de 5 gr; 20 gr. y 100 gr. ¿Cuál sería la menor cantidad de pesas a usar para pesar 3/4 de kilo de manzanas?

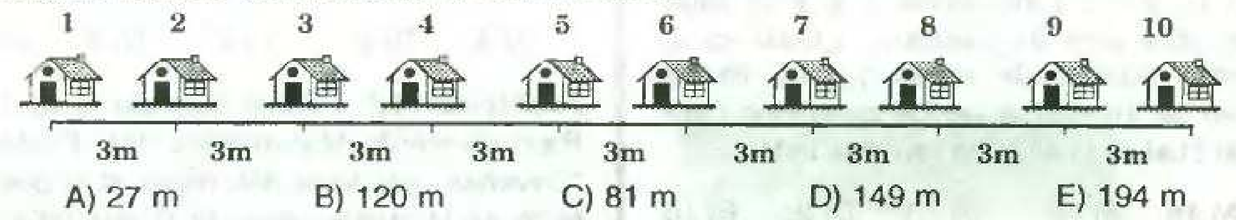
A) 11 B) 13 C) 14 D) 15 E) 18

Problema (42): ¿Qué número es media aritmética de su mitad y su cuadrado?

A) 1 B) 1,5 C) 2

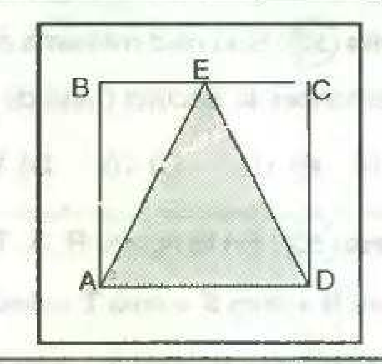
D) 2,5 E) 3,5

Problema (43) : Un cartero tiene que entregar cartas en cada una de 10 casas dispuestas en una fila igualmente espaciadas. Si se puede comenzar a entregar en cualquier casa. ¿Cuál es el máximo número de metros que puede recorrer?



A) 27 m B) 120 m C) 81 m D) 149 m E) 194 m

Problema (44) : Si el triángulo sombreado se desplaza hasta que el vértice "E" ocupe el centro del cuadrado de área 40 m^2. Hallar el área del triángulo que queda dentro del cuadrado. (El desplazamiento de la base AD del triángulo AED es paralelo al lado BC del cuadrado).



A) 40 m^2 B) 30 m^2 C) 20 m^2

D) 10 m^2 E) 5 m^2

Problema (45): Si Juana es joven, entonces Rosa es vieja. Si Rosa no es joven, entonces Martha no es joven. Martha es joven. Luego podemos concluir que:

A) Juana es joven B) Rosa es joven C) Juana es vieja

D) Rosa es vieja E) Juana no es joven

Problema (46): Los caramelos se venden en "M" colores diferentes. ¿Cuál es el número mínimo que debe comprar un niño si quiere estar seguro de tener por lo menos "N" del mismo color? (M > N)

A) N(M - 1) + 1 B) M(N – 1) + 1

C) M(N + 1) – 1 D) N·M

E) N(M + 1) – 1

Problema (47) : En un cuarto oscuro hay un cajón el cual contiene "a" bolas negras, "2b" bolas verdes y "3c" bolas rojas. ¿Cuántas bolas como mínimo debo sacar para obtener una de cada color? (a > 2b > 3c).

A) 2ab - 1 B) 2ab + 1 C) 6abc

D) 6bc + 1 E) 6bc - a

Problema (48): Una caja contiene "P" bolas rojas, "Q" blancas y "R" azules si se extraen al azar, ¿Cuál es el mínimo número de bolas que deben sacarse para tener la certeza que haya cuando menos dos bolas de colores diferentes? (P > R > Q)

A) PR – Q B) PR + 1 C) P + 1

D) Q + 1 E) PQR – 1

Problema (49) : Una secretaria tiene que escribir 20 oficios (Documento) para escribir cada oficio le toma 7 minutos. Si debe salir a las 4 pm. ¿Cuál es la hora a la que debe comenzar y aún términar a tiempo?

A) 1: 20 p.m. B) 1:40 p.m C) 1:30 p.m

D) 1:45 p.m E) 2:10 p.m.

Problema (50): Se tiene un cajón de 0,50 m de alto por 0,80 m de largo por 0,30 m de fondo. ¿Cuál es el máximo número de libros de 0,30 m por 0,16 m por 0,05 m que se pueden guardar en él?

A) 16 B) 25 C) 30 D) 40 E) 50

Problema (51): Hay 5 candados de marcas A, B, C, D y E y tres llaves **x, y, z.** Si cada llave abre solo un candado. ¿Cuál es el número máximo de veces que las llaves deben de insertarse en los candados para saber cual es la llave de que candado?

A) 15 B) 12 C) 20 D) 25 E) 10

Problema (52): Si la diez milésima parte de "x" es 1/y, entonces la décima parte de $\sqrt{xy}$ es:

A) 10^2 B) 10 C) 10^{-1} D) 10^{-2} E) 1

Problema (53): En la figura, R, S, T y P son triángulos equiláteros,entonces la relación válida es:

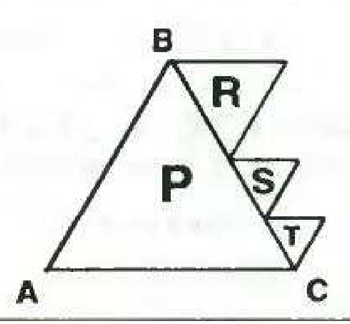
A) área **R** + área **S** + área **T** = área **P**

B) área **R** · área **S** · área **T** = área **P**

C) Perímetro **R** + Perímetro **S** + Perímetro **T** = Perímetro **P**

D) Perímetro **R** · Perímetro **S** · Perímetro **T** = 27 Perímetro **P**

E) Perímetro **T** + Perímetro **S** – Perímetro **R** = 1/9 Perímetro **P**



Problema (54) : Se tiene 36 bolas de un mismo tamaño y de un mismo peso a excepción de una bola que pesa más. Empleando una balanza de dos platillos. Cuántas pesadas deben hacerse como mínimo para determinar esa bola?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Problema (55) : El costo de fabricación de un par de zapatos oscila entre 24 y 32 soles y el precio de venta entre 40 y 52 soles. ¿Cuál es la máxima ganancia que se puede obtener en 50 pares de zapatos?

A) 1 000 soles B) 400 soles

C) 1 400 soles D) 1 800 soles E) N.A.

Problema (56) : Cinco pasajeros: Un hombre y su esposa, acompañados por sus dos hijos mellizos y un perro, tenían que cruzar un río, pero su bote sólo podía transportar 80 kilogramos. El hombre pesaba 80 kilogramos justos, y lo mismo su esposa. Los dos niños pesaban 40 Kg, cada uno y el perro 10 Kg. ¿Cuántos viajes hicieron para cruzar todos?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 3 E) 2

Problema (57) : Estoy leyendo el libro de Razonamiento Matemático del Profesor "Coveñas" que tiene 350 hojas; si lo que he leído es la cuarta parte de lo que falta por leer. ¿Cuál es la próxima página que leeré?

A) 140 B) 141 C) 142

D) 560 E) 561

Problema (58) : ¿Cuál es el máximo número de botellas de cerveza que pueden colocarse en una mesa de 240 cm por 80 cm. Si cada botella de cerveza tiene una circunferencia de 4π cm. La mesa es de forma rectángular.

A) 200 B) 120 C) 400

D) 300 E) 600

Problema (59) : El famoso Mauro Mina en sus mejores épocas era capaz de lanzar 6 golpes por segundo. ¿En cuánto tiempo lanzaba 36 golpes?

A) 5 segundos B) 6 segundos

C) 7 segundos D) 8 segundos

E) 9 segundos

Problema (60) : Un triángulo equilátero tiene 32 cm^2 de área, si sus lados se duplican en su longitud, el área del nuevo triángulo equilátero sería:

A) 64 cm^2 B) 182 cm^2 C) 128 cm^2
D) 218 cm^2 E) 48 cm^2

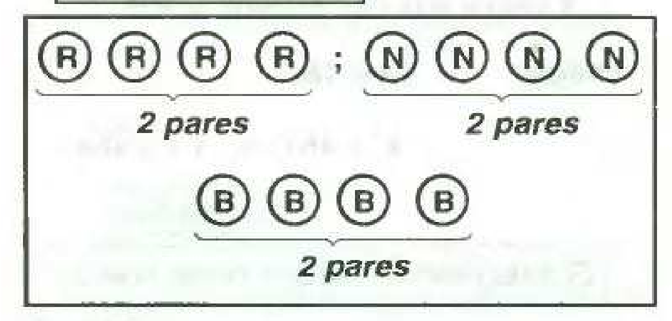
Resolución de los problemas de Razonamiento Lógico - Matemático

Problema (1) : Como hay tres colores diferentes, si saca 3 guantes hay la posibilidad de que sean de diferente color, con un guante más que saquemos, tendremos la seguridad de tener un par del mismo color, sacando 2 más pueden ser que sean del mismo color del par que ya tenemos, con uno más si tendremos la seguridad de repetir un par del mismo color.

Luego:

Necesitamos sacar: 3 + 1 + 2 + 1 = 7 cuando menos para tener seguridad de tener 2 pares de guantes cada par del mismo color osea: rojo, blanco ó negro.

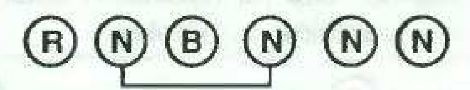
Método Ilustrativo:



- primera posibilidad es que salgan 3 de diferente color.

- Sacando un guante más; hay la posibilidad que sea de cualquier de los tres colores, suponiendo que es negro; tendremos:

- Ahora sacamos 2 guantes más; siendo estas en el peor de los casos de color negro.



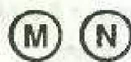
- Volvemos a sacar un guante más, éste puede ser de color rojo o blanco puesto que los de color negro ya se agotaron, suponiendo que el que se saca es de color rojo, tendríamos:

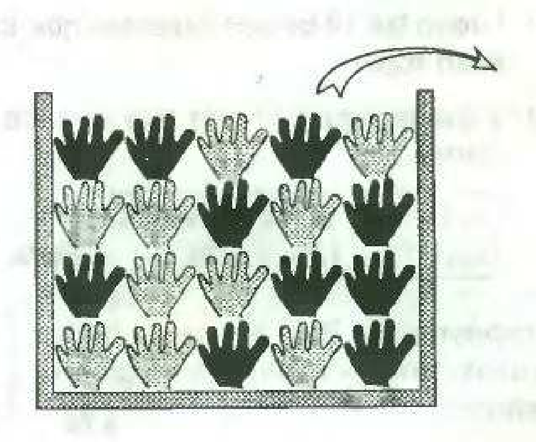
Como se observará ya conseguimos los pares de guantes del mismo color osea: **2 negros y 2 rojos.**

Rpta.C

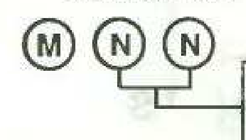
Problema (2):

- En primer lugar sacamos 2 guantes, pudiendo ser estos en el peor de los casos de diferente color; osea:





- Ahora sacamos un guante más; pudiendo ser éste de color marrón o negro, suponiendo que es de color negro, tendríamos:



ya tenemos el par de guantes del mismo color

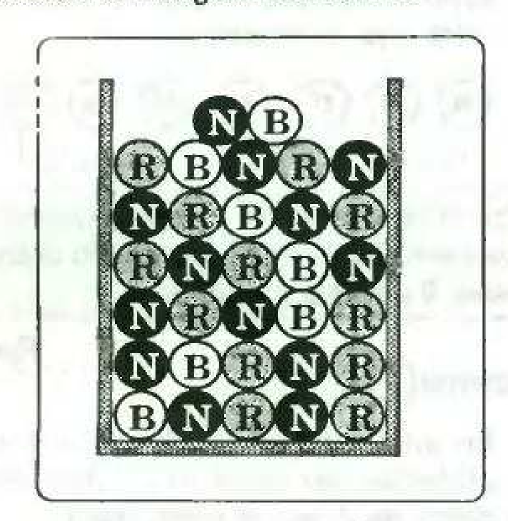
Luego:

Para tener un par de guantes del mismo color es necesario sacar como mínimo 3 guantes.

Rpta.B

Problema (3):

- Para obtener por lo menos una de cada color debe procederse en el peor de los casos de la siguiente manera:



- que las primeras 13 bolas que se sacan sean todas negras.
- Luego las 12 bolas siguientes que todas sean rojas.
- y que la siguiente bola que se saca sea blanca.

∴ El total de bolas extraidas son: 13 + 12 + 1 = 26 *Rpta. C*

Problema (4): Este tipo de problema se analiza de la siguiente manera:

1 pescador pescará **1** pez

$$\# \text{ de peces} = 1 \cdot 1$$

2 pescadores pescaron **2** peces cada uno

$$\# \text{ peces} = 2 \cdot 2$$

3 pescadores pescaron **3** peces cada uno

$$\# \text{ peces} = 3 \cdot 3$$

⋮

"x" pescadores pescaron **"x"** peces cada uno

$$\# \text{ peces} = x \cdot x$$

Por dato:

$$\underbrace{\# \text{ peces que se pescaron}} = 484$$

Luego: $x \cdot x = 484$

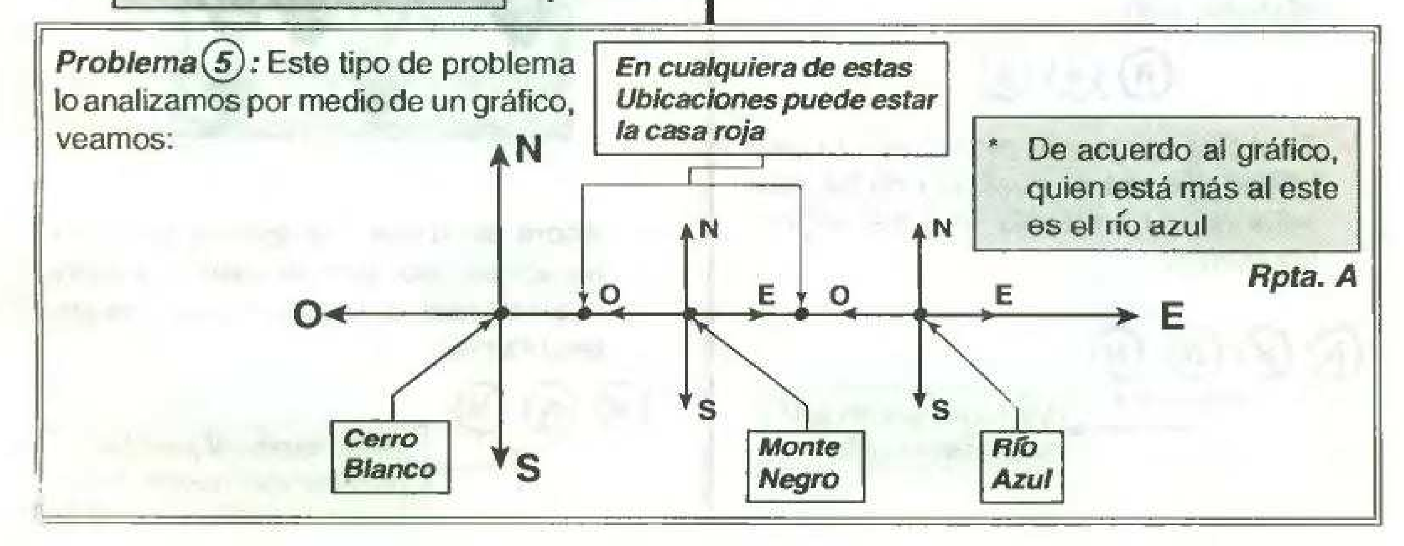
$$x^2 = 484 \Rightarrow x = \sqrt{484}$$

$$\therefore \; x = 22$$

∴ El # de pescadores que había eran 22

Rpta. C

Problema (5): Este tipo de problema lo analizamos por medio de un gráfico, veamos:



* De acuerdo al gráfico, quien está más al este es el río azul

Rpta. A

Problema **(6)** ***:*** Sea el número inicial = N

- Se le aumenta $\frac{1}{5}$ de su valor, obteniendo:

$$N + \frac{1}{5}N = \frac{6}{5}N \quad \textit{(Nuevo valor)}$$

Luego, se aumenta $\frac{1}{4}$ de su nuevo valor obteniendo:

$$\frac{1}{4}\left(\frac{6}{5}N\right)$$

El aumento total sería:

$$\frac{1}{5}N + \frac{1}{4}\left(\frac{6}{5}N\right) = \frac{1}{5}N + \frac{3}{10}N$$

$$= \frac{2N + 3N}{10} = \boxed{\frac{5N}{10}}$$

Ahora convertimos los $\boxed{\frac{5N}{10}}$ a porcentaje, para eso sólo nos basta multiplicarlo por el 100%, veamos:

Porcentaje total de aumento:

$$\boxed{\frac{5N}{10}} \cdot 100\% = 50\%N \quad \textbf{\textit{Rpta. C}}$$

Problema **(7)*****:*** Este tipo de problema de la siguiente manera:

Escribe 1 palabra recibe "x" soles = x^1

Escribe 2 palabras recibe "xx" soles = x^2

Escribe 3 palabras recibe "xxx" soles = x^3

⋮

Escribe "a" palabras recibe = x^a

Rpta. D

Problema **(8)** ***:*** Al decir que por cada 3 micros se transporten 90 pasajeros, esto quiere decir que 1 micro transportará = $\frac{90}{3}$ pasajeros = 30.

Si: 1 micro transporta 30 pasajeros.

x ⟵ 300 pasajeros

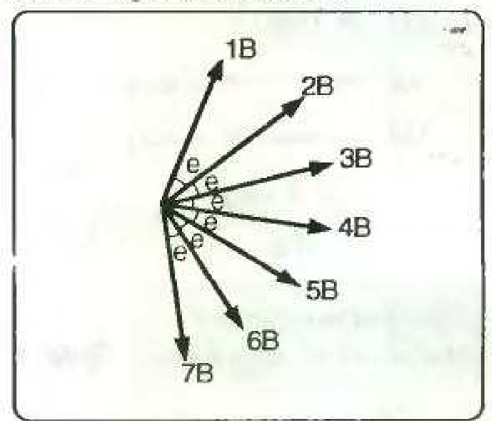
Por regla de tres:

$$x = \frac{300 \cdot 1}{30} = \boxed{10 \text{ micros}}$$

- Como sólo se contaba con 4 microbuses para transportar los 300 pasajeros y ahora necesitan 10 micros, esto quiere decir que hay que aumentar 6 micros.

Rpta. E

Problema **(9)*****:*** Para este tipo de problema, es recomendable que el alumno tenga presente el siguiente análisis.



- En los 7 disparos hay 6 espacios, en conclusión el números de espacios es siempre uno menos que el número de disparos.

Luego:

Si: 7 balas ⟶ 1 seg

6e ⟶ 1 seg

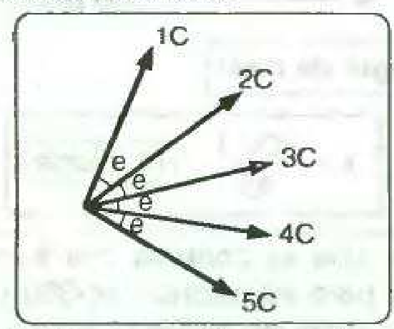
(x) ⟶ 1 minuto (seg)

Por regla de tres:

$$x = \frac{6e \cdot 60 \text{ seg}}{1 \text{ seg}} = 360e <> 361 \text{ balas}$$

$\therefore$ **En minuto disparará 361 balas** ***Rpta. E***

Problema (10): Graficamos de igual manera que el problema anterior.



- En las 5 campanadas hay 4 espacios

Luego: 5 campanadas ⟶ 8 seg

4e ⟶ 8 seg

10 campanadas ⟶ x seg

9e ⟶ x seg

Por Regla de Tres:

4e ⟶ 8 seg

9e ⟶ x seg

$$x = \frac{9\cancel{e} \cdot 8 \text{ seg}}{4\cancel{e}} = 18 \text{ seg}$$

$\therefore$ **10 campanadas se darán en 18 segundos** ***Rpta. C***

Problema (11): En primer lugar convertimos los 30 min. a horas.

$$30\,\text{min} = \cancel{30}\,\cancel{\text{min}} \cdot \frac{1\text{hora}}{\cancel{60}\,\cancel{\text{min}}} = \frac{1}{2}\text{hora} = 0{,}5\,\text{hora}$$

Luego:

7 horas 30 min = 7 horas + 0,5 horas

$\therefore$ **7 horas 30 min = 7,5 horas**

Del enunciado, del problema, obtenemos:

i) 1 pantalón + 3 camisas = 7 horas 30 min

$1p + 3c = 7{,}5\ h$ .... **(I)**

ii) 2 pantalones + 1 camisa = 7 horas 30 min

$2p + 1c = 7{,}5\ h$ .... **(II)**

Igualamos las ecuaciones **(I)** y **(II)**:

$1p + 3c = 2p + 1c \Rightarrow 2c = 1p$ ..... **(III)**

Reemplazamos **(III)** en **(I)**:

$2c + 3c = 7{,}5\ h$

$5c = 7{,}5\ h \Rightarrow 1c = 1{,}5\ h$

Reemplazamos el valor de "C" en **(I)**:

$1p + 3(1{,}5\ hrs) = 7{,}5\ h$

$\therefore 1p = 3\ h$

$\therefore$ El tiempo que emplea en confeccionar una camisa y un pantalón es:

$1c + 1p = 1{,}5\ h + 3h = 4{,}5\ h$

Rpta. D

Problema (12):

Sea: x = # de partidas ganadas
y = # de partidas empatadas

Por condición: $x = y$ .... **(I)**

Luego, hay que tener en cuenta que cada partida empatada o ganada reune a dos adversarios o personas.

 # de personas que participaron en las partidas ganadas + ***# de personas que participaron en las partidas empatadas*** = 60

$2x + 2y = 60$

sacamos mitad a cada término.

$x + y = 30$ .... **(II)**

Ahora reemplazamos **(I)** en **(II)**:

$y + y = 30$

$2y = 30 \Rightarrow$ $y = 15$ (# de partidas empatadas)

∴ El # de jugadores que terminaron empatadas son: $2y = 30$

Rpta. C

Problema (13):

Tengo una **caja azul** = 1

Dento de esta caja hay **6 rojas** = 6

Dentro de cada roja hay 2 verdes = 6×2 = 12

∴ El # total de cajas es: 1 + 6 + 12 = 19

Rpta. E

Problema (14):

En un almacén hay **6 cajas** = 6

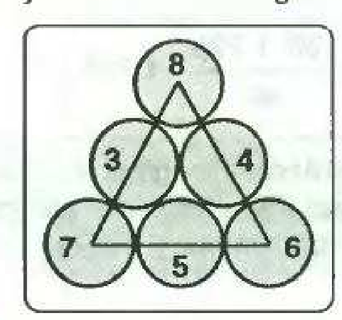
En cada una de ellas hay 3 cajas más pequeñas = 6×3 = **18 cajas** pequeñas

En cada una de estas hay 2 cajas aún más pequeñas = 18×2 = 36

∴ El # total de cajas es: 6 + 18 + 36 = 60

Rpta. E

Problema (15): La distribución de los dígitos 3, 4, 5, 6, 7 y 8 se hará de la siguiente manera.



- Como se observará las cifras de cada uno de sus lados suman 18, veamos.

8 + 3 + 7 = 18
7 + 5 + 6 = 18
8 + 4 + 6 = 18

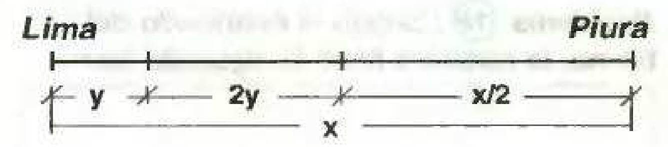
∴ La suma de los números ubicados en los vértices es: 7 + 8 + 6 = 21

Rpta. B

Problema (16):

Sea:
x = la distancia entre Lima a Piura
2y = La distancia recorrida dormida
y = lo que le falta recorrer

Para su mejor entendimiento, hacemos un gráfico:



Del gráfico, obtenemos:

$$y + 2y + \frac{x}{2} = x$$

$$3y = \frac{x}{2} \Rightarrow 2y = \frac{x}{3}$$

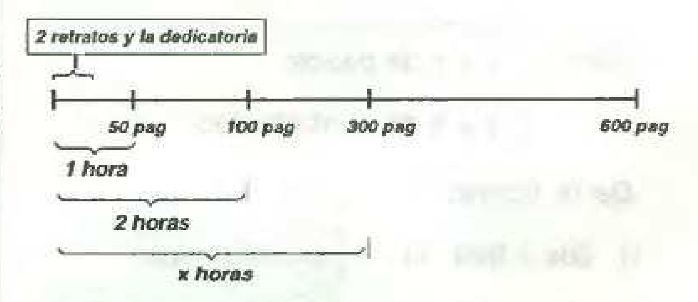
Tercera parte de la distancia total

Distancia que recorrio dormida

∴ La distancia que recorrió dormida es la tercera parte de la distancia total entre Lima y Piura.

Rpta. C

Problema (17): Para su mejor comprensión hacemos un gráfico:



Si el estudiante lee 50 páginas en 1 hora, 100 páginas las leerá en 2 horas.

*Luego por **Regla de Tres**, obtenemos que:*

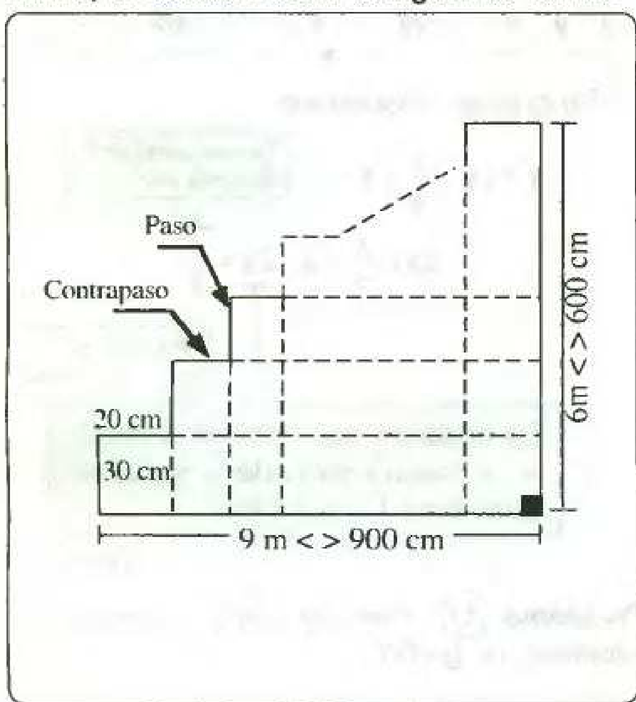
Si: 50 pag ⟶ 1 hora
300 pag ⟶ x

$$x = \frac{300 \cdot 1}{50} = 6 \text{ horas}$$

Como se observará para las primeras 300 páginas que representa la mitad del libro se necesitan 6 horas, pero como ya ha leido las primeras 100 páginas en 2 horas, esto quiere decir que para llegar a la mitad del libro sólo necesita: 6 hrs - 2hrs = 4 horas.

Rpta. A

Problema (18): Según el enunciado del problema, la escalera tiene la siguiente forma:



Sea: $\begin{cases} x = \# \text{ de pasos} \\ y = \# \text{ de contrapasos} \end{cases}$

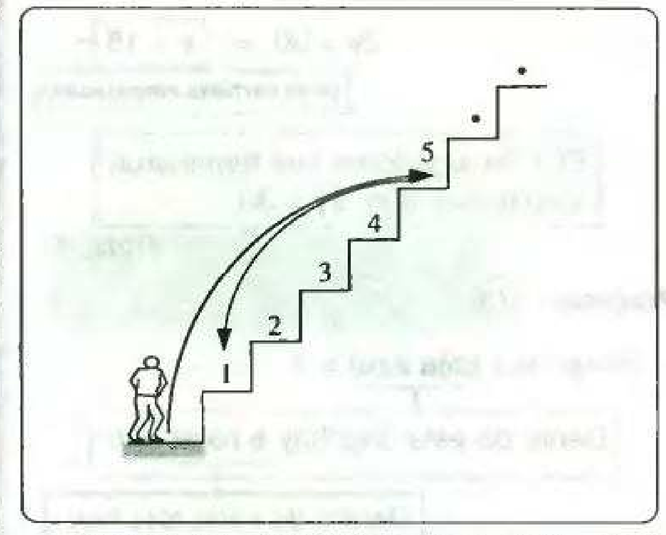
De la figura:

i) $20x = 900 \Rightarrow \therefore$ $x = 45$ pasos

ii) $30y = 600 \Rightarrow \therefore$ $y = 20$ contrapasos

$\therefore$ La escalera tiene 45 pasos y 20 contrapasos ***Rpta. C***

Problema (19): Para su mejor entendimiento hacemos el siguiente gráfico:



**) Sube 5 escalones y baja 4, quiere decir que cada operación sube 1 escalón.*

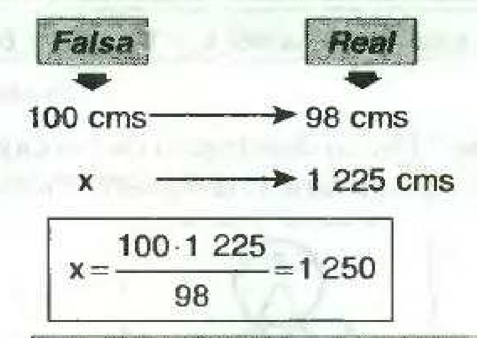
**) Como subio 75 escalones, quiere decir que la operación se repite 75 veces, pero en la última operación tuvo que bajar 4 escalones.*

Entonces:

La escalera tiene: 75 + 4 = 79 escalones

Rpta. B

Problema (20): Este problema se resuelve, aplicando una simple Regla de Tres:



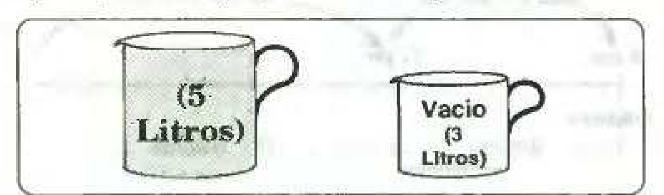
$$x = \frac{100 \cdot 1\,225}{98} = 1\,250$$

$\therefore$ La verdadera longitud de una distancia que "medida" con cinta de 1 225 cm es 1 250 cm

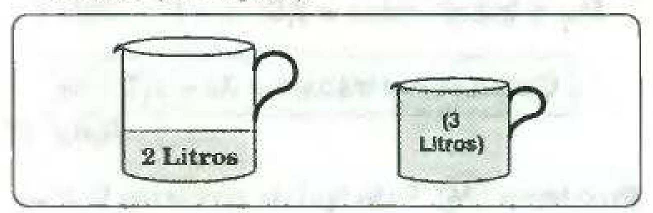
Rpta. B

Problema (21): Si es posible medir los 4 litros de agua que necesitamos, utilizando las dos jarras sin graduar, una de 5 litros y la otra de 3 litros, veamos

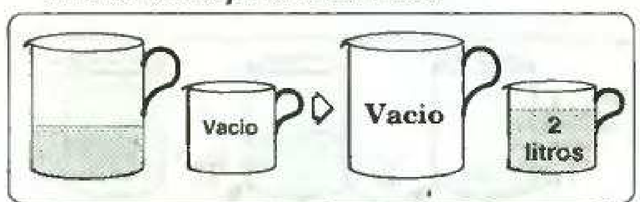
a) En primer lugar, llenamos la jarra de 5 litros.



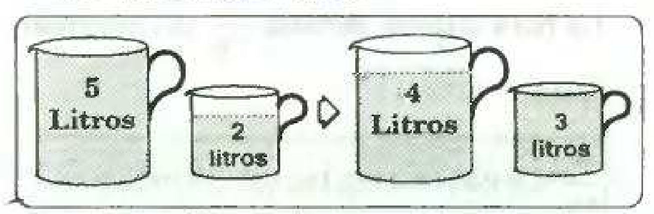
b) Vertimos el contenido de la jarra de 5 litros en la jarra de 3 litros, en la primer quedarán 2 litros (ver figura).



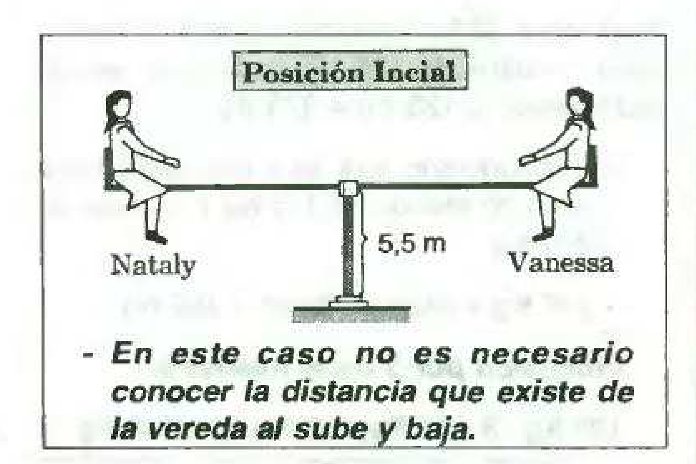
c) Vacia la jarra de 3 litros y vierte en ella los 2 litros de la jarra de 5 litros.



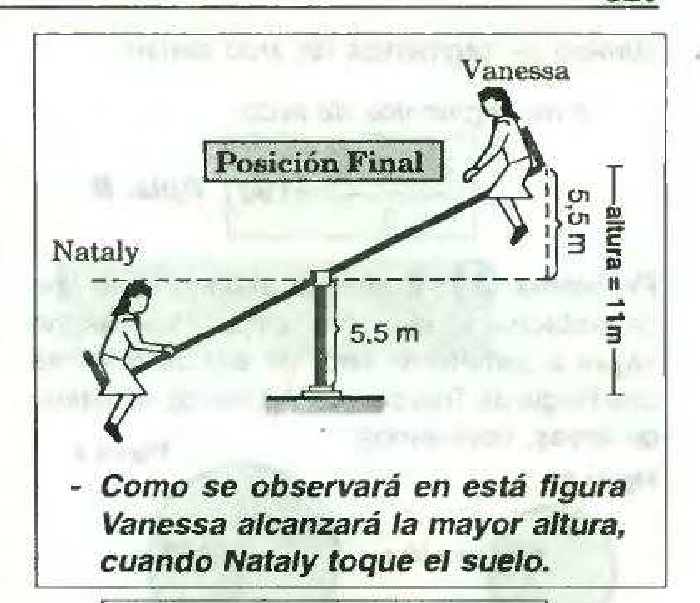
d) Lleva la jarra de 5 litros y vierte en la de 3; a la que; como contiene ya 2 litros sólo podrás agregar 1 litro más. En la de 5 litros quedarán 4 litros.



Problema (22):



- En este caso no es necesario conocer la distancia que existe de la vereda al sube y baja.



- Como se observará en está figura Vanessa alcanzará la mayor altura, cuando Nataly toque el suelo.

∴ La mayor altura será = 11 m ***Rpta. D***

Problema (23): Este tipo de problema se analiza de la siguiente manera:

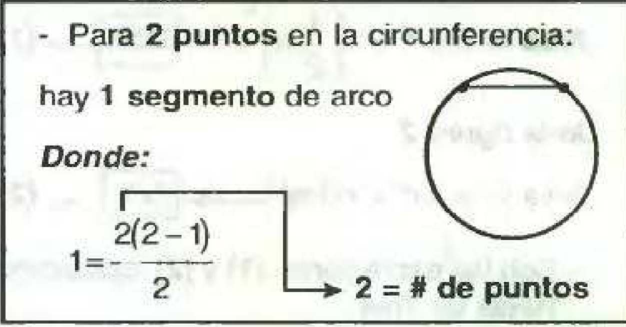
- Para **2 puntos** en la circunferencia:

hay **1 segmento** de arco

Donde:

$$1=\frac{2(2-1)}{2}$$

→ **2 = # de puntos**



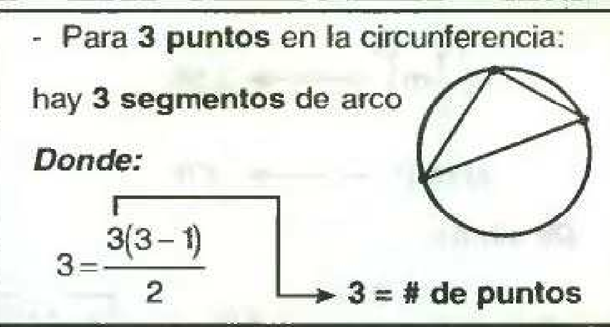
- Para **3 puntos** en la circunferencia:

hay **3 segmentos** de arco

Donde:

$$3=\frac{3(3-1)}{2}$$

→ **3 = # de puntos**



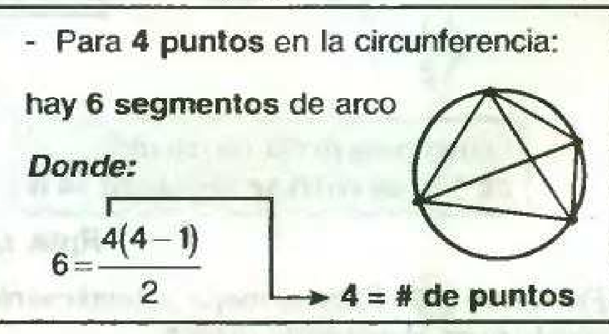
- Para **4 puntos** en la circunferencia:

hay **6 segmentos** de arco

Donde:

$$6=\frac{4(4-1)}{2}$$

→ **4 = # de puntos**



Luego, para 20 puntos en la circunferencia el

número de segmentos de arco serían:

 # de segmentos de arco:

$$\frac{20(20-1)}{2}=190$$ **Rpta. B**

Problema (24): Estimado alumno, este tipo de problema se resuelve aplicando areas, no vayas a cometer el error de aplicar defrente una Regla de Tres simple. Aplicando el criterio de áreas, obtenemos:

De la figura 1

$$\text{Area} \odot = \pi r^2 = \pi\left(\frac{1}{2}\text{m}\right)^2 \longrightarrow \boxed{3{,}5h} \text{ ..... (1)}$$

De la figura 2

$$\text{Area} \odot = \pi \cdot r^2 = \pi(1\text{m})^2 \longrightarrow \boxed{\text{"x"h}} \text{ ..... (2)}$$

- Con las expresiones **(1)** y **(2)**, aplicamos Regla de Tres:

$$\pi\left(\frac{1}{2}\text{m}\right)^2 \longrightarrow 3{,}5\text{h}$$

$$\pi(1\text{m})^2 \longrightarrow \text{"x"h}$$

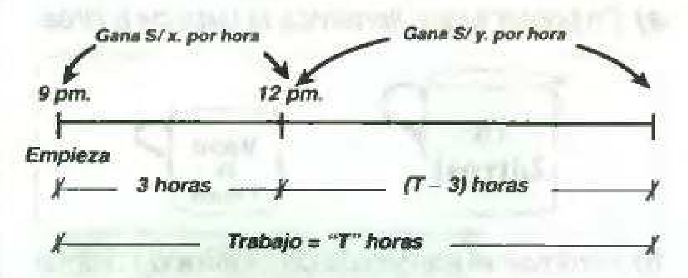
De donde:

$$x=\frac{\pi(1\text{ m})^2 \cdot 3{,}5\text{h}}{\pi\left(\frac{1}{2}\text{m}\right)^2}=4 \cdot 3{,}5\text{h} \Rightarrow \therefore \boxed{x=14\text{h}}$$

∴ Luego para pintar un círculo de 1 m de radio se necesitan 14 h.

Rpta. D

Problema (25): Para su mejor entendimiento construimos el siguiente gráfico.



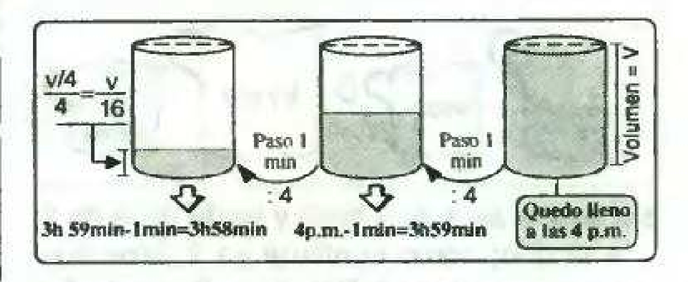
Luego:

Por el trabajo cobra = 3(S/. x) + (T – 3)(S/. y)

∴ Cobra por el trabajo = 3x + y(T – 3)

Rpta. C

Problema (26): Este tipo de problema lo analizamos empezando de lo último hacia adelante, veamos:



Luego:

La hora cuando llenaba $\frac{1}{16}$ del volumen; osea:

$\frac{V}{16}$ del frasco eran las (3h 58 min) p.m.

Rpta. D

Problema (27): Tomemos todo lo mínimo; osea 3 bultos de 125 Kg cada uno; siendo dicho peso: 3·125 Kg = 375 Kg.

* El enunciado nos dice que cada bulto peso no menos de 125 Kg y no más de 250 Kg.

  125 Kg < peso del bulto < 250 Kg

multiplico por 3 cada miembro:

125 Kg · 3 < 3 · Peso del bulto < 250 Kg · 3

$375\ Kg < \text{Peso de 3 bultos} < 750\ Kg$

Luego, el peso mínimo de 3 bultos es de 375 Kg y el peso máximo de los 3 bultos es de 750 Kg.

Rpta. A

Problema (28): El área de cada hoja será:

$$Area_1 = (a \cdot b)\ cm^2$$

El área de la otra hoja (grande):

$$Area_2 = (3a \cdot 8b)\ cm^2.$$

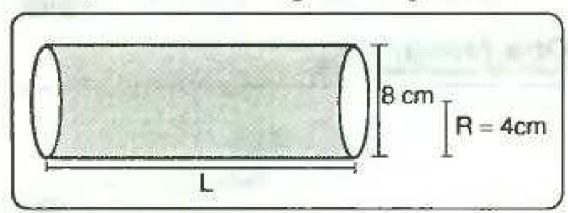
Luego, el número de hojas de "a" cm por "b" cm es:

$$\frac{Area_2}{Area_1} = \#\ \text{de hojas}$$

$$\frac{Area_2}{Area_1} = \frac{(3a \cdot 8b)\cancel{cm^2}}{(a \cdot b)\cancel{cm^2}} = 3 \cdot 8 = \boxed{24\ \text{hojas}}$$

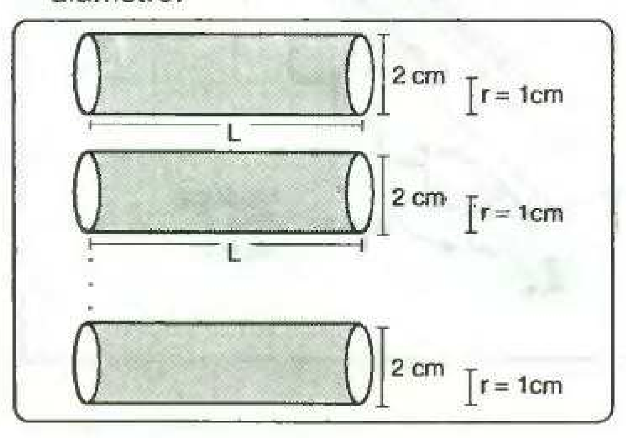
Rpta. C

Problema (29): Este tipo de problema se analiza, aplicando volumenes, ya que el liquido por donde pasa el agua ocupa un determinado volumen, veamos el siguiente gráfico:



Volumen para el tubo grande $= \pi R^2 L = \pi(4)^2 L$ ...... **(1)**

* Sea "n" el número de tubos de 2 cm de diámetro.



Volumen para el tubo pequeño $= \pi r^2 L = \pi(1)^2 L$

Suma de volumenes para los "n" tubos pequeños $= n\pi(1)^2 L$ .... **(2)**

Luego:

Suma de volumenes para los "n" tubos pequeños = ***Volumen para el tubo grande***

$$n \cdot \cancel{\pi}(1)^2 \cancel{L} = \cancel{\pi}(4)^2 \cancel{L} \Rightarrow \therefore \boxed{n = 16}$$

El número de tubos de 2 cm de diámetro que necesitan para conducir la misma cantidad de agua es de 16

Rpta. E

Problema (30): Sea "L" espacio que recorre la liebre por salto. "P" espacio que recorre el perro por salto.

- Velocidad de la liebre: $\boxed{V_L = 5 \text{ saltos}}$

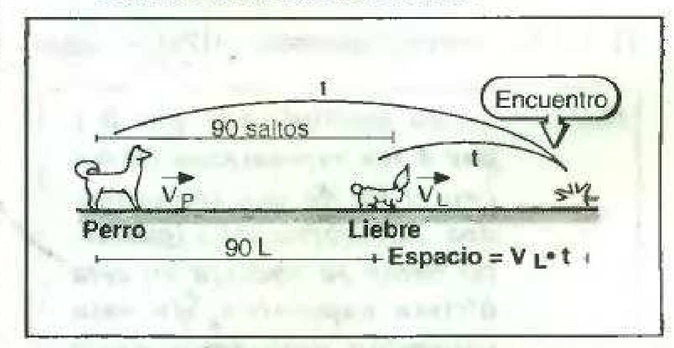
Por unidad de tiempo: $\boxed{5L}$

- Velocidad del perro: $\boxed{V_p = 4 \text{ saltos}}$

Por unidad de tiempo: $\boxed{4p}$

Por dato: $7L = 5p \Rightarrow \boxed{p = \frac{7}{5}L}$ ..... **(1)**

- Cálculo del número de saltos del perro, cuando alcanza a la liebre:



Sea "t" el tiempo en que alcanza el perro a la liebre.

Del gráfico:

$$90L + V_L \cdot t = V_p \cdot t$$

$$\boxed{90L + 5L \cdot t = 4p \cdot t} \text{ .... (2)}$$

Reemplazamos **(1)** en **(2)**

$$90L + 5L \cdot t = 4\left(\frac{7L}{5}\right) \cdot t$$

Simplificamos "L" en ambos miembros:

$$90 + 5t = \frac{28}{5}t \Rightarrow 450 + 25t = 28t$$

$$450 = 3t \Rightarrow \therefore \boxed{t = \frac{450}{3} = 150}$$

Sabemos que la velocidad del perro:

$$\boxed{V_p = 4p \cdot t}$$

Luego, reemplazamos el valor de "t" en esta última expresión:

$$\boxed{V_p = 4p \cdot 150 = 600p}$$

El número de saltos que tendrá que dar el perro para alcanzar a la liebre es de 600 saltos.

Rpta. E

Otro Método:

La liebre inicialmente saca una ventaja de 90L

Por datos:

5L < > 4p ... (multiplico ×5 cada miembro) ⇒ $\boxed{25L}$ < > $\boxed{20p}$

7L < > 5p ... (multiplico ×4 cada miembro) ⇒ $\boxed{28L}$ < > $\boxed{20p}$

Nota: ***Se ha multiplicado por 5 y por 4 las expresiones dadas con el fin de que los segundos miembros sean iguales, tal como se observa en esta última expresión, de esta expresión podriamos decir que por 20 pasos que da el perro la liebre le descuenta 3 pasos.***

Luego:

3L ⟶ 20p

90L ⟶ x

Por Regla de Tres:

$$x = \frac{90\cancel{L} \cdot 20p}{3\cancel{L}} = \boxed{600p}$$ ***Rpta. E***

Problema (31): Este problema lo analizamos de la siguiente manera:

1^{er} dia avanza ⇒ 3 − 2 = 1

2^{do} dia avanza ⇒ (1 + 3) − 2 = 2

3^{er} dia avanza ⇒ (2 + 3) − 2 = 3

⋮

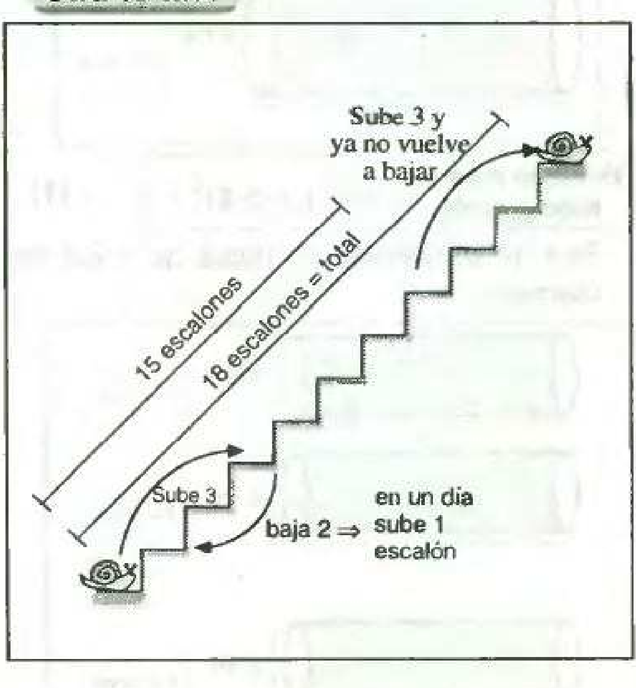
15° dia avanza ⇒ (14 + 3) − 2 = 15

16° dia avanza ⇒ (15 + 3) = 18 escalones

Como el 16° día llegó al final de los 18 escalones ya no necesita bajar los 2 escalones según la condición del problema.

Rpta. A

Otra forma:



* Si en 1 día sube 1 escalón los primeros 15 escalones lo subirá en: $\frac{15}{1} = 15$ días; para los 3 últimos escalones que faltan necesita 1 día.

∴ Para recorrer los 18 escalones necesita: 15 + 1 = 16 días.

Rpta A

> ***Nota:*** ***Para este tipo de problema hay que tener en cuenta que los 3 últimos escalones que sube el caracol ya no necesita bajar, puesto que ya logro llegar a la meta.***

Problema (32):

Sea: S = número de soldados
P = cantidad total de panes por semana.

- Inicialmente cada soldado recibe 18 panes, siendo la cantidad total de panes por semana:

$$p = 18S \quad .... (1)$$

- Pero como mueren 40 soldados, quedando solo (S – 40) soldados ahora cada uno de estos recibe 28 panes, siendo la: cantidad total de panes por semana:

$$p = 28(S - 40) \quad .... (2)$$

Luego, igualamos las ecuaciones **(1)** y **(2)**:

$$18S = 28(S - 40)$$

Resolviendo la ecuación; obtenemos:

$$18S = 28S - 1\,120$$

$$1\,120 = 10S \Rightarrow \therefore \boxed{S = 112}$$

- El número de soldados que quedan son:

$$(S - 40) = 112 - 40 = \boxed{72 \text{ soldados}}$$

Rpta. B

Problema (33):

Sea: $x = 29$ personas

Por condición:

1^{era} bajada ⇒ $x - 8 + 5 = x - 3$

2^{da} bajada ⇒ $(x - 3) - 13 + 10 = x - 6$

3^{ra} llegó con: ⇒ $x - 6 = 29 - 6 = 23$ personas

Rpta. C

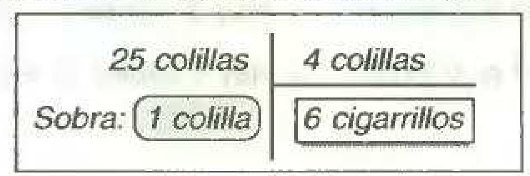
Problema (34): Analizando el enunciado: cuando habla el señor que pesa 65 Kg y al añadir el señor Grández se deduce que el señor Grández no pesa 65 kg y solamente puede tomar valores de 45 Kg ó 95 Kg, pero como los apellidos no están de acuerdo a su apellido Grández pesa 45 Kg.

Luego deducimos que los pesos de otros señores es:

Sr. Grández	⇒	45 Kg
Sr. Mediano	⇒	95 Kg
Sr. Pequeño	⇒	65 Kg

Rpta. B

Problema (35): Como con 4 colillas forma 1 cigarrillo con las 25 colillas formará:



- Al fumar los 6 cigarrillos formados vota 6 colillas, estas 6 más 1 colilla de la operación tendrá:

7 colillas = 4 colillas + 3 colillas
1 cigarrillo

- Al fumar el cigarrillo de la operación anterior vota 1 colilla, esta colilla más 3 colillas de la operación anterior, se tendrán 4 colillas con estas 4 colillas se forma un nuevo cigarrillo que al formarlo

vota 1 colilla; siendo esta la única colilla que sobra.

Luego, la máxima cantidad de cigarrillos que pudo fumar ese día es:

6 + 1 + 1 = **8 cigarrillos** ***Rpta. C***

Problema (36): Lo que se busca es quitar una de las bandejas; para que la suma de los dulces en 3 de ellos sea el doble de la suma, de las 2 bandejas restantes, probemos así:

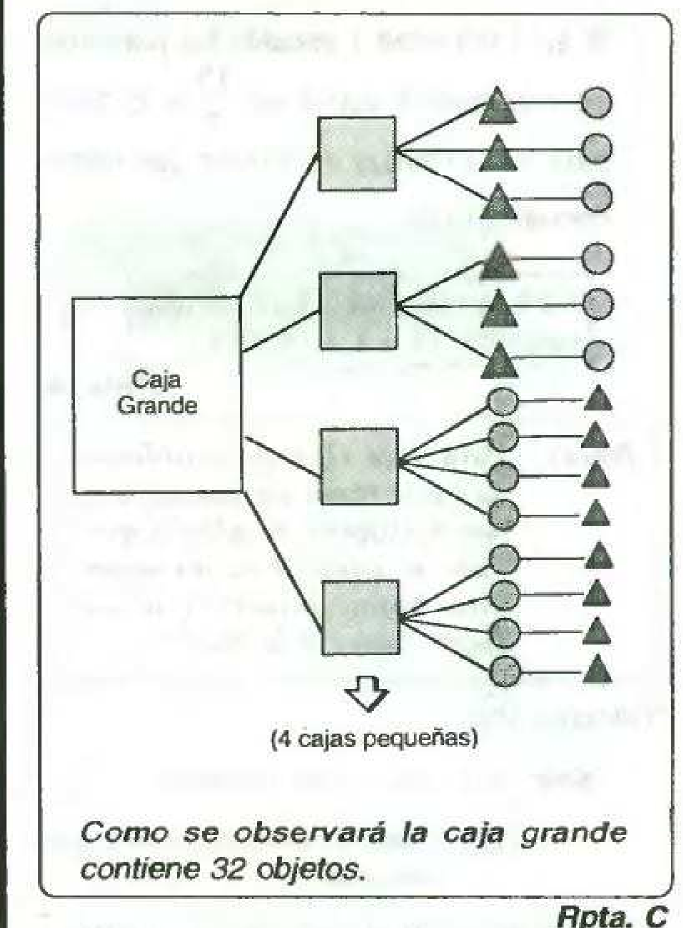
$$\underbrace{23 + 5 + 12}_{(3\ bandejas)} = 2\underbrace{(14 + 6)}_{(4\ bandejas)}$$

40 dulces = 40 dulces ...(si cumple)

Luego, la bandeja que debe sacarse es la que contiene 19 dulces.

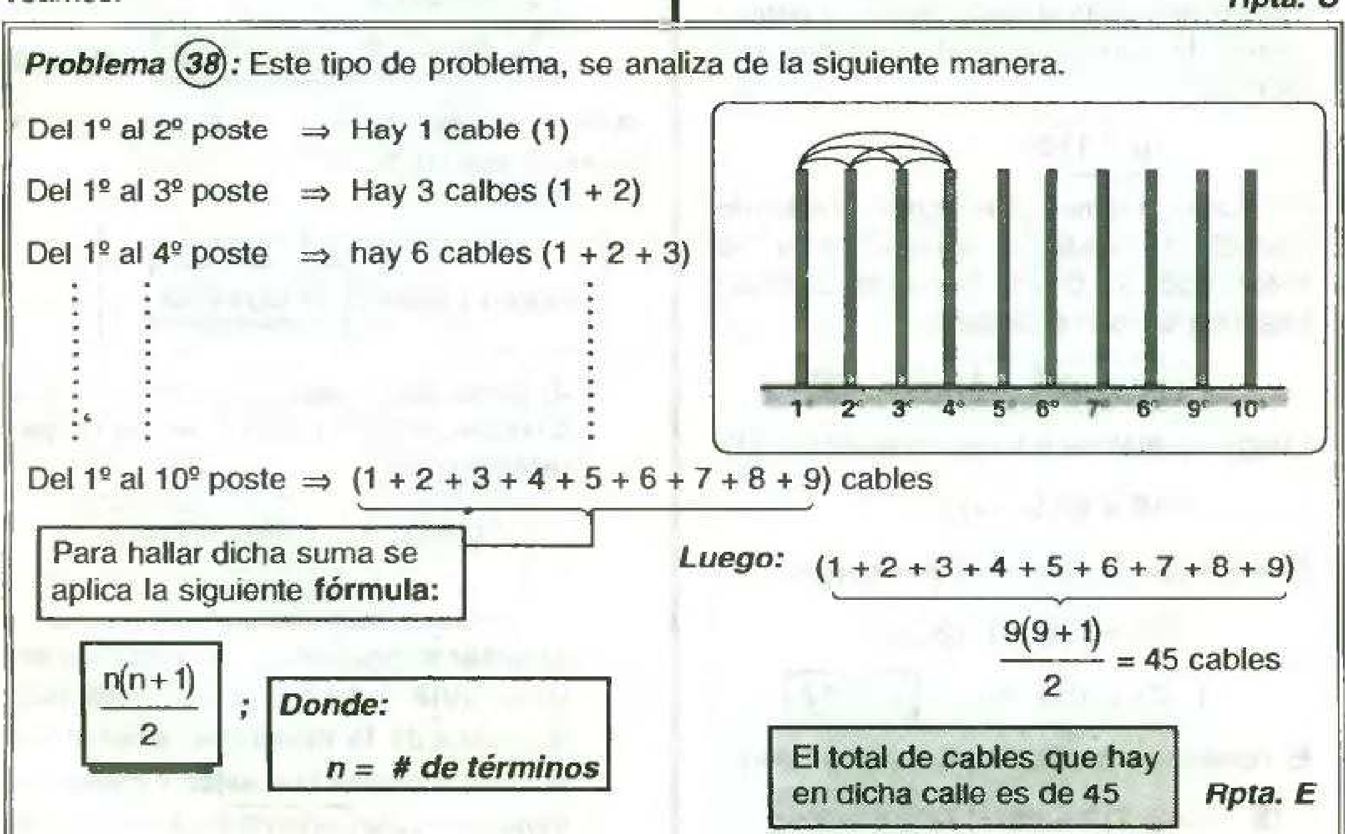
Rpta. D

Problema (37): Para este tipo de problema se acostumbra a construir el siguiente gráfico, veamos:



Como se observará la caja grande contiene 32 objetos.

Rpta. C



Problema (38): Este tipo de problema, se analiza de la siguiente manera.

Del 1º al 2º poste ⇒ Hay 1 cable (1)

Del 1º al 3º poste ⇒ Hay 3 calbes (1 + 2)

Del 1º al 4º poste ⇒ hay 6 cables (1 + 2 + 3)

⋮

Del 1º al 10º poste ⇒ (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) cables

Para hallar dicha suma se aplica la siguiente **fórmula:**

$$\frac{n(n+1)}{2}$$; ***Donde:*** ***n = # de términos***

Luego: $$\underbrace{(1+2+3+4+5+6+7+8+9)}_{\frac{9(9+1)}{2}} = 45 \text{ cables}$$

El total de cables que hay en dicha calle es de 45 ***Rpta. E***

Problema (39):

Sean:
- Edad de Manuel = M
- Edad de su esposa = E
- Edad de su hija = H

(Son 3 números primos)

Del enunciado, obtenemos:

$$M + E + H = 62 \quad \text{.........} \ \textbf{(I)}$$

$$M = E + H \quad \text{.........} \ \textbf{(II)}$$

Reemplazamos **(II)** en **(I)**:

$$(E + H) + E + H = 62$$

$$2(E + H) = 62$$

$E + H = 31$ (Ahora buscamos 2 números primos que sumen 31)

29 2 ➡ *(son primos)*
23 8 ➡ *(8 no es primo)*

Luego: $E = 29$ y $H = 2$

Reemplazamos los valores de "E" y "H" en **(II)**:

$$M = 29 + 2 \Rightarrow M = 31$$

Las edades de los tres son:

Manuel :	M = 31 años
Su esposa:	E = 29 años
Su hija:	H = 2 años

La edad de la esposa es de 29 años

Rpta. B

Problema (40):

Sea:
- B = # de boligrafos que adquiere.
- L = # de lápices que adquiere

Del enunciado, obtenemos:

S/. 8B + S/. 5L = S/. 86

8B + 5L = 86 ; despejamos "L"

$$L = \frac{86 - 8B}{5}$$

Toda esta expresión debe ser divisible por 5; para que cumpla "B" debe tomar valor de 2 (B = 2)

$$L = \frac{86 - 8(2)}{5} = \frac{86 - 16}{5} = 14$$

Luego: $B + L = 2 + 14 = 16$

∴ La mayor cantidad de boligrafos y lápices que se pueden adquirir con S/. 86 es 16.

Rpta. C

Problema (41): Sabemos que:

$$\frac{3}{4} \text{ de kilo} <> \frac{4}{4} \times (1\,000 \text{ gr}) = 750 \text{ gr.}$$

Los 750 gr se pueden distribuir de la siguiente manera:

$$750 \text{ gr} = 700 \text{ gr} + 40 \text{ gr} + 10 \text{ gr}$$

$$= 7(100 \text{ gr}) + 2(20 \text{ gr}) + 2(5 \text{ gr})$$

750 gr = 7 pesas de 100 gr + 2 pesas de 20 gr + 2 pesas de 5 gr

3/4 Kg de manzanas = 11 pesas

∴ La menor cantidad de pesas a usar para pesar $\frac{3}{4}$ de Kg de manzanas es 11.

Rpta. A

Problema (42):

Sea: N = Número pedido

Del enunciado, obtenemos:

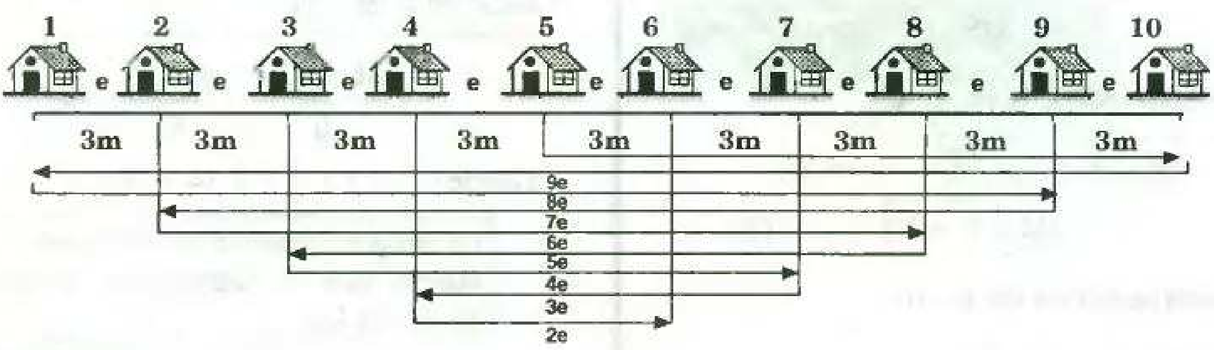
$$N = \frac{\frac{N}{2} + N^2}{2}$$

media aritmética de su mitad y su cuadrado

Resolviendo dicha ecuación, se tiene:

$2N=\frac{N}{2}+N^2 \Rightarrow 4N=N+2N^2 \Rightarrow 3N=2N^2 \Rightarrow \therefore \boxed{N=\frac{3}{2}=1,5}$ ***Rpta. B***

Problema 43 : Para saber cuál es el máximo número de metros que puede recorrer es necesario que empiece por la quinta casa, luego pasa a la Décima la cual hay 5 espacios de 3 metros cada espacio. Osea recorrio: 5×3 = 15 metros; bueno asi seguiremos analizando como se muestra en el gráfico siguiente:



Los espacios recorridos son:

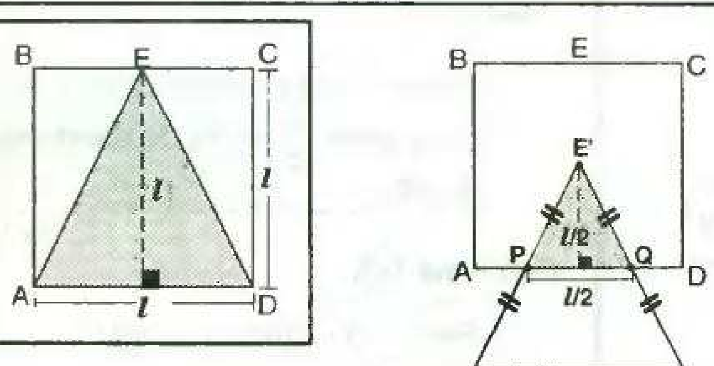
De la 5º casa a la 10º casa : 5 e = 5(3m) = 15 m
De la 10º casa a la 1º casa : 9 e = 9(3m) = 27 m
De la 1º casa a la 9º casa : 8 e = 8(3m) = 24 m
De la 9º casa a la 2º casa : 7 e = 7(3m) = 21 m
De la 2º casa a la 8º casa : 6 e = 6(3m) = 18 m
De la 8º casa a la 3º casa : 5 e = 5(3m) = 15 m
De la 3º casa a la 7º casa : 4 e = 4(3m) = 12 m
De la 7º casa a la 4º casa : 3 e = 3(3m) = 9 m
De la 4º casa a la 6º casa : 2 e = 2(3m) = 6 m +

Total = 149 metros

∴ El máximo número de metros que puede recorrer el cartero es de 149 metros.

Rpta. D

Problema 44:



Area □ABCD = ℓ^2

$\boxed{40\text{ m}^2=\ell^2}$ ..... (1)

- *De esta última figura:*

- *De esta última figura:*

$$\text{Area } \Delta\text{ PE'Q}=\frac{\text{base}\cdot\text{altura}}{2}=\frac{\frac{\ell}{2}\cdot\frac{\ell}{2}}{2}$$

$$\boxed{\text{Area } \Delta\text{ PE'Q}=\frac{\ell^2}{8}} \text{ ...... (2)}$$

Reemplazamos (1) en (2):

$$\text{Area } \Delta\text{ PE'Q}=\frac{40\text{m}^2}{8}=5\text{ m}^2$$

Luego el área del Δ que queda dentro del cuadrado (Δ PE'Q) es igual a 5 m² ***Rpta. E***

Problema (45):

Si Juana es joven < Rosa ⇒ Rosa es vieja

Rosa no es joven ⇒ Martha no es joven

∴ Martha es joven si Rosa es joven

Rpta. B

Problema (46): Este tipo de problema, lo podemos generalizar con la siguiente fórmula:

 # mínimo caramelos que debe comprar para estar seguro de tener por lo menos "N" del mismo color = M(N - 1) + 1

Rpta. B

Problema (47): Este tipo de problema, lo podemos generalizar con la siguiente fórmula:

 # mínimo de bolas que debo sacar para obtener una bola de cada color = a·(2b) + 1 ; a > 2b

Donde: a y 2b, son los grupos de bolas que tienen mayor cantidad.

Rpta. B

Problema (48): Este tipo de problema, lo podemos generalizar con la siguiente fórmula:

 # mínimo de bolas que deben sacarse para tener la certeza que haya cuando menos dos bolas de colores diferentes = P + 1

Siendo: "P" = el grupo de bolas de mayor cantidad.

Rpta. C

Problema (49): Para escribir los 20 oficios.

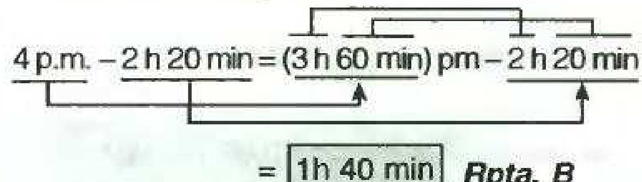
Toma: 20×7 min = 140 min

Pero:

140 min = 120 min + 20 min

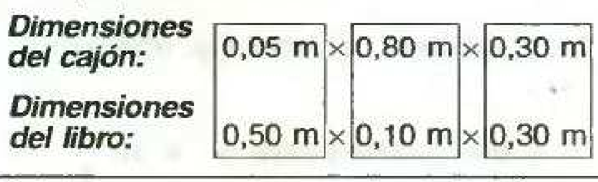
= 2 horas + 20 min = 2h 20 min

La hora a la que debe comenzar y aún términar a tiempo es:



= 1h 40 min ***Rpta. B***

Problema (50): Acomodamos las dimensiones del libro de tal manera que cada dimensión de este se pueda dividir con cada dimensión del cajón, veamos:



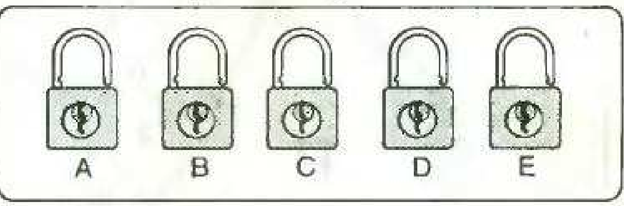
Dimensiones del cajón:	0,05 m ×	0,80 m ×	0,30 m
Dimensiones del libro:	0,50 m ×	0,10 m ×	0,30 m

Cociente: 10 × 5 × 1 = 50

Luego, el máximo número de libros a guardar en el cajón es 50.

Rpta. E

Problema (51) : Para su mejor entendimiento hacemos los gráficos siguientes:



- En el peor de los casos es que la llave "x" se acierte al "quinto" intento. (Quedando 4 candados por abrir).
- En el peor de los casos es que la llave "y" se acierte al "cuarto" intento. (Quedando 3 candados por abrir).
- En el peor de los casos es que la llave "z" se acierte al "tercer" intento. (Quedando 2 candados por abrir).

Luego el máximo número de veces que las llaves deben de insertarse es:
5 + 4 + 3 = 12 veces

Rpta. B

Problema (52):

Sabemos que:

un décimo = $\frac{1}{10}$ = **0,1** = 10^{-1}

un centécimo = $\frac{1}{100}$ = **0,01** = 10^{-2}

un milésimo = $\frac{1}{1\,000}$ = **0,00 1** = 10^{-3}

Luego:

diezmilesimos = $\frac{1}{10\,000}$ = **0,000 1** = 10^{-4}

* Del enunciado del problema, obtenemos:

Si la diez milésima parte de "x" es $\frac{1}{y}$

$$\frac{1}{10\,000}(x)=\frac{1}{y}$$

$$\therefore \boxed{xy=10\,000=10^4} \text{ .... } \mathbf{(1)}$$

Entonces la décima parte de $\sqrt{xy}$ es:

$$\boxed{\frac{1}{10}\sqrt{xy}=?} \text{ .... } \mathbf{(2)}$$

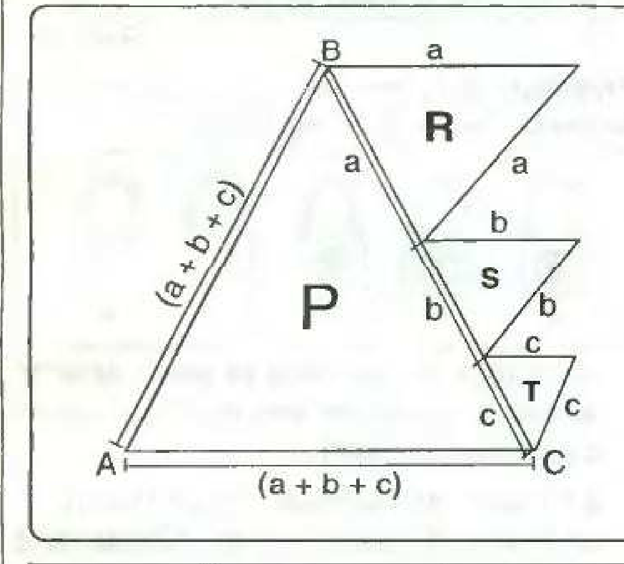
Reemplazamos **(1)** en **(2)**:

$$\frac{1}{10}\sqrt{xy}=\frac{1}{10}\sqrt{10^4}=\frac{1}{10}\cdot 10^2=10$$

∴ La décima parte de $\sqrt{xy}$ es igual a 10

Rpta. B

Problema (53): Sean: a, b y c los lados de los triángulos R, S y T respectivamente, donde el lado del triángulo equilátero ABC será igual a; "(a + b + c)"



De la figura:

1) Perímetro $\triangle$R = 3a

2) Perímetro $\triangle$S = 3b

3) Perímetro $\triangle$T = 3c

4) Perímetro $\triangle$P = 3(a + b + c)

- Sumamos los perímetros de los triángulos **R, S** y **T,** obteniendo:

Perímetro $\triangle$R + Perímetro $\triangle$S + Perímetro $\triangle$T = 3a + 3b + 3c = 3(a + b + c) .... **(I)**

Luego, de las expresiones **(4)** y **(I)**; se tiene que:

Perímetro P = Perímetro **R** + Perímetro **S** + Perímetro **T** ***Rpta. C***

Problema (54): Las 36 bolas se distribuyen de la manera siguiente:

Primera pesada:

Se ponen 12 bolas en cada platillo de tal manera que la balanza quede equilibrada; en las 12 bolas que no se pesaron estará la más pesada.

Segunda pesada:

De las 12 bolas que no se pesaron en la operación anterior se ponen 4 bolas en cada platillo de tal manera que la balanza quede equilibrada quedando asi 4 bolas sin pesar, estando entre estas 4 la1 más pesada.

Tercera pesada:

De las 4 bolas que no se pesaron de la operación anterior, se ponen 2 bolas en cada platillo, estanto en uno de los platillos la bola más pesada.

Cuarta pesada:

Se pone una bola en cada platillo y asi hallaremos la bola más pesada.

Rpta. D

Problema (55) : Para que la ganancia sea máxima se deduce que:

- El costo debe ser la mínima y el precio de venta lo máximo.

Luego:

En 1 par de zapatos se ganaría:

S/. 52 − S/. 24 = S/. 28

En 50 pares de zapatos se ganaría:

50 × S/. 28 = S/. 1 400 **Rpta. C**

Problema (56):

Primer viaje:

Lo hicieron los dos niños y uno de ellos se regresa con el bote.

Segundo viaje:

Lo hace la esposa y regresa el otro niño con el bote.

Tercer viaje:

Volvieron a cruzar los dos niños uno se quedó y el otro volvió con el bote.

Ahora se encuentra en un lado del río la esposa y uno de los niños, mientras en el otro lado del río se encuentran el hombre el otro niño y el perro.

Cuarto viaje:

Cruza el hombre, luego el niño que esta con la mujer vuelve a traer el bote.

Ahora se encuentra en un lado del río el hombre y su esposa y en el otro lado los 2 niños y el perro.

Quinto viaje:

Cruzan, uno de los niños, llevando el perro, deja al otro lado al perro y el niño regresa con el bote.

Ahora se encuentran en un lado del río, el hombre y su esposa y el perro, y en el otro lado se encuentran los 2 niños.

Sexto viaje:

Finalmente cruzan los 2 niños

Es así como logran cruzar todos el río.

∴ Para cruzar el río, realizaron 6 viajes.

Rpta. C

Problema (57):

Como el libro tiene 350 hojas ➡ 350×2 = 700 paginas

Sea:
$$\begin{cases} x = \text{\# de páginas leidas} \\ 700 - x = \text{\# de páginas que faltan por leer} \end{cases}$$

Del enunciado, obtenemos:

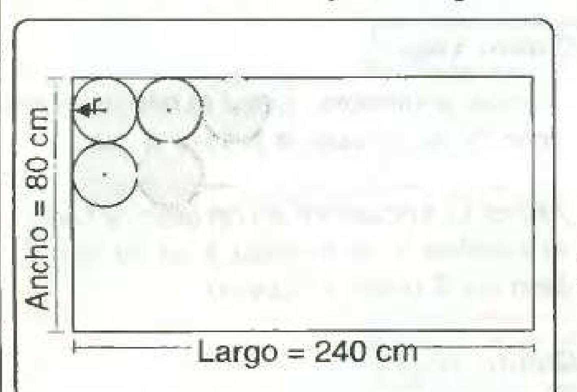
$$x = \frac{1}{4}(700 - x)$$

Donde: $4x = 700 - x$

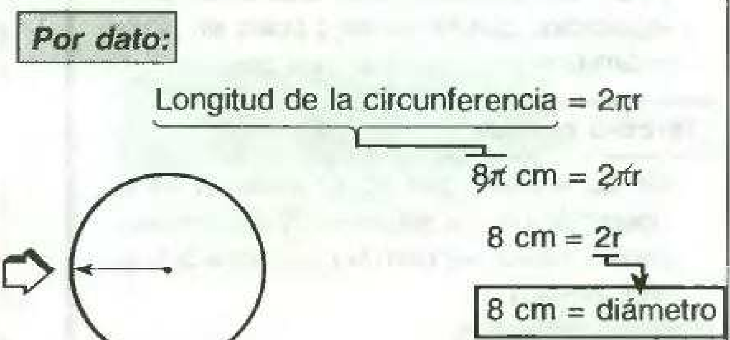
$$5x = 700 \Rightarrow \therefore \boxed{x = 140}$$

He leído 140 páginas; esto quiere decir que la página próxima a leer es la página 141. **Rpta. B**

Problema 58 : - En primer lugar, calculamos el diámetro de las botellas de cerveza.



Por dato:



- En segundo lugar, calculamos el número de botellas que se colocan a lo largo de la mesa.

$$\#\text{ de botellas a lo largo} = \frac{\text{Largo de la mesa}}{\text{Diámetro de la base de botella}} = \frac{240\,cm}{8\,cm} = 30$$

- En tercer lugar, calculamos el número de botellas que se colocan a lo ancho de la mesa.

$$\#\text{ de botellas a lo ancho} = \frac{\text{Ancho de la mesa}}{\text{Diámetro de la base de botella}} = \frac{80\,cm}{8\,cm} = 10$$

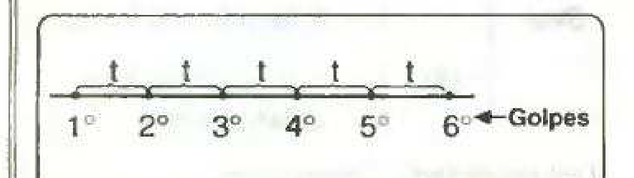
Luego, calculamos el número total de botellas.

$\therefore$ # total de botellas = $30 \cdot 10 = 300$ **Rpta. D**

Problema (59) : Analizando los 6 primeros golpes, se tiene:

De acuerdo al gráfico:

$5t = 1S \Rightarrow t = \frac{1}{5}S$



Ademas se observa que entre golpe y golpe hay un intervalo de $\frac{1}{5}S$

El 2º golpe ocurrió después de $1\times\frac{1}{5}S$

El 3º golpe ocurrió después de $2\times\frac{1}{5}S$

El 4º golpe ocurrió después de $3\times\frac{1}{5}S$

⋮

El 36º golpe ocurrió después de $35\times\frac{1}{5}S = 7S$

Rpta. C

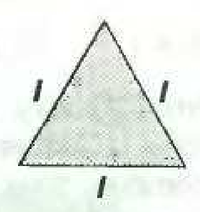
Problema (60):

Sea: ℓ = lados del triángulo equilátero inicial:

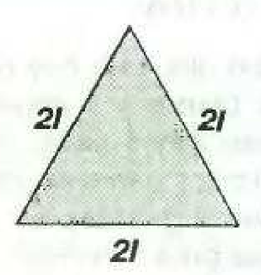
Por dato: Area $\triangle$ = 32 cm²

$$\text{Area}\,\triangle = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$$

$$32\,\text{cm}^2 = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} \;\;......\;(1)$$



- Al duplicar los lados del Δ inicial, los nuevos lados serían "2ℓ".



$$\text{Area del nuevo}\;\Delta = \frac{(2\ell)^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Area del nuevo}\;\Delta = 4\left(\frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}\right) \;\;......\;(2)$$

Reemplazamos **(1)** en **(2)**:

Area del nuevo $\Delta = 4(32\ \text{cm}^2) = 128\ \text{cm}^2$ ***Rpta. C***

Problema Propuestos

Problema (1): Hay 8 clases de medias mezclados. ¿Cuál es la cantidad mínima que debe comprar, para asegurarse que tendrá por lo menos 5 de la misma clase?

A) 40 B) 33 C) 25
D) 125 E) N.A

Problema (2) : Una caja tiene 4 medias blancas y 4 medias negras. ¿Cuál es la menor cantidad de medias que haya que sacar sin ver de modo que haya un par usable?

A) 4 B) 2 C) 3
D) 5 E) N.A.

Problema (3): En una cajita hay 14 bolas negras, 16 bolas blancas y 7 bolas verdes. ¿Cuál es el número mínimo de bolas que debe sacar un sujeto para obtener una bola de cada color?

A) 2 B) 3 C) 22
D) 31 E) 37

Problema (4): Una caja contiene 6 bolas rojas, 4 blancas y 5 azules si se extraen al azar. ¿Cuál es el mínimo número de bolas que deben sacarse para tener la certeza que haya cuando menos dos bolas de colores diferentes?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 3

Problema (5): Una bolsa contiene 4 bolas blancas y 2 bolas negras; otra contiene 3 bolas blancas y 6 bolas negras. Se saca sin mirar 1 bola de la primera bolsa y luego una de la segunda y así se sigue alternadamente. Si se empieza sacando de la primera bolsa. ¿Cuántas bolas como mínimo hay que sacar para tener la certeza de que se han sacado dos bolas de diferente color?

A) 4 B) 3 C) 6 D) 8 E) 7

Problema (6): En un cuarto oscuro hay un cajón el cual contiene "r" bolas negras, "S" bolas negras y "p" rojas. ¿Cuántas bolas como mínimo debo sacar para obtener una de cada color? (r > s > p)

A) rs – 1 B) rs + 1 C) sp + 1

D) rp + 1 E) N.A.

Problema (7): Hay "n" clases de caramelos mezclados. ¿Cuál es la cantidad mínima que debe comprar, para asegurarse que tendrá por lo menos "p" de la misma clase? (n > p)

A) n/p B) np C) np – n + 1

D) np – p + 1 E) N.A.

Problema (8): En una caja hay 6 pares de medias de color blanco y 6 pares de color negro; en otra caja hay 6 pares de guantes blancos y otros tantos pares de color negro. ¿Cuántas medias y guantes es necesario sacar de las cajas para conseguir un par de calcetines de un mismo color y un par de guantes de diferente color?

A) 2 y 5 B) 3 y 7 C) 2 y 6

D) 3 y 13 E) 2 y 3

Problema (9): Un reloj emplea "S" segundos en dar "C" campanadas. ¿Cuántas campanadas dará en "4S" segundos. Si entre campanada y campanada, el tiempo es uniforme.

A) 4C B) 4C – 1 C) 4C – 3

D) 4C + 1 E) 4(C – 3)

Problema (10): En un almacén hay 10 cajas grandes; en cada una de ellas hay 4 cajas medianas; en cada una de estas cajas hay 3 cajas pequeñas; y en cada una de estás hay 2 cajas aún más pequeñas. El número total de cajas es:

A) 120 B) 240 C) 170

D) 410 E) 140

Problema (11): Tengo una caja de color marrón con "n" cajas rojas dentro y "(n – 1)" cajas amarillas dentro de cada una de las rojas, el total de cajas es:

A) n(n – 1) + 1 B) $n^2 - 1$ C) $n^2 + 1$

D) $n^2 + n$ E) Ninguna Anterior

Problema (12): Si dentro de una caja hay 4 cajas pequeñas donde dos de ellas tiene 3 triángulos cada una y los otros dos tienen 4 bolas cada una; si ademas cada triángulo contiene una bolita y cada bola un triángulito. Determinar. ¿Cuántos objetos tiene la caja?

A) 12 B) 25 C) 28 D) 32 E) 30

Problema (13): En un almacén hay "m" cajas grandes; un cada una de ellas hay "(m – 1)" cajas medianas; y en cada una de estás hay "(m + 1)" cajas pequeñas. El número total de cajas es:

A) $m^3 + m^2$ B) $m(m^2 + m - 1)$

C) $m(m^2 + m + 1)$ D) $m(m^2 - 1)$

E) Ninguna Anterior

Problema (14): En una bolsa se posee 18 bolas negras; 15 bolas rojas; 8 bolas blancas y 13 bolas verdes. ¿Cuántas bolas como mínimo debo sacar para tener la certeza de poseer 3 bolas de cada color?

A) 52 B) 55 C) 48 D) 9 E) 49

Problema (15): Yo poseo 20 patos. Hoy en la mañana se me murieron 5 patos. ¿Cuántos patos tuve en la mañana poco después de ver a los que se murieron?

A) 15 B) 5 C) 10

D) 20 E) N.A.

Problema (16): Dos hermanos reciben 3 propinas semanales cada uno, siendo dichas propinas iguales para cada uno de ellos, la primera propina es de 2 soles, la segunda y la tercera están en Razón Aritmética y Geométria respectivamente cuya razón es para ambas 2. ¿Cuánto reciben en total ambos en la última propina?

A) 6 soles B) 12 soles C) 18 soles

D) 16 soles E) 19 soles

Problema (17): Se ha cometido un hecho delictivo, los sospechosos son A, B, C y D. En la defensa, la persona "A" dice que en el momento del hecho estuvo con "C" y "D". La persona "B" dice que estuvo con "C" y "A". "C" dice que estuvo con "D" y "D" dice que estuvo con "A". Si 2 afirmaciones coinciden se da por cierta. ¿Quién o quienes fueron los culpables, si se sabe que intervinieron 2 ó menos personas?

A) A y C B) B C) C
D) D E) B y C

Problema (18): ¿Existe algún valor de "x" diferente de 2; tal que:

$$x+\frac{1}{x}=2+\frac{1}{2}$$

A) No porque "x" es positivo
B) No porque "x" es mayor que 1
C) Si; en un número negativo
D) Si; es un número mayor que 1
E) Si, es una fracción menor que 1

Problema (19): Un omnibús sale de Lima a Piura con una velocidad de 80 Km/h al mismo tiempo que otro omnibús sale de Piura a Lima con una velocidad de 70 Km/h al encontrarse. ¿Quién está más lejos de Lima?

A) El omnibus que sale de Lima
B) Cualquiera de las dos
C) El omnibus que parte de Piura
D) Faltan datos
E) Ninguna anterior

Problema (20): En un cajón hay 23 bolas rojas; 25 blancas, 28 amarillas, 8 negras; 11 verdes y 11 azules. ¿Cuál es el mínimo número de bolas que se han de sacar sin mirar para tener la seguridad que hay 15 bolas de uno de los colores.

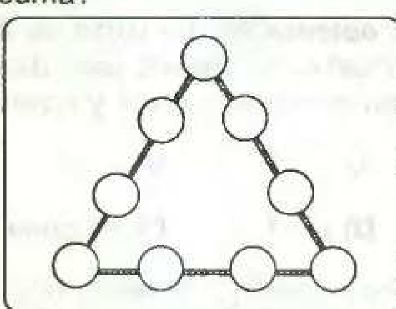
A) 76 B) 75 C) 74
D) 73 E) 72

Problema (21): El perimetro de un rectángulo es 30 metros. Con esta medida se desea formar un nuevo rectángulo, con la condición de que su área sea minima sus lados esten expresados con números naturales. ¿cuál seria la nueva área?

A) 1 m^2 B) 14 m^2 C) 15 m^2
D) 28 m^2 E) 3 m^2

Problema (22) : Utilizando los números del 1 al 9, distribuirlos de tal forma que la suma de los lados del triángulo equilatero sean iguales. ¿Cuál es dicha suma?

A) 15
B) 16
C) 17
D) 18
E) 19



Problema (23): Se tiene 40 piezas de un rompecabezas que se disponen por filas de la siguiente manera :

En la primera fila : 1
En la segunda fila: 2
En la tercera fila : 3
y así sucesivamente.

Despues de la última fila.¿Cuántas piezas sobran?

A) 8 B) 4 C) 2
D) 1 E) Ninguna

Problema (24): A las amigas Nataly y Romina les preguntan : "Quien de ustedes es la más joven".

Nataly dijo:

Dos años atrás, yo cumplí 2 años menos de la edad que tendrá Romina dentro de 2 años. Romina dijo: yo cumpliré dentro

de 2 años, 2 años más de la edad que tuvo Nataly hace 2 años. ¿Quién es menor?

A) Nataly B) Romina C) Iguales

D)Faltan datos E)Ninguna

***Problema 25*: ** Entre los números enteros a y b. ¿Cuántos números enteros hay?

Sí: $0 < a < b$

A) $b - a$ B) $b - a - 1$ C) $b - a + 2$

D) $b - a - 1$ E)Ninguna anterior

***Problema 26*:** La suma de 2 números es x. ¿Cuál es el máximo valor de su diferencia, si son números enteros y positivos?

A) x B) $x - 1$ C) $x - 2$

D) $x - 1$ E) Ninguna anterior

***Problema 27*:** Si tengo dos billetes que sumados dan 60 soles pero uno de ellos no es de 50 soles entonces:

A) Debo tener un billete de 20 soles
B) Necesariamente tiene que haber un billete de 30 soles
C) Debo tener más billetes
D) Hay un billete de 50 soles
E) No se puede deducir nada

***Problema 28*:** Nataly emplea 20 min. para pintar un cubo de 3cm de lado. ¿Cuánto tiempo emplea para pintar un cubo de 6cm de lado?

A) 40 min B) 2 h C) 2 h 40 min

D)2 h 30 min E) 70 min

***Problema 29*:** Una enfermera gana 5 soles por cada hora de trabajo y 7 soles por cada hora después del medio día. Si empieza a trabajar a las 8 de la mañana y trabaja 15 horas ¿cuánto cobra por su trabajo?

A) 180 soles B) 30 soles C) 97 soles

D) 77 soles E) 80 soles

***Problema 30*:** Vanessa,Sara,Nataly,Sandra y María estaban sentadas en fila. Sara estaba sentada en un extremo de la fila y Nataly en el otro extremo. Sandra estaba sentada al lado de Sara y Vanessa al lado de Nataly. ¿Quién estaba sentada en el medio?

A) Vanessa B)Sara C) Nataly

D) Sandra E) María

***Problema 31*:** Un alumno en lugar de dividir un número entre 25, se equivocó y multiplicó por 52, obteniendo como resultado la cifra de 7800 ¿cuál debió ser la respuesta verdadera?

A) 312 B) 150 C) 6

D) 8 E) 12

***Problema 32*:** Una alumna en lugar de multiplicar por 12, multiplica por 21, obteniendo como resultado 2 688. ¿Cuál debió ser la respuesta correcta?

A) 1 356 B) 1 536 C) 1 635

D) 1 653 E) N.A.

***Problema 33*:** Las bacterias contenidas en un frasco, tienen la propiedad de duplicarse por cada hora que pasa, si a las 5 horas el frasco se encuentra en la mitad de su volúmen. ¿A qué hora estara el frasco completamente lleno?

A) 10 horas B) 9 horas C) 4 horas

D) 6 horas E) N.A.

***Problema 34*:** Si una bacteria se triplica por cada minuto que pasa. ¿A qué hora quedará completamente lleno un frasco, si a las 2h8min ocupan 1/243 del volúmen del frasco?

A) 172 h 48 min B) 2 h 12 min

C) 2 h 13 min D) 1 h 59 min

E) N.A.

***Problema 35* :** Se tiene un cubo de hielo en un vaso con agua luego de un tiempo el hielo

se derrite. Entonces el nivel del agua necesariamente.

A) Se modifica B) No se rebalsa

C) Disminuye D) Aumenta

E) Se rebalsa

Problema 36 : ¿Cuál es el número de hojas de papel de 21 cm por 28 cm que pueden obtenerse de una hoja de 84cm por 168cm?

A) 20 B) 21 C) 28 D) 33 E) 24

Problema 37 : Si "x" tiene 80 años, "y" tiene 60 años y "z" tiene 40 años entonces:

A) Los tres son hermanos
B) La relación es de; abuelo, padre y nieto
C) "z"debe respetar a "x" y a "y"
D) "x" es mayor que "z"
E) N.A.

Problema 38 : Dos mangueras se usan para llenar una piscina, una de 6cm de radio y otra de 8 cm de radio. ¿Cuál será el radio de una sola manguera que pueda llenar el tanque en el mismo tiempo que tomaria a las 2 mangueras juntas? (Las 3 mangueras son del mismo tamaño).

A) 13cm B) 12cm C) 14cm

D) 9cm E) 10cm

Problema 39 : Actualmente la edad de María es 4 veces la edad de Rosa, y cuando Rosa nació, María tenia 12 años .Hallar la razón de las edades de menor a mayor.

A) 1/5 B) 1/3 C) 1/4

D)1/2 E) 3/4

Problema 40 : ¿Cuántas ventanas hay en un edificio de 5 pisos y 4 fachadas, si en cada piso hay 15 ventanas hacia cada una de las 4 calles?

A) 300 B) 150 C) 243

D) 345 E) 298

Problema 41 : Un galgo persigue una liebre que lleva 80 saltos de adelanto. Sabiendo que da 7 saltos mientras que la liebre da 6 y que 4 de la liebre valen 3 del galgo, digase despues de cuántos saltos el galgo habrá alcanzado a la liebre.

A) 160 B) 168 C) 186

D) 140 E) Ninguna

Problema 42 : Un caracol sube por una escalera de 65 escalones, para cada día por cada 5 escalones que sube baja 2. ¿Cuántos dias tardará en subir la escalera?

A) 63 B) 62 C) 21

D) 20 E) 60

Problema 43 : Un niño tiene en su bolsillo 50 bolitas de las cuales 25 estan pintadas de rojo enteras o parcialmente, 20 estan pintadas enteras o parcialmente de azul y 15 son incoloras. Entonces las bolitas pintadas de dos colores (parte roja y parte azul) son:

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 35

Problema 44 : Un fumador para satisfacer sus deseos de fumar recogia puchos de cigarrillos y con cada 3 de estas hacia un cigarrillo. Un día cualquiera solo pudo conseguir 47 puchos. ¿Cuál es la máxima cantidad de cigarrillos que pudo fumar ese día?

A) 15 B) 20 C) 22 D) 23 E) 25

Problema 45 : Si once es mayor que siete y doce es es mayor que once, entonces:

A) Doce es mayor que siete
B) Once es mayor que doce
C) Siete es menor que once
D) Doce es mayor que once
E) Once es igual a once

Problema 46 : En una fila estan sentadas

cuatro personas. Manuel esta sentedo a la derecha de Nataly, Sara a la izquierda de Vanessa, Nataly a la izquierda de Sara y Vanessa a la derecha de Manuel. ¿Quienes estan sentados en los extremos?

A) Sara y Vanessa
B) Manuel y Vanessa
C) Nataly y Vanessa
D) Manuel y Sara
E) Nataly y Manuel

Problema 47 **:** ¿Cuál es el día que esta antes del sabado en la misma forma que esta despues del martes?

A) Miercoles B) Jueves C) Viernes

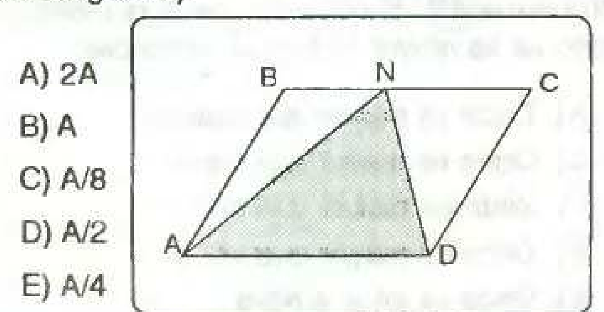
D) Lunes E) Sabado

Problema 48 **:** Pedro esta al sur de Ramón, Ramón al norte de Pablo y Juan esta entre Ramón y Pedro, éste a su vez más al norte que Pablo. Luego:

A) Juan está junto a Pablo
B) Pablo está junto a Pedro
C) A ninguno lo podemos ubicar
D) Ramón y Juan estan antes que Pedro
E) Ninguna anterior.

Problema 49 **:** Si el triángulo sombreado se desplaza hasta que el vértice "N" ocupe el centro del paralelogramo de área "4A". Hallar el área del triángulo que queda dentro del paralelogramo (El desplazamiento de la base del triángulo es paralelo al lado BC del paralelogramo).

A) 2A
B) A
C) A/8
D) A/2
E) A/4



Problema 50 **:** Si dentro de una caja hay 3 cajas pequeñas donde dos de ellas tienen 4 triángulos cada una y la otra tiene 4 bolas, si ademas cada triángulo contiene una bolita y cada bola un triangulito,determinar ¿cuántos objetos tiene la caja?

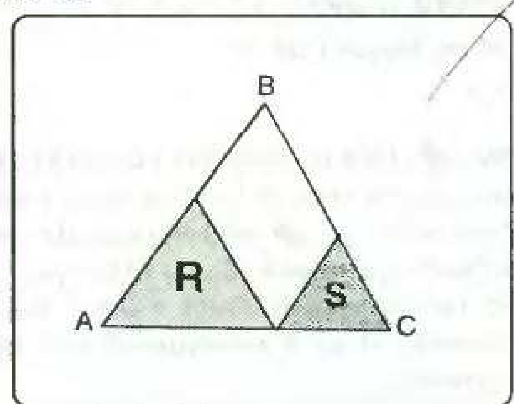
A) 25 B) 20 C) 27 D) 30 E) 24

Problema 51 **:** El costo de fabricación de un par de zapatos oscila entre 24 y 32 soles y el precio de venta entre 40 y 52 soles. ¿Cuál es la minima ganancia que se puede obtener en 30 pares de zapatos?

A) 480 soles B) 840 soles C) 240 soles

D) 600 soles E) N.A.

Problema 52 **:** En la figura R,S y ABC, son triángulos equiláteros. Entonces, la relación válida es:



A) Area R + área S = área Δ ABC

B) Area R - área S = área Δ ABC

C) Perimetro R + Perimetro S = Perimetro Δ ABC

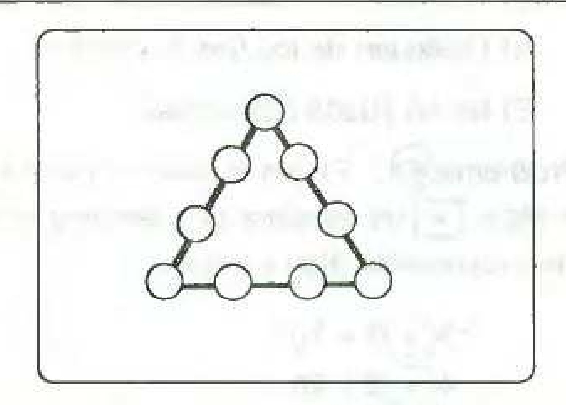
D) Perímetro R · Perimetro S = 9 Perímetro Δ ABC

E) Perímetro R – Perímetro S = $\frac{1}{3}$ Perímetro Δ ABC

Problema 53 **:** Utilizando los números del 1 al 9, distribuirlos de tal forma que la suma de los lados del triángulo sean tres números consecutivos. ¿La suma de los números que estan en los vertices es de?

A) 5 B) 6 C) 7

D) 8 E) 9



Problema 54 : Una de mis 27 bolas de billar pesa más que las otras. Para averiguarlo, alquilé una balanza de platillos al precio de 50 soles la pesada. ¿Cuánto tuve que pagar si llegué a saber cuál era?

A) 135 soles B) 130 soles C) 150 soles

D) 200 soles E) 650 soles

Problema 55 : El área de un triángulo equilatero es 4 m^2 ¿cuál es el área de un exágono regular cuyo lado mide la mitad del lado del triángulo?

A) 16 m^2 B) 8 m^2 C) 6 m^2

D) 9 m^2 E) 12 m^2

Problema 56 : A una conferencia de prensa asistieron 41personas, de las cuales unos eran periodistas y otros jugadores de la selección de fútbol. En esta conferencia se observo que uno de los jugadores fue entrevistado por 4 periodistas, un segundo jugador fue entrevistado por 5 periodistas, un tercero por 6 periodistas y así sucesivamente hasta que el último jugador fue entrevistado por todos los periodistas presentes.

¿Cuántos jugadores de la selección de fútbol asistieron a la conferencia?

A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

Problema 57: La suma de las fracciones que corresponden a los puntos A y B en la recta númerica es:

(A y B equistan de los extremos y entre sí la misma distancia)

A) $\frac{20}{3}$ B) $20\frac{1}{3}$ C) 19

D) 20 E) $\frac{41}{2}$

Problema 58: Si escribo a la derecha de un número las cifras x, y, éste número aumenta en "a". ¿Cuál es ese número?

A) $a - 10x - y$ B) $\frac{a+10x+y}{99}$

C) $\frac{a-10x+y}{11}$ D) $\frac{a-10x-y}{99}$

E) $a + 10x - y$

Problema 59 : Un vendedor vende 3 manzanas por 5 soles y otro, que tiene el doble de manzanas, las vende a 2 por tres soles. Si se juntan para evitar la competencia las deben vender a:

A) 5 por 8 soles B) 7 por 5,5 soles

C) 7 por 11 soles D) 9 por 14 soles

E) 3 por 7 soles

Problema 60: Un cuadrado tiene 24 cm^2 de área, si el lado se duplicara en su longitud, el área del nuevo cuadrado sería:

A) 48 cm^2 B) 72 cm^2 C) 24 cm^2

D) 96 cm^2 E) Faltan datos

Problema 61 : Si se tiene un triángulo y se construye otro, de tal modo que uno de los lados corte a los dos del primero. Se forma como máximo.

A) 1 triángulo más B) 2 triángulos más

C) 3 triángulos más D) 4 triángulos más

E) 5 triángulos más

Problema 62 : Observe las distintas restas y

luego de encontrar una razón lógica y matemática indique cuál es el número faltante en la última resta.

18 – 5 = 4
15 – 1 = 5
21 – 6 = 6
37 – 16 = ?

A) 7 B) 8 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 63: Si "x" tiene 80 años "y" tiene 60 años y "z" tiene 40 años. Entonces :

A) Los tres son hermanos

B) La relación es de abuelo, padre y nieto

C) "z" debe respetar a "x" y a "y"

D) "x" es mayor que "z"

E) N.A.

Problema 64: Si "a" es un número par y "b" es un número impar luego. Cuál o cuáles de estas aseveraciones son verdaderas?

I. $3a + b^2$; es un número impar
II. $(a^3 - 1) \cdot b$; es un número par
III. $(a + b)(a - b)$; es un número par

A) Sólo I B) Sólo II y III C) Sólo II

D) Sólo I y II E) N.A.

Problema 65: Si: (a + b) es impar y b es par. Cuál de las expresiones debe ser impar?

I. a **II.** a^2 **III.** ab

A) Sólo I B) Sólo III C) Sólo I y II

D) Sólo II y III E) I; II y III

Problema 66: Tres números consecutivos pueden determinarse si se conoce :

A) Su media aritmética

B) Su media geométrica

C) Su media armonica

D) Cualquier de los tres promedios

E) No se puede determinar.

Problema 67: En los siguientes resultados el signo [+] no significa exactamente suma, pero representa algo parecido.

3 [+] 1 = 10
4 [+] 2 = 20
5 [+] 5 = 50

Entonces, hallar el valor de:

(4 [+] 4) – (2 [+] 2)

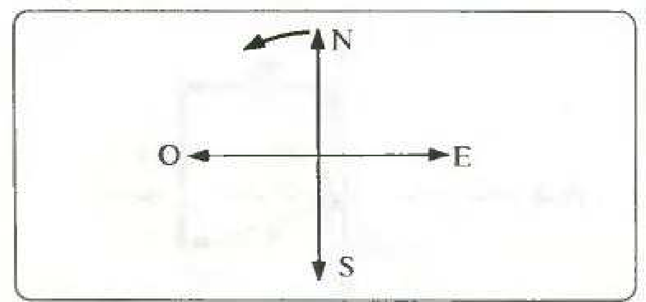
A) 20 B) 40 C) 50 D) 60 E) 24

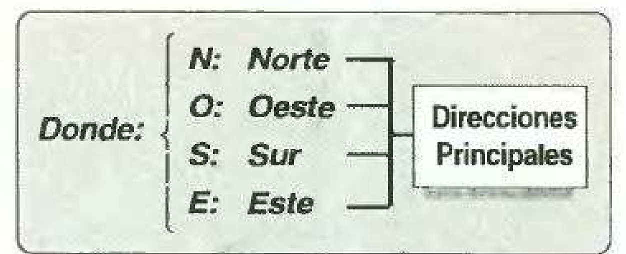
Clave de Respuestas

1.	B	7.	C	13.	B	19.	B
2.	C	8.	D	14.	E	20.	D
3.	D	9.	D	15.	D	21.	B
4.	D	10.	D	16.	D	22.	C
5.	D	11.	C	17.	B	23.	B
6.	B	12.	D	18.	E	24.	C
25.	B	31.	C	37.	D	43.	B
26.	C	32.	B	38.	E	44.	D
27.	D	33.	D	39.	C	45.	A
28.	C	34.	C	40.	A	46.	C
29.	C	35.	D	41.	B	47.	B
30.	E	36.	E	42.	C	48.	D
49.	D	54.	C	59.	D	64.	A
50.	C	55.	C	60.	D	65.	C
51.	C	56.	B	61.	E	66.	A
52.	C	57.	D	62.	C	67.	E
53.	B	58.	D	63.	D		

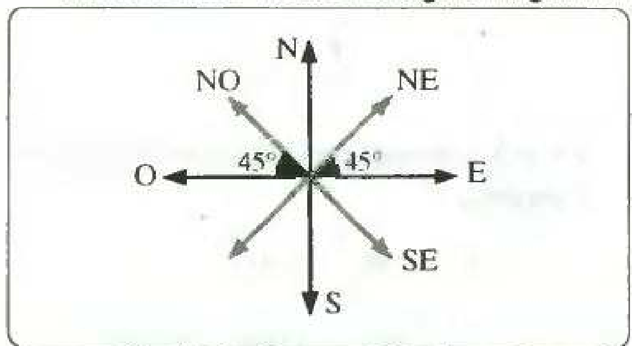
PROBLEMAS SOBRE RUMBOS O DIRECCIONES 31

- Para este tipo de problemas hay que tener en cuenta los puntos cardinales **(Norte, Sur, Este y Oeste)**, para recordar dichos puntos acordarse de la palabra ***"NOSE"*** y empieza a colocar las letras de dicha palabra por donde indida la flecha del siguiente gráfico:





También vamos a tener en cuenta para algunos problemas las direcciones secundarias como lo verás en el siguiente gráfico:



- El desarrollo de algunos problemas le ayudarán a comprender mejor los criterios antes explicados.

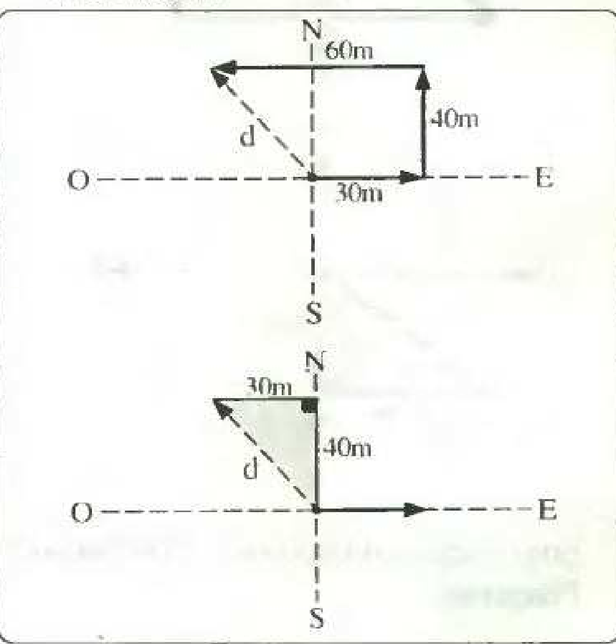
PROBLEMAS CON DIRECCIONES PRIMARIAS

Problema 1: Nataly hace un recorrido de la siguiente manera: 30 metros al Este; 40 metros al Norte y 60 metros al Oeste. ¿A cuántos metros del punto de partida se encuentra?

A) 130 m B) 60 m C) 50 m

D) 40 m E) 180 m

Resolución:



- En el Δ achurado, aplicamos el teorema de Pitágoras.

$$d^2 = (30)^2 + (40)^2$$

$$d^2 = 900 + 1600 = 2\,500$$

$$d = \sqrt{2\,500}$$

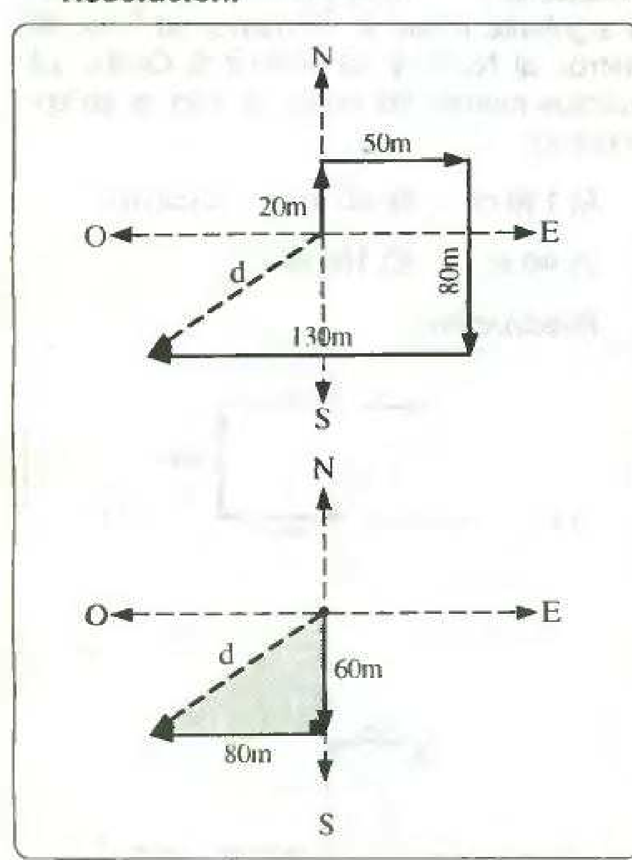
$\therefore$ $\boxed{d = 50 \text{ m}}$ ***Rpta. C***

Problema 2: Vanessa hace un recorrido de la siguiente manera: 20 metros al Norte; 50 metros al Este; 80 metros al Sur y 130 metros al Oeste. ¿A cuántos metros del punto de partida se encuentra?

A) 280 m B) 210 m C) 140 m

D) 100 m E) N.A.

Resolución:



- En el Δ achurado, aplicamos el teorema de Pitágoras.

$$d^2 = (60)^2 + (80)^2$$

$$d^2 = 3\,600 + 6\,400 = 10000$$

$$d = \sqrt{10\,000}$$

$\therefore$ $\boxed{d = 100 \text{ m}}$ ***Rpta. D***

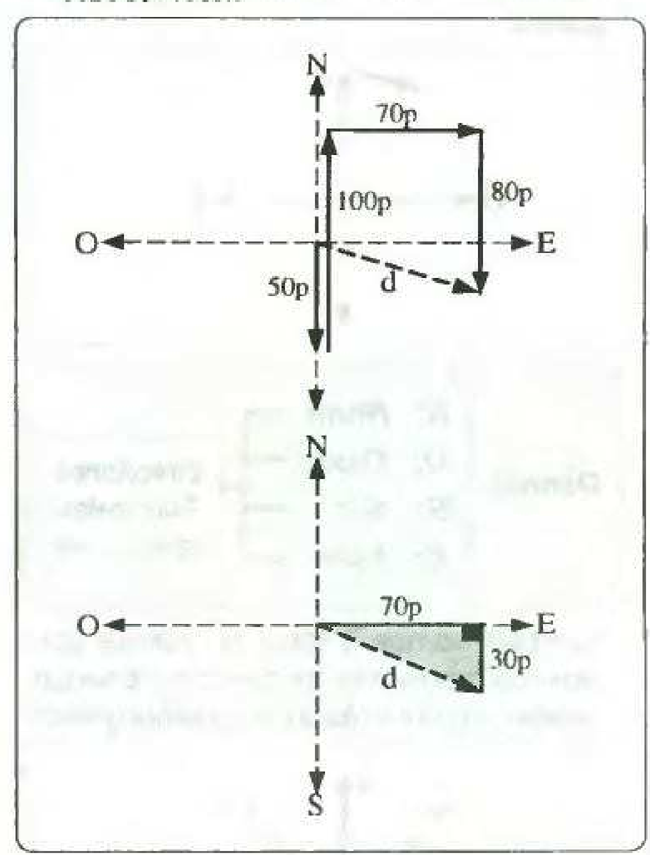
Problema 3: Manuel hace un recorrido de la siguiente manera: 50 pasos al Sur; 100 pasos al Norte, 70 pasos al Este; luego 80 pasos al Sur. ¿A cuántos pasos del punto de partida se encuentra?

A) 300 pasos B) 360 pasos

C) 30 pasos D) $58\sqrt{10}$ pasos

E) $10\sqrt{58}$ pasos

Resolución:



- En el Δ achurado, aplicamos el teorema de Pitágoras.

$$d^2 = (30)^2 + (70)^2$$

$$d^2 = 900 + 4\,900 = 5\,800$$

$$d = \sqrt{5\,800}$$

$\therefore$ $\boxed{d = 10\sqrt{58}}$ ***Rpta. E***

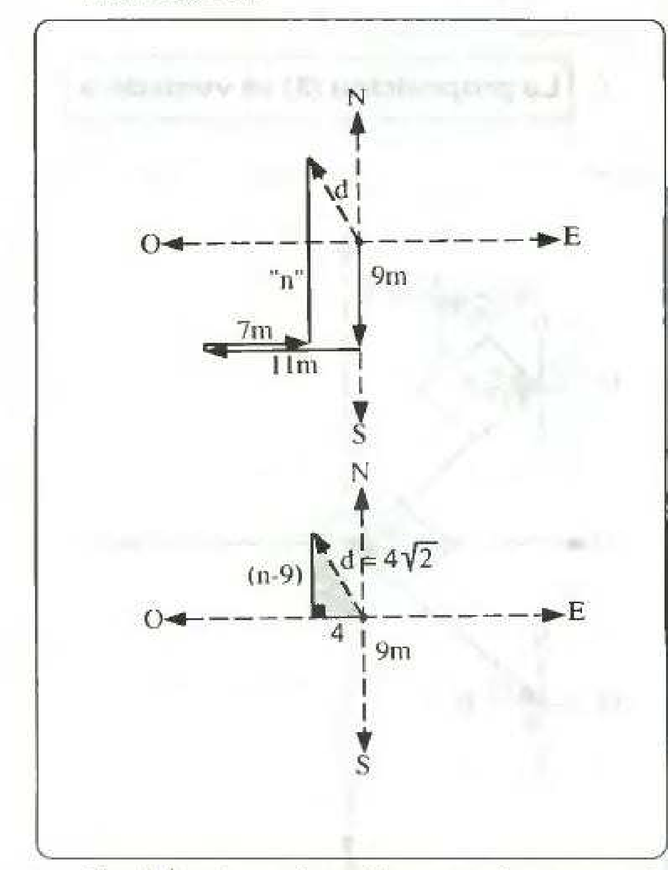
Problema 4: Percy hace un recorrido de la siguiente manera: 9 metros al Sur; 11 metros al

Oeste; 7 metros al Este y "**n**" metros al Norte, si la distancia entre el punto de partida y de llegada es de $4\sqrt{2}$ metros. Hallar el valor de **"n" (n > 9)**

A) 5 m B) 10 m C) 12 m

D) 13 m E) 15 m

Resolución:



- En el Δ achurado, aplicamos el teorema de Pitágoras.

$$(n-9)^2 + (4)^2 = (4\sqrt{2})^2$$

$$(n-9)^2 + 16 = 32$$

$$(n-9)^2 = 32 - 16 = 16$$

$$(n-9) = \sqrt{16}$$

$\therefore$ **n = 13 metros**

Rpta. D

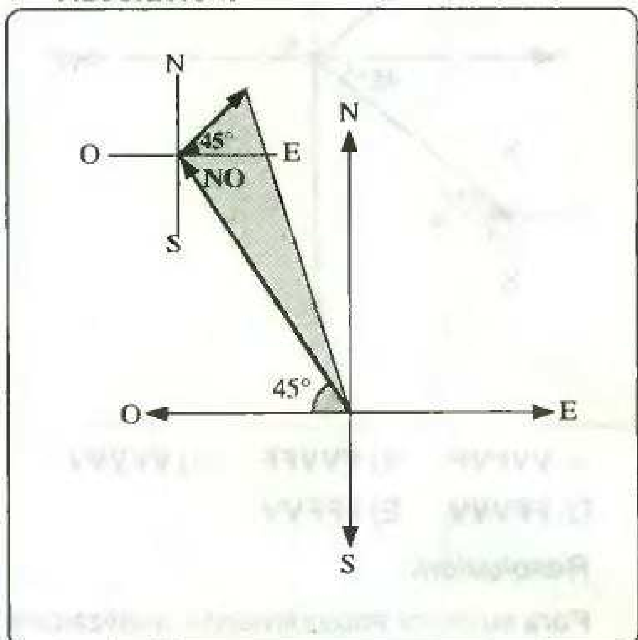
PROBLEMAS CON DIRECCIONES SECUNDARIAS

Problema 1: Una persona hace un recorrido de la siguiente manera: 40 pasos al Noroeste, 30 pasos al Noreste. ¿A cuántos pasos del punto de partida se encuentra?

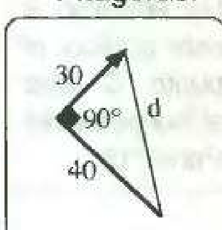
A) 50 pasos B) 80 pasos C) $50\sqrt{2}$ pasos

D) 120 pasos E) 140 pasos

Resolución:



- En el Δ achurado, aplicamos el teorema de Pitágoras.



$$d^2 = (30)^2 + (40)^2$$

$$d^2 = 900 + 1600 = 2\,500$$

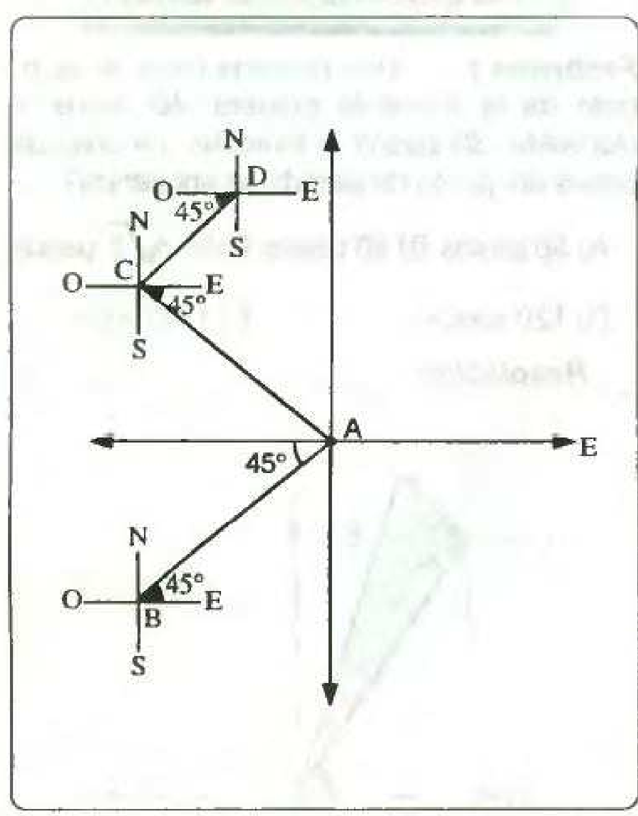
$$d = \sqrt{2\,500}$$

$\therefore$ d = 50 pasos ***Rpta. A***

Problema 2: de acuerdo al siguiente gráfico: Decir que proposiciones son verdaderas y cuáles son falsas:

1. **"C"** está al Suroeste de **"D"**
2. **"A"** está al Sureste de **"C"**
3. **"A"** está al Noreste de **"B"**
4. El camino de **"C"** a **"D"** es paralelo al camino de **"A"** a **"B"**

5. El camino de **"A"** a **"C"** es perpendicular al camino de **"C"** a **"D"**

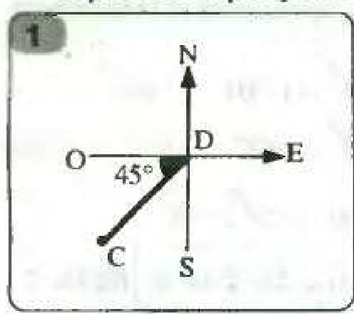


A) **VVFVF** B) **VVVFF** C) **VVVVV**
D) **FFVVV** E) **FFFVV**

Resolución:

Para su mejor entendimiento, analizamos el problema por partes, veamos:

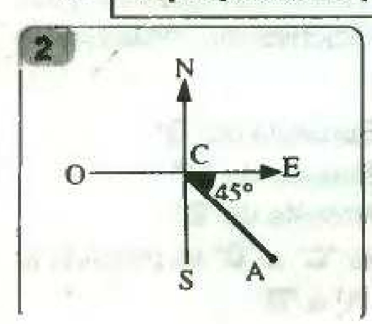
1



** De acuerdo a este gráfico, el punto **"C"** está al **Suroeste** del Punto **"D"**

∴ **La proposición (1) es verdadera**

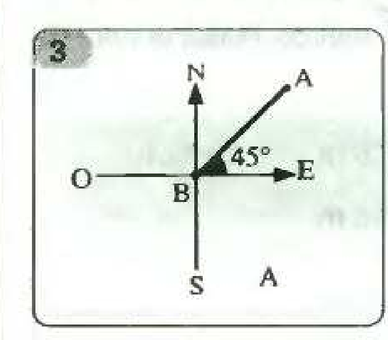
2



** De acuerdo a este gráfico, el punto **"A"** está al **Sureste** del Punto **"C"**

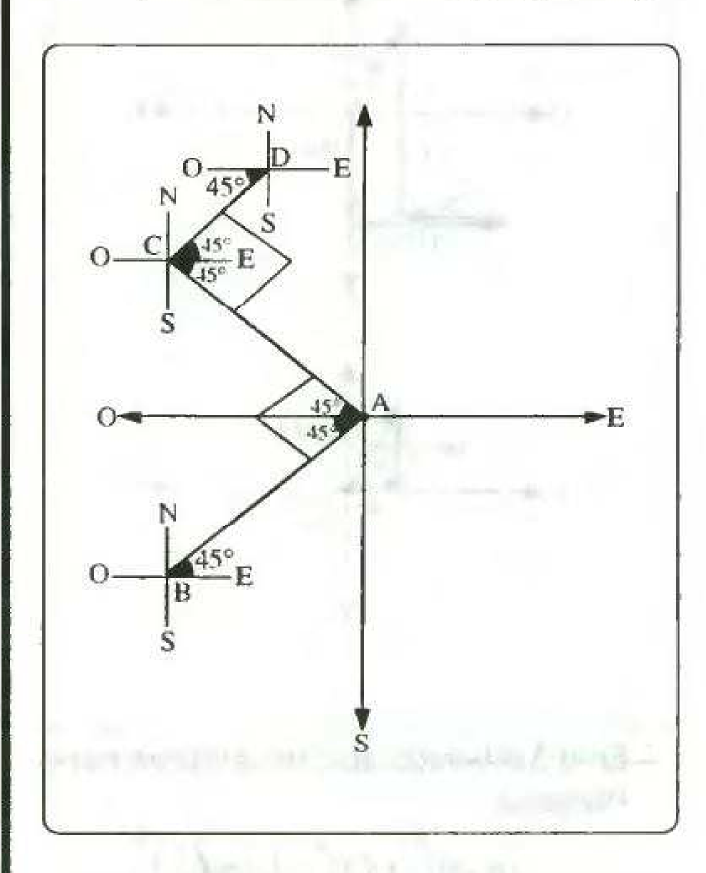
∴ **La proposición (2) es verdadera**

3



** De acuerdo a este gráfico, el punto **"A"** está al **Noreste** del Punto **"D"**

∴ **La proposición (3) es verdadera**



– Como se observará en este gráfico. El camino **CD** es paralelo al camino **AB**, también podemos afirmar que el camino **AC** es perpendicular al camino **CD**.

Las proposiciónes (4) y (5) son verdaderas

Rpta. C

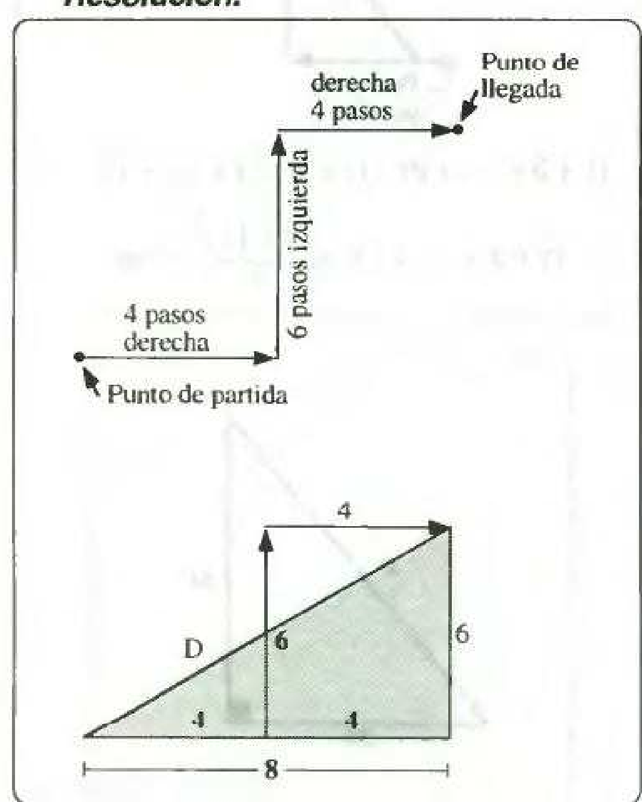
OTROS TIPOS DE PROBLEMAS

Problema 1: Un hombre hace un recorrido de la siguiente manera: 4 pasos a la derecha; luego dobla hacia la izquierda dando 6 pasos y finalmente dobla a la derecha dando 4 pasos. ¿A cuántos pasos del punto del partida se encuentra?

A) 8 pasos B) 9 pasos C) 10 pasos

D) 12 pasos E) 18 pasos

Resolución:



- En el ⊿ achurado, aplicamos el teorema de Pitágoras.

$$D^2 = (8)^2 + (6)$$

$$D^2 = 64 + 36 = 100$$

$$D = \sqrt{100}$$

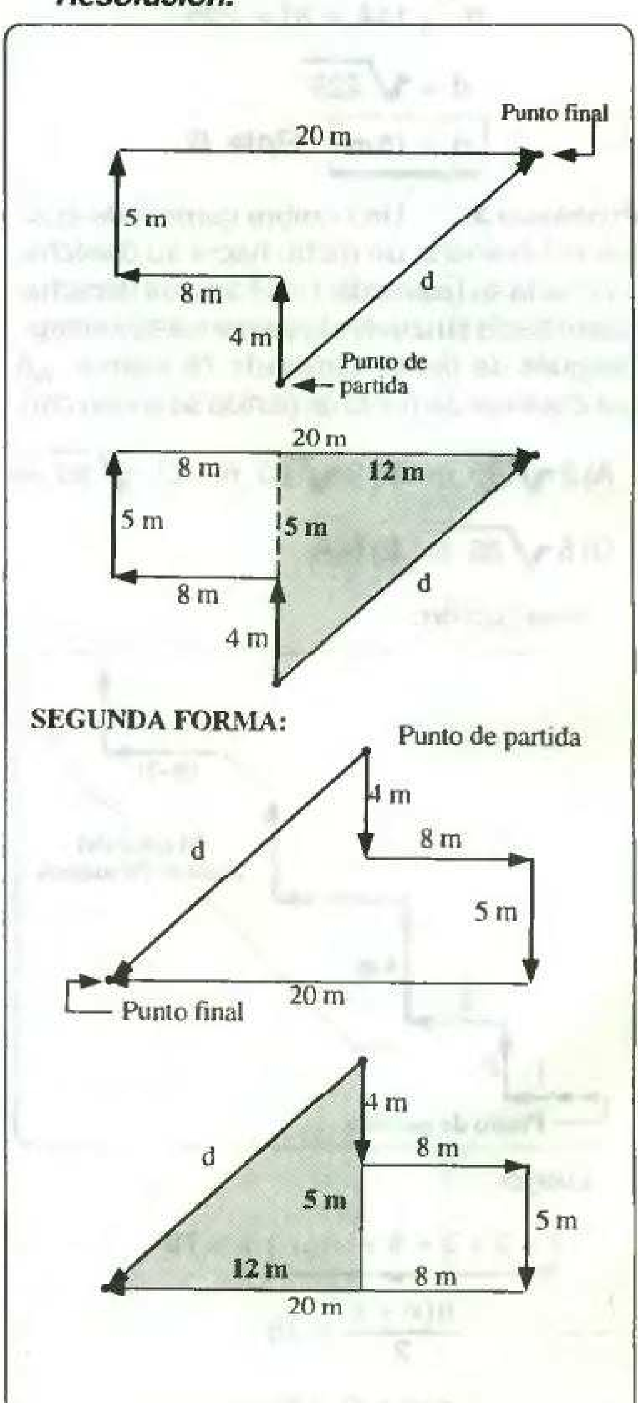
$\therefore$ **D = 10 pasos** ***Rpta. C***

Problema 2: Una persona hace un recorrido de la siguiente manera: 4 metros hacia adelante; luego dobla 8 metros a la izquierda, después dobla 5 metros a la derecha y finalmente 20 metros a la derecha. ¿A distancia del punto del partida se encuentra?

A) 21 m B) 15 m C) 37 m

D) 12 m E) 18 m

Resolución:



– Como se observará en las figuras, se ha obtenido el mismo con los mismos valores, de tal manera que para hallar la distancia "**d**" en los triángulos achurados, aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$d^2 = (12)^2 + (9)^2$$

$$d^2 = 144 + 81 = 225$$

$$d = \sqrt{225}$$

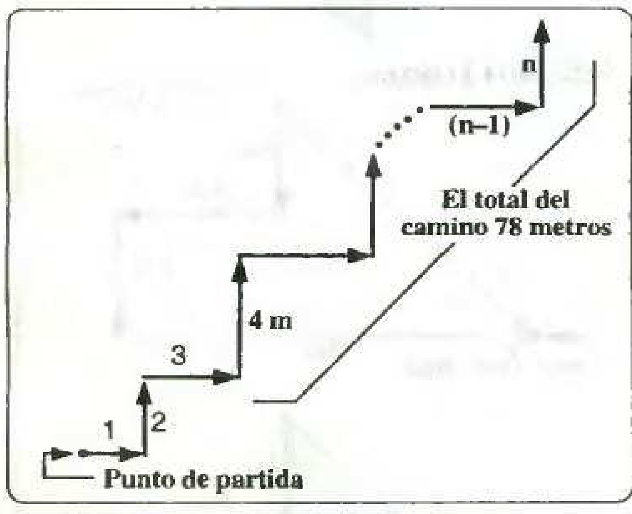
$$\therefore \boxed{d = 15m}$$ ***Rpta. B***

Problema 3: Un hombre camina de la siguiente manera: un metro hacía su derecha, dos hacía su izquierda; tres hacía su derecha; cuatro hacía su izquierda y así sucesivamente. Después de haber caminado 78 metros. ¿A qué distancia del punto de partida se encuentra?

A) $2\sqrt{85}$ m B) $3\sqrt{85}$ m C) $\sqrt{85}$ m

D) $6\sqrt{85}$ m E) N.A.

Resolución:



Luego:

$$\underbrace{1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + n}_{} = 78$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 78$$

$$n(n+1) = 156$$

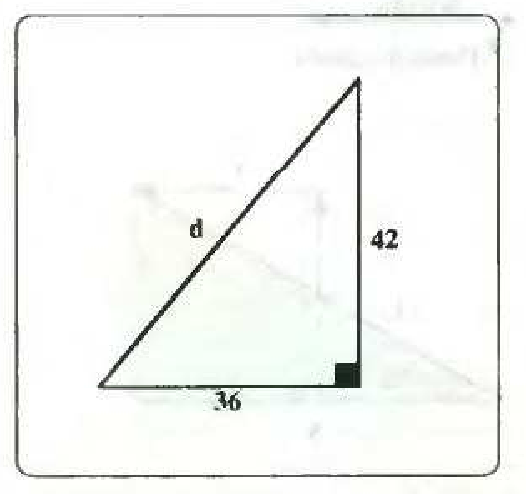
$$n(n+1) = 12 \times 13$$

$$\therefore \boxed{n = 12}$$

La figura inicial, se transforma en ⊿ un rectángulo, veamos:

$$(2+4+\ \ldots +n) = (2+4+\ \ldots +12)$$

$$(2+4+\ \ldots +12) = 6 \times 7 = 42$$



$$(1+3+\ \ldots +(n-1)) = (1+3+\ \ldots +11)$$

$$(1+3+\ \ldots +11) = \left(\frac{1+11}{2}\right)^2 = 36$$

– Aplicando el teorema de Pitágoras, obtenemos:

$$d^2 = (42)^2 + (36)^2$$

$$d^2 = 6^2 \times 7^2 + 6^2 \times 6^2$$

$$d^2 = 36(49 + 36)$$

$$\therefore \boxed{d = 6\sqrt{85}\ m}$$

Rpta. D

Problemas Propuestos

Problema 1: Una persona hace un recorrido de la siguiente manera: 4 metros al Este; 5 metros al Norte; 6 metros al Este y finalmente 2 metros al Sur. ¿A qué distancia del punto de partida se encuentra?

A) 17 m B) 15 m C) 10 m

D) $\sqrt{109}$ m E) 109 m

Problema 2: Una persona hace un recorrido de la siguiente manera: 3 km al Sur; luego 5 km al Este y por último 8 km al Norte. ¿A cuántos kilómetros del punto de partida se encuentra?

A) 16 km B) 13 km C) 8 km

D) $5\sqrt{2}$ km E) $2\sqrt{5}$ km

Problema 3: Sara hace un recorrido de la siguiente manera: 6 km al Norte luego 5 km al Oeste;3 km al Norte y por último 12 km al Este.. ¿A cuántos km del punto de partida se encuentra?

A) $\sqrt{120}$ km B) $\sqrt{130}$ km

C) $\sqrt{150}$ km D) 26 km

E) 62 km

Problema 4: Luis hace un recorrido de la siguiente manera: 10 metros al Sur; 6 metros al Este; 16 metros al Norte y 4 metros al Este. ¿A cuántos metros del punto de partida se encuentra?

A) 6 m B) 10 m C) $4\sqrt{17}$ m

D) $2\sqrt{34}$ m E) $34\sqrt{2}$ m

Problema 5: Una persona hace un recorrido de la siguiente manera: 10 metros al Oeste; 14 metros al Sur; 8 metros al Norte y por último 6 metros al Este. ¿A cuántos metros del punto de partida se encuentra?

A) 38 m B) 52 m C) $\sqrt{52}$ m

D) $2\sqrt{26}$ m E) N.A.

Problema 6: Una persona hace un recorrido de la siguiente manera: 20 km al Norte; luego 30 km al Sur; 5 km al Norte, 7 km al Oeste y 8 km al Norte. ¿A cuántos km del punto de partida se encuentra?

A) $2\sqrt{29}$ km B) $\sqrt{58}$ km

C) $29\sqrt{2}$ km D) 58 km

E) N.A.

Problema 7: Una persona hace un recorrido de la siguiente manera: 8 km al Este; luego 10 km al Norte; 5 km al Sur y finalmente "n" km al Este, si la distancia desde el punto de partida al punto de llegada es de $5\sqrt{5}$. ¿Hallar el valor de "n"

A) 5 km B) 4 km C) 2 km

D) 3 km E) 8 km

Problema 8: Una persona hace un recorrido de la siguiente manera: 9 metros al Sur; 11 metros al Oeste; 7 metros al Este y "n" metros al Norte; si la distancia desde el punto de partida al punto de llegada es de $4\sqrt{2}$. Hallar el valor de "n"

A) 6 m B) 12 m C) 9 m

D) 13 m E) N.A.

Problema 9: Una persona hace un recorrido de la siguiente manera: 23 pasos al Norte, 19 al Este, 21 al Sur, 17 al Oeste; 4 al Norte y 6 al Este. ¿Cuántos recorridos debe de hacerse uno tras otro para alejarse 50 pasos del punto de partida?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Problema 10: Un hombre camina de la siguiente manera: un metro hacía su derecha; dos hacía su izquierda; tres hacía su derecha, cuatro hacía su izquierda y así sucesivamente. Depués de haber caminado 105 metros. ¿A qué distancia del punto de partida se encuentra?

A) $113\sqrt{7}$ m B) 13 m

C) $7\sqrt{113}$ m D) 105 m

E) $13\sqrt{7}$ m

Problema 11: Rafael y Antonio parten de un mismo punto y caminan de la siguiente manera: Rafael da 3 pasos al Norte, luego 12 pasos al Este y 5 pasos al Norte mientras Antonio dá 8 pasos al Este, luego 7 pasos al Sur y finalmente 24 pasos al Este. ¿A cuántos pasos se encuentran uno del otro?

A) 10 pasos B) 15 pasos C) 20 pasos

D) 25 pasos E) N.A.

Problema 12: Una persona hace un recorrido de la siguiente manera: 20 metros al Noroeste, luego 20 metros al Noreste y por último $20\sqrt{2}$ metros al Este. ¿A cuántos metros del punto de partida se encuentra?

A) $60\sqrt{2}$ m B) 40 m C) 80 m

D) 60 m E) $40\sqrt{2}$ m

Problema 13: Una persona hace un recorrido de la siguiente manera: 12 metros al Sureste; luego $10\sqrt{2}$ metros al Oeste y finalmente 2 metros al Noreste. ¿A cuántos metros del punto de partida se encuentra?

A) $17\sqrt{2}$ m B) $2\sqrt{17}$ m

C) $\sqrt{34}$ m D) 68 m

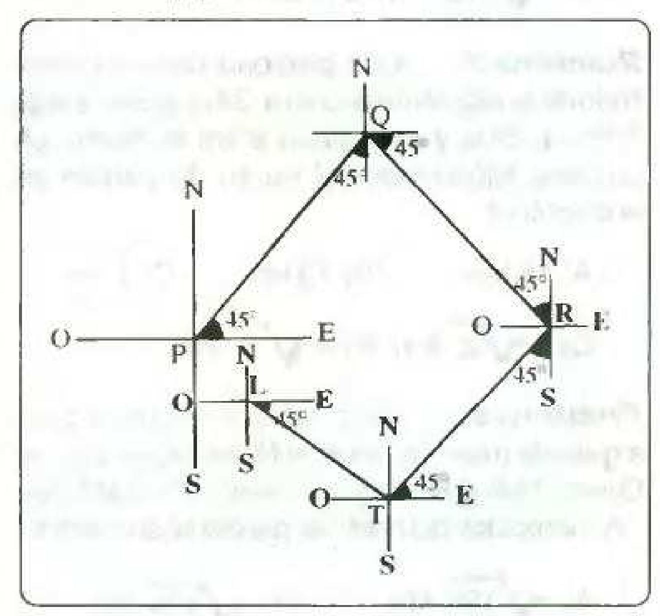
E) N.A.

Problema 14: Una persona hace un recorrido de la siguiente manera: 15 metros al Suroeste, luego 20 metros al Sureste. ¿A cuántos metros del punto de partida se encuentra?

A) 35 m B) $40\sqrt{2}$ m C) 25 m

D) $40\sqrt{2}$ m E) N.A.

Problema 15: De acuerdo al gráfico decir qué proposiciones son verdaderas **(V)** y cuáles son falsas **(F)**



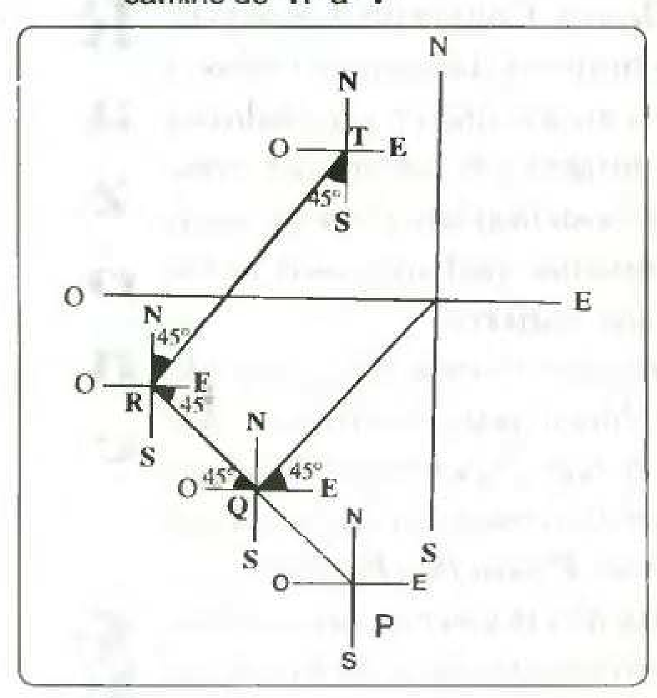
1. **"P"** está al Suroeste de **"Q"**
2. **"R"** está al Sureste de **"Q"**
3. **"R"** está al Noreste de **"T"**
4. El camino de **"P"** a **"Q"** es paralelo al camino de **"R"** a **"T"**
5. El camino de **"Q"** a **"R"** es perpendicular al camino **"P"** a **"Q"**

A) **VVVFF** B) **VVVVF** C) **FFVVF**

D) **VVFVV** E) **VVVVV**

Problema 16: De acuerdo al gráfico decir qué proposiciones son verdaderos (V) y cuáles son falsos (F).

1. "R" está al Suroeste de "T"
2. "P" está al Sureste de "Q"
3. "Q" está al Noreste de "R"
4. El camino de "R" a "T" es perpendicular al camino "Q" a "P"
5. El camino de "R" a "Q" es paralelo al camino de "R" a "T"



A) VVVFF B) VVVVF C) VVFVF

D) VVFVV E) VVVVV

Problema 17: Un hombre hace un recorrido de la siguiente manera: 8 metros a la derecha, luego dobla hacía la izquierda recorriendo 6 metros y finalmente dobla a la derecha recorriendo 4 metros. ¿A cuántos metros del punto de partida se encuentra?

A) $5\sqrt{6}$ m B) $6\sqrt{5}$ m

C) $3\sqrt{5}$ m D) 12 m

E) 18 m

Problema 18: Un hombre hace un recorrido de la siguiente manera: 2 metros a la izquierda; luego dobla a la derecha recorriendo 4 metros, vuelve a doblar a la derecha recorriendo 8 metros y finalmente recorre 5 metros a la izquierda. ¿A cuántos metros del punto de partida se encuentra?

A) $13\sqrt{3}$ m B) 13 m C) $3\sqrt{13}$ m

D) 12 m E) 19 m

Problema 19: Un hombre hace un recorrido de la siguiente manera: dá 8 pasos a la derecha dando luego 3 pasos a la derecha dobla nuevamente a la derecha dando 20 pasos y finalmente dobla a la izquierda dando 6 pasos. ¿A cuántos pasos del punto de partida se encuentra?

A) 12 pasos B) 15 pasos C) 20 pasos

D) 37 pasos E) N.A.

Problema 20: Jesús y Eduardo parten de un mismo punto recorriendo cada uno de la siguiente manera: Jesús recorre 5 metros a la derecha, 4 metros a la izquierda, 6 metros a la derecha llegando así a un lugar "**A**" mientras que Eduardo recorre 3 metros a la izquierda, 11 metros a la derecha llegando así a un lugar "**B**". ¿Qué distancia hay entre **A** y **B**?

A) $35\sqrt{7}$ m B) 35 m C) $7\sqrt{5}$ m

D) 21 m E) N.A.

Clave de Respuestas

1. D	11. D
2. D	12. B
3. B	13. B
4. D	14. C
5. C	15. E
6. B	16. C
7. C	17. B
8. D	18. C
9. D	19. B
10. C	20. C

El Juego de los tres maridos y de sus mujeres

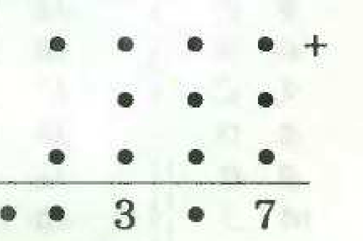
Tres hombres, cada uno con su mujer, quieren cruzar un río y sólo disponen de un bote muy pequeño que únicamente puede transportar a dos personas a la vez. Como entre ellos está dispuesto que ninguna de sus mujeres debe encontrarse a solas con un hombre que no sea su marido en este lado del río o en el otro, si una de las mujeres lo hiciera así sería reputada deshonesta y desleal a su marido. Cabe preguntarse ahora cómo esas seis personas podrán pasar el río quedando a salvo el honor de las mujeres.

Respuesta.- *Primero dos mujeres cruzan el río y una de ellas regresa con el bote, luego pasan otra vez dos mujeres y una regresa con el bote y permanece con su marido; entonces los otros dos maridos cruzan el río y uno de ellos con su mujer regresa con el bote. Pasan dos hombres y la mujer vuelve con el bote, luego pasan dos mujeres y entonces ya no queda mas que uno de los maridos que va a buscar a su mujer; y así queda resuelto el problema.*

R
a
z
o
n
e

Razone

En la siguiente suma cada punto representa una cifra, si 9 cifras de los sumandos son ocho. ¿Cuál es el valor de la suma total?



Respuesta. **18 357**

REGLA DE TRES 32

MAGNITUDES PROPORCIONALES:

I. **Magnitudes Directamente Proporcionales:**

> *Dos magnitudes son **directamente proporcionales** cuando al multiplicar o dividir una de ellas por un número, la otra resulta multiplicada o dividida por el mismo número.*

Ejemplos: Son magnitudes directamente proporcionales:

(a). **El número de objetos y su precio cuando se paga a razón del número.**

Así:

* Si: 1 cuaderno cuesta S/. 6; 3 cuadernos costarán: 3 × S/.6 = S/. 18.
(Esto quiere decir que a **más** cuadernos **más** dinero).

* Si: 8 caramelos cuestan S/. 2; 4 caramelos costarán S/. 1.
(Esto quiere decir que a **menos** caramelos **menos** dinero).

(b). **El tiempo y las unidades de trabajo realizado.**

Así:

* Si: una cuadrilla de obreros hacen en 3 días 10 metros de una obra, en 6 días harán 20 metros de dicha obra.
(Esto quiere decir que a **más** días harán **más** metros de obra).

(c). **El tiempo de trabajo y el salario percibido.**

Así:

* Si: un obrero por 5 días de trabajo percibe S/.80, por 3 días percibirá S/. 48.
(Esto quiere decir que a **menos** días recibirá **menos** salario).

Luego: las magnitudes directamente proporcionales:

* Si aumenta una de ellas; aumenta la otra.
* Si disminuye una de ellas; disminuye la otra.

II. **Magnitudes inversamente proporcionales:**

> Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al multiplicar una de ellas por un número la otra resulta dividida y al dividir una de ellas la otra resulta multiplicada por el mismo número.

Ejemplos: Son magnitudes inversamente proporcionales.

(a). **El número de obreros y el tiempo necesario para hacer una obra.**

Así:

Si: 7 obreros hacen una obra en 4 días; 14 obreros harían la misma obra en 2 días.
(Esto quiere decir que el **doble** número de obreros necesitará la **mitad** del tiempo para hacer la obra).

(b). **Los días del trabajo y las horas diarias que se trabajan.**

Así:

Si: trabajando 10 horas diarias se necesitan 6 días para hacer una obra, trabajando 5 horas diarias se terminará la obra en 12 días.

(Esto quiere decir que a **menos** horas de trabajo se necesitaria **más** dias para hacer la obra).

(c). La velocidad de un automovil y el tiempo empleado en recorrer una distancia.

Asi:

Si un automovil a una velocidad de 50 km/h necesita 8 horas para recorrer una distancia, a la velocidad de 100 km/h necesitaria 4 horas para recorrer la misma distancia.
(Esto quiere decir que a **mayor** velocidad necesitaria **menos** tiempo)

Luego, las magnitudes inversamente proporcionales:

* Si aumenta una de ellas, disminuye la otra.
* Si disminuye una de ellas, aumenta la otra.

Importante:

1). Una magnitud puede ser directa o inversamente proporcional a otras magnitudes. Asi:

- *El precio de una pieza de tela es directamente proporcional a su calidad, longitud y ancho.*
- *El área de un rectángulo es directamente proporcional a su base y altura.*
- *La velocidad es directamente proporcional al espacio recorrido e inversamente proporcional al tiempo.*

*2). Las magnitudes directamente proporcionales van de **más a más**, o de **menos** a **menos** (+ a + ; - a -)*

*3). Las magnitudes inversamente proporcionales van de **más a menos** o **menos a más** (+ a - ; - a +)*

REGLA DE TRES

- **La Regla de Tres.-** Es una operación que tiene por objeto, dados dos o más pares de cantidades proporcionales siendo una desconocida o **incognita**, hallar el valor de esta última.
La Regla de Tres puede ser: **Simple y Compuesta**.
Es **Simple** cuando intervienen dos pares de cantidades proporcionales.
Es **Compuesta** cuando intervienen tres o más pares de cantidades proporcionales.

A. Regla de Tres Simple

En la Regla de tres simple intervienen tres cantidades conocidas **o datos** y una desconocida o **incognita**. Esta regla puede ser: **Directa o Inversa**, según las cantidades que intervienen sean directa o inversamente proporcionales.

- **Supuesto y Pregunta.**

En toda Regla de Tres hay dos filas de términos o números. El **supuesto** formado por los términos conocidos del problema va generalmente en la parte superior. La **pregunta** formada por los términos que contienen a la incognita del problema va en la parte inferior.

Ejemplo: Si: 5 lapiceros cuestan S/. 20. ¿Cuánto costarán 12 lápiceros?

Supuesto: 5 lapiceros ⟶ S/. 20

Pregunta: 12 lapiceros ⟶ S/. x

- El **supuesto** está formado por 5 lapiceros y S/. 20; la **pregunta** por 12 lapiceros y la incognita por S/. x

- **Métodos de Resolución:**

Todo problema que se plantea por una Regla de Tres puede resolverse por tres métodos:

I. Método de Reducción a la unidad
II. Método de las proporciones y
III. Método Práctico

I. MÉTODO DE REDUCCIÓN A LA UNIDAD.

- **Regla de Tres Simple Directa.**

Ejemplo 1. Si: 6 sillas cuestan S/. 180. ¿Cuánto costarán 10 sillas?

Resolución:

Supuesto: 6 sillas ⟶ S/. 180

Pregunta: 10 sillas ⟶ x

Razonando:

Si: 6 sillas cuestan S/. 180

1 silla costará: $S/. \frac{180}{6} =$ S/. 30

Luego:

10 sillas costarán: 10 × S/. 30 = S/.300

Rpta.

Ejemplo 2. Si: 20 chocolates cuestan S/. 80. ¿Cuánto costarán 6 chocolates?

Resolución:

Supuesto: 20 chocolates ⟶ S/. 80
Pregunta: 6 chocolates ⟶ x

Razonando:

Si: 20 chocolates cuestan S/. 80

1 chocolate costará: $S/. \frac{80}{20} =$ S/. 4

Luego:

6 chocolates costarán: 6 × S/.4 = S/.24

Rpta.

- **Regla de Tres Inversa**

Ejemplo 1. Si: 8 obreros terminan una obra en 15 días. ¿En cuántos días terminarán la misma obra 12 obreros?

Resolución:

Supuesto: 8 obreros ⟶ 15 días

Pregunta: 12 obreros ⟶ x

Razonando:

Si: 8 obreros hacen la obra en 15 días

1 obrero lo hará en: 15 x 8 = 120 días

Luego:

12 obreros harán la obra en: $\frac{120 \text{ días}}{12} =$ 10 días

Rpta.

Ejemplo 2. Si trabajando 10 horas diarias una cuadrilla de obreros tardan 18 días para terminar una obra, trabajando 6 horas diarias. ¿En cuántos días terminarían la misma obra?

Resolución:

Supuesto: 10 h/d ⟶ 18 días

Pregunta: 6 h/d ⟶ x

Razonando:

Si:

Trabajando 10 h/d tardan 18 días

Trabajando 1 h/d tardarían: 18 × 10 = 180 días

Luego:

Trabajando 6 h/d tardarían: $\frac{180 \text{ días}}{6} =$ 30 días

Rpta.

II. MÉTODO DE LAS PROPORCIONES:

. **Regla de Tres Simple Directa.**

Ejemplo. Si: 25 pollos cuestan S/. 112,50. ¿Cuánto se pagará por 14 pollos?

Resolución:

Supuesto: Si: 25 pollos ⟶ S/. 112,50
Pregunta: 14 pollos ⟶ x

Razonando:

Si: 25 pollos cuestan S/. 112,50 por **menos** pollos (14) se pagará **menos** soles. Estas cantidades proporcionales van de **menos** a **menos** (- a -), es decir son cantidades directamente proporcionales, por consiguiente la **Regla de Tres es directa.**

Ahora formamos una proporción escribiendo la razón directa de las primeras cantidades (pollos) igual a la razón directa de las segundas cantidades (soles); Así: $\frac{25}{14}=\frac{(112,50)}{x}$

Despejando "x" se obtiene:

$$x=\frac{14\,(11,250)}{25}=63$$

∴ $\boxed{x = S/.\ 63}$ **Rpta.**

- **Regla de Tres Inversa:**

Ejemplo. Si: trabajando 10 horas diarias una cuadrilla de obreros demoran 18 días para terminar una obra, trabajando 6 horas diarias. ¿En cuántos días terminarán la misma obra?

Resolución:

Supuesto: 10 h/d ⟶ 18 días
Pregunta: 6 h/d ⟶ x

Razonando:

Si trabajando 10 h/d demoran 18 días, trabajando **menos** horas diarias (6) lo terminarán en **más** días. Vemos que estas cantidades proporcionales van de **menos** a **más** (- a +); osea que son inversamente proporcionales; por consiguiente la **Regla de Tres es inversa.**

Entonces se forma una proporción escribiendo la razón directa de las primeras cantidades (h/d) igual a la razón inversa de las segundas cantidades (días), Así: $\frac{10}{6}=\frac{x}{18}$

Despejando "x" se obtiene:

$$x=\frac{10.18}{6}=30\text{dias}$$

∴ $\boxed{x = 30\text{ días}}$ **Rpta.**

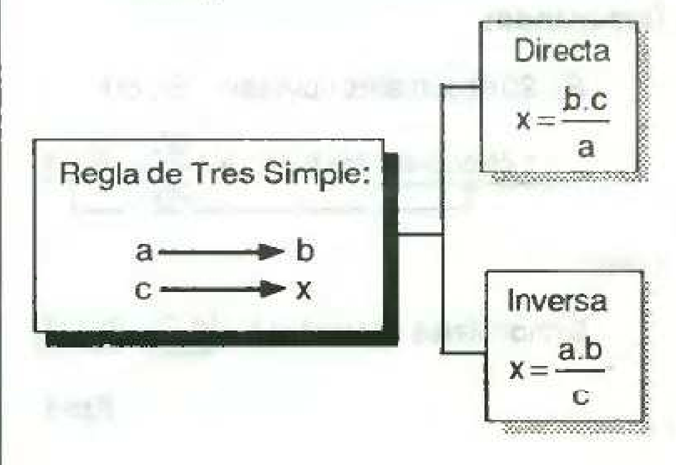
III. MÉTODO PRÁCTICO:

Regla:

1). Se examina si la Regla de Tres es directa o inversa. Si las cantidades proporcionales van de **más** a **más** o de **menos** a **menos**, la Regla es **Directa**; si van de **más** a **menos** o de **menos** a **más** la Regla es **Inversa.**

2). Si la Regla de Tres **es directa**; se multiplican los datos en aspa y se divide entre el otro dato; este cociente es el valor de la **incognita.**

Si la Regla de Tres es **inversa**; se multiplican los datos del supuesto y se divide entre el otro dato de la pregunta; este cociente es el valor de la **incognita.** (Ver cuadro).



- **Regla de Tres Simple Directa:**

Ejemplo: Si 3 metros de tela cuesta S/. 120. ¿Cuánto se pagará por 5,5 metros de la misma tela?

Resolución:

Supuesto:	3 m	⟶	S/. 120
Pregunta:	5,5 m	⟶	x

más a **más**

Razonando:

Si por 3 metros se paga S/. 120 por **más** metros se pagará **más** soles (+ a +); la Regla de Tres es directa.

Luego:

$$x = \frac{S/.\,120 \cdot 5{,}5\cancel{m}}{3\cancel{m}} = S/.\,220$$

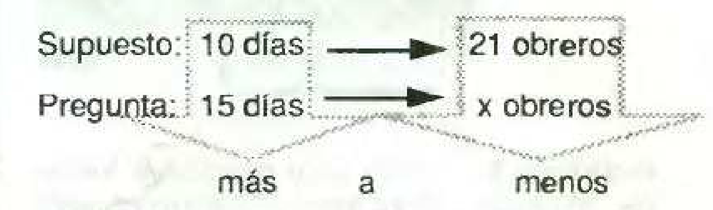
Por los 5,5 metros de la misma tela se pagará S/. 220

Rpta.

- **Regla de Tres Simple Inversa:**

Ejemplo: Si: 21 obreros tardan 10 días para hacer una obra. ¿Cuántos obreros se necesitarán para hacer la misma obra en 15 días?

Resolución:



Razonando:

Si en 10 días hacen la obra 21 obreros; para hacerlo en más días se necesitarán menos obreros (+ a -) la Regla de Tres es **inversa.**

Luego:

$$x = \frac{21\,\text{obreros} \cdot 10\,\cancel{\text{días}}}{15\,\cancel{\text{días}}} = 14\ \text{obreros}$$

Para hacer la misma obra en 15 días se necesitarían 14 obreros.

Rpta.

PROBLEMAS RESUELTOS

Problema 1: Un automovil tarda 8 horas en recorrer un trayecto yendo a 90 km/h. ¿Cuánto tardará en recorrer el mismo trayecto yendo a 60 km/h?

Resolución:

	I		
yendo a:	90 km/h	⟶	tarda 8 horas
yendo a:	60 km/h	⟶	tarda x horas

La duración del trayecto es **inversamente proporcional** a la velocidad, lo que se indica por I colocada encima de la columna de las **velocidades**.

Por tanto:

$$\frac{90}{60} = \frac{x}{8}; \text{ de donde: } x = \frac{90 \cdot 8}{60} = 12\ \text{horas}$$

$\therefore$ $x = 12$ horas **Rpta.**

Problema 2: Si 12 metros de cable cuestan 42 soles. ¿Cuánto costarán 16 metros del mismo cable?

Resolución:

	D		
Si:	12 m	⟶	cuestan S/. 42
	16 m	⟶	cuestan S/. x

El costo es **directamente proporcional** al número de metros lo que se indica por la letra **D** encima de la columna **metros**.

Por tanto:

$$\frac{12}{16}=\frac{42}{x};\text{ de donde: } x=\frac{42\cdot 16}{12}=56\text{ soles}$$

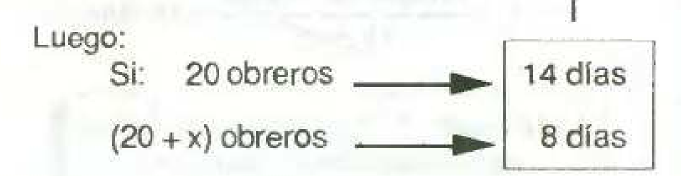
$\therefore$ **x = 56 soles** **Rpta.**

Problema 3: Una obra puede ser hecha por 20 obreros en 14 días. ¿Cuántos obreros hay que añadir para que la obra se termine en 8 días?

Resolución:

Sea: x = # de obreros que hay que añadir para la obra se termine en 8 días.

Luego:



El número de obreros es **inversamente proporcional** al número de días. (Quiere decir a **más** obreros **menos** días), lo que se indica por la letra **I** encima de la columna **días**.

Por tanto:

$$\frac{14}{8}=\frac{20+x}{20};\text{ de donde: } 20+x=\frac{20\cdot 14}{8}$$

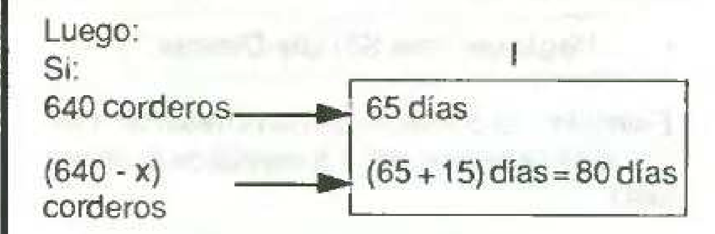
$$20+x=35$$

$\therefore$ **x = 15 obreros** **Rpta.**

Problema 4: Un ganadero tiene 640 corderos que puede alimentar durante 65 días. ¿Cuántos corderos debe vender si quiere alimentar su rebaño por 15 días más dando la misma ración?

Resolución:
Sea: x = # de corderos que debe vender

Luego:
Si:



El número de corderos es **inversamente proporcional** al número de días. (Quiere decir que a **menos** corderos tendrán alimentos para **más** días), lo que se indica por la letra **I** encima de la columna **días**.

Por tanto:

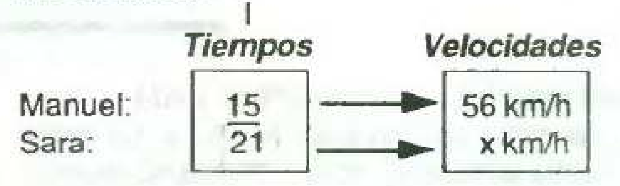
$$\frac{65}{80}=\frac{640-x}{640};\text{ de donde: } 640-x=\frac{640\cdot 65}{80}$$

$$640-x=520$$

$\therefore$ **x = 120 corderos** **Rpta.**

Problema 5: Manuel y Sara recorren cierta distancia, y los tiempos que emplean están en la razón $\frac{15}{21}$. La velocidad de Manuel es de 56 km/h. ¿Cuál es la velocidad de Sara?

Resolución:



El tiempo es **inversamente proporcional** a la velocidad. (Quiere decir a **mayor** velocidad **menos** tiempo); lo que se indica por la letra **I** encima de la columna tiempo.

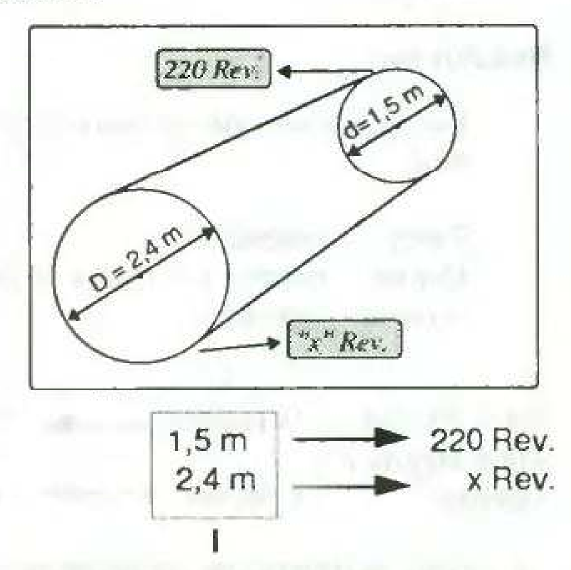
Por tanto:

$$\frac{15}{21}=\frac{x}{56};\text{ de donde: } x=\frac{15\cdot 56}{21}=40$$

$\therefore$ **x = 40 km/h** **Rpta.**

Problema 6: Dos ruedas cuyos diametros, son 1,5m y 2,4m están movidas por una correa, cuando la menor dá 220 revoluciones. ¿Cuántas revoluciones dá la mayor?

Resolución:



I		
1,5 m	⟶	220 Rev.
2,4 m	⟶	x Rev.

- Los diametros son **inversamente proporcionales** al número de revoluciones. (Quiere decir que a **menor** diámetro la rueda dará **más** vueltas o revoluciones). Lo que se indica por la letra **I** encima de la columna **metros.**

Por tanto:

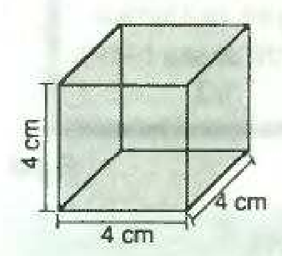
$$\frac{1.5}{2.4}=\frac{x}{220}; \text{de donde: } x=\frac{1.5\cdot 220}{2.4}$$

$\therefore$ $\boxed{x = 137,5 \text{ Rev.}}$ **Rpta.**

Problema 7: Nataly demora 6 horas en construir un cubo compacto de 4 cm de arista, después de 54 horas de trabajo. ¿Qué parte de un cubo de 12 cm de arista habrá construido?

Resolución:

La relación que debemos tener presente, es entre el volumen y el tiempo; puesto que Nataly construye un cubo; veamos:



Para construir este cubo de 4 cm de arista demora 6 horas, osea:

En 6 horas ⟶ $(4\text{cm})^3$ ...(1)

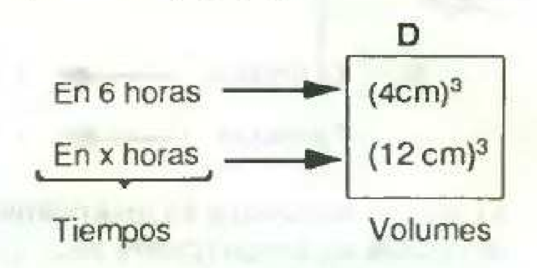
Luego:

Sea: "x" el número de horas que demoraría en construir un cubo de 12 cm de arista.

Osea:

En x horas ⟶ $(12\text{ cm})^3$...(2)

De las expresiones (1) y (2); obtenemos:



- Los volumenes son **directamente proporcionales** a los tiempos. (Quiere decir que a **más** volumen, **más** tiempo). Lo que se indica por la letra **D** encima de la columna **volumenes.**

Por tanto:

$$\frac{6}{x}=\frac{(4\text{cm})^3}{(12\text{ cm})^3}; \text{de donde: } x=6\cdot\left(\frac{12\cancel{cm}}{4\cancel{cm}}\right)^3$$

$x = 6.\ (27)$

$\therefore$ $\boxed{x = 162 \text{ horas}}$

Entonces: En 54 horas habrá hecho:

$$\frac{54\ \cancel{horas}}{162\ \cancel{horas}}=\frac{1}{3}$$

Después de 54 horas de trabajo, del cubo de 12 cm de arista habrá construido 1/3.

Rpta.

Problema 8: 12 obreros pueden hacer una obra en 29 días. Después de 8 días de trabajo se retiran 5 obreros. ¿Con cuántos días de retraso se entregará la obra?

Resolución:

Analizando el problema llegamos a la conclusión que luego del octavo día los 12 obreros tendrían 21 días para completar la obra. Pero como son sólo 7 obreros ahora en cuántos días más terminarán la obra.

Luego:

	I		
Si:	12 obreros	⟶	21 días
	7 obreros	⟶	x

El número de obreros es **inversamente proporcional** al tiempo (quiere decir que a **menos** obreros **más** tiempo). Lo que se indica por la letra I encima de la columna **obreros**.

Por tanto:

$$\frac{12}{7} = \frac{x}{21}; \text{ de donde: } x = \frac{12 \cdot 21}{7} = 36$$

$\therefore$ x = 36 días

Los 7 obreros que quedan demorarán 36 días en terminar la obra.

(Tiempo total empleado por los 7 obreros en hacer la obra) = 8 + 36 = 44 días

El retraso será: 44 días - 29 días = 15 días.

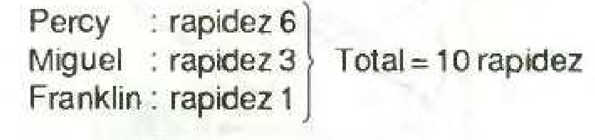
La obra se entregará con un retraso de 15 días

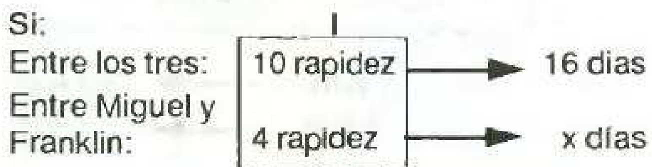
Rpta.

Problema 9: Percy es el doble de rápido que Miguel y este es el triple de rápido que Franklin. Si entre los tres pueden terminar una tarea de Razonamiento Matemático en 16 días. ¿En cuántos días Miguel con Franklin harán la misma tarea?

Resolución:

- Del enunciado del problema, planteamos:





La rapidez es **inversamente proporcional** al tiempo (quiere decir que a **menos** rapidez **más** tiempo). Lo que se indica por la letra I encima de la columna **rapidez.**

Por tanto:

$$\frac{10}{4} = \frac{x}{16}; \text{ de donde: } x = \frac{10 \cdot 16}{4} = 40$$

$\therefore$ x = 40 días

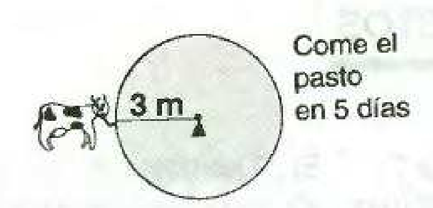
Miguel con Franklin, harán la misma tarea en 40 días.

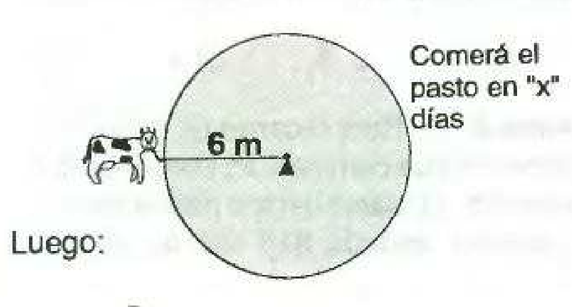
Rpta.

Problema 10: Sabiendo que un buey atado a una cuerda de 3m de largo, tarda 5 días en comerse todo el pasto a su alcance. ¿Cuánto tardaría si la cuerda fuera 6m?

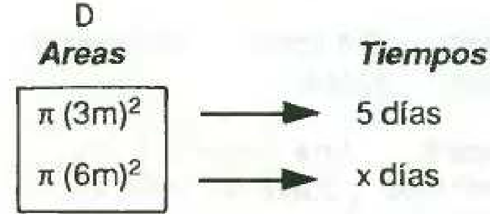
Resolución:

Analizando el problema, llegamos a la conclusión que el buey al comer el pasto que esta a su alcance determina un circulo (área del circulo = (πr^2)





Luego:



- Las áreas son **directamente proporcionales** a los tiempo. (quiere decir que a **más** área **más** tiempo). Lo que se indica por la letra **D** encima de la columan **áreas**.

Por tanto:

$$\frac{\pi(3m)^2}{\pi(6m)^2}=\frac{5}{x}; \text{de donde: } x=5\left(\frac{6m}{3m}\right)^2$$

$$\therefore \boxed{x = 20 \text{ días}}$$

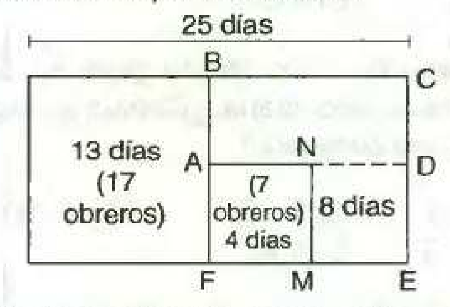
> Si la cuerda fuera de 6m, el buey tardaría 20 días en comerse todo el pasto que esta a su alcance.

Rpta.

Problema 11: Una cuadrilla de 17 obreros puede terminar un trabajo en 25 días, trabajando 11 horas diarias ; al cabo de 13 días de labor se enferman 10 de los obreros y 4 días más tarde, se comunica al contratista para que entrege el trabajo en la fecha fijada previamente. ¿Cuántos obreros adicionales tendrá que tomar para cumplir con tal exigencia?

Resolución:

Haciendo un Esquema se tiene:



1º) Trabajo que falta para terminar en 8 días (ABCEMNA)

2º) Los 7 obreros harán en 8 días: MNDEM

3º) Si trabajan los 10 obreros enfermos harián (ABCDA) en 12 días.

Luego.

10 obreros → 12 días

x → 8 días

Donde por Regla de Tres **inversa**, obtenemos:

$$x=\frac{10\cdot 12}{8}=\boxed{15 \text{ obreros}}$$

> Tendrá que tomar 15 obreros para cumplir con tal exigencia.

Rpta.

PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1: Se tiene 50 cuadernos de los cuales 15 son rayados y los restantes cuadriculados ¿Cuántos cuadernos rayados se deben añadir para que por cada 40 cuadernos rayados hayan 5 cuadernos cuadriculados?

A) 280 B) 265 C) 256
D) 275 E) 295

Problema 2: Un obrero gana S/. 50 por los 5/9 de su labor diaria. ¿Cuánto gana por su labor diaria completa?

A) S/. 80 B) S/. 70 C) S/. 90
D) S/. 10 E) N.A.

Problema 3: Un auto a 60 km/h cubre la distancia de Lima a Tumbes en 16 horas. ¿A qué velocidad debe recorrer para cubrir dicha distancia en la mitad del tiempo?

A) 30 km/h B) 38 km/h C) 60 km/h
D) 120 km/h E) N.A.

Problema 4: Una caja de 3 docenas de naranjas cuestan S/. 27. ¿Cuánto se pagará por 5 cajas de 16 naranjas cada una?

A) S/. 40 B) S/. 60 C) S/. 50
D) S/. 80 E) S/. 90

Problema 5: En un cuartel 200 soldados tienen viveres para 40 días, si se cuadriplicará el número de soldados. ¿Para cuánto tiempo durarían los viveres?

A) 15 días B) 14 días C) 10 días
D) 20 días E) 160 días

Problema 6: Dos ruedas engranadas tienen respectivamente, 30 y 20 dientes. ¿Cuántas vueltas dará la segunda al mismo tiempo de dar 200 vueltas la primera?

A) 200 B) 300 C) 600
D) 500 E) N.A.

Problema 7: Si 27 hombres terminan una obra en 16 días. ¿Cuántos hombres menos se necesitarán para terminar la obra en 24 dias?

A) 5 B) 7 C) 6 D) 9 E) 11

Problema 8: Para recorrer un trayecto un excursionista que camina 4,25 km por hora há empleado 6h. ¿Cuánto tiempo habría empleado si hubiera andado 850 metros más por hora?

A) 5 horas B) 4 horas C) 3 horas
D) 8 horas E) N.A.

Problema 9: Una rueda dá 2 574 vueltas en 25 minutos. ¿Cuántas vueltas dará en 1 hora, 15 minutos?

A) 7 272 B) 7 227 C) 7 722
D) 6 522 E) N.A.

Problema 10: La habilidad de dos obreros es como 5 a 13. Cuando el primero haya hecho 250 metros de una obra. ¿Cuánto habrá hecho el otro?

A) 390 m B) 850 m C) 560 m
D) 650 m E) N.A.

Problema 11: Una cuadrilla de obreros han hecho una obra en 18 días trabajando 5 horas diarias. ¿En cuántos días habrían hecho la obra si hubieran trabajado 9 horas diarias?

A) 12 días B) 10 días C) 32,4 días
D) 16 días E) 8 días

Problema 12: Si medio kilogramo de caramelos valen 120 soles; ¿Cuánto valdrán 300 gramos de caramelos de la misma clase que los primeros?

A) S/. 72 B) S/. 84 C) S/. 92
D) S/. 86 E) N.A

Problema 13: Un barco lleva viveres para 22 días y 39 tripulantes; pero estos no son más que 33. ¿Cuántos días puede durar la navegación?

A) 22 B) 23 C) 21 D) 25 E) 26

Problema 14: Un obrero tarda en hacer un cubo compacto de concreto de 30 cm de arista 50 minutos. ¿Qué tiempo tardará en hacer 9 cubos, cada uno de 50 cm de arista?

A) 34 h B) $34\frac{18}{13}$h C) $34\frac{13}{18}$h
D) 35 h E) N.A.

Problema 15: Durante los 7/9 de un día se consume los 14/27 de la carga de una bateria. ¿En cuánto tiempo se consume la mitad de la carga?

A) 2/5 día B) 3/4 día C) 3/5 día
D) 2/3 día E) N.A.

Problema 16: Sara es el doble de rapida que Elena, pero la tercera parte que Gloria, si Elena y Gloria hacen una obra en 27 días. ¿En cuántos días harían la misma obra las tres juntas?

A) 18 días B) 24 días C) 21 días
D) 20 días E) 26 días

Problema 17: 97 litros de vino contienen 4 gramos de azúcar. ¿Cuántos litros de agua se deben agregar para que por cada 13 litros de mezcla haya medio gramo de azúcar?

A) 12 B) 15 C) 7 D) 6 E) 3

Problema 18: Un caño puede llenar un cilindro de 120 litros en 30 min. Mientras que otro llena el mismo cilindro en 5 minutos menos. ¿Qué capacidad tendrá una tina que es llenada por los 2 caños en 3 horas 30 min?

A) 1 488 l B) 1 500 l C) 1 800 l
D) 1 740 l E) 1 848 l

Problema 19: Si cuando un tornillo dá 40 vueltas penetra 8 mm en una madera. ¿Cuántas vueltas más deberá dar el tornillo para que penetre 1/20 de un metro?

A) 200 B) 250 C) 125
D) 210 E) 85

Problema 20: Si una tela que tiene 10 dm de largo y 40 cm de ancho cuesta 8 2/3 soles. ¿Cuánto costará otra tela que tenga 3 dm de largo y 6m de ancho?

A) S/. 260 B) S/. 390 C) S/. 3 900
D) S/. 3 600 E) más de S/. 3 900

CLAVE DE RESPUESTAS

1. B	6. B	11. B	16. C
2. C	7. D	12. A	17. C
3. D	8. A	13. E	18. E
4. B	9. C	14. C	19. B
5. C	10. D	15. B	20. C

Regla de Tres Compuesta

- En la Regla de Tres Compuesta intervienen tres o más partes de cantidades proporcionales, siendo una la cantidad desconocida o incognita.

Método Práctico:

Para resolver los problemas de Regla de Tres, aplicamos el Método llamado **"La Ley de los Signos"**, que no es más que la consecuencia práctica de magnitudes proporcionales y que consiste en lo siguiente: Se colocan los valores correspondientes a la misma magnitud uno debajo de otro, a continuación se comparan cada par de magnitudes proporcionales con el par que contiene a la **incognita**; para saber si son **directa** o **inversamente** proporcionales con la incognita y:

* Si son directamente proporcionales

arriba -
abajo +

* Si son inversamente proporcionales

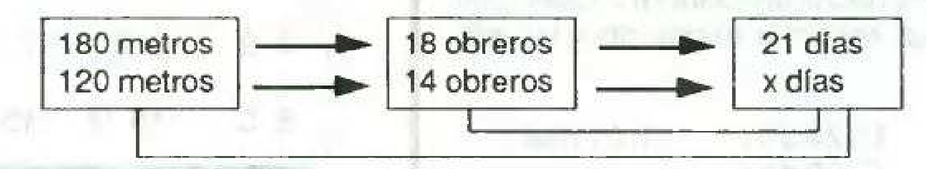
arriba +
abajo -

El valor de la incognita viene dado por un quebrado cuyo numerador es el producto de todas las cantidades afectadas del signo (+) y cuyo denominador es el producto de las cantidades afectadas del signo (-) en todos los problemas sin excepción, el valor numérico que es de la misma especie que la incognita, llevará signo (+).

Problema 1: Para pavimentar 180 metros de pista; 18 obreros tardan 21 días. ¿Cuántos días se necesitarán para pavimentar 120 metros de la misma pista con 4 obreros menos?

Resolución:

Escribimos el supuesto y la pregunta; luego hacemos las comparaciones para saber si las reglas de tres simples son directas o inversas.

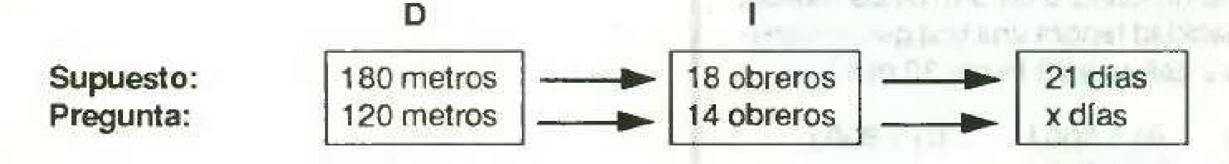


Comparaciones:

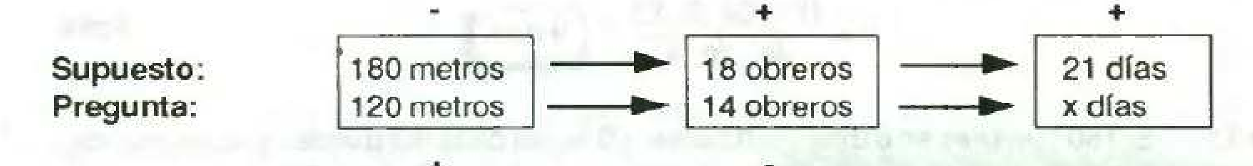
*(a). **Metros con días:*** Para hacer menos metros de pista tardan menos días; la Regla de Tres es **directa**; colocando arriba de la columna de metros la letra **D.**

*(b). **Obreros con días:*** Menos obreros tardarán más días, la Regla de Tres es **inversa**; colocando arriba de la columna de obreros la letra **I.**

Donde:



Luego; pasamos a colocar los signos correspondientes:



- La incognita viene dado por un quebrado cuyo numerador es el producto de todas las cantidades afectadas por el signo (+) y cuyo denominador es el producto de las cantidades afectadas por el signo (-), Así:

$$x = \frac{120 \text{ metros} \cdot 18 \text{ obreros} \cdot 21 \text{ días}}{180 \text{ metros} \cdot 14 \text{ obreros}} = \boxed{18 \text{ días}}$$ **Rpta.**

Problema 2: Si 16 obreros trabajando 9 horas diarias en 12 días hacen, 60 sillas. ¿Cuántos días necesitarán 40 obreros trabajando 1 hora diaria menos para hacer un ciento de las mismas sillas?

Resolución:

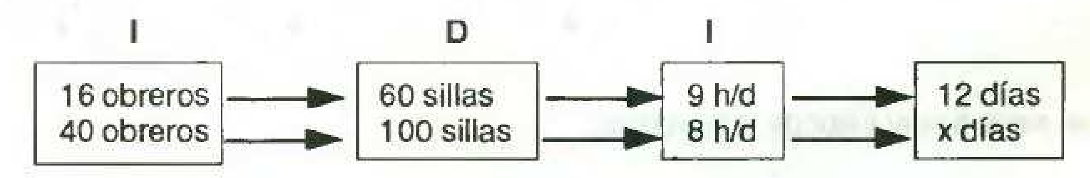
Comparaciones:

(a). Obreros con días: Más obreros tardarán menos días, luego la Regla de Tres es **inversa**. (Colocamos en la columna de obreros **I**).

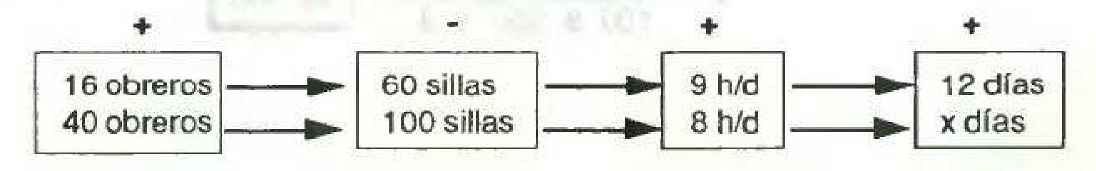
(b). Sillas con días: Para hacer más sillas tardarán más días, la Regla de Tres es **directa**. (Colocamos en la columna de sillas **D**).

(c). Horas de labor con días: Trabajando menos horas diarias tardarán más días, la Regla es **inversa**. (Colocamos en la columna de h/d. **I**).

Donde:



Luego, pasamos a colocar los signos correspondientes:



Ahora, hallamos el valor de la incognita; veamos:

$$x = \frac{16 \cdot 100 \cdot 9 \cdot 12}{40 \cdot 60 \cdot 8} = \boxed{9 \text{ días}}$$ **Rpta.**

Problema 3: Si 180 hombres en 6 días; trabajando 10 horas cada día pueden hacer una zanja de 200 m de largo, 3 m de ancho y 2m de profundidad. ¿En cuántos días, de 8 horas, harían 100 hombres una zanja de 400 m de largo, 4m de ancho y 3 m de profundidad?

Resolución:

Supuesto: 180 hombres ⟶ 10 h/d ⟶ 200 m de largo ⟶ 3m ancho ⟶ 2m prof. ⟶ 6 días
Pregunta: 100 hombres ⟶ 8 h/d ⟶ 400 m de largo ⟶ 4m ancho ⟶ 3m prof. ⟶ x días

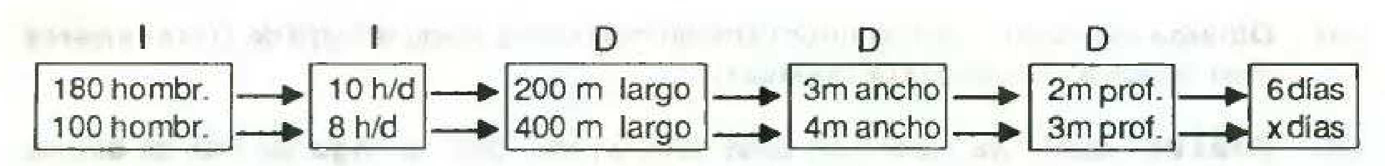
Comparación:

(a). Hombres con días: Menos hombres tardarán más días, luego la Regla de Tres es **inversa**. (Colocamos arriba de la columna de hombres **I**).

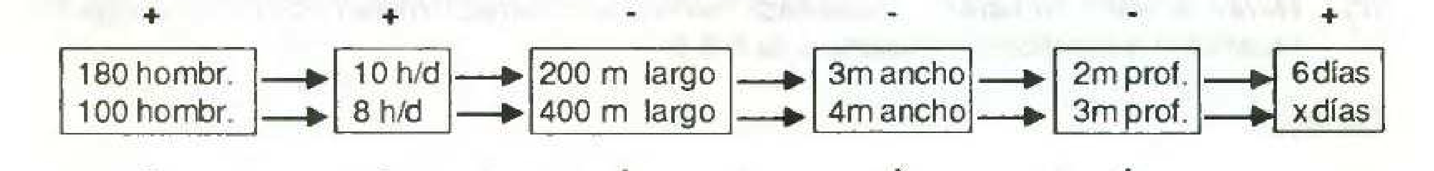
(b). Horas de labor con días: Trabajando menos horas diarias tardarán más días, la Regla de Tres es **inversa** (Colocamos arriba de la columna de h/d **I**).

(c). Metros con días: A más metros más días, luego la Regla de Tres es **directa** (Colocamos arriba de cada columna de metros la letra **D**).

Donde:



Luego, pasamos a colocar los signos correspondientes:



Ahora, hallamos el valor de la incognita:

$$x = \frac{180 \cdot 10 \cdot 400 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 6}{100 \cdot 8 \cdot 200 \cdot 3 \cdot 2} = \boxed{54 \text{ días}}$$ **Rpta**

Método de las Rayas:

- Para este método, debemos tener en cuenta que se entiende por **causa**, **circunstancia** y **efecto**.

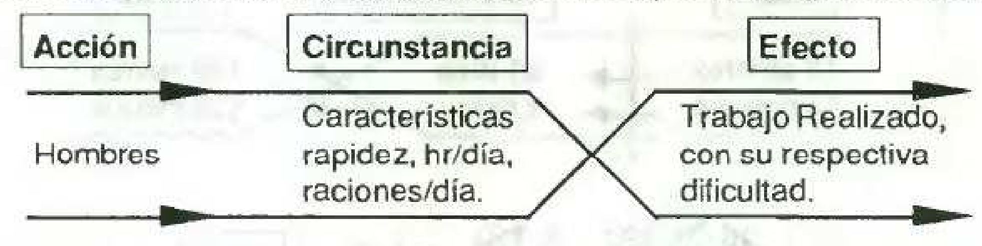
1º) ***Causa o Acción:*** Es todo aquello que realiza o ejercita una obra pudiendo ser efectuada por el hombre, animal o una máquina.
Ejemplo: 12 obreros hacen una obra.

2º) ***Circunstancia:*** Es el tiempo, el modo, la forma, como se produce o como se fabrica algo.
Ejemplo: En tantos días, en tantas horas diarias, tantas raciones diarias.

3º) ***Efecto:*** Es todo lo hecho, lo producido, lo consumido, lo gastado, lo debido, lo realizado, lo fabricado.
Ejemplo: Se hace un puente de 60 metros de largo y 30 metros de ancho.

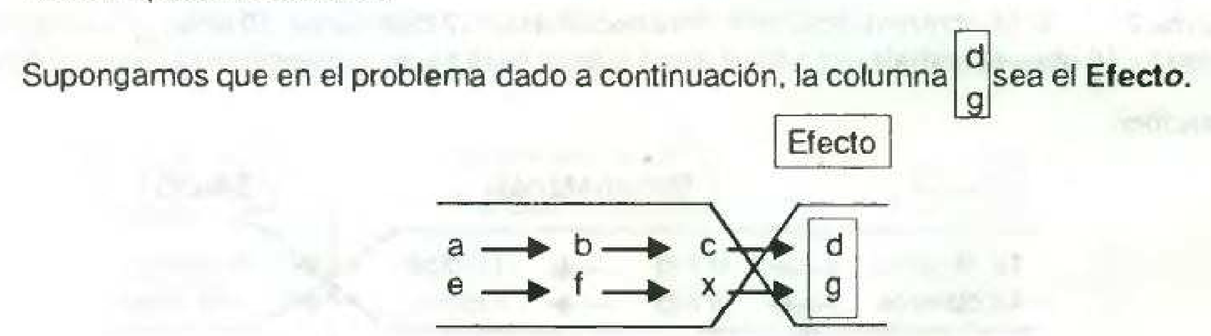
Planteamiento y Resolución:

La distribución adecuada de los datos y la incognita será siempre de la siguiente manera:



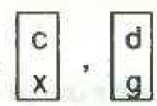
Una vez planteado el problema lo que interesa fundamentalmente es reconocer cual(es) es(son) la(s) columna(s) del **Efecto** para ello simplemente se pregunta **¿Qué se ha hecho?** y luego se trazan las **Rayas** una por arriba hasta antes de tocar a la primera columna del **Efecto** para enseguida cambiar de Dirección e ir por abajo y la otra raya es simétrica a la anterior es decir, ya por abajo y antes de tocar a la columna de Efecto cambia de dirección, es decir, pasa hacia arriba.

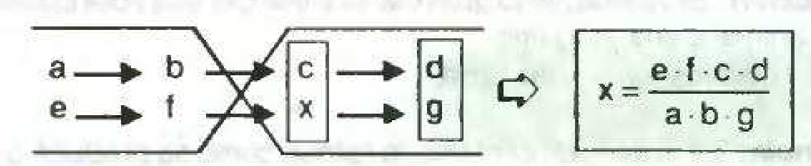
Supongamos que en el problema dado a continuación, la columna $\boxed{\begin{matrix}d\\g\end{matrix}}$ sea el **Efecto.**



Para despejar **"x"** siempre las cantidades de la raya de "x" van abajo y las cantidades de la raya donde no está "x" van arriba. Osea:

$$\boxed{x = \frac{a \cdot b \cdot c \cdot g}{e \cdot f \cdot d}}$$

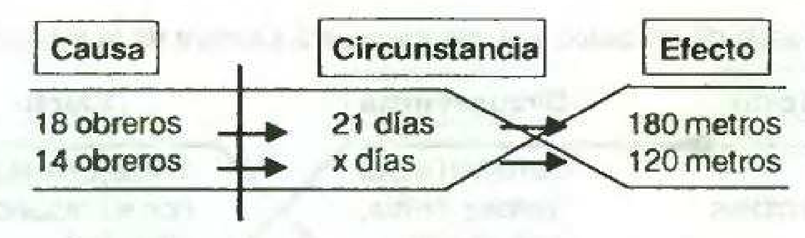
** Si el **Efecto** estuviera en las columnas: 



A continuación paso a Resolver los mismos problemas ya resueltos por el Método de los signos. Veamos:

Problema 1: Para pavimentar 180 metros de pista, 18 obreros tardan 21 días. ¿Cuántos días se necesitarán para pavimentar 120 metros de la misma pista con 4 obreros menos?

Resolución:



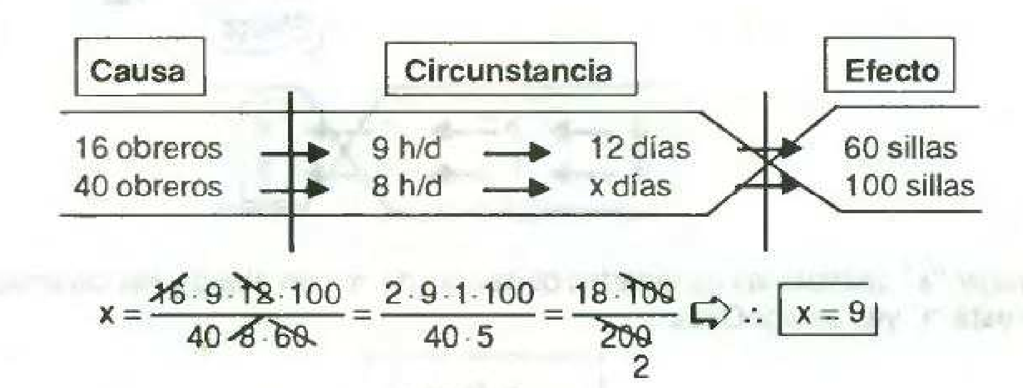
Donde:

$$x = \frac{18 \cdot 21 \cdot 120}{14 \cdot 180} = \frac{3 \cdot 120}{20} = 3.6 \Rightarrow \therefore \boxed{x = 18}$$

Para pavimentar 120 metros de la pista con 4 obreros menos se necesitarán 18 días. **Rpta**

Problema 2: Si 16 obreros trabajando 9 horas diarias en 12 días hacen, 60 sillas. ¿Cuántos días necesitarán 40 obreros trabajando 1 hora diaria menos para hacer un ciento de las mismas sillas?

Resolución:



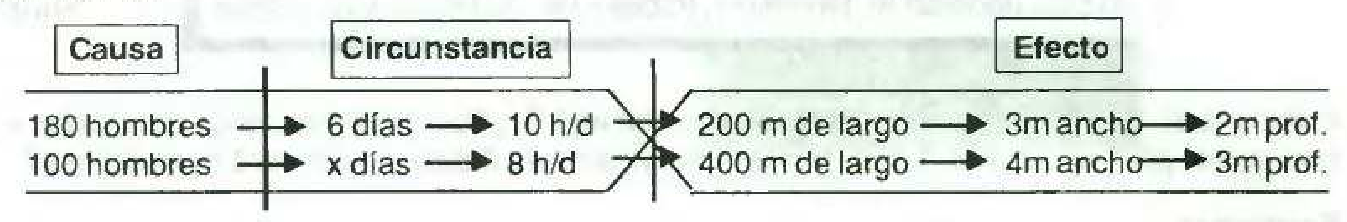
Donde:

$$x = \frac{16 \cdot 9 \cdot 12 \cdot 100}{40 \cdot 8 \cdot 60} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 100}{40 \cdot 5} = \frac{18 \cdot 100}{200} \Rightarrow \therefore \boxed{x = 9}$$

40 obreros trabajando 1 hora diaria menos para hacer un ciento de las mismas sillas necesitan 9 días. **Rpta**

Problema 3: Si 180 hombres en 6 días, trabajando 10 horas cada día, pueden hacer una zanja de 200 m de largo, 3 m de ancho y 2m de profundidad. ¿En cuántos días, de 8 horas, harían 100 hombres una zanja de 400 m de largo, 4m de ancho y 3 m de profundidad?

Resolución:



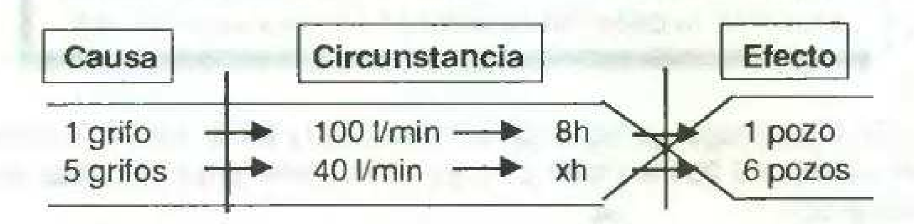
Donde:

$$x = \frac{180 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 400 \cdot 4 \cdot 3}{100 \cdot 8 \cdot 200 \cdot 3 \cdot 2} = 54 \Rightarrow \therefore \boxed{x = 54}$$

En 54 días, de 8 horas, harían 100 hombres una zanja de 400 m de largo, 4 m de ancho y 3 m de profundidad. **Rpta**

Problema 4: Si un grifo, dando por minuto 100 litros de agua, llena en 8 horas un pozo; cinco grifos, dando cada uno 40 litros por minuto. ¿En cuántas horas llenará un pozo 6 veces el anterior?

Resolución:



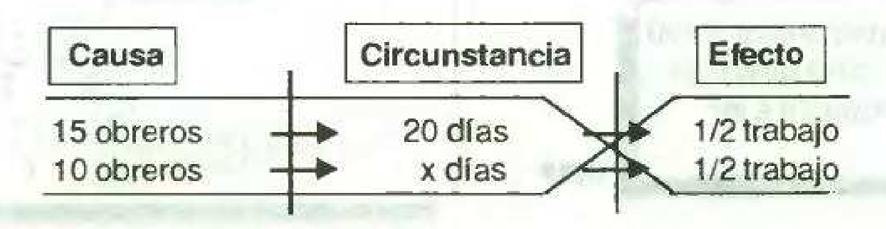
Donde:

$$x = \frac{1 \cdot 100 \cdot 8 \cdot 6}{5 \cdot 40 \cdot 1} = 24 \Rightarrow \therefore \boxed{x = 24}$$

En 24 horas llenará un pozo 6 veces el anterior. **Rpta**

Problema 5: 15 obreros han hecho la mitad de un trabajo en 20 días. En ese momento abandonan el trabajo 5 obreros. ¿Cuántos días tardarán en terminar el trabajo los obreros que quedan?

Resolución:



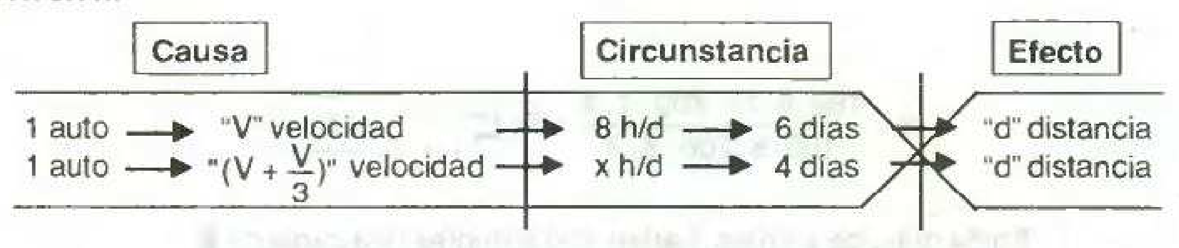
Donde:

$$x = \frac{15 \cdot 20 \cdot 1/2}{10 \cdot 1/2} = 30 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad \boxed{x = 30}$$

30 días tardarán en terminar el trabajo los 10 obreros que quedan. **Rpta**

Problema 6: Un automovil aumenta su velocidad en 1/3. ¿Cuántas horas diarias debe estar en movimiento para recorrer en 4 días, la distancia cubierta en 6 días a razón de 8 horas diarias?

Resolución:



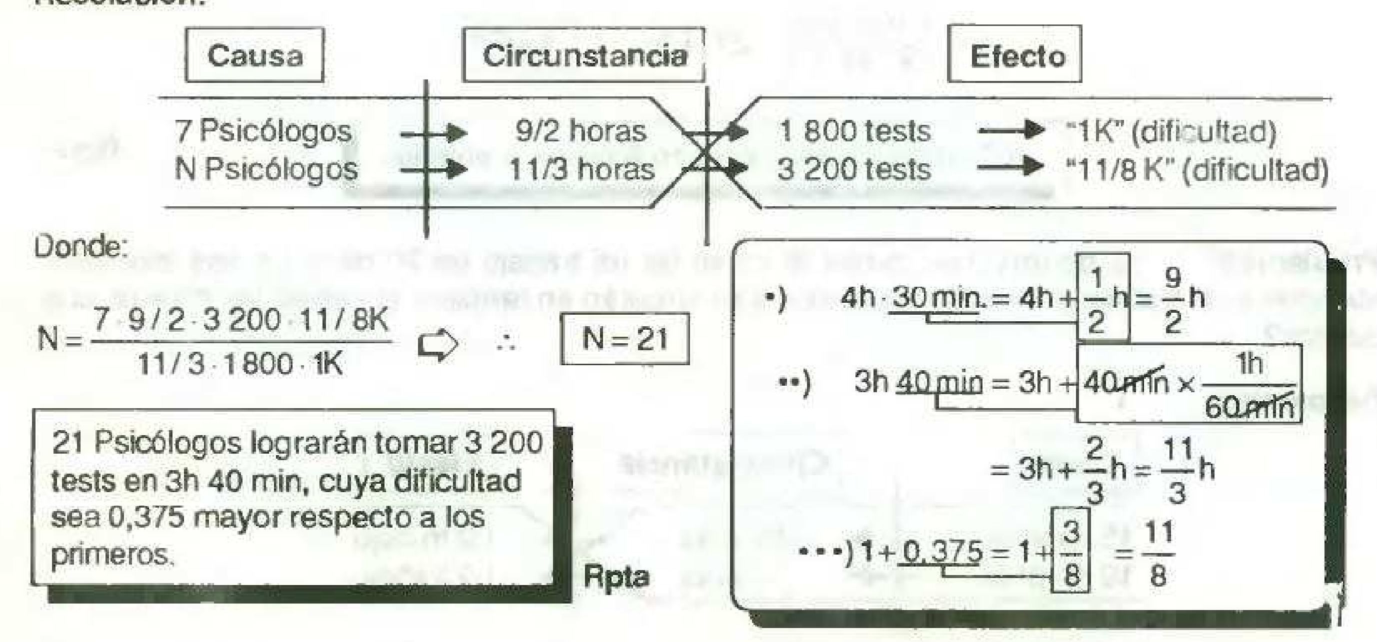
Donde:

$$x = \frac{1 \cdot V \cdot 8 \cdot 6 \cdot d}{1 \cdot (V + \frac{V}{3}) \cdot 4 \cdot d} = \frac{48 \cdot V}{\frac{4}{3} V \cdot 4} = 9 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad \boxed{x = 9}$$

9 h/d debe estar en movimiento el automovil para recorrer en 4 días, la distancia cubierta en 6 días a razón de 8/h. **Rpta**

Problema 7: Si 7 psicólogos pueden tomar 1 800 tests en 4 horas 30 minutos. ¿Cuántos psicologos lograrán tomar 3 200 tests en 3 horas 40 minutos, cuya dificultad sea 0, 375 mayor respecto a los primeros?.

Resolución:



Donde:

$$N = \frac{7 \cdot 9/2 \cdot 3\,200 \cdot 11/8K}{11/3 \cdot 1800 \cdot 1K} \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad \boxed{N = 21}$$

•) $4h \cdot 30\,min. = 4h + \boxed{\frac{1}{2}} h = \frac{9}{2} h$

••) $3h\,40\,min = 3h + \boxed{40\,min \times \frac{1h}{60\,min}}$

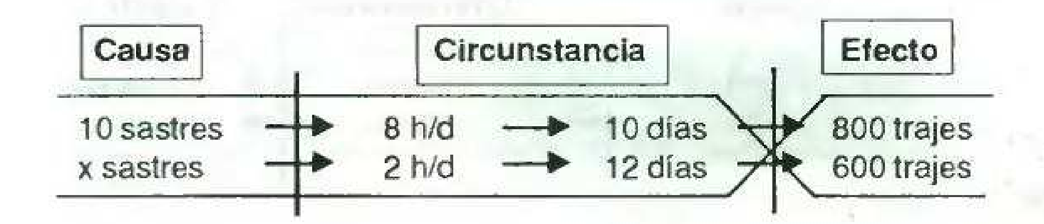
$= 3h + \frac{2}{3} h = \frac{11}{3} h$

•••) $1 + 0{,}375 = 1 + \boxed{\frac{3}{8}} = \frac{11}{8}$

21 Psicólogos lograrán tomar 3 200 tests en 3h 40 min, cuya dificultad sea 0,375 mayor respecto a los primeros. **Rpta**

Problema 8: 10 sastres trabajando 8 horas diarias durante 10 días, confeccionan 800 trajes, ¿Cuántos sastres de igual rendimiento lograrán confeccionar 600 trajes trabajando 2 horas diarias durante 12 días?

Resolución:



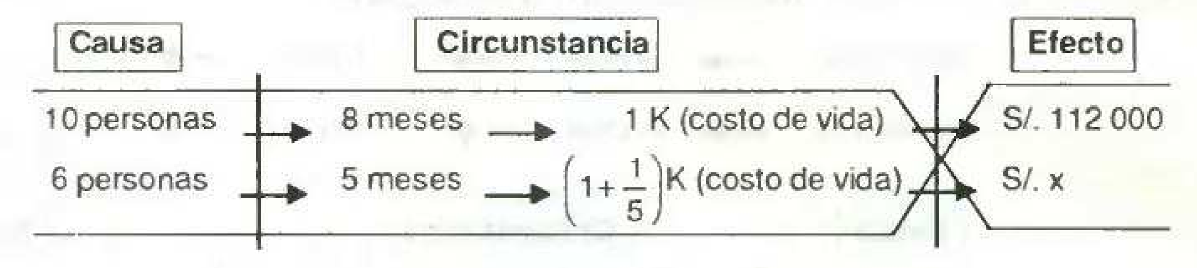
Donde:

$$x = \frac{10 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 600}{2 \cdot 12 \cdot 800} = 25 \Rightarrow \therefore \boxed{x = 25}$$

25 sastres de igual rendimiento lograrán confeccionar 600 trajes trabajando 2 h/d durante 12 días. **Rpta**

Problema 9: Una familia de 10 personas cuenta con S/. 112 000 para vivir 8 meses en una ciudad. A los 3 meses, mueren 4 de sus integrantes y el costo de vida aumenta en 1/5. ¿Cuánto dinero sobrará después de los 8 meses?

Resolución:



Donde:

$$x = \frac{6 \cdot 5 \cdot \left(1+\frac{1}{5}\right)K \cdot 112\,000}{10 \cdot 8 \cdot 1K} = \frac{30 \cdot (6/5) \cdot 112\,000}{80}$$

$$x = \frac{30 \cdot 6 \cdot 112\,000}{5 \cdot 80} = S/.\,50\,400 \Rightarrow \therefore \boxed{x = S/.\,50\,400}$$

* Después de 3 meses se ha gastado: Los 3/8 de S/. 112 000

$$= \frac{3}{8} \times S/.\,112\,000 = \boxed{S/.\,42\,000}$$

Quedando: S/. 112 000 - S/. 42 000 = $\boxed{S/.\,70\,000}$

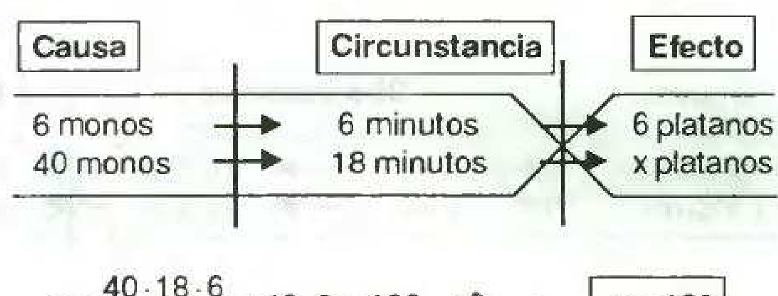
** Después de los 8 meses sobrán:

S/. 70 000 - S/. 50 400 = $\boxed{S/.\,19\,600}$

:El dinero que sobrará después de los 8 meses es S/. 19 600 **Rpta**

Problema 10: 6 monos comen 6 platanos en 6 minutos. ¿Cuántos platanos comen 40 monos en 18 minutos?

Resolución:



Donde:

$$x = \frac{40 \cdot 18 \cdot 6}{6 \cdot 6} = 40 \cdot 3 = 120 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad \boxed{x = 120}$$

40 monos en 18 minutos comen 120 platanos **Rpta**

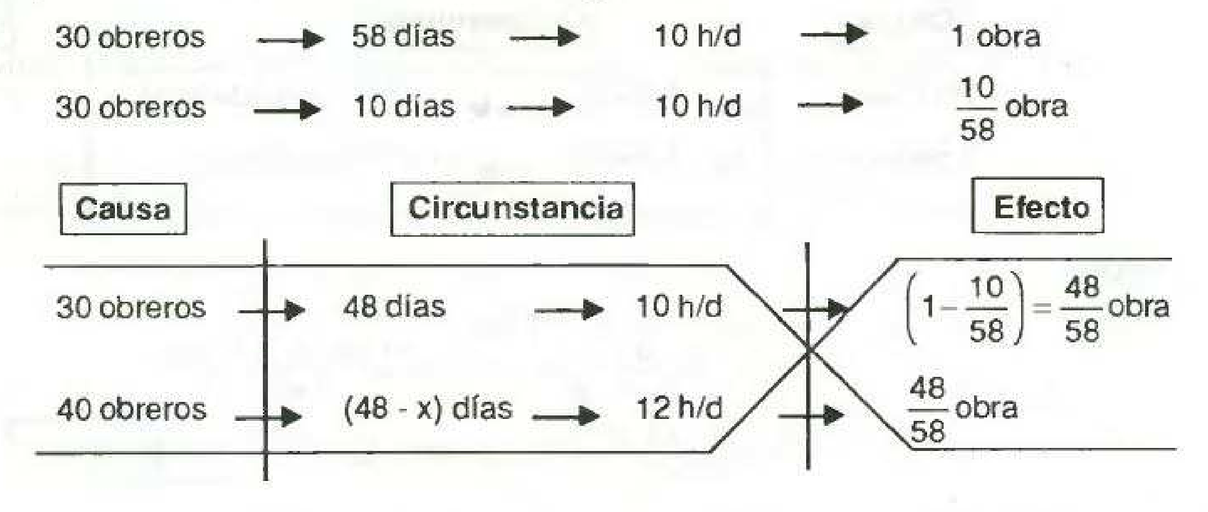
Problema 11: Un grupo de 30 obreros se comprometen a hacer una obra en 58 días trabajando 10 horas diarias, diez días después de iniciado la obra se pidió que la obra quedara terminada "x" días antes del plazo estipulado para lo cual se aumentaron 10 obreros más y todos trabajaron 12 horas diarias terminando la obra en el nuevo plazo estipulado. Hallar: "x"

Resolución:

Este tipo de problema lo analizamos de la manera siguiente:

30 obreros → 58 días → 10 h/d → 1 obra

30 obreros → 10 días → 10 h/d → $\frac{10}{58}$ obra



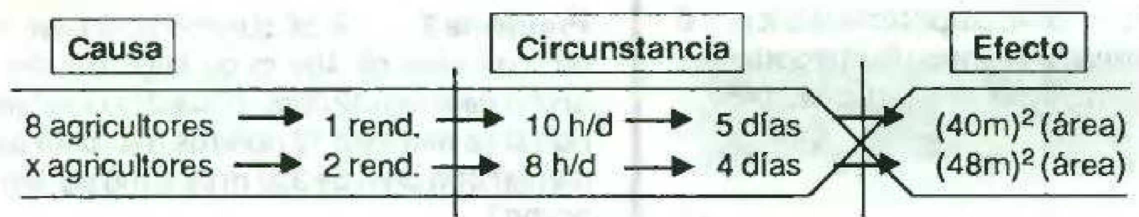
Donde:

$$(48 - x) = \frac{30 \cdot 48 \cdot 10 \cdot \frac{48}{58}}{40 \cdot 12 \cdot \frac{48}{58}} = \frac{30 \cdot 4 \cdot 10}{40} = 30$$

$$48 - x = 30 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad \boxed{x = 18 \text{días}}$$ **Rpta**

Problema 12: 8 agricultores trabajando 10 horas diarias durante 5 días pueden arar un terreno cuadrado de 40 m de lado. ¿Cuántos agricultores de doble rendimiento serán necesarios para que en 4 días, trabajando 8 horas diarias puedan arar otro terreno también cuadrado de 48 m de lado.

Resolución:



Donde:

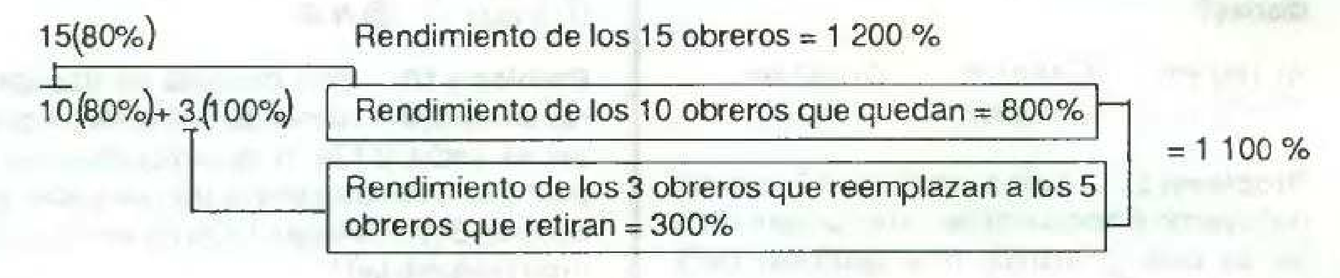
$$x = \frac{8 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 5 \cdot (48)^2}{2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot (40)^2} = \frac{5 \cdot 5}{4} \cdot \left(\frac{48}{40}\right)^2 = \frac{25}{4} \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^2$$

$$x = \frac{25}{4}\left(\frac{36}{25}\right) = 9 \quad \Rightarrow \quad \therefore \quad \boxed{x = 9 \text{ agricultores}}$$

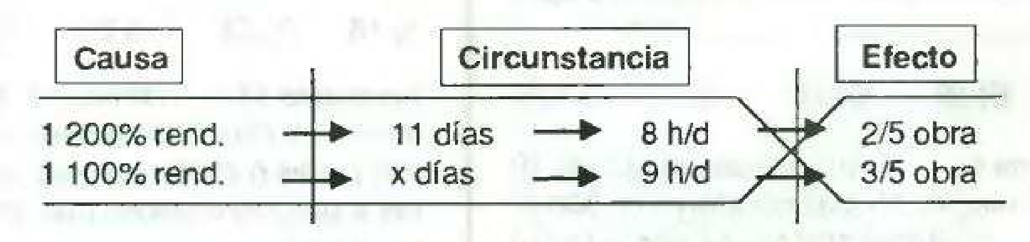
Serán necesarios 9 agricultores de doble rendimiento para que en 4 días, trabajando 8h/d puedan arar otro terreno también cuadrado de 48 m de lado. **Rpta**

Problema 13: Una cuadrilla de 15 obreros con un rendimiento del 80% cada uno, trabajando 11 días a razón de 8 h/d han hecho 2/5 de una obra; luego se retiran 5 obreros y son reemplazados por 3 obreros de un rendimiento del 100% y trabajan todos a razón de 9 horas diarias. ¿En cuántos días hicieron lo que faltaba de la obra?

Resolución:



Luego:



Donde:

$$x = \frac{1200\% \cdot 11 \cdot 8 \cdot 3/5}{1100\% \cdot 9 \cdot 2/5} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 8 \cdot 3}{11 \cdot 9 \cdot 2} = \boxed{16 \text{ días}}$$

En 16 días hicieron lo que faltaba de la obra. **Rpta**

PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1: Si 40 carpinteros fabrican 16 puertas en 9 días. ¿Cuántos días tardarían 45 carpinteros para hacer 12 puertas iguales?

A) 5 B) 4 C) 6 D) 8 E) 7

Problema 2: Por 8 días de trabajo, 12 obreros han cobrado S/. 640. ¿Cuánto ganarán por 16 días, 15 obreros con los mismos jornales?

A) S/. 1 400 B) S/. 1 600 C) S/. 1 800
D) S/. 1 060 E) N.A.

Problema 3: Si con 120 kg de pasto se alimenta a 4 caballos durante 5 días. ¿Cuántos kg de pasto se necesitarán para alimentar a 9 caballos en 3 días?

A) 174 B) 158 C) 126
D) 162 E) 192

Problema 4: Un excursionista recorre en 7 días, 140 km, andando 7 horas diarias. ¿Qué distancia recorrerá en 21 días, a 3 horas diarias?

A) 180 km B) 160 km C) 150 km
D) 170 km E) 190 km

Problema 5: Una cuadrilla de 15 obreros trabajando 6 horas diarias terminan una obra en 38 días. ¿Cuántos días tardarían para hacer la misma obra, 19 obreros trabajando 3 horas diarias más que los anteriores?

A) 24 B) 18 C) 20 D) 22 E) 28

Problema 6: Si 40 obreros trabajando 10 horas diarias en 15 días construyeron 300 m de obra. ¿Cuántos obreros se necesitarían para continuar 180 m de obra trabajando 1 hora diaria menos durante 20 días?

A) 18 B) 22 C) 24 D) 20 E) 26

Problema 7: Si 36 obreros para pavimentar; una pista de 400 m de largo por 6m de ancho demoran 32 días. ¿Cuántos días tardarían si se aumentó 12 obreros más para pavimentar otra pista de 300 m de largo por 8m de ancho?

A) 24 B) 26 C) 28 D) 29 E) 30

Problema 8: Un ciclista cubre una distancia de Lima a Trujillo en 10 días, corriendo 12 horas a la velocidad de 42 km por hora. ¿A qué velocidad deberá correr para cubrir la misma distancia en 8 días de 9 horas diarias?

A) 60 km/h B) 70 km/h C) 50 km/h
D) 40 km/h E) 80 km/h

Problema 9: 2 bombas trabajando 5 h/d durante 4 días, consiguen bajar el nivel del agua, en 65 cm. ¿Qué tiempo invertirán 3 bombas análogas para bajar el nivel en 78cm funcionando 8 h/d?

A) 3 días B) 2 días C) 4 días
D) 6 días E) N.A

Problema 10: Una cuadrilla de trabajadores construye un canal de 450 m de longitud, 2m de ancho y 120 m de profundidad en 60 días. ¿Cuántos días emplearán para abrir otro canal de 300m de largo, 150 m de ancho y 0,80 m de profundidad?

A) 18 B) 24 C) 20 D) 16 E) 25

Problema 11: Trabajando 8 horas diarias durante 5 días 3 panaderos pueden fabricar 600 panes ó 200 bizcochos. ¿En cuántas horas 4 panaderos fabricarán 500 panes y 500 bizcochos?

A) 75 B) 25 C) 45 D) 50 E) 100

Problema 12: 500 obreros del ferrocarril trabajando 6 horas diarias han construido 2 300 m

de Via en 28 días. 425 obreros trabajando 8 horas diarias. ¿Cuántos metros de Vía construirán en 42 días?

A) 3 190 m B) 3 910 m C) 4 320 m
D) 9 130 m E) 3 091 m

Problema 13: 14 obreros se comprometen en hacer una obra en 3 (n + 1) días, pero al cabo de $\frac{5(n+1)}{3}$ días, sólo realizan 7/23 de la obra. ¿Cuántos hombres se necesitan más, para terminar la obra en el plazo fijado?

A) 6 B) 13 C) 19
D) 26 E) Problema Imposible

Problema 14: 3 hombres trabajando 8 horas diarias han hecho 80 metros de una obra en 10 días. ¿Cuántos días necesitarán 5 hombres trabajando 6 horas diarias para hacer 60 metros de la misma obra?

A) 6 días B) 9 días C) 8 días D) 7 días
E) 4 días

Problema 15: Un ejercito de 7 000 hombres tiene municiones para 20 días a razón de 6 cargas diarias cada hombre, pero si llegan sin municiones 1 850 hombres. ¿Cuántos días durarán las municiones si cada hombre recibe sólo 3 cargas diarias?

A) 21,6 días B) 20,6 días C) 24,6 días
D) 31,6 días E) 41,6 días

Problema 16: 5 hombres trabajan 16 días de 9 horas diarias y hacen 99 metros de una obra. ¿Cuántos días necesitan 9 hombres trabajando 7 horas diarias para hacer 693 metros de la misma obra?

A) 40 días B) 60 días C) 80 días
D) 100 días E) 120 días

Problema 17: 50 hombres tienen provisiones para 20 días a razón de 3 raciones diarias, si las raciones se disminuyen en 1/3 y se aumentan 10 hombres. ¿Cuántos días durarán los víveres?

A) 20 B) 30 C) 15 D) 10 E) 25

Problema 18: En un cuartel se calculó que los alimentos alcanzaban para 65 días, pero al término de 20 días se retiraron 200 soldados por lo que los alimentos duraron para 15 días más de lo calculado. ¿Cuántos eran los soldados inicialmente?

A) 400 B) 600 C) 800
D) 550 E) 480

Problema 19: Una obra pueden terminarla 63 obreros en 18 días, pero deseando terminarla 5 días antes, a los 4 días de trabajo se les une cierto número de obreros de otro grupo. ¿Cuántos obreros se les unió?

A) 35 B) 98 C) 28 D) 49 E) 18

Problema 20: 6 carpinteros pueden cortar 150 planchas de madera de forma cuadrada de 10 cm de lado en 2 horas. ¿Cuánto se demorarán, en cortar 300 planchas de 20 cm de lado. 8 operarios. Si cortan planchas de aluminio, en la que la velocidad de corte es el 40% de la velocidad de corte para la madera.

A) 3,3 B) 15 C) 7,5
D) 2,2 E) 12,5

CLAVE DE RESPUESTAS

1. C	11. D
2. B	12. B
3. D	13. D
4. A	14. A
5. C	15. D
6. D	16. C
7. A	17. E
8. B	18. C
9. B	19. A
10. C	20. B

Razone

Suponiendo que: $a = b$

En el siguiente desarrollo.
¿En qué paso está el error?

1. Partiendo de: $a = b$, multiplicamos ambos miembros por "a" obteniendo: $a^2 = ab$

2. Restando b^2, a ambos miembros, obtenemos:
$$a^2 - b^2 = ab - b^2$$

3. Factorizamos en ambos miembros:
$$(a + b)(a - b) = b(a-b)$$

4. Dividiendo ambos miembros entre "(a - b)", obtenemos:
$$(a + b) = b$$

5. Pero como $a = b$; reemplazamos este valor en esta última expresión; obteniendo:

$$b + b = b$$
$2b = b$; simplificando:
$2 = 1$ **(Un absurdo)**

Respuesta: **En el paso 4**

PROBLEMAS SOBRE ORDEN DE INFORMACION 33

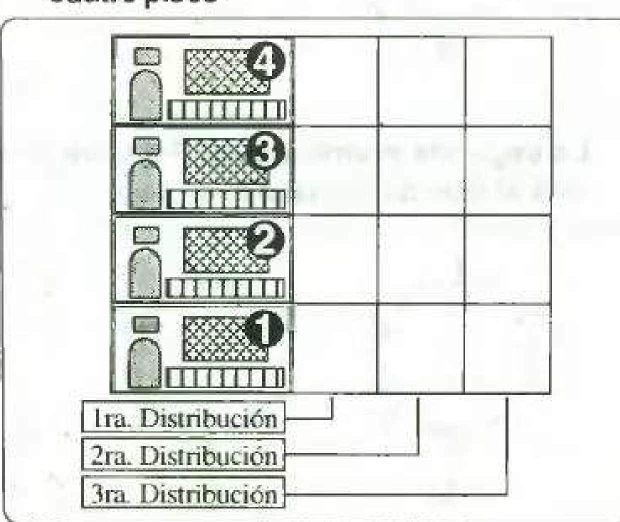
Los problemas de este tipo son fáciles de reconocer. Su característica más importante es la de que en ellos siempre se presentan una serie de datos desordenados , que necesariamente contienen toda la información que requerimos para poder relacionarlos entre sí (ya sea ordenarlos de acuerdo a ciertas premisas o encontrar correspondencia entre los mismos).

La recomendación más importante para resolverlos, es tratar de enfrentar el problema de la manera más esquemática posible, es decir tratando de representar gráficamente lo que dice el problema y no pretender llevar todas las relaciones en la cabeza.

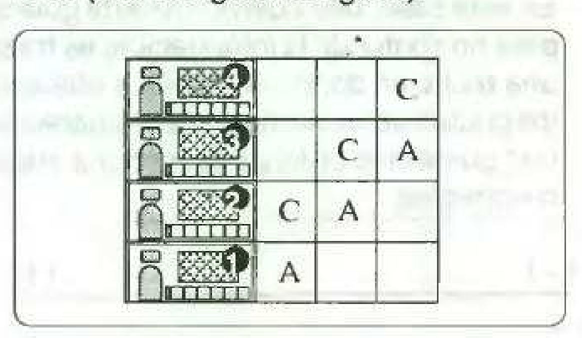
Problema 1: Se tiene una casa de cuatro pisos y en cada piso vive una familia. La familia Coveñas vive un piso más arriba que la familia alvarado. la familia Manrique habita más arriba que la familia Talledo y la familia Coveñas más abajo que la familia Talledo. ¿En qué piso vive la familia Coveñas?

Resolución:

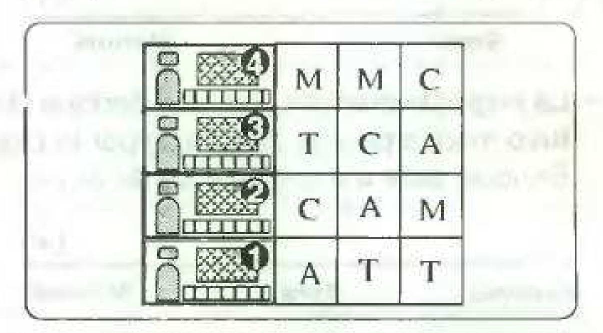
- En primer lugar, dibujaremos la casa de cuatro pisos



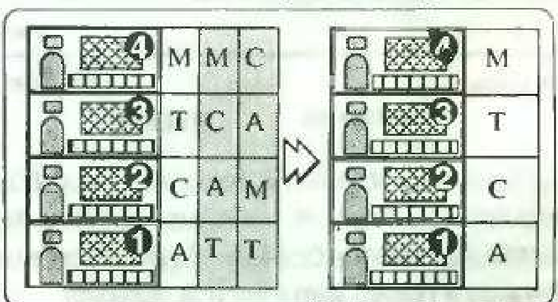
La primera premisa dice que la familia Coveñas viven un piso más arriba que la familia Alvarado (Exáctamente un piso) por lo cual, tendremos tres ubicaciones posibles (Ver la siguiente figura).



Luego, el problema dice que la familia Manrique vive más arriba que la familia Talledo (más arriba no es lo mismo que un piso más arriba) por lo cual podremos completar las tres distribuciones posibles.



Por último el problema dice que la familia coveñas vive más abajo que la familia Talledo por lo cual la segunda y tercera distribución quedan descartadas, siendo el orden correcto el siguiente:



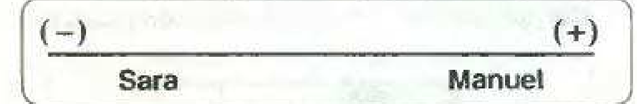
∴ La familia Coveñas vive en el segundo piso.

Problema 2: En un exámen Sara obtuvo menos puntos que Manuel, Enrique menos puntos que Sara, y Nataly más puntos que Vanessa. Si Vanessa obtuvo más puntos que Manuel ¿Quién obtuvo el punto más alto?

Resolución:

En este caso, una buena forma de guiarse para no confundir la información, es trazar una recta, en donde se deben ir ubicando los puntos de los nombres de las personas que queremos ordenar de menor a mayor o viceversa.

- La primera premisa dice que Sara obtuvo menos puntos que Manuel, por lo cual, en la recta Sara debe ubicarse a la izquierda de Manuel , es decir hacia el lado (-).



- La segunda premisa dice que Enrique obtuvo menos puntos que Sara; por lo cual Enrique debe ir a la izquierda de Sara.

(−) (+)
Enrique Sara Manuel

- Despues tenemos que Nataly obtuvo más puntos que Vanessa, por lo cual Nataly debe ir a la derecha de vanessa, pero tadavia no conocemos la ubicación de ambos que respecto al resto del grupo.

(−) (+)
Enrique Sara Manuel
Vanessa Nataly

Finalmente el problema dice que Vanessa obtuvo más puntos que Manuel, por lo cual Vanessa debe ubicarse a la derecha de Manuel y por consiguiente llevarse a Nataly aún más a la derecha.

Por lo tanto la ubicación final será:

(−) (+)
Enrique Sara Manuel Vanessa Nataly

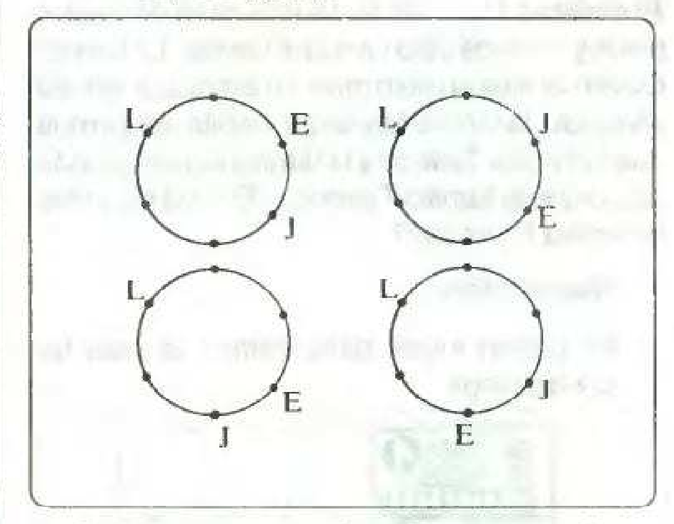
∴ Nataly obtuvo el más alto puntaje.

Problema 3: Seis personas juegan al poker alrededor de una mesa redonda. Luis no está sentado al lado de Enrique ni de José. Fernando no está al lado de Gustavo ni de José. Enrique no está al lado de Gustavo ni de Fernando. Pedro está junto a Enrique a su derecha. ¿Quién está sentado a la izquierda de Enrique?

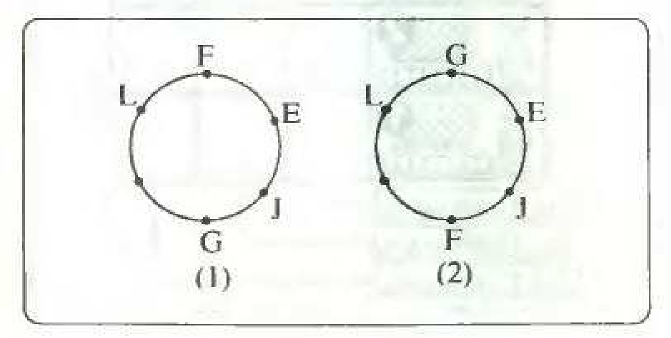
¿Quién está sentado a la derecha de Pedro?

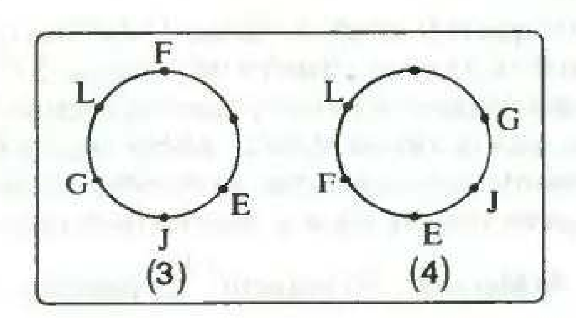
Resolución:

La primera premisa dice: Luis no está sentado al lado de Enrique ni de José por lo cual, tendremos cuatro ubicaciones posibles (Ver figura).



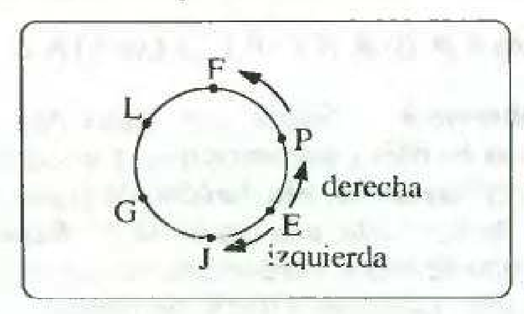
La segunda premisa dice: Fernando no está al lado de Gustavo ni de José





Luego dice: Enrique no está al lado de Gustavo ni de Fernando lo cual descartamos las figuras (1), (2) y (4), quedando sólo la (3). Veamos:

Por último el problema dice:



- ***Pedro está junto a Enrique, a su derecha.***
- ***José está a la izquierda de Enrique***
- ***Fernando está sentado a la derecha de Pedro***

Problemas Propuestos

Problema 1: Manuel es mayor que Pedro y Carlos es menor que Oscar, pero este y Manuel tienen la misma edad. Además carlos es menor que Pedro.

De las siguientes afirmaciones son correctas:

I. Manuel es menor que Carlos

II. Manuel es mayor que Carlos

III. Pedro es menor que Oscar

IV. Pedro es mayor que Oscar

A) Sólo I y IV B) Sólo III C) Sólo II

D) Sólo IV E) Sólo II y III

Problema 2: "x" tiene más habitantes que "W". "W" tiene menos que "y" pero más que "z". ¿Cuál de las siguientes concluciones será necesariamente cierta?

A) "x" tiene más habitante que "y"

B) "y" tiene menos habitantes que "z"

C) "x" tiene menos habitantes que "y"

D) "x" tiene más habitantes que "z"

E) "x" tiene igual número de habitantes que "y"

Problema 3: Tenemos tres personas: Manuel, Walter y Franklin que como no tienen dinero, deciden ponerse a trabajar. Manuel gana menos que Walter y éste menos que Franklin. Manuel gasta más que walter y éste más que Franklin, Manuel gasta más que Walter y éste más que Franklin. ¿cuál de las siguientes afirmaciones se cumple necesariamente?

I. Si Franklin gasta todo su dinero; Manuel queda endeudado

II. Si Manuel y Walter ahorran; Manuel tendrá más dinero que Walter

III. Si Franklin ahorra, Manuel ahorra

A) Sólo I B) sólo II C) Sólo III

D) I y II E) I y III

Problema 4: **A, B, C, D, E, F, G, H** han hablado, pero no necesariamente en este orden:

Sólo una persona habló a la vez

A habló después de **F** y demoró más tiempo que **B**

C Habló antes que **G** y después de **B** y demoró menos tiempo que **E**

D habló después de **H** y antes que **B** y tomó menos tiempo que **H** y más tiempo que **E**

H habló después de **A** y tomó menos tiempo que **B**

¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) **A** fue el segundo en hablar y el tercero en cuanto a tiempo que tomó para hablar

B) **B** habló antes que **C** y tomó más tiempo que **H**

C) **C** habló último y fue el que se demoró menos

D) **D** habló después de **G** y tomó menos tiempo que **A**

E) **H** habló después de **F** y tomó más tiempo que **A**

Problema 5: Un edificio tiene seis pisos, numerados del 1 al 6 de abajo a arriba. seis compañias **P, Q, R, S, T y M** ocupan los seis pisos, no nesesariamente en este orden, con sólo una compañia en cada piso.

R está a tantos piso de Q como Q lo está de M

T y M no están en pisos adyacentes

M está en algún piso más que S

P está en el quinto piso

¿Cuáles de las afirmaciones siguientes son verdaderas?

I. **Q** debe estar en el 3 ó el 4

II. **M** debe estar en el 1 ó en el 2

III. **S** debe estar en 4 ó el 5

A) sólo I B) sólo II C) Sólo III

D) I y III E) II y III

Problema 6: Si **R** está en el primer piso, entonces:

A) **R** y **P** viven en pisos adyacentes

B) **Q** y **P** viven en pisos adyacentes

C) **S** está en un piso más alto que el 2

D) **T** está en un piso más alto que el 2

E) **M** está en un piso más alto que el 3

Problema 7: Se está por lograr un gran premio automovilistico (caminos del inca). Alfredo está al lado de Leonardo y detrás de Fidel, que está al lado de Nataly. Roberto larga al lado de Manuel y delante de Vanessa. Sara partirá detrás de Vanessa y al lado de Leonardo que está detrás de Nataly . Walter larga a la izquierda de manuel y delante de Fidel. ¿Quién larga en primera fila a la derecha de la pista?

A) Manuel B) Roberto C) Vanessa

D) Nataly E) Fidel

Problema 8: **A** no vive junto a **I**; **P** no vive junto a **W**, **W** no vive junto a **A**. Si los 4 viven juntos en la misma calle. ¿Quines viven en el centro?

A) **A,P** B) **A,W** C) **P,I** D) **I,W** E) N.A.

Problema 9: Sobre una mesa hay tres naipes en hilera, sabemos que: a la izquierda del rey hay un As, a la derecha de la jota; hay uno de diamante, a la izquierda del diamante hay uno de trébol, a la derecha del corazón hay una jota. ¿Cuál es el naipe del medio?

A) Rey de trébol B) As de trébol

C) Jota de diamante D) As de diamante

E) Jota de trébol

Problema 10:

Si:

I. El naranjo no es más alto que el manzano.

II. El ciruelo no es más bajo que el naranjo.

III. El palto no es más alto que el naranjo.

A) El palto es el más bajo.

B) El manzano es el más alto.

C) El palto no es más alto que el ciruelo.

D) El ciruelo es el más bajo.

E) El ciruelo es más alto que el manzano.

Problema 11: María es más vieja que Sara, Ana es más joven que Sara pero más vieja que Nataly y nataly es más joven que Vanessa. ¿Cuál de las cinco es la más joven?

A) María B) Sara C) Ana

D) Nataly E) Vanessa

Problema 12: Seis muchachos están escalando un cerro. Manuel se encuentra más arriba que Percy y éste entre Henrry y Franklin, Walter esta más abajo que José y éste un lugar más abajo que Manuel. Franklin está más arriba que Walter pero un lugar más abajo que Percy y éste más abajo que Henry que se encuentra entre José y Percy.
¿Cuál de los muchachos se encuentran en el tercer lugar?

A) Franklin B) Percy C) Henry

D) Walter E) José

Problema 13: Hay 2 pares de niños entre 2 niños; un niño delante de 5 niños y un niño detrás de 5 niños. ¿Cuántos niños hay?

A) 18 B) 12 C) 14 D) 6 E) 5

Problema 14: Sandra, Miguel y Walter son hermanos, Raúl, Carlos y María son hermanos. Se reunen todos alrededor de una mesa circular para diez personas. Nunca se sientan juntos dos del mismo sexo ni dos hermanos.

Sí:

I. Sandra está entre Raúl y Walter y más cerca de aquel.
II. María está entre Miguel y Walter y junto a ambos.
III. Entre Sandra y Walter hay sólo un asiento vacío.
IV. Carlos está entre Miguel y Walter y más cerca de aquel.

Se deduce que:

A) Sandra está más cerca de Carlos que de María.
B) Carlos está más cerca de Sandra que de Raúl.
C) Hay un asiento vacío entre Sandra y Raúl.
D) Hay dos asientos vacíos juntos.
E) Pedro está más cerca de Carlos que de Raúl.

Problema 15: En un reinado primaveral, la reina y su dama deben escoger a su pareja de baile entre 300 pretendientes. Ante este dilema, la reina los hace formar en círculo y ante el asombro de todos, procede a contar de la siguiente manera: 1, 2, 3; 1, 2, 3 y así sucesivamente. A cada uno de los pretendientes que le tocaba 3, lo eliminaba. ¿Qué lugares le convendría ocupar si estuviera entre los 40 que pretende bailar con la reina y su dama?

A) 4 y 37 B) 13 y 28 C) 5 y 20

D) 9 y 24 E) 17 y 32

Problema 16: En el momento de llegada de los seis primeros de una marathón un reportero anotó los siguientes resultados:

- Teresa llegó antes que María y después que Ricarda.
- Ricarda llegó después que Sara y ésta después que Susana.
- Monica llegó después que María.

¿Quién llegó primero?

A) Monica B) Teresa C) Susana

D) Ricarda E) Faltan datos

Problema 17: Cinco personas rinden un exámen si se sabe que:

- B obtuvo un punto más que D.
- D obtuvo un punto más que C.
- E obtuvo dos puntos menos que D.
- B obtuvo dos puntos menos que A.
Ordenarlos en forma creciente

A) ABDCE B) ECDBA C) EDCBA

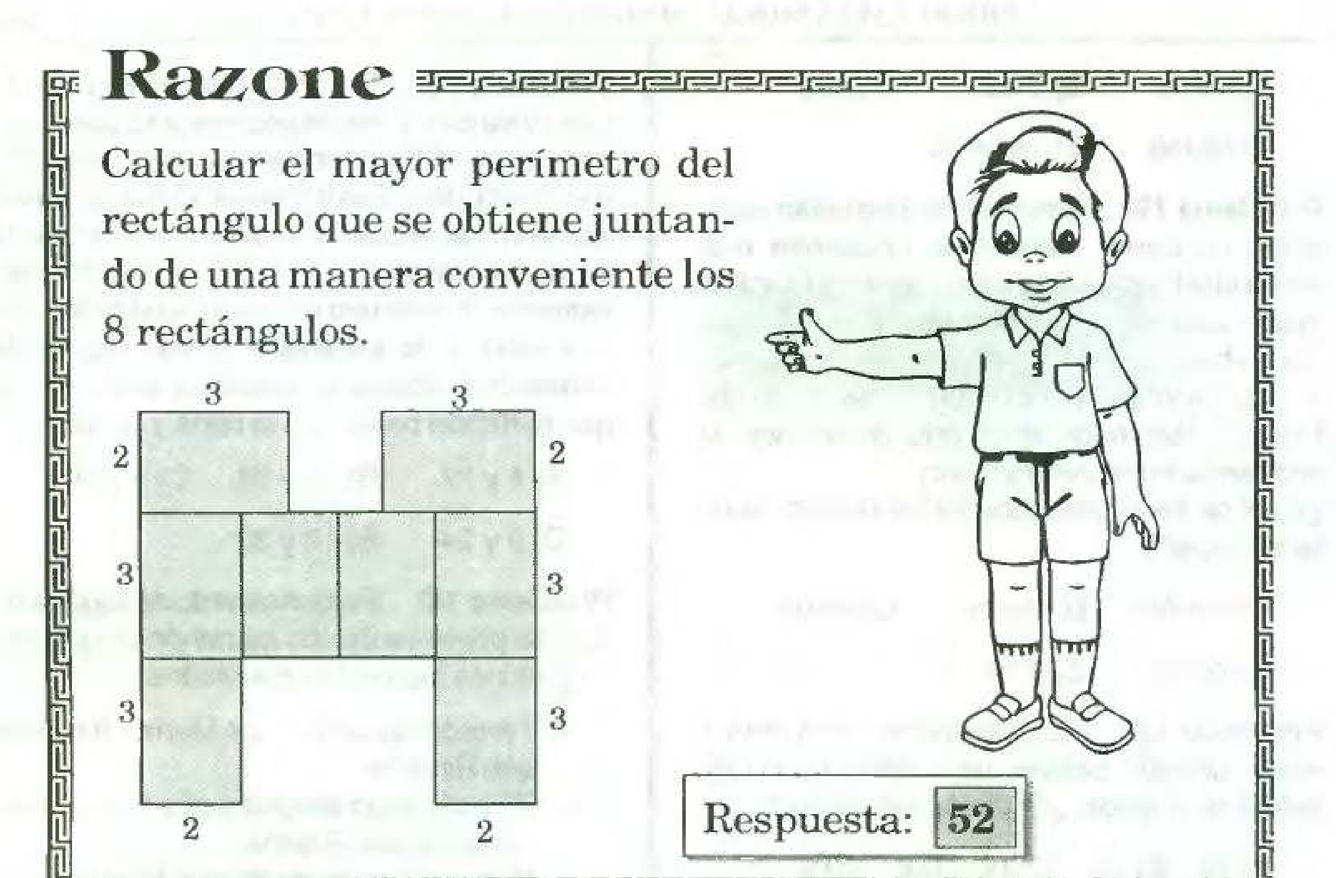
D) BCDEA E) EDBAC

Clave de Respuestas

1. E	7. B	13. D
2. D	8. C	14. E
3. C	9. B	15. B
4. B	10. A	16. A
5. A	11. D	17. B
6. E	12. C	

Razone

Calcular el mayor perímetro del rectángulo que se obtiene juntando de una manera conveniente los 8 rectángulos.



Respuesta: **52**

Razone

A un alambre de "n" metros de longitud se le dan "n" cortes, de manera que la longitud de cada trozo resultante es igual a la del inmediato anterior aumentado en su mitad. Hallar la longitud del primer trozo.

Respuesta: $\dfrac{2^n \cdot n}{3^{n+1} - 2^{n+1}}$

FACTORIAL DE UN NUMERO NATURAL 34

Factorial de un Número Natural

Es el producto de todos los números consecutivos desde la unidad hasta que el número que nos dan inclusive:

Representación del Factorial de un número:

Si el número es "n"; su factorial se representa por:

Por definición:

$\lfloor n = n! = 1\times2\times3\times4\times.......\times n$

$\lfloor n = n! = n(n-1)(n-2)(n-3)......\times2\times1$

Ejemplos:

$2! = \lfloor 2 = 1\times2 = 2$

$3! = \lfloor 3 = 1\times2\times3 = 6$

$4! = \lfloor 4 = 1\times2\times3\times4 = 24$

$5! = \lfloor 5 = 1\times2\times3\times4\times5 = 120$

$6! = \lfloor 6 = 1\times2\times3\times4\times5\times6 = 720$

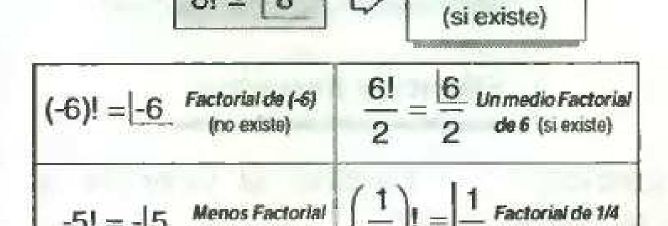
$7! = \lfloor 7 = 1\times2\times3\times4\times5\times6\times7 = 5\,040$

Nota Importante:

Los factoriales mayores que 5 o igual que 5; siempre terminarán en cero.

**) Solamente está definido el factorial para números enteros y positivos así por ejemplo:

$8! = \lfloor 8$ ⇨ ***Factorial de 8*** (si existe)



$(-6)! = \lfloor -6$ ***Factorial de (-6)*** (no existe)	$\dfrac{6!}{2} = \dfrac{\lfloor 6}{2}$ ***Un medio Factorial de 6*** (si existe)
$-5! = -\lfloor 5$ ***Menos Factorial de 5*** (si existe)	$\left(\dfrac{1}{4}\right)! = \lfloor \dfrac{1}{4}$ ***Factorial de 1/4*** (no existe)

Propiedades de los Factoriales

I. Solamente existe factoriales para números enteros y positivos.

Es decir: Si: $\lfloor n = n!$

Donde: n = Entero y Positivo

II. Por axioma de las matemáticas, se define que:

$\lfloor 0 = 1$ y $\lfloor 1 = 1$

III. El factorial de un número puede ser siempre descompuesto como el producto del factorial de otro número menor que él por todos los números consecutivos a este último; hasta completar dicho número.

Así:

$\lfloor 7 = 7! = 4!\times5\times6\times7$

$\lfloor 9 = 9! = 6!\times7\times8\times9$

$\lfloor 6 = 6! = 2!\times3\times4\times5\times6$

$\lfloor n+5 = (n+5)! = (n+1)!(n+2)(n+3)(n+4)(n+5)$

$\lfloor n-2 = (n-2)! = (n-4)!(n-3)(n-2)$

IV. En factoriales, las siguientes operaciones no se cumplen:

*	$\underline{\lvert n+m} \neq \underline{\lvert n} + \underline{\lvert m}$
**	$\underline{\lvert n-m} \neq \underline{\lvert n} - \underline{\lvert m}$
***	$\underline{\left\lvert \dfrac{m}{n} \right.} \neq \dfrac{\underline{\lvert m}}{\underline{\lvert n}}$

Ejercicios Resueltos

Ejercicio 1: Calcular el valor de la siguiente expresión:

$$M = \frac{(5!+2)^3 \cdot (5!)!}{(5!+2)! + (5!+1)! + (5!)!}$$

A) 1 B) 5 C) 5! D) 122 E) 5!!

Resolución:

Haciendo cambio de variable Para:

$$5! = x$$

Obtenemos que:

$$M = \frac{(x+2)^3 \cdot (x)!}{(x+2)! + (x+1)! + (x)!} \quad \text{.......... } (\alpha)$$

Trabajando con el denominador; se obtiene:

Denominador = $(x + 2)! + (x + 1)! + x!$

Denominador = $x!(x + 1)(x + 2) + x!(x + 1) + x!$

Factorizamos "x!"

Denominador = $x![(x + 1)(x + 2) + (x + 1) + 1]$

Denominador = $x![(x^2 + 3x + 2 + x + 2]$

$= x![x^2 + 4x + 4]$

$\therefore$ Denominador = $x!(x + 2)^2$ ..... (β)

Reemplazamos "β"en "α"

$$M = \frac{(x+2)^3 \cdot x!}{x!(x+2)^2}$$

Simplificando se obtiene:

$$M = (x + 2)$$

Pero sabemos que: $x = 5!$

$$M = 5! + 2$$

Pero: $5! = 120$

$\therefore$ $M = 120 + 2 = 122$ ***Rpta. D***

Ejercicio 2: Calcular el valor de "E"

$$E = \left[\underline{\lvert 2} \times \underline{\lvert 3} \times \underline{\lvert 4}\sqrt{\frac{\underline{\lvert 9}}{\underline{\lvert 7} + \underline{\lvert 8}}}\right]^{(\underline{\lvert 4} + \underline{\lvert 5} + \underline{\lvert 6})}$$

A) 81 B) 243 C) 512 D) 4 096 E) 729

Resolución:

Trabajemos primero con el exponente, o sea:

$$\underline{\lvert 4} + \underline{\lvert 5} + \underline{\lvert 6} = \underline{\lvert 4} + \underline{\lvert 4} \times 5 + \underline{\lvert 4} \times 5 \times 6$$

Factorizamos "$\underline{\lvert 4}$" ; *obtenemos:*

$$\underline{\lvert 4} + \underline{\lvert 5} + \underline{\lvert 6} = \underline{\lvert 4}\,(1 + 5 + 5\times 6) = \underline{\lvert 4}\,(36)$$

$\therefore$ $\underline{\lvert 4} + \underline{\lvert 5} + \underline{\lvert 6} = \underline{\lvert 4}\,(36)$ ..... (α)

Ahora trabajamos con la parte subradical, o sea:

$$\frac{\underline{\lvert 9}}{\underline{\lvert 7} + \underline{\lvert 8}} = \frac{\underline{\lvert 7} \times 8 \times 9}{\underline{\lvert 7} + \underline{\lvert 7} \times 8};$$

Factorizamos en el denominador: "$\underline{\lvert 7}$"

$$\frac{\underline{\lvert 9}}{\underline{\lvert 7} + \underline{\lvert 8}} = \frac{\cancel{\underline{\lvert 7}} \times 8 \times 9}{\cancel{\underline{\lvert 7}}(1+8)} = \frac{8 \times \cancel{9}}{\cancel{9}} = 8$$

$\therefore$ $\dfrac{\underline{\lvert 9}}{\underline{\lvert 7} + \underline{\lvert 8}} = 8$ ..... (β)

Luego reemplazamos (α) y (β) en la expresión "E":

$$E=\left[\sqrt[\underline{|2}\times\underline{|3}\times\underline{|4}]{8}\right]^{\underline{|4}\,(36)}$$

Por propiedad:

$$\sqrt[n]{A^{m}}=A^{\frac{m}{n}}$$

$$E=[8]^{\frac{\cancel{\underline{|4}}(36)}{\underline{|2}\times\underline{|3}\times\cancel{\underline{|4}}}}$$

⇨ ***Pero:*** $\begin{cases}\underline{|2}=2\\ \underline{|3}=6\end{cases}$

Donde:

$$E=[8]^{\frac{36}{2\times 6}}=[8]^{3}=8\times8\times8$$

$$\therefore\quad \boxed{E=512}\qquad \textit{Rpta. C}$$

Ejercicio 3: Señale el valor entero positivo de "n" para el cual:

$$\underline{|n+1}\times\underline{|n-1}=36n+\left(\underline{|n}\right)^{2}$$

A) 13 B) 72 C) 4 D) 6 E) 2

Resolución:

Por Propiedad: Los términos dados se pueden escribir así:

i) $\underline{|n+1}=\underline{|n-1}\times n\times(n+1)$

ii) $\underline{|n}=\underline{|n-1}\times n$

Luego, reemplazamos estos valores en la ecuación dada:

$$\left[\underline{|n-1}\times n\times(n+1)\right]\times\left[\underline{|n-1}\right]=36n+\left(\underline{|n-1}\times n\right)^{2}$$

$$\left(\underline{|n-1}\right)^{2}\times n\times(n+1)=36n+n^{2}\left(\underline{|n-1}\right)^{2}$$

$$\left(\underline{|n-1}\right)^{2}\times\left(n^{2}+n\right)=36n+n^{2}\left(\underline{|n-1}\right)^{2}$$

$$\cancel{n^{2}\times\left(\underline{|n-1}\right)^{2}}+n\times\left(\underline{|n-1}\right)^{2}=36n+\cancel{n^{2}\left(\underline{|n-1}\right)^{2}}$$

Simplificando términos; se obtiene:

$$n\times\left(\underline{|n-1}\right)^{2}=36n\;\Rightarrow\;\left(\underline{|n-1}\right)^{2}=36$$

Pero: $36=(6)^{2}$ ⇨ $\left(\underline{|n-1}\right)^{2}=(6)^{2}$

Donde: $\underline{|n-1}=6$

Pero se sabe que: $6=\underline{|3}$

$$\underline{|n-1}=\underline{|3}$$

Por comparación de términos: $\underline{|n-1}=\underline{|3}$

$$n-1=3\;\Rightarrow\;\boxed{n=4}\qquad \textit{Rpta. C}$$

Ejercicio 4: Señale el equivalente de:

$$k=5\underline{|5}+4\underline{|4}+3\underline{|3}+2\underline{|2}+1\underline{|1}$$

A) $\underline{|6}$ B) $\underline{|6-1}$ C) $\underline{|6-2}$

D) $\underline{|6-3}$ E) $\underline{|6-4}$

Resolución:

Para este tipo de problema, se empieza operar de derecha a izquierda.

$$1\,\underline{|1}=\underline{|2}-1$$

Reemplazamos este valor en "k":

$$k=5\underline{|5}+4\underline{|4}+3\underline{|3}+2\underline{|2}+\underline{|2}-1$$

$$k=5\underline{|5}+4\underline{|4}+3\underline{|3}+3\underline{|2}-1$$

pues: $3\times\underline{|2}=\underline{|3}$

$$k=5\underline{|5}+4\underline{|4}+3\underline{|3}+\underline{|3}-1$$

$$k=5\underline{|5}+4\underline{|4}+4\underline{|3}-1$$

pues $4\times\underline{|3}=\underline{|4}$

$$k=5\underline{|5}+\underbrace{4\underline{|4}+\underline{|4}}-1$$

$$k=5\underline{|5}+\underbrace{5\underline{|4}}-1 \quad ⇨ \quad \text{pues: } \boxed{5\times\underline{|4}=\underline{|5}}$$

$$k=5\underline{|5}+\underline{|5}-1=6\underline{|5}-1$$

pues: $\boxed{6\times\underline{|5}=\underline{|6}}$ ⇨ $\therefore$ $\boxed{k=\underline{|6}-1}$

Rpta. B

Ejercicio 5: Reducir; la siguiente expresión:

$$R=\left[\frac{1}{\underline{|7}+\underline{|8}}+\frac{1}{\underline{|9}}\right]^{-1}$$

A) 7 B) $\underline{|8}$ C) 9 D) 8 E) $\underline{|9}$

Resolución:

Dando común denominador a la expresión "R", se obtiene:

$$R=\left[\frac{\underline{|9}+\underline{|7}+\underline{|8}}{\underline{|9}\,(\underline{|7}+\underline{|8})}\right]^{-1}$$

Aplicando la propiedad: $\boxed{\left(\frac{A}{B}\right)^{-1}=\left(\frac{B}{A}\right)}$

$$R=\frac{\underline{|9}\,(\underline{|7}+\underline{|8})}{\underline{|9}+\underline{|7}+\underline{|8}}$$

$$R=\frac{\underline{|9}\,(\underline{|7}+\underline{|7}\times 8)}{\underline{|7}\times 8\times 9+\underline{|7}+\underline{|7}\times 8}$$

$$R=\frac{\underline{|9}\,\underline{|7}\,(1+8)}{\underline{|7}\,(72+1+8)}$$

$$R=\frac{\underline{|9}\,(\cancel{9})}{\cancel{81}}=\frac{\underline{|9}}{9}=\frac{\underline{|8}\times\cancel{9}}{\cancel{9}}=\underline{|8}$$

$\therefore$ $\boxed{R=\underline{|8}}$ ***Rpta. B***

Ejercicio 6: Calcule el valor de:

$$M=\frac{(\underline{|1}+\underline{|2})(\underline{|2}+\underline{|3})(\underline{|3}+\underline{|4})........(\underline{|19}+\underline{|20})}{\underline{|20}\times\underline{|19}\times\underline{|18}\times........\times\underline{|2}\times\underline{|1}}$$

A) 8,5 B) 9 C) 9,5 D) 10 E) 10,5

Resolución:

La expresión dada, se puede escribir como:

$$M=\frac{(\underline{|1}+\underline{|1}\times 2)(\underline{|2}+\underline{|2}\times 3)(\underline{|3}+\underline{|3}\times 4)....(\underline{|19}+\underline{|19}\times 20)}{\underline{|1}\times\underline{|2}\times.........\times\underline{|18}\times\underline{|19}\times\underline{|20}}$$

$$M=\frac{\cancel{\underline{|1}}(1+2)\cancel{\underline{|2}}(1+3)\cancel{\underline{|3}}(1+4)....\cancel{\underline{|19}}(1+20)}{\cancel{\underline{|1}}\times\cancel{\underline{|2}}\times.........\times\cancel{\underline{|18}}\times\cancel{\underline{|19}}\times\underline{|20}}$$

Simplificando, obtenemos:

$$M=\frac{3\times 4\times 5.........\times 21}{\underline{|20}}$$

Haciendo un artificio; multiplicamos el numerador y el denominador (1×2). veamos:

$$M=\frac{1\times 2\times 3\times 4\times 5\times.........\times 21}{1\times 2\times\underline{|20}}=\frac{\underline{|21}}{2\underline{|20}}$$

$$M=\frac{\cancel{\underline{|20}}\times 21}{1\times 2\times\cancel{\underline{|20}}}=\frac{21}{2}=10{,}5$$

$\therefore$ $\boxed{M=10{,}5}$ ***Rpta. E***

Ejercicio 7: Reducir la siguiente expresión:

$$E=2\times 4\times 6\times 8\times 10\times.........\times 2n$$

A) 2n×n! B) n!×nm C) n!×n² D) nn×(2n)! E) N.A.

Resolución:

La expresión dada, se puede escribir como:

$$E=(1\times 2)(2\times 2)(3\times 2)(4\times 2)(5\times 2)\times.........\times(n\times 2)$$

Ordenamos términos de la siguiente manera:

$$E = \underbrace{(1\times2\times3\times4\times5\times......\times n)}_{\text{"n" factores}}\times\underbrace{(2\times2\times2\times2\times2\times......\times2)}_{\text{"n" factores}}$$

$E = n!\times2^n \quad \therefore \quad \boxed{E = 2^n\times n!}$ ***Rpta. A***

Ejercicio 8: Reducir la siguiente expresión:

$$R = 3\times6\times9\times12\times15\times.........\times3n$$

A) $n\times3^n$ B) $3^n\times n!$ C) $3^n\times(2n)!$

D) $n!\times9^n$ E) N.A.

Resolución:

La expresión dada, se puede escribir como:

$$R = (1\times3)(2\times3)(3\times3)(4\times4)(5\times5)\times.........\times(n\times3)$$

Ordenamos términos de la siguiente manera:

$$R = \underbrace{(1\times2\times3\times4\times5\times......\times n)}_{\text{"n" factores}}\times\underbrace{(3\times3\times3\times3\times3\times......\times3)}_{\text{"n" factores}}$$

$R = n!\times3^n \Rightarrow \boxed{R = 3^n\times n!}$ ***Rpta. B***

Ejercicio 9: Calcular "n", en la siguiente expresión:

$$1\times3\times5\times7\times9\times..........\times(2n-1)=\frac{\underline{|20}}{2^{10}\left(\underline{|10}\right)}$$

A) 20 B) 10 C) 16 D) 40 E) N.A.

Resolución:

La expresión dada, se puede escribir así:

$$\frac{1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times__\times(2n-1)\times2n}{2\times4\times6\times8\times10\times__\times2n}=\frac{\underline{|20}}{2^{10}(\underline{|10})} \quad .... \text{(A)}$$

⊙ El artificio que se ha aplicado es multiplicar y dividir por la expresión

$$(2\times4\times6\times8\times10\times.........\times2n)$$

Como en el numerador, se tiene el producto de números consecutivos, se obtendrá:

$$1\times2\times3\times4\times5\times6\times.....\times(2n-1)\times2n = (2n)! \quad .... (\alpha)$$

⊙ *En el denominador, la expresión:*

$$(2\times4\times6\times8\times10\times.........\times2n)$$

Se puede escribir como:

$$(1\times2)(2\times2)(3\times2)(4\times2)(5\times2)\times.........\times(n\times2)$$

Ordenamos términos:

$$\underbrace{\underbrace{(1\times2\times3\times4\times5\times......\times n)}_{\text{"n" factores}}\times\underbrace{(2\times2\times2\times2\times2\times......\times2)}_{\text{"n" factores}}}_{(n!)\times(2^n)}$$

Reemplazamos (α) y (β) en **(A)**

$$\frac{(2n)!}{(n!)\times(2^n)}=\frac{\underline{|20}}{2^{10}\underline{|10}}$$

Los téminos del primer miembro se puede escribir como:

$$\frac{\underline{|2n}}{\underline{|n}\times2^n}=\frac{\underline{|20}}{\underline{|10}\times2^{10}}$$

Por semejanza de términos se tiene que:

$\therefore \boxed{n = 10}$ ***Rpta. B***

Ejercicio 10: Señale el equivalente de:

$$k=1\underline{|1}+2\underline{|2}+3\underline{|3}+4\underline{|4}+............+n\underline{|n}$$

A) $n+1$ B) $n-1$ C) $\underline{|n+1}-1$

D) $\underline{|n+1}+1$ E) Ninguna

Resolución:

Por inducción matemática se tiene:

Para **1** sumando: $1\underline{|1}=1=\underline{|2}-1$

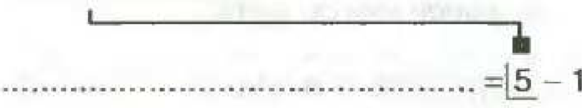
Para **2** sumandos:

$$1\underline{|1}+2\underline{|2}=1+4=5=\underline{|3}-1$$

Para **3** sumandos:

$$1\lfloor\underline{1} + 2\lfloor\underline{2} + 3\lfloor\underline{3} = 1 + 4 + 18 = 23 = \lfloor\underline{4} - 1$$

Para **4** sumandos:



$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \lfloor\underline{5} - 1$$

Para n sumandos:

$$1\lfloor\underline{1} + 2\lfloor\underline{2} + 3\lfloor\underline{3} + 4\lfloor\underline{4} + \ldots\ldots + n\lfloor\underline{n} = \lfloor\underline{n+1} - 1$$

$$\therefore \boxed{S = \lfloor\underline{n+1} - 1}$$ ***Rpta. C***

Ejercicio 11: Simplificar:

$$R = \frac{(n!! + 1)! - n!!!}{(n!! - 1)!}$$

A) n!! + 1 B) n! + 1 C) $(n!! - 1)^2$
D) $(n!!)^2$ E) N.A.

Resolución:

Para este tipo de problemas es necesario hacer cambio de variable; o sea hacemos que:

$$\boxed{n!! = a}$$

Reemplazando; este valor en "R", obtenemos:

$$R = \frac{(n!! + 1)! - n!!!}{(n!! - 1)!} = \frac{(a + 1)! - a!}{(a - 1)!}$$

Esta última expresión se puede escribir así:

$$R = \frac{(a-1)! \times a \times (a+1) - (a-1)!a}{(a-1)!}$$

Factorizamos (a - 1)!, en el numerador

$$R = \frac{\cancel{(a-1)!}\left[a \times (a+1) - a\right]}{\cancel{(a-1)!}}$$

$R = a^2 + a - a$ ⇨ $R = a^2$

Pero: $a = n!!$

Reemplazando en esta última expresión, obtenemos:

$$\therefore \boxed{R = (n!!)^2}$$ ***Rpta. D***

Ejercicio 12: Simplificar:

$$E = \frac{\lfloor\underline{\frac{m}{n}} + 2\lfloor\underline{\frac{m-n}{n}}}{\lfloor\underline{\frac{m}{n}} + \lfloor\underline{\frac{m+n}{n}}}$$

A) 1 B) mn C) $\frac{m}{n}$
D) $\frac{n}{m}$ E) Ninguna

Resolución:

La expresión dada se pùede escribir:

$$E = \frac{\lfloor\underline{\frac{m}{n}} + 2\lfloor\underline{\frac{m}{n} - \cancel{\frac{n}{n}}}}{\lfloor\underline{\frac{m}{n}} + \lfloor\underline{\frac{m}{n} + \cancel{\frac{n}{n}}}}$$

Simplificando términos, se obtiene:

$$E = \frac{\lfloor\underline{\frac{m}{n}} + 2\lfloor\underline{\frac{m}{n} - 1}}{\lfloor\underline{\frac{m}{n}} + \lfloor\underline{\frac{m}{n} + 1}}$$

Hacemos un cambio de variable:

Donde: $\boxed{\frac{m}{n} = a}$ ⇨ Luego, este valor lo reemplazamos en "E"

$$E = \frac{\lfloor\underline{a} + 2\lfloor\underline{a-1}}{\lfloor\underline{a} + \lfloor\underline{a+1}}$$

Por propiedad en los factoriales, se obtiene:

$$E = \frac{\lfloor\underline{a-1} \times a + 2\lfloor\underline{a-1}}{\lfloor\underline{a-1} \times a + \lfloor\underline{a-1} \times a \times (a+1)}$$

Factorizamos en el numerador y denominador: "$\underline{|a-1}$"

$$E=\frac{\cancel{|a-1}\times(a+2)}{\cancel{|a-1}\times[a+a(a+1)]}$$

$$E=\frac{(a+2)}{a+a^2+a}=\frac{(a+2)}{a^2+2a}$$

$$E=\frac{\cancel{(a+2)}}{a\cancel{(a+2)}}=\frac{1}{a}$$

$\boxed{E=\frac{1}{a}}$ Reemplazamos el valor de "a" por: ⇨ $\boxed{\frac{m}{n}=a}$

$$E=\frac{1}{\left(\frac{m}{n}\right)}=\frac{n}{m} ⇨ \therefore \boxed{E=\frac{n}{m}}$$ **Rpta. D**

Ejercicio 13: Encontrar la suma:

$$S=\frac{0!}{2!}+\frac{1!}{3!}+\frac{2!}{4!}+\frac{3!}{5!}+........\text{"n"sumandos}$$

A) $\frac{n}{n+1}$ B) $n(n+1)$ C) $\frac{n^2-1}{n}$

D) $\frac{n+1}{n}$ E) Ninguna

Resolución:

Por inducción matemática, obtenemos:

Para 1 sumando: $\frac{0!}{2!}=\boxed{\frac{1}{2}}$

Para 2 sumandos:

$$\frac{0!}{2!}+\frac{1!}{3!}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\boxed{\frac{2}{3}}$$

Para 3 sumandos:

$$\frac{0!}{2!}+\frac{1!}{3!}+\frac{2!}{4!}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{2}{24}=\boxed{\frac{3}{4}}$$

Para 4 sumandos:

⋮

Para n sumandos:

$$\frac{0!}{2!}+\frac{1!}{3!}+\frac{2!}{4!}+\frac{3!}{5!}+......\text{"n"sumandos}=\boxed{\frac{n}{n+1}}$$

$$\therefore \boxed{S=\frac{n}{n+1}}$$ **Rpta. A**

Ejercicio 14: Simplificar:

$$E=\frac{n!!!}{(n!!-1)!(n!-1)!(n-1)!n}$$

A) 1 B) n! C) n

D) (n - 1)! E) Ninguna

Resolución:

Aplicando la propiedad: $\boxed{(n-1)!\,n=n!}$

Reemplazando en "E"; obtenemos:

$$E=\frac{n!!!}{(n!!-1)!(n!-1)!(n-1)!n}$$

$$E=\frac{n!!!}{(n!!-1)!(n!-1)!n!} \quad ....(\alpha)$$

(*) Calculamos el equivalente de: (n! - 1)!n!

Haciendo: $\boxed{n!=a}$

Donde: $\boxed{(n!-1)!n!=(a-1)!a=a!}$

$$\therefore \boxed{(n!-1)!n!=n!!} \quad ....(\beta)$$

Reemplazamos (β) en (α):

$$E=\frac{n!!!}{(n!!-1)!\,n!!} \quad ....(\theta)$$

(*) Calculamos el equivalente de: (n!! - 1)!×n!!

Haciendo: $\boxed{n!!=b}$

Donde: $\boxed{(n!!-1)\times n!!=(b-1)!\times b=b!}$

$\therefore$ $\boxed{(n!!-1)!n!!=n!!!}$ .... (ϕ)

Reemplazamos (ϕ) en (θ):

$$E=\frac{n!!!}{n!!!}=1 \Rightarrow \therefore \boxed{E=1} \quad \textit{Rpta. A}$$

Ejercicio 15: Calcular "x" en:

$$\frac{3(3x^2+10x+8)\lfloor 3x+5 \cdot \lfloor 3x+4}{\lfloor 3x+5-\lfloor 3x+4}=\lfloor 108$$

A) 34 B) 10 C) 36 D) 40 E) 46

Resolución:

Factorizamos la expresión:

$$3x^2+10x+8\ ,$$

Por el método del aspa, veamos:

$3x^2+10x+8 = (x+2)(3x+4)$

$3x \qquad +4$

$x \qquad +2$

Reemplazando en la expresión inicial, obtenemos:

$$\frac{3(x+2)(3x+4)\lfloor 3x+5 \cdot \lfloor 3x+4}{\lfloor 3x+5-\lfloor 3x+4}=\lfloor 108$$

En el denominador aplicamos la propiedad:

$$\boxed{\lfloor n = \lfloor n-1 \times n}$$

Donde:

$$\frac{(3x+6)(3x+4)\lfloor 3x+5 \cdot \lfloor 3x+4}{\lfloor 3x+4\,(3x+5)-\lfloor 3x+4}=\lfloor 108$$

Factorizamos: "$\lfloor 3x+4$" en el denominador.

Simplificamos y ordenamos

$$\frac{(3x+6)(3x+4)\lfloor 3x+5 \cdot \cancel{\lfloor 3x+4}}{\cancel{\lfloor 3x+4}\,(3x+5-1)}=\lfloor 108$$

Términos en el numerador:

$$\frac{\cancel{(3x+4)}\lfloor 3x+5 \cdot (3x+6)}{\cancel{(3x+4)}}=\lfloor 108$$

$$\lfloor 3x+5 \cdot (3x+6)=\lfloor 108$$

$$\lfloor 3x+6=\lfloor 108\ ;$$

Por comparación de términos, obtenemos:

$$3x+6=108 \Rightarrow 3x=102$$

$\therefore$ $\boxed{x=34}$ ***Rpta. A***

Ejercicios Propuestos

Ejercicio 1: Indique el equivalente de:

$$R=\frac{\lfloor 100+\lfloor 99}{\lfloor 101}$$

A) 1 B) 0,01 C) 0,09 D) 0,1 E) 0,9

Ejercicio 2: Si: $\lfloor m+n=\lfloor m-n \times \lfloor 7$

Calcular el valor de: $Q=\lfloor 2m+\lfloor 2n$

A) 768 B) 5 145 C) 135 D) 3 900 E) 122

Ejercicio 3: Hallar el equivalente de:

$$Q_{(n)}=\frac{\lfloor n+\lfloor n-1}{\lfloor n+1}$$

A) n B) n^2 C) n + 1

D) n - 1 E) n^{-1}

Ejercicio 4: Indique el equivalente de:

$$M=5\lfloor 5+4\lfloor 4$$

A) $\lfloor 6-\lfloor 3$ B) $\lfloor 6-\lfloor 4$ C) $\lfloor 6-\lfloor 5$

D) $\lfloor 5-\lfloor 3$ E) $\lfloor 5-\lfloor 4$

Ejercicio 5: Simplificar:

$$P=\frac{(8!)^{8!+1}\times(7!)^{9!}\times(9!)^{8!}}{\left[9!\times(7!)^{9}\times(8!)^{2}\right]^{8!}}$$

A) 1 B) 8 C) 8! D) 9 E) 9!

Ejercicio 6: Reducir la siguiente expresión:

$$R = 2\lfloor\underline{2} + 4\lfloor\underline{2} + 6\lfloor\underline{3} + 8\lfloor\underline{4} + \dots\dots\dots + 40\lfloor\underline{20}$$

A) $20\lfloor\underline{20}$ B) $40\lfloor\underline{22}$ C) $42\lfloor\underline{20}$

D) $300\lfloor\underline{20}$ E) $21\lfloor\underline{21}$

Ejercicio 7: Hallar "n" en:

$$\frac{n! + 6}{n!(n! + 1)} = \frac{1}{20}$$

A) 2 B) 4 C) 3 D) 5 E) 6

Ejercicio 8: Reducir:

$$R = \frac{a^{a!+1} \cdot (a-1)!^{(a+1)!}}{a!^{a!} \cdot (a-1)!^{a(a!)}}$$

A) a B) a! C) $\frac{1}{a}$

D) (a - 1) E) (a - 1)!

Ejercicio 9: Reducir:

$$M = \left(\frac{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \dots\dots\dots \times 2a}{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \dots\dots\dots \times (2a-1)}\right) \times \frac{2a}{\left(2^a\right)^2}$$

A) $\lfloor\underline{a}$ B) $(\lfloor\underline{a})^2$ C) $\frac{1}{\lfloor\underline{a}}$

D) $\frac{1}{2a}$ E) $\frac{1}{2\lfloor\underline{a}}$

Ejercicio 10: Calcular el valor de "m" en:

$$m\,[11!(5!)! - 10!(24!)] = 10! \times 121! - 11!(4!)!$$

A) 10 B) 11 C) 120 D) 24 E) 4

Ejercicio 11: Simplificar:

$$S = \frac{(\lfloor\underline{6})^{\lfloor\underline{7}} \times (7)^{\lfloor\underline{8}} \times (6)^{\lfloor\underline{6} - 5\lfloor\underline{5}}}{(6)^{\lfloor\underline{5+1}} \cdot (7)^{7\lfloor\underline{7}} \cdot (\lfloor\underline{7})^{\lfloor\underline{7}} \cdot (\lfloor\underline{3})^{-\lfloor\underline{2}}}$$

A) 7 B) 1 C) 6 D) $\frac{1}{6}$ E) N.A.

Ejercicio 12: Calcular el valor de "x" :

$$(119!)^{x!!} \cdot (5!)^{x!!} = \left[5!!^{23!}\right]^{24}$$

A) 7 B) 6 C) 4 D) 2 E) N.A.

Ejercicio 13: Calcular el valor de "n + k", en la siguiente expresión :

$$\left(a^2\right)\left(2a^3\right)\left(3a^4\right)\dots\dots\dots\left(ka^{k+1}\right) = \lfloor\underline{6} \cdot a^n$$

A) 27 B) 6 C) 12 D) 33 E) 21

Ejercicio 14: Hallar el valor de "n" en:

$$\frac{\lfloor\underline{2n}}{\lfloor\underline{n}}\left[\frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots\dots\dots n\text{ factores}}\right] = 128$$

A) 6 B) 5 C) 7 D) 8 E) 9

Ejercicio 15: Indicar el valor de "k"; siendo

$$\sqrt[(k+1)!^{-1}]{\sqrt[(k!+1)]{k\sqrt[k!]{k}}} = 81$$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Ejercicio 16: Resolver la siguiente ecuación:

$$\frac{x!(x+1)!}{x! + (x+1)!} = \frac{24x + 24}{x + 2}$$, dar el valor de "x"

A) 5 B) 6 C) 4 D) 7 E) 3

Ejercicio 17: Determinar el valor de la siguiente expresión:

$$(1!1 + 2!2 + 3!3 + \dots\dots\dots + 20!20 + 1) : 18!$$

A) 7 980 B) 6 840 C) 10 240

D) 5 890 E) 8 960

Clave de Respuestas

1.	B	7.	B	13.	D
2.	B	8.	A	14.	C
3.	E	9.	B	15.	B
4.	B	10.	B	16.	C
5.	C	11.	C	17.	A
6.	C	12.	C		

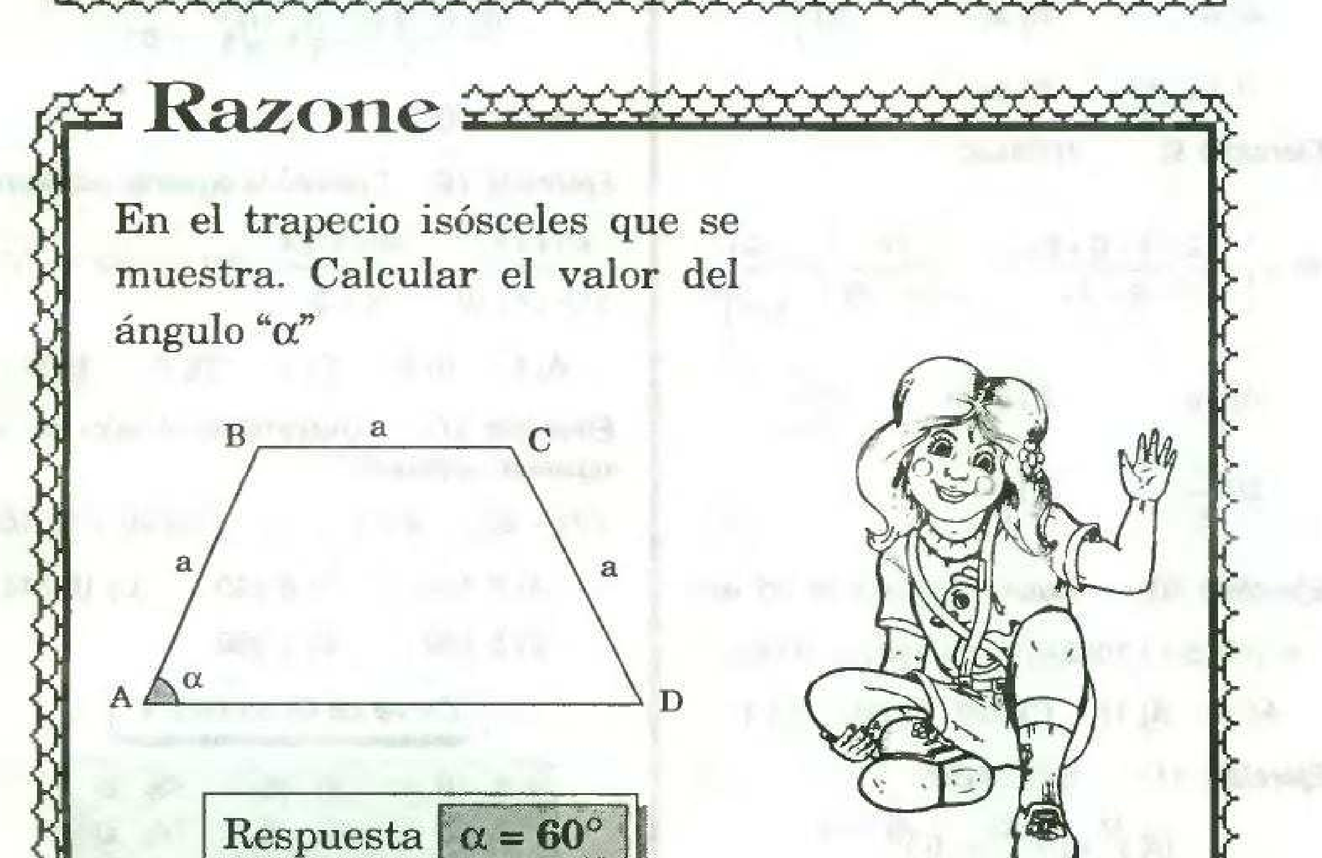
Razone

En una playa de estacionamiento le cobran "R" soles por la primera semana en que su vehículo del profesor ***"Coveñas"*** *es guardado y "S" soles por cada día adicional. ¿Cuál es la expresión que define el costo "C" de la guardianía para un tiempo de "h" semanas y "d" días? ($h \geq 1$; $d \geq 1$)*

Respuesta **$C = R + 7S(h-1)+5d$**

Razone

En el trapecio isósceles que se muestra. Calcular el valor del ángulo "α"



Respuesta **$\alpha = 60°$**

ANALISIS COMBINATORIO 35

Ⓐ ***Principio de Multiplicación***

Si el suceso "A" se puede realizar de "**m**" maneras y el suceso "B" se puede realizar de "**n**" maneras, entonces los sucesos "A" y "B" se pueden realizar en forma conjunta de: **m × n** maneras siempre que se efectue uno después del otro.

> ***Nota:*** *Este principio se puede generalizar para más de dos sucesos.*

Ejemplo 1: Para enviar un artículo al mercado pasa por tres controles de calidad, en cada uno se inspecciona una cierta particularidad y se anota su conformidad; en el primer control hay 4 exámenes, en el segundo control hay 3 exámenes, y en el tercer control hay 2 exámenes. ¿De cuántas maneras se puede controlar la calidad de un producto?

Resolución:

Aplicando el principio de la multiplicación:

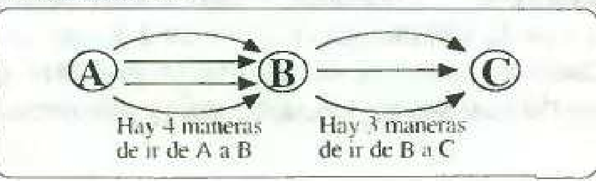
$$\# \text{ de maneras} = \mathbf{m} \times \mathbf{n} \times \mathbf{p}$$

Luego: $\# \text{ de maneras} = \mathbf{4 \times 3 \times 2 = 24}$

Rpta.

Ejemplo 2: De una ciudad "A" a otra ciudad "B" hay 4 caminos diferentes y de la ciudad "B" a la ciudad "C" hay 3 caminos diferentes. ¿De cuántas maneras se podrá ir de "A" a "C" ?

Resolución:

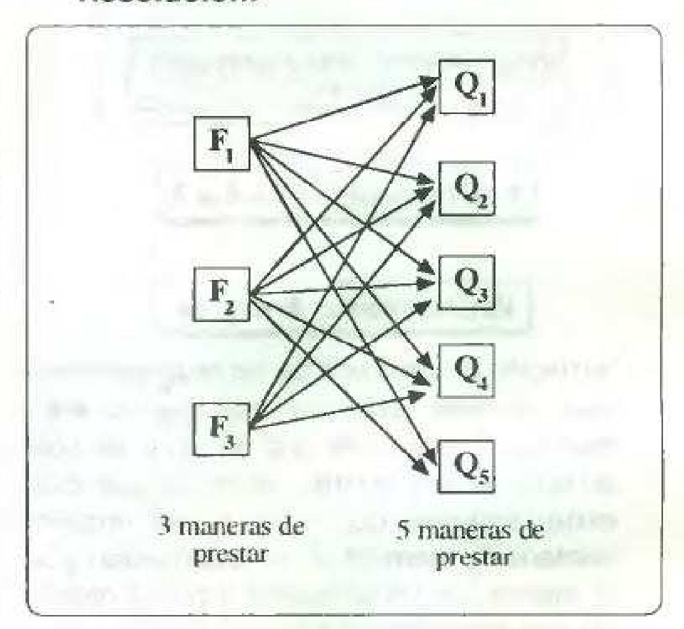


Luego, el número de maneras de ir de "A" a "C" son:

$\# \text{ de maneras} = \mathbf{4 \times 3 = 12}$ ***Rpta.***

Ejemplo 3: Un alumno tiene 3 libros de Física y una alumna tiene 5 libros de Química. ¿De cuántas maneras podría prestarse un libro?

Resolución:



$$\# \text{ de maneras} = \mathbf{3 \times 5 = 15}$$

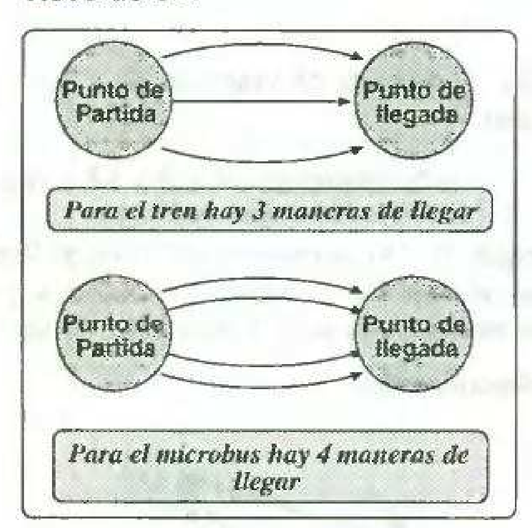
Ⓑ ***Principio de Adición***

Si el suceso "A" puede realizarse de "m" maneras y el suceso "B" de "**n**" maneras, entonces el suceso "A" o el suceso "B" se puede realizar "**(m + n)**" maneras.

> ***Nota:*** *Para que se cumpla el principio de adición, se debe verificar que no sea posible que los sucesos A y B ocurran juntos.*

Ejemplos: Proyectamos un viaje y decidimos ir en tren o en microbús, si hay 3 rutas para el tren y 4 para el ómnibus. ¿Cuántas maneras tenemos para decidir nuestro viaje?

Resolución:



de maneras = **3 + 4 = 7**

Variaciones o Arreglos

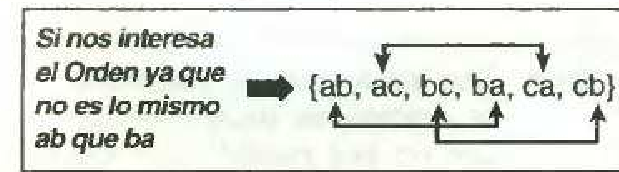
Variación es cada una de las ordenaciones que pueden formarse con varios elementos, tomadas de uno en uno, de dos en dos, de tres en tres, de modo que dos ordenaciones cualquiera del mismo número de elementos se diferencien por lo menos, en un elemento o por el orden en que están colocados.

Ejemplo: Dado: $A = \{a, b, c\}$ (3 Elementos)

- Las variaciones serían:

Si tomamos de 2 en 2

$\therefore$ $\boxed{n = 2}$ Se tiene:



Si tomamos de 3 en 3

$\therefore$ $\boxed{n = 3}$ Se tiene:

{abc, acb, bac, bca, cab, cba}

Número de Variaciones

Siendo: $(m > n > o)$

$$V_n^m = m(m-1)(m-2)\ldots\ldots\ldots(m-n+1)$$

De otra forma:

$$V_n^m = \frac{m!}{(m-n)!}$$

Donde: m = # total de elementos

De los "m" elementos tomamos de "n" en "n".

Ejemplos:

$$V_3^7 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 5\times6\times7 = \boxed{210}$$

$$V_2^5 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = 4\times5 = \boxed{20}$$

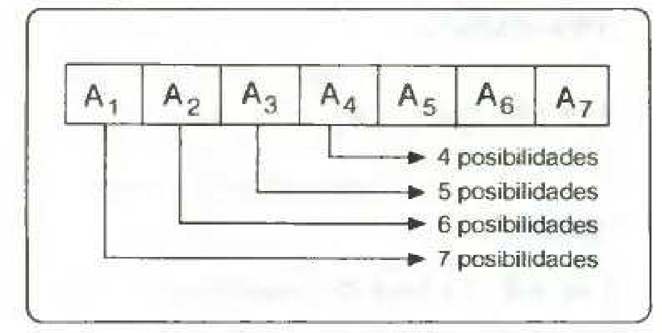
$$V_m^m = \frac{m!}{(m-m)!} = \frac{m!}{0!} = \frac{m!}{1} = \boxed{m!}$$

> ***Nota:*** *Para las variaciones el orden de sus elementos si interesa, ya que no es lo mismo decir: 23 que 32, como se observará estos dos números estan compuestos por las mismas cifras, pero en su valor son diferentes.*

Ejemplo: 4 alumnos llegan a matricularse a una Academia que dispone de 7 aulas. ¿De cuántas maneras se les puede distribuir de modo que siempre ocupen aulas diferentes?

Resolución:

Sean las 7 aulas, las que muestran en la figura:



- El primer alumno puede ocupar cualquiera de las 7 aulas, existiendo 7 posibilidades de tomarlo.
- El segundo alumno puede ocupar cualquiera de las 6 aulas que quedan por ocupar, existiendo para este alumno 6 posibilidades de tomarlo.
- El tercer alumno puede ocupar cualquier a de las 5 aulas restantes, existiendo 5 posibilidades de tomarlo.
- El cuarto alumno puede ocupar cualquiera de las 4 aulas restantes, existiendo 4 posibilidades de tomarlo.

Luego:

de maneras = **7×6×5×4 = 840**

Por Fórmula:

$$V_n^m = \frac{m!}{(m-n)!}$$

Donde: $m = 7$ y $n = 4$

Luego:

$$V_4^7 = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} = 4\times5\times6\times7 = 840$$

$$V_4^7 = 840 \text{ maneras}$$

Ejemplo: ¿Cuántos números diferentes de 6 cifras pueden tomarse con los nueve dígitos: 1, 2, 3,..............................,9?

Resolución:

Por Fórmula: $V_n^m = \frac{m!}{(m-n)!}$

Donde: $m = 9$ y $n = 6$

Luego:

$$V_6^9 = \frac{9!}{(9-6)!} = \frac{9!}{3!} = 4\times5\times6\times7\times8\times9 = 60\ 480$$

$$V_6^9 = 60\ 480 \text{ Núm. diferentes}$$

Permutaciones

Se llama permutaciones a las variaciones en las que entran todos los elementos en sus diversas odenaciones, de modo que dos grupos cualesquiera contienen los mismos elementos y solamente difieren en el orden que están colocados.

Sean los elementos : a, b, c

Permutaciones de 3 elementos:

abc, acb, bca, bac, cba, cab

Permutaciones, son aquellas variaciones de tipo:

V_n^m ***En Donde:*** $m = n$

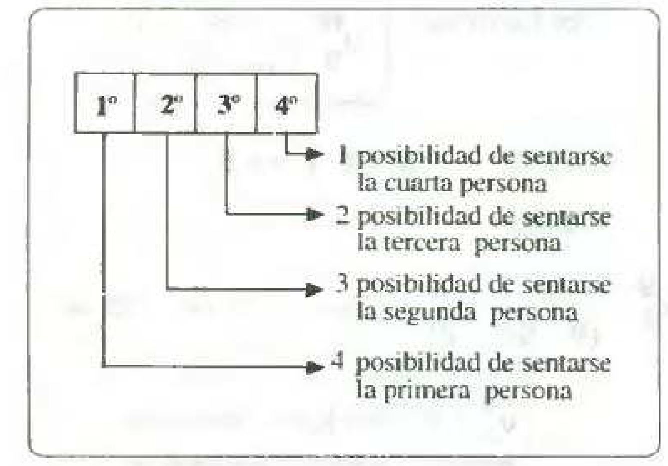
$$P_n = V_n^m = n!$$

$$\therefore \; P_n = n!$$

Ejemplo: ¿De cuántas maneras pueden sentarse 4 personas en 4 asientos uno a continuación de otro?

Resolución:

Sean los 4 asientos, los que se muestran en la figura:



Luego:

$$\# \text{ de maneras} = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

Por Fórmula: $P_n = n!$

Donde: $n = 4$

Luego: $P_4 = 4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$

Permutaciones con repeticion

$$P_m^{m_1, m_2, m_3, \ldots, m_k} = \frac{m!}{m_1 \times m_2 \times m_3 \times \ldots \times m_k}$$

En donde:

m : # total de elementos

m_1 : Grupo de elementos iguales entre sí

m_2 : Grupo de elementos iguales entre si

m_3 : Grupo de elementos iguales entre sí

⋮

m_n : Grupo de elementos iguales entre sí

Ejemplo: 1 ¿cuántas palabras de 5 letras se pueden formar con las letras de las palabras **NONOM**?

Resolución:

Por Fórmula: $P_n^{m_1, m_2} = \frac{m!}{m_1 \times m_2}$

Donde:

$m = 5$ **(# total de elementos)**

$m_1 = 2$ **(La letra "N" se repite dos veces)**

$m_2 = 2$ **(La letra "O" se repite dos veces)**

Luego:

$$P_5^{2,2} = \frac{5!}{2! \times 2!} = \frac{3 \times 4 \times 5}{2!}$$

$$P_5^{2,2} = \frac{3 \times 4 \times 5}{2} = \boxed{30 \text{ palabras}}$$

Ejemplo: 2 ¿Cuántas permutaciones pueden formarse con las siguientes figuras geométricas?

Resolución:

Por Fórmula: $P_m^{m_1, m_2} = \frac{m!}{m_1! \times m_2!}$

Donde:

$m = 6$ **(# total de elementos)**

$m_1 = 3$ **(El triángulo se repite tres veces)**

$m_2 = 2$ **(El circulo se repite dos veces)**

Luego:

$$P_6^{3,2} = \frac{6!}{3! \times 2!} = \frac{4 \times 5 \times 6}{2!}$$

$$P_6^{3,2} = \frac{4 \times 5 \times 6}{2} = \boxed{60}$$

Permutaciones Circulares

Cuando "m" elementos se disponen alrededor de un círculo, el número de permutaciones es (n - 1) si se cuenta siempre en el mismo sentido a partir de un mismo elemento.

$$P_{n-1} = (n-1)!$$

Ejemplo: ¿De cuántas maneras pueden sentarse 6 personas alrededor de una mesa redonda?

Resolución:

Por Fórmula: $P_{n-1} = (n-1)!$

Donde: n = 6

Luego:

$$P_{6-1} = (6-1)! = 5! = 120$$

Permutaciones con Lugares Fijos

Si se establece que determinados elementos han de ocupar lugares fijos, el número de agrupaciones será el que se puede formar con los demás elementos.

$$P_{m-n} = (m-n)!$$

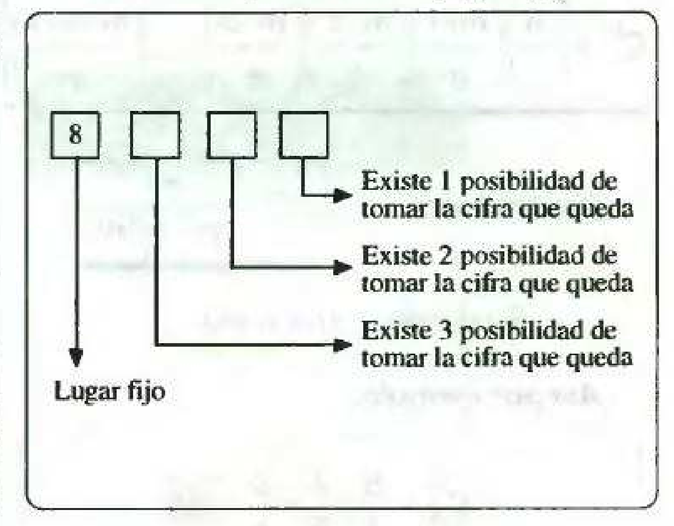
Donde:

- m : **Representa el número total de elementos**
- n : **Representa el número de elementos con lugares fijos**

Ejemplo: ¿Cuántos números mayores de 8 000 se podrán formar con las siguientes cifras: 2, 5, 8 y 3

Resolución:

Los números mayores de 8 000, deben tener como primera cifra (lugar fijo) el 8



Luego:

Los números mayores de 8 000 que pueden tomar con: 2, 5, 8 y 3 = 1×2×3 = 6

Por Fórmula: $P_{m-n} = (m-n)!$

Donde:

- **m = 4** **elementos en total éstos son: 2, 5, 8 y 3**
- **n = 1** ***elemento fijo es el 8***

Luego:

$$P_{4-1} = P_3 = 3! = 6$$

Combinaciones

Se llama combinación a las variaciones que puedan formarse con varios elementos de modo que dos cualquiera de ellos difieran por lo menos en un elemento.

Ejemplo: Sean los elementos: a, b, c, d
Combinaciones de los 4 elementos tomados de 2 en 2.

ab, ac, ad, bc, bd, dc

Fórmula para calcular el número de combinaciones de "m" elementos tomados "n" a la vez.

$$C_n^m = \left(\frac{m}{1}\right)\left(\frac{m-1}{2}\right)\left(\frac{m-2}{3}\right)\left(\frac{m-3}{4}\right)\cdots\cdots\left(\frac{m-n+1}{1}\right)$$

De otra forma: $C_n^m = \dfrac{m!}{(m-n)!n!}$

En donde: $m \geq n \geq 0$

Así por ejemplo:

$$C_3^5 = \frac{5}{1}\times\frac{4}{2}\times\frac{3}{3} = \boxed{10}$$

ó también: $C_3^5 = \dfrac{5!}{2!\times 3!} = \dfrac{4\times 5}{2} = \boxed{10}$

$$C_4^7 = \frac{7}{1}\times\frac{6}{2}\times\frac{5}{3}\times\frac{4}{4} = (35)$$

ó también: $C_4^7 = \dfrac{7!}{3!\times 4!} = \dfrac{5\times 6\times 7}{6} = (35)$

Nota: *Para las combinaciones el orden no interesa. Por ejemplo si queremos unir los puntos que se muestran; como se observará nosotros podemos empezar a unir por cualquiera de los puntos.*

El orden para empezar a unirlos no interesa, ya que podemos empezar por cualquiera de ellos.

Diferencia entre combinaciones y variaciones

Las combinaciones se diferencian por sus elementos y las variaciones por el orden de los mismos.

Ejemplo: Dado el conjunto A = {a, b, c, d}. Calcular las variaciones y las combinaciones de los elementos de "A" tomados de 3 a la vez.

Resolución:

Combinaciones

abc abd bcd

Dos combinaciones son diferentes sólo si difieren por lo menos en un elemento.

Variaciones

abc	acb	bac	bca	cab	cba
abd	adb	bad	bda	dab	dba
acd	adc	cad	cda	dac	dca
bcd	bdc	cbd	cdb	dbc	dcb

Si cambiamos el orden de los elementos se produce una variación distinta a la anterior.

Nótese que:

$$C_3^4 = \frac{4!}{(4-3)!3!} = 4 \quad y \quad V_3^4 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1} = 24$$

Propiedades:

1^era^ El número de combinaciones de "m" elementos tomados de "n" en "n" es igual al número de combinaciones de "m" elementos tomados (m - n) en (m - n)

$$C_n^m = C_{m-n}^m$$ ⇨ **Combinaciones Complementarias**

2^da^

$$C_n^{m-1} + C_{n-1}^{m-1} = C_n^m$$

Ejemplo: Si un Club Deportivo cuenta con 10 dirigentes y se desea formar una comisión compuesta de tres miembros. ¿De cuántas maneras distintas pueden formarse dicha comisión?

Resolución:

Como de los 10 dirigentes hay que tomar 3 de ellos el orden no interesará, como se observará se trata de una combinación de 10 elementos en grupos de 3, C_3^{10} desarrollando tenemos:

$$C_3^{10}=\frac{10!}{(10-3)!\times 3!}=\frac{10!}{7!\times 3!}=\frac{8\times 9\times 10}{6}=120$$

Ejemplo: Tenemos una urna con 7 bolas numeradas, y se quiere saber de cuántas maneras podemos sacar primero 2 bolas, luego 3 y finalmente 2.

Resolución:

En este caso no interesa el orden en que son extraídas las bolas, por lo que aplicaremos combinaciones.

- Las primeras dos bolas se pueden extraer a la vez de C_2^7 maneras
- Después de este suceso, quedan 5 bolas por lo que las siguientes 3 bolas pueden ser extraídas de C_3^5 maneras, luego de este suceso quedan 2 bolas por lo que las últimas 2 bolas pueden ser extraídas a la vez de C_2^2 maneras.

Luego el total de maneras será:

$$N=C_2^7\times C_3^5\times C_2^2$$

$$N=\frac{7!}{5!\times 2!}\times\frac{5!}{2!\times 3!}\times\frac{2!}{0!\times 2!}$$

$$N=\frac{6\times 7}{2}\times\frac{4\times 5}{2}\times 1=210$$

Ejemplo: Se tiene una urna con 5 bolas numeradas, de cuántas maneras se pueden extraer por lo menos 1 bola.

Resolución:

Podemos extraer **una bola** y ésto, hacerlo de C_1^5 maneras.

ó podemos extraer **dos bolas** y ésto, hacerlo de C_2^5 maneras.

ó podemos extraer **tres bolas** y ésto, hacerlo de C_3^5 maneras.

ó podemos extraer **cuatro bolas** y ésto, hacerlo de C_4^5 maneras.

ó podemos extraer **cinco bolas** y ésto, hacerlo de C_5^5 maneras.

Como los sucesos no son simultáneos y sólo se hace uno de estos sucesos, debe aplicarse el principio de adición por lo que el total de maneras será:

$$\#\text{ de maneras}=C_1^5+C_2^5+C_3^5+C_4^5+C_5^5$$

$$=\frac{5!}{4!\times 1!}+\frac{5!}{3!\times 2!}+\frac{5!}{2!\times 3!}+\frac{5!}{1!\times 4!}+1$$

$$=5+\frac{4\times 5}{2}+\frac{4\times 5}{2}+5+1$$

$$\therefore\ \#\text{ de maneras}=31$$

Problemas Resueltos

Problema 1: Hay 4 ómnibus que viajan entre "Las Palmeras" y el paradero de "2 de Mayo". ¿De cuántas maneras una persona puede ir a las Palmeras y regresar en un ómnibus diferente?

A) 8 B) 6 C) 10 D) 12 E) N.A.

Resolución:

La persona, para ir a "Las Palmeras" puede utilizar cualquiera de los 4 ómnibus y para regresar podrá utilizar cualquiera de los 3 restantes, ya que no puede utilizar el mismo ómnibus de regreso.

Lo anterior nos indica que por cada manera que pueda escoger para ir; hay 3 posibilidades de regreso y como hay cuatro maneras diferentes para ir a "Las Palmeras", el número total de formas diferentes de realizar el viaje de ida y vuelta será:

de maneras = 3 × 4 = 12 (*Por el principio de Multiplicación*)

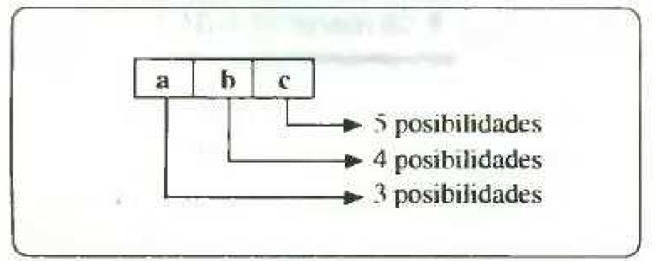
Rpta. D

Problema 2: ¿Cuántos números de 3 cifras pueden formarse con los 5 dígitos: 1, 2, 3, 4 y 5, sin que se repita uno de ellos en el número formado?

A) 15 B) 60 C) 120 D) 20 E) N.A.

Resolución:

Los números de 3 cifras deben tener la siguiente forma:



Como nos dan 5 dígitos para formar los números de 3 cifras, esto quiere decir que "a" puede tomar cualquiera de los 5 dígitos "b" puede tomar los 4 dígitos que quedan y "c" tomará los otros 3 dígitos restantes.

Luego:

de maneras = 5 × 4 × 3 = 60 (*Por el principio de Multiplicación*)

Rpta.

El mismo problema, se puede resolver por medio de una "Variación", ya que el orden de sus dígitos de los números de 3 cifras que se van a formar **si nos interesa.**

$$V_n^m = \frac{m!}{(m-n)!}$$ ***Donde:*** m = 5 y n = 3

Luego:

$$V_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 3 \times 4 \times 5 = 60$$

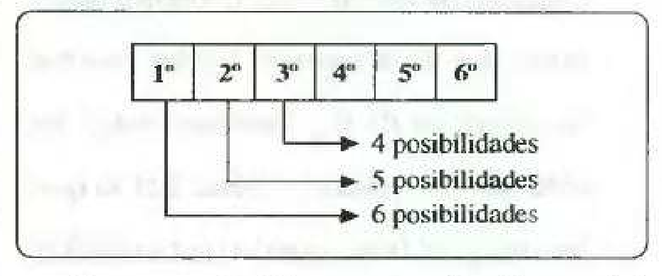
Rpta. B

Problema 3: Tres viajeros llegan a una ciudad en la que hay 6 hoteles. ¿De cuántas maneras pueden ocupar sus cuartos, debiendo estar cada uno en un hotel diferente?

A) 18 B) 240 C) 120 D) 180 E) 112

Resolución:

Sean los 6 hoteles, los que se muestran el la figura



Como son 3 viajeros, uno de ellos podrá ocupar cualquiera de los 6 hoteles, existiendo para éste 6 posibilidades de ocuparlo, para otro quedarán 5 hoteles, existiendo para éste 5 posibilidades de ocuparlo y para el último viajero quedan 4 hoteles, existiendo 4 posibilidades de ocuparlo.

Luego:

de maneras = 6 × 5 × 4 = 120 ***Rpta. C***

Problema 4: ¿De cuántas maneras distintas pueden sentarse en una banca de 6 asientos, 4 personas?

A) 60 B) 24 C) 120 D) 360 E) N.A.

Resolución:

- La primera persona puede ocupar cualquiera de los **6 asientos.**
- La segunda persona puede ocupar cualquiera de los **5 restantes.**
- La tercera persona puede ocupar cualquiera de los **4 restantes.**
- La cuarta persona puede ocupar cualquiera de los **3 restantes.**

Luego; las cuatro personas se pueden sentar de:

(6)(5)(4)(3) = 360 ***Formas distintas***

Por Variación:

(El orden en que tomarán asiento si interesa)

$$V_4^6 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = 3\times4\times5\times6 = 360$$

$$V_4^6 = 360$$ ***Rpta. C***

Problema 5: Una persona posee 3 anillos distintos. ¿De cuántas maneras puede colocarlos en sus dedos de la mano derecha, colocando sólo un anillo por dedo, sin contar el pulgar?

A) 12 B) 24 C) 36 D) 120 E) 720

Resolución:

- El primer anillo se puede colocar en cualquiera de los **4 dedos.**
- El segundo anillo se puede colocar en cualquiera de los **3 restantes.**
- El tercer anillo se puede colocar en cualquiera de los **2 restantes.**

Luego los anillos pueden colocarse de:

(4)(3)(2) = 24 ***Formas distintas***

Por Variación:

(El orden en que se coloquen los aros si interesa)

$$V_3^4 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1} = 24 \text{ maneras}$$

Rpta. B

Problema 6: Un estudiante tiene que resolver 10 preguntas de 13 en un examen. ¿Cuántas maneras de escoger las preguntas tiene?

A) 286 B) 1 037 836 C) 65
D) 130 E) N.A.

Resolución:

Este problema, se trata de una combinación ya que el estudiante puede empezar a resolver por cualquiera de las 13 planteadas (No interesando el orden)

$$C_{10}^{13} = \frac{13!}{(13-10)!\times10!} = \frac{13!}{3!\times10!}$$

$$C_{10}^{13} = \frac{11\times12\times13}{6} = 286 \Rightarrow C_{10}^{13} = 286$$

Rpta. A

Problema 7: Calcular el número de triángulos que se pueden trazar por "n" puntos no colineales.

A) $\frac{n(n+1)(2n-1)}{6}$ B) $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$

C) $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ D) $\frac{n(n+1)}{2}$ E) N.A.

Resolución:

Este problema, se trata de una combinación ya que el orden de unir los puntos no interesa, además sabemos que para

formar un triángulo se necesitan 3 puntos no colineales.

Luego:

$$\# \text{ de triángulos} = C_3^n$$

$$C_3^n = \frac{n!}{(n-3)! \times 3!} = \frac{(n-2)(n-1)n}{6}$$

$$\therefore \# \text{ de triángulos} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$ ***Rpta. B***

Problema 8: Con fines de criptografía. ¿Cuántas palabras cualquiera de 8 letras, pueden formarse por permutación de las letras de las palabras **"TENNESSE"**

A) 1 608 B) 1 068 C) 1 860

D) 1 680 E) N.A.

Resolución:

El problema se trata de una permutación con repetición de elementos:

Por Fórmula:

$$P_m^{m_1, m_2, m_3} = \frac{m!}{m_1! \times m_2! \times m_3!}$$

Donde:

- m = # total de elementos(# de letras que esta compuesta la palabra **TENNESSE**) o sea: m = 8
- m_1 = 3 (La letra **"E"** se repite 3 veces)
- m_2 = 2 (La letra **"N"** se repite 2 veces)
- m_3 = 2 (La letra **"S"** se repite 2 veces)

Luego: $P_8^{3,2,2} = \frac{8!}{3! \times 2! \times 2!}$

$$P_8^{3,2,2} = \frac{4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8}{2 \times 2} = 1680$$

Rpta. D

Problema 9: ¿De Cuántas maneras se puede acomodar una reunión de 7 personas alrededor de una mesa redonda?

A) 540 B) 720 C) 240 D) 120 E) 60

Resolución:

Una persona puede sentarse en cualquier puesto de la mesa redonda. Las otras 6 personas pueden acomodarse de:

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6! = 720 \text{ maneras}$$

Alrededor de la Mesa.

Por Fórmula: $P_{n-1} = (n-1)!$

Luego:

$$P_{7-1} = (7-1)! = 6! = 720 \text{ maneras}$$

Rpta. B

Problema 10: ¿De Cuántas maneras 2 peruanos, 4 colombianos y 3 paraguayos pueden sentarse en fila de modo que los de la misma nacionalidad se sienten juntos?

A) 864 B) 684 C) 1 728 D) 1 278 E) N.A.

Resolución:

Las tres nacionalidades pueden ordenarse en una fila de 3! maneras. En cada caso los 2 peruanos pueden sentarse de 2! maneras: los 4 colombianos, de 4! maneras y los 3 paraguayos, de 3! maneras.

Así que, en total hay:

$$3! \times 2! \times 4! \times 3! = 6 \times 2 \times 24 \times 6 = 1\ 728$$

$$3! \times 2! \times 4! \times 3! = 1\ 728 \text{ ordenaciones}$$

Rpta. C

Problema 11: ¿De Cuántas maneras puede escogerse un comité, compuesto de 3 hombres y 2 mujeres de un grupo de 7 hombres y 5 mujeres?

A) 530 B) 350 C) 305 D) 450 E) N.A.

Resolución:

De los 7 hombres se pueden escoger 3 de C_3^7 maneras y de las 5 mujeres se pueden escoger 2 de C_2^5 maneras. Por consiguiente el comité puede escogerse de: $C_3^7 \times C_2^5$

$$C_3^7 \times C_2^5 = \frac{7!}{4! \times 3!} \times \frac{5!}{2! \times 3!}$$

$$C_3^7 \times C_2^5 = \frac{5\times6\times7}{6} \times \frac{4\times5}{2}$$

$$\boxed{C_3^7 \times C_2^5 = 35 \times 10 = 350 \text{ maneras}}$$

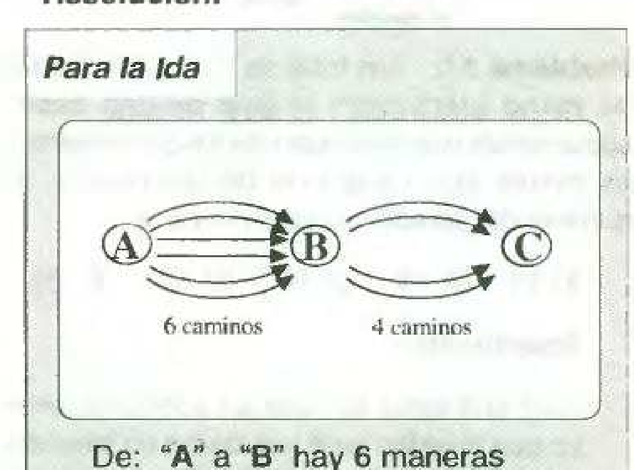
Rpta. B

Problema 12: De A a B hay 6 caminos diferentes y de B a C hay 4 caminos diferentes. ¿De Cuántas maneras se puede hacer el viaje redondo de A a C pasando por B?

A) 24 B) 120 C) 556 D) 576 E) N.A.

Resolución:

Para la Ida



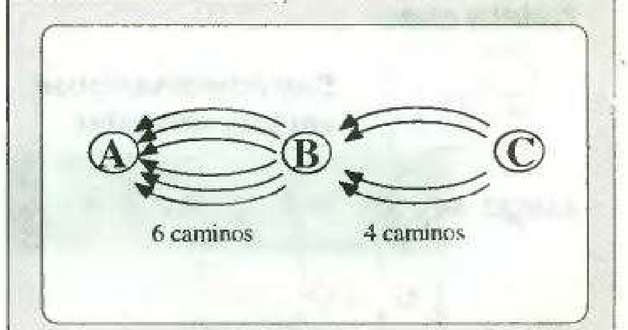
De: "A" a "B" hay 6 maneras

De: "B" a "C" hay 4 maneras

 # de maneras de "A" a "C" pasando por "B" son:

$$\boxed{6 \times 4 = 24 \text{ maneras}}$$

Para el Regreso



De: "C" a "B" hay 4 maneras

De: "B" a "A" hay 6 maneras

 # de maneras de "C" a "A" pasando por "B" son:

$$\boxed{4 \times 6 = 24 \text{ maneras}}$$

- Como se trata de un viaje redondo o sea de Ida y de Regreso el número de maneras será:

$$\boxed{24 \times 24 = 576 \text{ maneras}}$$ ***Rpta D***

Problema 13: ¿Cuántos partidos de futbol se juegan en el campeonato descentralizado de fútbol en una rueda, en la que participan 16 equipos?

A) 160 B) 120 C) 80 D) 320 E) N.A.

Resolución:

Se trata de una combinación ya que el orden a jugar no interesa. Cada partido se juega de 2 en 2, luego el número de combinaciones será:

$$\boxed{C_2^{16} = \frac{16!}{(16-2)! \times 2!} = \frac{15\times16}{2} = 120}$$ ***Rpta. B***

Problema 14: Hallar el valor de "E" sabiendo que:

$$E = \frac{3C_3^7 + C_4^7}{4C_3^7}$$

A) 1 B) $3/4$ C) $1/4$ D) 2 E) N.A.

Resolución:

Nótese que:

$C_4^7 \text{ y } C_3^7$; ***Son combinaciones complementarias***

Luego, se cumplirá:

$$C_4^7 = C_{7-4}^7 = C_3^7$$

Reemplazando en la expresión "E"

Obtenemos:

$$E = \frac{3C_3^7 + C_3^7}{4C_3^7} = \frac{4C_3^7}{4C_3^7} = 1$$

$\therefore$ $\boxed{E = 1}$ ***Rpta. A***

Problema 15: Hallar "x", sabiendo que:

$$\frac{4C_5^x}{4C_6^x} = \frac{2}{3}$$

A) 10 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Resolución:

Aplicando la fórmula de combinaciones

$$C_n^m = \frac{m!}{(m-n)! \times n!}$$

Obtenemos:

$$\frac{\dfrac{x!}{(x-5)!\,5!}}{\dfrac{x!}{(x-6)!\,6!}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x!(x-6)!\,6!}{x!(x-5)!\,5!} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{(x-6)! \times 5! \times 6}{(x-6)! \times (x-5) \times 5!} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{6}{x-5} = \frac{2}{3}$$

$18 = 2x - 10 \Rightarrow \therefore \boxed{x = 14}$ ***Rpta. D***

Problema 16: La diferencia entre el número de variaciones de "m"objetos, tomados de 2 en 2, y el número de combinaciones de esos objetos, tomados también de 2 en 2 es 45. Hallar "m"

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) N.A.

Resolución:

Del enunciado, planteamos la siguiente expresión:

$$V_2^m - C_2^m = 45 \Rightarrow \frac{m!}{(m-2)!} - \frac{m!}{(m-2)!\,2!} = 45$$

Damos común denominador.

$$\frac{2! \times m! - m!}{(m-2)! \times 2} = 45$$

$$\frac{2m! - m!}{(m-2)! \times 2} = 45 \Rightarrow \frac{m!}{(m-2)!} = 90$$

$$(m-1)m = 90 \Rightarrow (m-1)m = (9)(10)$$

$\therefore$ $\boxed{m = 10}$ ***Rpta. D***

Problema 17: Un total de 120 estrechadas de mano efectuaron al final de una fiesta, suponiendo que cada uno de los participantes es cortés con cada uno de los demás. El número de personas presentes era.

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

Resolución:

- Este problema se trata de combinaciones ya que el orden para saludarse no interesa, además sabemos que las "n" personas que se supone que hay, se saludarán en grupos de 2 en 2.

$$\boxed{\# \text{ de saludos} = C_2^n = \frac{n!}{(n-2)! \times 2!}}$$

$$120 = \frac{(n-1)n}{2} \Rightarrow 240 = (n-1)n$$

$(15)(16)=(n-1)n \Rightarrow \therefore \boxed{n=16}$ ***Rpta. C***

Problemas Propuestos

Problema 1: Manuel tiene 5 libros de Razonamiento Matemático, Franklin 4 libros de Algebra y Miguel 2 libros de Aritmética. ¿De Cuántas maneras pueden prestarse un libro?

A) 10 B) 11 C) 40 D) 24 E) N.A.

Problema 2: Un grupo de amigos proyectaron un viaje y decidieron ir en tren; en ómnibus o en camión, si hay 5 rutas para el tren, 3 para el ómnibus y 2 para el camión. ¿Cuántas maneras tenemos para decidir nuestro viaje?

A) 30 B) 10 C) 12 D) 24 E) N.A.

Problema 3: Hallar el número de permutaciones que se pueden formar con todas las letras de la palabra **"IMPROPIO"**

A) 720 B) 120 C) 5 040 D) 5 004 E) N.A.

Problema 4: Hallar el número de maneras como se puede colocar en un estante 5 libros grandes; 4 medianos y 3 pequeños, de modo que los libros de igual tamaño esten juntos.

A) 103 860 B) 103 680 C) 106 380

D) 108 360 E) N.A.

Problema 5: ¿Cuántos números mayores de 5 000 se podrán formar con las siguientes cifras: 2, 5, 1 y 4?

A) 24 B) 12 C) 6 D) 120 E) 240

Problema 6: ¿Cuántos números diferentes de 4 cifras pueden formarse con los 9 dígitos: 1, 2, 3, 4, ..., 9?

A) 3 024 B) 3 042 C) 5 040

D) 126 E) 720

Problema 7: 6 alumnos desean sentarse en una carpeta de 6 asientos ¿De Cuántas maneras podrían hacerlo si dos de ellos se sentarán solamente al medio?

A) 120 B) 24 C) 720 D) 12 E) 6

Problema 8: Dadas en un plano 6 rectas, de modo que no haya dos paralelos ni que concurren en un mismo punto más de dos, hallar el número total de intersecciones.

A) 720 B) 15 C) 24 D) 48 E) 12

Problema 9: ¿Cuántos sonidos distintos pueden producirse con ocho teclas de un piano si se tocan cuatro simultáneamente?

A) 1 680 B) 1 860 C) 70

D) 120 E) 720

Problema 10: En un semestre académico en la Universidad del Callao se enseña el curso de: "Introducción a la Matemática Superior" en 8 secciones, después de haberse realizado la matricula oficial se quedarán sin matricularse 6 alumnos. ¿De cuántas maneras se puede matricular si cada una de las secciones puede aceptar un alumno?

A) 28 B) 20 160 C) 20 610

D) 8 E) 5 040

Problema 11: Una señora tiene 11 amigos de confianza. ¿De Cuántas maneras puede invitar a 5 de ellos a cenar?

A) 462 B) 426 C) 642 D) 246 E) N.A.

Problema 12: ¿Cuántos productos diferentes se pueden formar con los números naturales del 3 al 11, ambos inclusive multiplicándolos de 3 en 3?

A) 84 B) 648 C) 5 040 D) 48 E) 468

Problema 13: Calcular el número de cuadriláteros que se pueden trazar por 10 puntos no colineales.

A) 210 B) 420 C) 120 D) 240 E) 720

Problema 14: Si se cumple:

$$C_m^{21} = C_{3m+1}^{21}$$

Evaluar: C_2^m ; Sabiendo que "m" es positivo.

A) 3 B) 6 C) 10 D) 15 E) 21

Problema 15: Si: para a, b, ∈ N

Tales que: a + b = m

$$p = C_0^m \; ; \; r = C_{m-1}^m \; ; \; t = C_a^m$$

$$q = C_1^m \; ; \; s = C_m^m \; ; \; u = C_b^m$$

Se cumplirá:

A) p = r = 1 ; q = s = m ; t = u

B) p = s = 1 ; q = r = m ; t = u

C) p = s = 1 ; q = r = 1 ; t = u

D) t = u = s ; p + s = 0 ; q = r

E) t + u = s ; t - u = r ; p = s

Problema 16: Si: $C_{y-1}^x = 2C_y^x$

Hallar: "y" en términos de "x"

A) 2x - 3 B) $\frac{3x}{2}+1$

C) $\frac{2}{5}x-1$ D) $\frac{3}{7}x-\frac{1}{5}$

E) $\frac{2}{3}(x+1)$

Problema 17: Una clase consta de 9 niños y 3 niñas. ¿De cuántas maneras el profesor puede escoger un comité de 4?

A) 945 B) 495 C) 5 040 D) 720 E) N.A.

Problema 18: De "A" a "B" hay 6 caminos y de "B" a "C" hay 4 caminos. ¿De cuántas maneras se puede hacer el viaje redondo de "A" a "C" sin usar el mismo camino más de una vez?

A) 120 B) 240 C) 360 D) 1 080 E) N.A.

Problema 19: ¿De cuántas maneras se puede repartir un Club de 12 miembros en tres comités de 5, 4 y 3 miembros respectivamente?

A) 72 270 B) 27 270 C) 27 720

D) 77 220 E) N.A.

Problema 20: ¿Cuántos objetos distintos deben existir para que el número de combinaciones que se puedan formar, tomándolos 2 a 2, sea igual a 6 veces el número de objetos?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 15 E) 17

Problema 21: Calcular: "mn" sabiendo que:

$$\binom{m}{n-1} : \binom{m}{n} : \binom{m}{n+1} = 6 : 20 : 45$$

A) 12 B) 24 C) 36 D) 39 E) 42

Problema 22: Efectuar:

$$\frac{\binom{19}{0} \times \binom{19}{2} \times \binom{19}{4} \times \text{.........8 factores}}{\binom{19}{1} \times \binom{19}{3} \times \binom{19}{5} \times \text{.........8 factores}}$$

A) $3/323$ B) 1 C) $1/19$ D) 19 E) $8/361$

Clave de Respuestas

1.	C	12.	A
2.	B	13.	A
3.	C	14.	B
4.	B	15.	B
5.	C	16.	E
6.	A	17.	B
7.	B	18.	C
8.	B	19.	C
9.	C	20.	C
10.	B	21.	C
11.	A	22.	A

PROBABILIDAD 36

Probabilidad Matemática

La probabilidad matemática de que un suceso llegue a ocurrir de determinada manera, puede indicarse por la razón que existe entre el número de maneras en que puede ocurrir del modo que se desee y el número total de posibilidades. Si un acontecimiento puede ocurrir de "a" maneras y fallar en "b" maneras, la probabilidad "x" de que ocurra es:

$$x = \frac{a}{a+b}$$

La probabilidad "y" de que no ocurra es:

$$y = \frac{b}{a+b}$$

La suma de probabilidades de acierto y de fracaso es igual a 1:

$$x + y = 1$$

Si "n" es el número total de casos y de estos "h" son favorables, la probabilidad de que ocurra es: $\frac{h}{n}$, y la probabilidad de que no ocurra es: $1 - \frac{h}{n}$

La probabilidad de un acontecimiento no puede ser negativa ni tener un valor mayor que la unidad; o sea para todo acontecimiento "E" tenemos:

$$0 \leq P(E) \leq 1$$

Ejemplo 1: ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número mayor que 3 al tirar un dado, cuyas caras están numeradas del 1 al 6?

Resolución:

- Tenemos 6 casos posibles:

(1, 2, 3, 4, 5, 6)

y de éstos 3 son favorables:

(4, 5, 6)
mayores que 3

- Por lo tanto la probabilidad buscada será:

$$P = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{h}{n}$$

Luego:

$$P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Ejemplo 2: Si en una rifa hay 16 números con premio y 24 sin premio, las posibilidades de ganar son:

$$\frac{16}{16+24} = \frac{16}{40} \quad ó \quad \frac{2}{5}$$

Y las posibilidades de perder son: $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

Ejemplo 3: En una caja hay 5 bolas rojas y 7 negras, se saca una sin mirar. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola sea roja y cuál es la probabilidad de que la bola sea negra. La probabilidad de que la bola sea roja es de:

$$\frac{5}{5+7} = \frac{5}{12}$$

La probabilidad de que la bola sea **negra** es de: $1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$

La tabla siguiente muestra como se piensa acerca de la probabilidad de otros experimentos:

	EXPERIMENTO	RESULTADOS	ESPACIO MUESTRAL	PROBABILIDAD
A	Gire el indicador	**El indicador tiene la misma probabilidad de detenerse en cualquiera de las cuatro regiones.**	**{A, B, C, D}** **El conjunto de los cuatro resultados igualmente posible**	**La probabilidad que el indicador para la region C es $^1/_4$ se escribe:** $P(C)=\frac{1}{4}$
B	Lance un dado	**Es igualmente posible que cualquiera de las 6 caras quede hacia arriba**	**{1, 2, 3, 4, 5, 6}** **El conjunto de los seis resultados igualmente posibles**	**La probabilidad de obtener un 3 cuando se lanza el dado es $^1/_6$ se escribe:** $P(3)=\frac{1}{6}$
C	Lance dos Monedas A y B	A B c c ⟶ c s ⟶ s c ⟶ s s ⟶ **Cada uno de los cuatro pares es igualmente posible.**	$\begin{Bmatrix}(c,c)\\(c,s)\\(s,c)\\(s,s)\end{Bmatrix}$ **El conjunto de los cuatro resultados igualmente posibles**	**La probabilidad que en ambas monedas salga sello es $^1/_4$ se escribe:** $P(C)=\frac{1}{4}$

Clases de Sucesos Probabilísticos

Los sucesos pueden ser: Independientes, Dependientes, Incompatibles o mutuamente excluyentes y compatibles o no mutuamente excluyentes.

Los sucesos Independientes, son aquellos en que la ocurrencia de uno de ellos, no depende de la ocurrencia del otro.

Ejemplo 1-a: Se tiene dos urnas A y B, la urna A contiene 3 bolas rojas y 5 bolas negras y la urna B contiene 4 bolas rojas y 7 bolas negras, se saca una bola de cada una de las urnas, el resultado de la bola que se sacó de la urna A no influye en el resultado de la bola que se sacó de la urna B y viceversa.

Los sucesos dependientes, son aquellos en que la ocurrencia de uno de ellos depende de la ocurrencia del otro.

Ejemplo 1-b: Si en el problema anterior se saca de la urna A una bola y luego se deposita en la urna B, al sacar una bola de la urna B, el resultado de la probabilidad de color de esta

bola depende del resultado del color de la bola que se sacó de la urna A.

Explicación:

Si el color de la bola que se sacó de la urna A y que fué depositada en la urna B, es rojo; hay mayor probabilidad de que el color de la bola que se saque de la urna B, sea rojo.

Sucesos Incompatibles o Mutuamente Excluyentes

Son aquellos que no pueden ocurrir al mismo tiempo o simultáneamente.

Ejemplo 1-a: La probabilidad de que al tirar **un dado** aparezca un tres y al mismo tiempo un número par; son sucesos incompatibles.

Sucesos Compatibles o no Mutuamente Excluyentes

Son aquellos que pueden presentarse al mismo tiempo o simultáneamente.

Ejemplo 1-b: La probabilidad de que al tirar dos dados aparezca un dos o un cinco, estos son sucesos compatibles.

Explicación:

En el primer dado puede aparecer el dos y al mismo tiempo, en el otro dado, aparecer bien sea el dos o el cinco o aparecer en el primer dado el cinco y al mismo tiempo en el segundo dado aparecer también el dos o el cinco.

Ley de la Suma o de la Adición

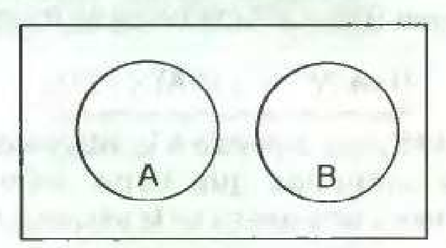
Sean los sucesos A y B con probabilidad P(A) y P(B) respectivamente. Si los sucesos son incompatibles o mutuamente excluyentes, entonces la probabilidad de que ocurra el suceso A **"o"** el suceso B viene dado por la fórmula:

$$P(A \text{ "o" } B) = P(A) + P(B)$$

Esta fórmula equivale a la unión de dos conjuntos que no tienen elementos comunes y se expresa en la siguiente forma:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Gráficamente en los diagramas de Venn, tenemos:



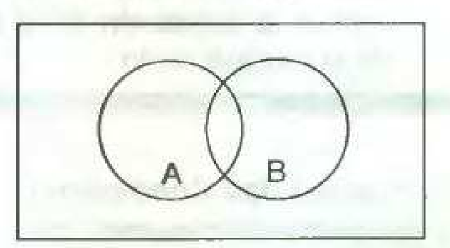
Si los sucesos son compatibles o no mutuamente excluyentes, entonces la probabilidad de que ocurra el suceso A ó el suceso B viene dada por la fórmula:

$$P(A \text{ "o" } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ "y" } B)$$

Esta fórmula equivale a la unión de dos conjuntos que tienen algunos elementos comunes y se expresa en la siguiente fórmula:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Gráficamente en los digramas de Venn, tenemos:



> **Nota:** *En los problemas de probabilidades, si la probabilidad de la ocurrencia de los sucesos está ligada por la disyunción **"o"**, implica la aplicación de la ley de la suma.*

Ley de la Multiplicación

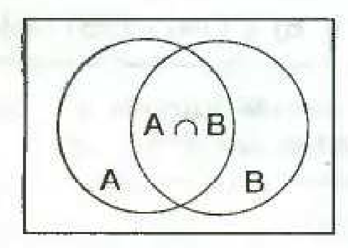
Sean los sucesos A y B con probabilidad P(A) y P(B) respectivamente. Si los sucesos son compatibles, o no mutuamente excluyentes, entonces la probabilidad de que ocurra el suceso A y el suceso B viene dado por la fórmula.

$$P(A \text{ "y" } B) = P(A) \times P(B)$$

Esta fórmula equivale a la intersección de dos conjuntos que tiene elementos comunes se expresa en la siguiente forma:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Gráficamente en los diagramas de Venn, tenemos:



> **Nota:** *En los problemas de probabilidades, si la probabilidad de la ocurrencia de los sucesos esta ligada por la conjunción "y" implica la aplicación de la ley de la multiplicación.*

Probabilidad Condicional

Sean los sucesos A y B, la probabilidad de que ocurra el suceso B una vez haya ocurrido el suceso A, viene dado por la fórmula:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

La expresión P(B/A) se lee: Probabilidad de que ocurra B una vez ocurrida A.

Más de un Suceso

Ejemplo 1: En una bolsa hay 18 bolas, de las cuales 5 son negras, 3 son rojas y el resto de otros colores. Sin mirar se saca una bola. ¿Cuál es la probabilidad de que sea negra **"o"** roja?

Resolución:

La probabilidad de que sea **negra** es de: ⇨ $\frac{5}{18}$

"o" la probabilidad de que sea **roja** es de: ⇨ $\frac{3}{18}$

Como los sucesos estan ligados por la disyunción "o" y son incompatibles, se aplica la ley de la suma.

$$P(N \text{ "o" } R) = P(N) + P(R)$$

$$P(N \text{ "o" } R) = \frac{5}{18} + \frac{3}{18} = \frac{8}{18} \text{ ó } \boxed{\frac{4}{9}}$$

Ejemplo 2: Tres caballos A, B y C intervienen en una carrera, A tiene doble posibilidad de ganar que B; y B el doble de ganar que C. ¿Cuál es la probabilidad de que B ó C ganen, o sea P(B "o" C)?

Resolución:

Sea: $P(C) = p$

Como "B" tiene doble probabilidad de ganar que "C", $P(B) = 2p$; y puesto que "A" tiene el doble de "B", $P(A) = 2P(B)$

Luego: $\boxed{P(A) = 2P(B) = 2(2p) = 4p}$

Ahora como la suma de probabilidades debe ser 1, entonces:

$p + 2p + 4p = 1$ ó $7p = 1$ ó $\boxed{p = \frac{1}{7}}$

En consecuencia:

$$P(A) = 4p = 4\left(\frac{1}{7}\right) = \frac{4}{7}$$

$$P(B) = 2p = 2\left(\frac{1}{7}\right) = \frac{2}{7}$$

$$P(C) = p = \frac{1}{7}$$

Luego:

$$P(B\text{"o"}C) = P(B) + P(C) = \frac{2}{7} + \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$$

Ejemplo 3: En una facultad de una universidad, el 30% de los estudiantes perdieron Algebra, el 35% perdieron Geometría y el 15% perdieron las dos materias. Se selecciona un estudiante cualquiera. ¿Cuál es la probabilidad de que perdió Algebra "o" Geometría?

Resolución:

La probabilidad de perder Agebra es de: $\frac{30}{100}$

La probabilidad de perder Geometría es de: $\frac{35}{100}$

La probabilidad de perder las dos materias es de: $\frac{15}{100}$

Como la ocurrencia de los sucesos está ligada por la disyunción "o" y son compatibles o no mutuamente excluyentes, se aplica la ley de la suma.

$$P(A\text{"o"}G) = P(A) + P(G) - P(A\text{"o"}G)$$

$$P(A\text{"o"}G) = \frac{30}{100} + \frac{35}{100} - \frac{15}{100} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

Dos Sucesos Consecutivos

Ejemplo 1: En una caja hay una tarjeta roja, una verde y una negra. Sin mirar se saca una tarjeta y se devuelve a la caja, luego se saca otra tarjeta. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera vez se saque una tarjeta verde y la segunda vez se saque también una tarjeta verde?

Resolución:

La probabilidad de sacar la tarjeta verde la primera vez es de:

$$\frac{1}{1+1+1} = \frac{1}{3}$$

"y" La probabilidad de sacar la tarjeta verde la segunda vez es de:

$$\frac{1}{3}$$

Como la ocurrencia de los sucesos está ligada por la conjunción "y", se aplica la **ley de la multiplicación.**

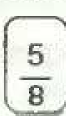
$$P(V \text{"y"} V) = P(V) \times P(V)$$

$$P(V \text{"y"} V) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

Ejemplo 2: En una caja hay 5 bolas rojas y tres negras. Sin mirar se saca una bola y no se devuelve a la caja, luego se saca otra bola. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas que se sacaron sean rojas?

Resolución:

La probabilidad de sacar una bola roja la primera vez es de:



$$\frac{5}{8}$$

"y" La probabilidad de sacar una bola roja la segunda vez es de:

$$\frac{5-1}{8-1} = \frac{4}{7}$$

Como la ocurrencia de los sucesos está ligada por la conjunción "y", se aplica la **ley de la multiplicación.**

$$P(R \text{"y"} R) = P(R) \times P(R)$$

$$P(R \text{"y"} R) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{20}{56} \text{ ó } \frac{5}{14}$$

Condicional

Ejemplo 1: En una facultad, el 25% de los estudiantes, pierden Química, 35% pierden Física y el 10% pierden las dos materias. Se selecciona un estudiante.

1. Si perdió Química cuál es la probabilidad de que perdió Física.
2. Si perdió Física, cuál es la probabilidad de que perdió Química.

Resolución:

La probabilidad de perder Química es:	$\dfrac{25}{100} = 0{,}25$
La probabilidad de perder Física es:	$\dfrac{35}{100} = 0{,}35$
La probabilidad de perder las dos materias es:	$\dfrac{10}{100} = 0{,}10$

En la primera pregunta se da el hecho de que el estudiante ya perdió Química condición ésta que implica la ***ley de probabilidad condicional.***

$$P(F/Q) = \frac{P(F \cap Q)}{P(Q)} = \frac{0{,}10}{0{,}25} = \frac{10}{25} \text{ ó } \boxed{\frac{2}{5}}$$

En la segunda pregunta se da el hecho de que el estudiante ya perdió Física condición ésta que implica la ***ley de probabilidad condicional.***

$$P(Q/F) = \frac{P(Q \cap F)}{P(F)} = \frac{0{,}10}{0{,}35} = \frac{10}{35} \text{ ó } \boxed{\frac{2}{7}}$$

Problemas Resueltos

Problema 1: Hallar la probabilidad de obtener 10 como mínimo en una sola tirada con dos dados.

Resolución:

El número de casos posibles en que dos dados pueden caer es:

$$\boxed{6 \times 6 = 36}$$

* Diez puede sacarse de 3 maneras:

(4, 6), (5, 5), (6, 4)

Luego la probabilidad "P_1" de sacar 10 es:

$$\boxed{P_1 = \frac{3}{36}}$$

* Once pueden sacarse de 2 maneras:

(5, 6), (6, 5)

Luego la probabilidad "P_2" de obtener 11 es:

$$\boxed{P_2 = \frac{2}{36}}$$

* Doce pueden sacarse de 1 manera:

(6, 6)

Luego la probabilidad "P_3" de obtener 12 es:

$$\boxed{P_3 = \frac{1}{36}}$$

Ahora, la probabilidad de sacar un número no menor de 10, es la suma de esas probabilidades parciales.

Luego: $P = P_1 + P_2 + P_3$

$$P = \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{6}{36} \text{ ó } \boxed{\frac{1}{6}}$$

> **Nota:** *Recordemos que cada uno de los dados está numerado del 1 al 6, al tirar los dos dados lo mínimo que nos puede salir es 1 y 1*

Problema 2: Hallar la probabilidad de obtener tres "unos" al tirar simultáneamente 5 dados.

Resolución:

Tenemos que la probabilidad de ocurrencia en cada intento es: $\frac{1}{6}$ y la no ocurrencia es: $1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

Por fórmula: $C_r^n \times p^r \times q^{n-r}$

Donde:

$$C_3^5\times\left(\frac{1}{6}\right)^3\times\left(\frac{5}{6}\right)^{5-3}=\frac{5!}{(5-3)!\times 3!}\times\frac{1}{6\times6\times6}\times\left(\frac{5}{6}\right)^2$$

$$C_3^5\times\left(\frac{1}{6}\right)^3\times\left(\frac{5}{6}\right)^{5-3}=\frac{5!}{2!\times 3!}\times\frac{1}{36\times6}\times\frac{25}{36}$$

$$C_3^5\times\left(\frac{1}{6}\right)^3\times\left(\frac{5}{6}\right)^{5-3}=\frac{3\times4\times5}{6}\times\frac{1}{216}\times\frac{25}{36}$$

$$C_3^5\times\left(\frac{1}{6}\right)^3\times\left(\frac{5}{6}\right)^{5-3}=\frac{125}{3888}$$

Problema 3: Una clase tiene 10 niños y 4 niñas. Si se escogen tres estudiantes de la clase al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que sean todos niños?

Resolución:

La probabilidad de que el primer estudiante escogido sea un niño es: $\frac{10}{14}$ puesto que hay 10 niños entre los 14 estudiantes. Si el primero es un niño, entonces la probabilidad de que el segundo sea niño es: $\frac{9}{13}$ puesto que hay un niño entre los 13 restantes. Finalmente si los primeros dos escogidos son niños, entonces la probabilidad de que el tercero sea niño es: $\frac{8}{12}$ puesto que quedan 8 niños entre 12.

Así, por el Teorema de la multiplicación, la probabilidad de que todos los tres sean niños es:

$$P=\frac{10}{14}\times\frac{9}{13}\times\frac{8}{12}=\frac{30}{91}$$

Otro Método:

Hay:

$C_3^{14}=\frac{14!}{11!\times 3!}=364$	***maneras de escoger a 3 estudiantes entre 14 y***
$C_3^{10}=\frac{10!}{7!\times 3!}=120$	***maneras de escoger 3 niños entre 10.***

Por lo tanto: $P=\frac{120}{364}=\frac{30}{91}$

Problema 4: Se lanza un par de dados. Si los números que resultan son diferentes. Hallar la probabilidad que su suma sea par.

Resolución:

Al lanzar los 2 dados, estos serían los resultados:

$$\left\{\begin{matrix}
\not{(1,1)}, & (1,2), & \boxed{(1,3)}, & (1,4), & \boxed{(1,5)}, & (1,6)\\
(2,1), & \not{(2,2)}, & (2,3), & \boxed{(2,4)}, & (2,5), & \boxed{(2,6)}\\
\boxed{(3,1)}, & (3,2), & \not{(3,3)}, & (3,4), & \boxed{(3,5)}, & (3,6)\\
(4,1), & \boxed{(4,2)}, & (4,3), & \not{(4,4)}, & (4,5), & \boxed{(4,6)}\\
\boxed{(5,1)}, & (5,2), & \boxed{(5,3)}, & (5,4), & \not{(5,5)}, & (5,6)\\
(6,1), & \boxed{(6,2)}, & (6,3), & \boxed{(6,4)}, & (6,5), & \not{(6,6)}
\end{matrix}\right\}$$

> ***Nota:*** *Recordar que los dados están numerados del 1 al 6*

Como los resultados deben ser diferentes descontamos (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), esto quiere decir que de los 36 resultados sólo tomamos 30.

Luego, la probabilidad de que la suma sea par es:

$$P = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

Hemos tomado **12** ya que los números cuya suma es par están encerrados por ▭

Otro Método:

La suma es par si los dos números son impares o pares.

Hay 4 **pares** (2, 4, 6, 8), por lo tanto hay:

6 maneras de escoger dos números pares $C_2^4 = \frac{4!}{2! \times 2!} = 6$

Hay 5 **impares** (1, 3, 5, 7, 9), por lo tanto hay:

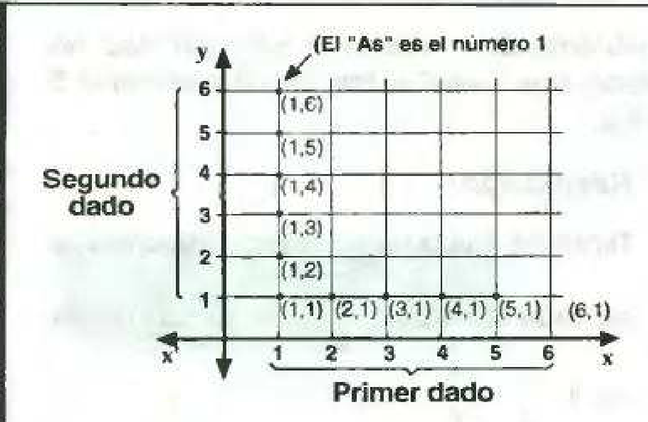
10 maneras de escoger dos números impares $C_2^5 = \frac{5!}{3! \times 2!} = 10$

Así hay **6 + 10 = 16 maneras** de escoger dos números tales que su suma sea par; puesto que 10 de estas maneras suceden cuando los dos números son impares.

$$P = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

Problema 5: Hallar la probabilidad de obtener un "As" por lo menos en una sola tirada con dos dados.

Resolución:



Del gráfico, la probabilidad de obtener un "As" por lo menos en una sola tirada con dos dados es:

$$P = \frac{11}{36}$$

Otro Método:

El número total de casos posibles es:

$6 \times 6 = 36$ (*Estos se indican en la figura por medio de puntos*)

Un "As" de cada dado puede asociarse con cualquiera de los 6 números del otro dado, y los restantes 5 números del primer dado, pueden asociarse cada uno con el "As" del segundo dado; por tanto el número de casos favorables es 11, y como la probabilidad "P" es:

$$P = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{11}{36}$$

Problema 6: De una baraja de 52 cartas se sacan tres naipes. Determinar la probabilidad de que todos sean ases.

Resolución:

Como se van a extraer tres cartas de 52 en total, tendremos como casos posibles:

$$C_3^{52} = \frac{52!}{49! \times 3!} = \frac{50 \times 51 \times 52}{6} = 22\,100$$

y como la baraja tiene cuatro ases de los cuales se extraen 3, tenemos como casos favorables:

$$C^4_3 = \frac{4!}{1! \times 3!} = 4$$

Por lo tanto la probabilidad "p" de sacar tres ases en 3 extracciones de 52 cartas es:

$$p = \frac{4}{22\,100} = \frac{1}{5\,525}$$

Problemas propuestos

Problema 1: Una caja contiene 12 cartas rojas, 6 blancas y 8 negras, se saca una sin mirar. ¿Cuál es la probabilidad de que la carta sea roja?

A) $\frac{12}{20}$ B) $\frac{6}{13}$ C) $\frac{5}{7}$ D) $\frac{9}{13}$ E) N.A.

Problema 2: En el problema anterior. ¿Cuál es la probabilidad de que la carta sea blanca?

A) $\frac{7}{13}$ B) $\frac{3}{13}$ C) $\frac{4}{13}$ D) $\frac{5}{7}$ E) N.A.

Problema 3: Sin mirar se oprime una de las 27 letras de una máquina; hallar la probabilidad de que sea una vocal.

A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{5}{27}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{5}{9}$ E) N.A.

Problema 4: Un lote de 12 focos de luz tiene 4 defectuosos. Se toman al azar tres focos del lote uno tras otro. Hallar la probabilidad de que todos los tres esten buenos

A) $\frac{8}{12}$ B) $\frac{14}{33}$ C) $\frac{14}{55}$ D) $\frac{14}{77}$ E) N.A.

Problema 5: Se lanza un par de dados. Hallar la probabilidad de que la suma de sus números sea 10 ó mayor sí:

i) Aparece un 5 en el primer dado.

ii) Aparece un 5 en uno de los dados por lo menos.

A) $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{11}$ B) $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ y $\frac{3}{11}$

D) $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{6}$ E) N.A.

Problema 6: Una urna contiene 7 bolas rojas y 3 bolas blancas. Se sacan tres bolas de la urna una tras otra. Hallar la probabilidad de que las dos primeras sean rojas y la tercera blanca.

A) $\frac{7}{10}$ B) $\frac{6}{9}$ C) $\frac{7}{40}$ D) $\frac{3}{40}$ E) N.A.

Problema 7: Se lanza un dado. Si el número es impar. Cuál es la probabilidad de que sea primo.

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

Problema 8: Se lanza tres monedas corrientes. Si aparecen dos caras y un sello, determinar la probabilidad de que aparezca una cara exactamente.

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

Problema 9: Se lanza un par de dados. Si los números que resultan son diferentes. Hallar la probabilidad de que su suma sea impar.

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{7}{10}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{8}$

Problema 10: La probabilidad que tiene: Manuel de ganar a Sara una partida de ajedrez es igual a: $\frac{1}{3}$. ¿Cuál es la probabilidad que tiene Manuel de ganar por lo menos una de tres partidas?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{19}{27}$ D) $\frac{8}{9}$ E) $\frac{8}{27}$

Problema 11: Hallar la probabilidad de hacer una tirada de más de 15 en un tiro con tres dados.

A) $\frac{25}{216}$ B) $\frac{5}{108}$ C) $\frac{3}{64}$

D) $\frac{37}{216}$ E) Ninguna

Problema 12: Una urna contiene 7 bolas numeradas del 1 al 7, ambas inclusive. Si se extraen sucesivamente, 3 bolas. Determinar la probabilidad de que sean impar, par e impar respectivamente.

A) $\frac{6}{35}$ B) $\frac{5}{24}$ C) $\frac{2}{25}$ D) $\frac{9}{40}$ E) N.A.

Problema 13: Las probabilidades que tienen: Manuel, Franklin y Henry de resolver un mismo problema matemático son:

$\frac{4}{5}, \frac{2}{3}$, y $\frac{3}{7}$; respectivamente.

Si intentan hacerlo los tres.

Determinar la probabilidad de que se resuelva el problema.

A) $\frac{24}{105}$ B) $\frac{81}{105}$ C) $\frac{90}{105}$

D) $\frac{101}{105}$ E) N.A.

Problema 14: En una caja hay 18 tarjetas blancas, 8 negras, 6 azules, 9 verdes y 3 amarillas. Sin mirar se saca una tarjeta. ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca o negra?

A) $\frac{13}{22}$ B) $\frac{6}{11}$ C) $\frac{27}{44}$ D) $\frac{11}{22}$ E) N.A.

Problema 15: En una caja hay 6 cartas rojas y 16 negras, se saca una carta y se devuelve a su lugar, luego se saca otra carta. Hallar la probabilidad de que ambas cartas sean rojas.

A) $\frac{49}{100}$ B) $\frac{9}{100}$ C) $\frac{21}{100}$

D) $\frac{21}{95}$ E) N.A.

Problema 16: Un paquete de naipes contiene 52 cartas. Un experimento consiste en mezclar las cartas con los ojos vendados y extraer una de ellas del paquete. Encontrar la probabilidad de que la carta extraída sea una reina o un rey

A) $5/26$ B) $3/52$ C) $2/13$ D) $5/13$ E) N.A.

Problema 17: Supongamos que no conocemos algo acerca del número o color de algunas canicas de una urna. Se extrae una sola canica, al azar. Se anota su color y la canica se regresa a la urna. Depués de 27 de estas extracciones, el registro queda como sigue:

Rojo	~~IIII~~ IIII
Azul	~~IIII~~ ~~IIII~~ I
Amarillo	~~IIII~~ II

En base a esta información, ¿Cuál es la probabilidad de que en la siguiente extracción el color no sea azul?

A) $1/3$ B) $7/27$ C) $5/9$ D) $16/27$ E) $15/27$

Clave de Respuestas

1.	B	7.	D	13.	D
2.	B	8.	C	14.	A
3.	B	9.	B	15.	B
4.	C	10.	C	16.	C
5.	C	11.	B	17.	D
6.	C	12.	A		

PRODUCTORIA 37

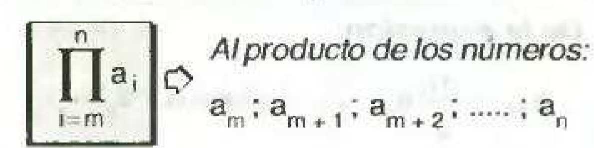
Notación de Producto:

Si: *m y n son enteros positivos, tales que m ≤ n y*

$$\boxed{a_m \,;\, a_{m+1} \,;\, a_{m+2} \,;\, \ldots\ldots \,;\, a_n}$$

Números Reales

Entonces se denota por:



$$\prod_{i=m}^{n} a_i$$ ⇨ *Al producto de los números:* $a_m \,;\, a_{m+1} \,;\, a_{m+2} \,;\, \ldots\ldots \,;\, a_n$

Es decir:

$$\boxed{\prod_{i=m}^{n} a_i = a_m \cdot a_{m+1} \cdot a_{m+2} \cdot \ldots\ldots\ldots \cdot a_n}$$

Ejemplos:

1) $\prod_{i=1}^{6} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6$

2) $\prod_{i=3}^{8} a_i = a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8$

3) $\prod_{i=2}^{7} i = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$

4) $\prod_{i=1}^{5} i^2 = 1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \cdot 5^2$

5) $\prod_{i=1}^{n} i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots \cdot n = n!$

A continuación resolvemos algunos ejercicios, con relación al tema tratado, para así dejar claro la definición de productoria.

Ejercicio ① **:** Sabiendo que:

Calcular el valor de:

$$\prod_{i=1}^{n} F(i) = F(1) \cdot F(2) \cdot F(3) \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \cdot F(n)$$

A) 717 B) 617 C) 176

D) 671 E) N.A.

Resolución:

Aplicando la definición de productoria se tiene que:

$$E = \prod_{i=1}^{n=1} i^2 + \prod_{i=1}^{n=2} i^2 + \prod_{i=1}^{n=3} i^2 + \prod_{i=1}^{n=4} i^2$$

$$E = \prod_{i=1}^{n=1} i^2 + \prod_{i=1}^{n=2} i^2 + \prod_{i=1}^{n=3} i^2 + \prod_{i=1}^{n=4} i^2$$

$$E = 1^2 + \underbrace{1^2 \cdot 2^2} + \underbrace{1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2} + \underbrace{1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2}$$

$$E = 1 + (1 \cdot 2)^2 + (1 \cdot 2 \cdot 3)^2 + (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4)^2$$

$$E = 1 + 4 + 36 + 576 = \boxed{617}$$ ***Rpta. B***

Ejercicio ② **:** Hallar la expresión equivalente a:

$\prod_{i=1}^{n} a^i$ A) $a^{n(n+1)}$ B) $a^{\frac{n(n+1)}{2}}$ C) $a^{\frac{n(n-1)}{2}}$

D) $a^{n!}$ E) an!

Resolución:

Por definición de productoria, se tiene que:

$$\prod_{i=1}^{n} a^i = a^1 \cdot a^2 \cdot a^3 \cdot a^4 \ldots\ldots\ldots\ldots a^n$$

Ahora aplicamos la propiedad: $A^p \cdot A^q \cdot A^r = A^{p+q+r}$

$$\prod_{i=1}^{n} a^i = a^{1+2+3+4+\ldots\ldots+n} = a^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

$$\therefore \quad \boxed{\prod_{i=1}^{n} a^i = a^{\frac{n(n+1)}{2}}}$$ ***Rpta. B***

Ejercicio (3): Hallar la expresión equivalente a:

$$\prod_{i=1}^{n} a^{i(i+1)}$$

A) $a^{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$ B) $a^{\frac{n(n+1)(n+2)}{6}}$

C) $a^{\frac{n(n+1)(n+2)}{3}}$ D) $a^{(n+1)(n+2)}$

E) N.A.

Resolución:

Definición de productoria, se tiene que:

$$\prod_{i=1}^{n} a^{i(i+1)} = a^{1(1+1)} \cdot a^{2(2+1)} \cdot a^{3(3+1)} \ldots\ldots\ldots a^{n(n+1)}$$

$$= a^{1(2)} \cdot a^{2(3)} \cdot a^{3(4)} \ldots\ldots\ldots\ldots a^{n(n+1)}$$

$$\prod_{i=1}^{n} a^{i(i+1)} = a^{1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\ldots\ldots+n(n+1)} \quad \ldots\ldots\ (I)$$

Por fórmula:

$$1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\ldots\ldots\ldots+n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

Luego:

$$\boxed{\prod_{i=1}^{n} a^{i(i+1)} = a^{\frac{n(n+1)(n+2)}{3}}}$$ ***Rpta. C***

Ejercicio (4) : Si: $a_m = \frac{m}{2}\left(a_{m-1}\right)$

Donde: $a_2 = 2$

Calcular: $\prod_{i=1}^{n=3} \frac{a_i}{(a_i - 1)}$

A) 3/2 B) 6 C) 4

D) 12 E) 5/2

Resolución:

Aplicando la definición de productoria, hallamos que:

$$\prod_{i=1}^{n=3} \frac{a_i}{(a_i-1)} = \frac{a_1}{(a_1-1)} \cdot \frac{a_2}{(a_2-1)} \cdot \frac{a_3}{(a_3-1)} \quad \ldots\ldots\ (I)$$

De la expresión:

$a_m = \frac{m}{2}\left(a_{m-1}\right)$; hallamos: "a_1"

$$a_2 = \frac{2}{2}\left(a_{2-1}\right) \Rightarrow a_2 = \frac{2}{2}(a_1)$$

$$\boxed{a_2 = a_1}$$

Por Dato: $a_2 = 2 \Rightarrow \therefore \boxed{a_2 = a_1 = 2}$

De la misma condición:

$a_m = \frac{m}{2}\left(a_{m-1}\right)$; hallamos: "a_3"

$$a_3 = \frac{3}{2}\left(a_{3-1}\right) \Rightarrow a_3 = \frac{3}{2}(a_2)$$

$$\boxed{a_3 = \frac{3}{\cancel{2}}(\cancel{2}) = 3}$$

Luego, reemplazamos los valores hallados en **(I)**:

$$\prod_{i=1}^{n=3} \frac{a_i}{(a_i-1)} = \frac{2}{(2-1)} \cdot \frac{2}{(2-1)} \cdot \frac{3}{(3-1)} = \cancel{2} \cdot 2 \cdot \frac{3}{\cancel{2}} = 6$$

Rpta. B

Ejercicios Propuestos

Ejercicio (1) : Extraer la raiz cubica al resultado después de efectuar la siguiente operación:

$$\left(\prod_{i=2}^{n=4} i\right)^{\prod_{i=1}^{n=3} i}$$

A) 24 B) 24^3 C) 576

D) 756 E) N.A.

Ejercicio (2) : Sabiendo que:

$$\prod_{i=1}^{n} R(i) = R(1)\cdot R(2)\cdot R(3)\cdot\ldots\ldots\ldots\cdot R(n)$$

Calcular:

$$\prod_{i=1}^{n=7} i + \prod_{i=1}^{n=6} i + \prod_{i=1}^{n=5} i + \ldots\ldots\ldots + \prod_{i=1}^{n=1} i$$

A) 840 B) 5 040 C) 5 913

D) 5 193 E) 5 920

Ejercicio (3): Hallar una expresión equivalente a:

$$\prod_{i=1}^{n} 2i$$

A) $n\prod_{i=1}^{n} i$ B) $n^2\prod_{i=1}^{n} i$ C) $2^n\prod_{i=1}^{n} i$

D) $n^n\prod_{i=1}^{n} i$ E) Ninguna

Ejercicio (4) : Sabiendo que:

$$\prod_{i=1}^{n} F(i) = F(1)\cdot F(2)\cdot F(3)\cdot\ldots\ldots\ldots\cdot F(n)$$

Calcular: $\prod_{i=1}^{n=1} i^4 + \prod_{i=1}^{n=2} i^3 + \prod_{i=1}^{n=3} i^2 + \prod_{i=1}^{n=4} i$

A) 96 B) 69 C) 60

D) 68 E) 45

Ejercicio (5) : Halle el valor de: $\prod_{i=1}^{n=120} \operatorname{Cos}(i^\circ)$

A) $\frac{\sqrt{3}}{1}$ B) 1/2 C) 0

D) -1 E) N.A.

Ejercicio (6): Si: $a = \sqrt[5]{2}$; hallar el valor de:

$$E = \frac{\prod_{i=1}^{n=8} a^{i(i+1)}}{\prod_{i=1}^{n=4} a^{i(i+1)(i+2)}}$$

A) 32 B) 64

C) 16 D) 128

E) N.A.

Ejercicio (7) : Si: $a_m = \frac{2m}{3}(a_{m-1})$

Donde: $a_2 = 4$

Calcular: $\prod_{i=1}^{n=4} \frac{a_i + 1}{a_i}$

A) $\frac{913}{192}$ B) $\frac{931}{192}$ C) $\frac{913}{129}$

D) $\frac{931}{291}$ E) N.A.

Ejercicio (8) : Calcular el valor de:

$$\prod_{k=1}^{k=8}\left(1-\frac{1}{k}\right) =$$

A) 3/4 B) 5/2 C) 1/8

D) 7/8 E) Ninguno de estos valores

Ejercicio 9 : Hallar el equivalente de:

$$\prod_{k=2}^{n}\left(1+\frac{1}{k}\right) =$$

A) n/2 B) $\frac{n-1}{2}$ C) $\frac{2}{n+1}$

D) $\frac{n+1}{2}$ E) (n+1)n

Ejercicio (10) : Hallar el equivalente de:

$\prod_{k=3}^{n}\left(\frac{1}{k-1}\right)=$

A) $(n-1)!$ B) $n!$ C) $\frac{1}{n!}$

D) $\frac{1}{(n-1)!}$ E) $\frac{1}{(n-2)!}$

Ejercicio (11) : Hallar el equivalente de:

$$\prod_{k=6}^{n}(k-3)^2=$$

A) $n! - n$ B) $(n-3)!$ C) $\left(\frac{n!}{2}\right)^2$

D) $\frac{(n!)^2}{2}$ E) $\frac{(n!)^2}{n}$

Ejercicio (12) : Hallar el valor de E:

$$E=\frac{\prod_{k=1}^{k=5}(k+1)}{\prod_{k=1}^{k=3}k^2}-\prod_{k=1}^{k=4}\left(\frac{2}{k}\right)$$

A) 32 B) 58/3 C) 62/3

D) $\frac{720!}{3!}$ E) Ninguna Anterior

Ejercicio (13) : Si: $\prod_{i=1}^{n}2i=A$

Hallar el equivalente de: $\prod_{i=3}^{n}i=?$

A) $\frac{A}{2^{n-1}}$ B) $\frac{A}{2^{n+1}}$ C) $\frac{2^{n+1}}{A}$

D) $\frac{720!}{3!}$ E) Ninguna Anterior

Ejercicio (14) : Sabiendo que: $\prod_{i=1}^{n}\frac{3}{2i}=\frac{9}{16}$

Hallar el valor de "n"

A) 2 B) 3 C) 4

D) 6 E) 9

Ejercicio (15) : Si: $\prod_{i=1}^{n}4^n=2^p$

Calcular el valor de: $\prod_{i=1}^{n}16^n=?$

A) 2^p B) 2^{-2p} C) 4^p

D) 8^p E) N.A.

Ejercicio (16): Hallar la expresión equivalente a:

$$\prod_{i=1}^{n}x^{i(i+1)}:\prod_{i=2}^{n}x^{i(i-1)}$$

A) $x^{n(n-2)}$ B) $x^{n(n+1)}$ C) $x^{n(n-1)}$

D) $x^{n(n+3)}$ E) N.A.

Ejercicio (17): Sabiendo que :

$$\prod_{i=1}^{n}F(i)=F(1)\cdot F(2)\cdot F(3)\cdot\ldots\ldots\ldots\ldots F(n)$$

Calcular el valor de :

$$E=\prod_{i=1}^{n=3}i\cdot\prod_{i=1}^{n=3}2i\cdot\prod_{i=1}^{n=3}3i$$

A) (3!) B) (3!) C) (6!)

D) (36!) E) N.A.

Clave de Respuestas

1. C	**7. A**	**13. B**
2. C	**8. C**	**14. B**
3. C	**9. D**	**15. C**
4. B	**10. D**	**16. B**
5. C	**11. C**	**17. D**
6. B	**12. B**	

RELACIONES Y FUNCIONES 38

(I.) *Par Ordenado:*

Se llama así a toda pareja de elementos diferentes, en lacual se señala a uno de ellos como el primer componente y al otro como segundo componente:

Notación:

(x, y); se lee: El par ordenado **x** coma **y**

- y: ***2da. componente***
- x: ***1ra. componente***

Ejemplos:

(2, 5); (-1, -3); (5, 0); (verde, rojo); (Δ,rojo), etc.

Observaciones:

1. $(x, y) \neq (y, x)$
2. {x, y}, conjunto de dos elementos:

   $\{x, y\} = \{y, x\}$
3. (a, a), tiene 2 componentes
4. {a,a} = {a}; tiene 1 elemento
5. Si: $(x, y) = (a, b) \Rightarrow \boxed{x = a} \wedge \boxed{y = b}$

Ejercicio Tipo:

Hallar "x" e "y" si:

$$(x + 3; 9) = (7; y + 4)$$

Resolución:

Si: $(x + 3, 9) = (7, y + 4)$

Entonces:

i) $x + 3 = 7 \Rightarrow \boxed{x = 4}$

ii) $9 = y + 4 \Rightarrow \boxed{y = 5}$

(II.) *Producto Cartesiano:*

Se llama producto cartesiano del conjunto A por el conjunto B, al conjunto cuyos elementos son los pares ordenados (a, b) tales que:

$$a \in A \text{ y } b \in B$$

Es decir:

$$\boxed{A\times B = \{(a, b)/a \in A \wedge b \in B\}}$$

Ejemplo 1: Sea: A = {1, 2, 5}
B = {p, q}

Hallar: **a)** A×B **b)** B×A

Resolución:

a) A×B = {1, 2, 5} x {p, q}

= {(1, p), (1, q), (2, p), (2, q), (5, p), (5, q)}

b) B×A = {(p, 1), (p, 2), (p, 5), (q, 1), (q, 2), (q, 5)}

Luego: $\boxed{A\times B \neq B\times A}$

Ejemplo 2: Sea: {1, 2, 3}

Hallar: A×A

Resolución:

A×A = {1, 2, 3}×{1, 2, 3}

A×A = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)}

Conclusiones:

1. $A \times B \neq B \times A$
2. $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$
3. Si: $A = \mathbb{N} \wedge B = \mathbb{N}$

   $A \times B = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ **(N = Natural)**

Gráfica de un Producto Cartesiano:

Sea: $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{a, b\}$

Hallar: $A \times B$ y graficar

Resolución:

$A \times B = \{1, 2, 3\} \times \{a, b\}$

$= \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}$

Diagrama de caminos de A× B

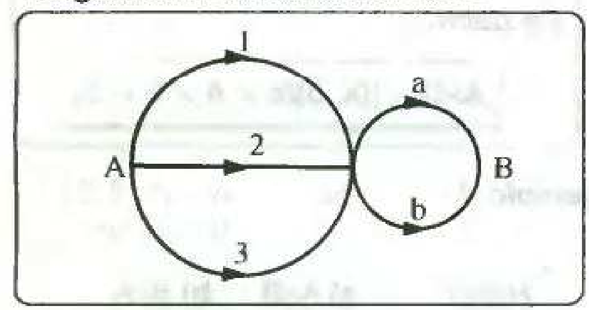


Diagrama del árbol de: A× B

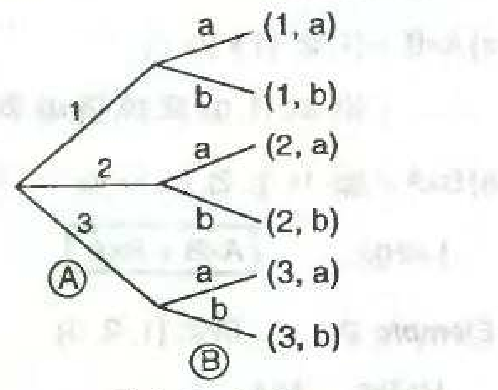


Diagrama sagital de A× B

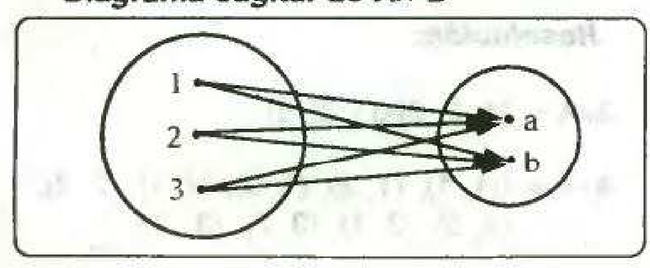


Diagrama cartesiano de A× B

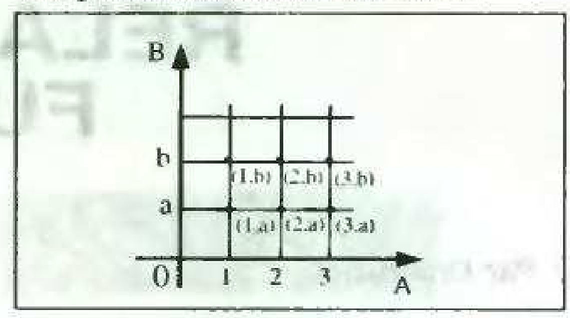


Tabla de doble entrada de A× B

A \ B	a	b
1	(1, a)	(1, b)
2	(2, a)	(2, b)
3	(3, a)	(3, b)

(III.) *Relaciones:*

A. Idea de Relación:

Sean los conjuntos:

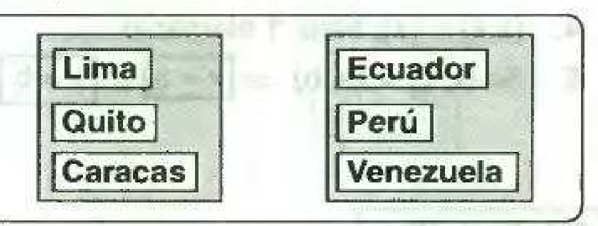
A = {Lima, Quito, Caracas}

B = {Ecuador, Perú, Venezuela}

y la regla de correspondencia:

"... es capital de..."

Entonces podemos establecer el siguiente esquema:



Otra manera de escribir el esquema anteriores con pares ordenados.

(Lima, Perú), (Quito, Ecuador), (Caracas, Venezuela)

B. Definición:

"R" es una relación de **A** en **B**, si **R** es un sub-conjunto de **A×B**, es decir:

$$R \subset A \times B$$

$R = \{(x,y) \in A \times B / x \ R \ y\}$

C. Idea de Relación:

$R : A \longrightarrow B$

Donde: { **A** : *Conjunto de partida*
B : *Conjunto de llegada*

Ejemplo: Sea: $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 4\}$

Encontrar:

$R = \{(x,y) \in A \times B / x > y\}$ y diagramar

Resolución:

$A \times B = \{(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 4)\}$

Luego, la relación pedida es:

$R = \{(2, 1), (3, 1), (3, 2)\}$

D. Dominio y rango de una relación:

Sea: $R = \{(x,y) \in A \times B / x \ R \ y\}$

Dominio de R:
Es el conjunto de los elementos de ***x*** $\in$ ***A*** *para los cuales existe un* ***y*** $\in$ ***B*** *tal que* ***(x, y)*** $\in$ ***R****; es decir el dominio de* ***R*** *es el subconjunto de* ***A****, formado por todos los primeros componentes de los pares ordenados que pertenece a la relación.*

$D(R) = \{x \in A \ / \ y \in B; (x, y) \in R\}$

Rango de R o contradominio de R:
Es el conjunto de los elementos ***y*** $\in$ ***B*** para cuales existe un ***x*** $\in$ ***A*** tal que ***(x, y)*** $\in$ ***R***; es decir el rango de **R** es el subconjunto de **B**, formado por todos los segundos componentes de los pares ordenados que perteneecen a la relación.

$R(R) = \{y \in B / \ x \in A; (x, y) \in R\}$

En el ejemplo anterior:

$R = \{(2, 1) (3, 1) (3, 2)\}$

$D(R) = \{2, 3\}$

$R(R) = \{1, 2\}$

E. Diagrama de una relación:

Diagrama Sagital:

Teniendo en cuenta la relación anterior:

$R = \{(2, 1), (3, 1), (3, 2)\}$

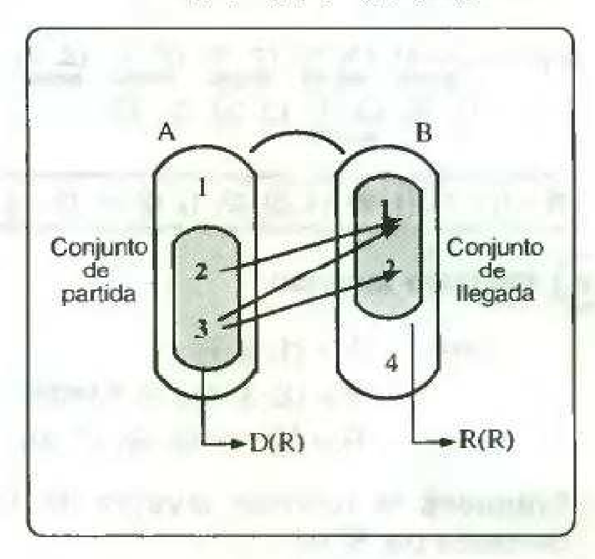
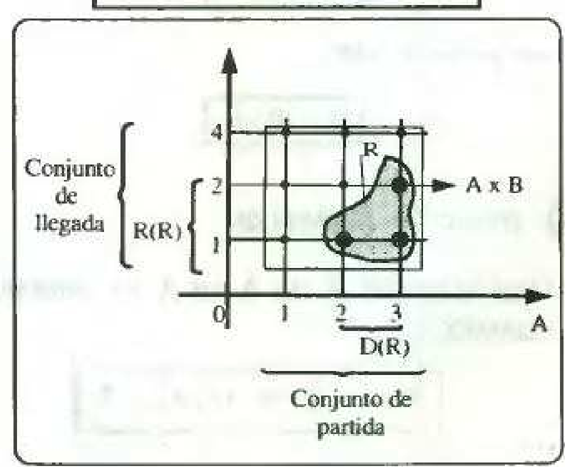


Diagrama Cartesiano:

Teniendo en cuenta el mismo ejemplo.

Osea:

$R = \{(2, 1), (3, 1), (3, 2)\}$



Se observa que:

$R \subset A \times B$

(IV.) *Relación Binaria:*

Llamado también relación en "**A**" o "Relación de **A** en **A**"; es un sub-conjunto del producto cartesiano **A×A**; es decir:

$R \subset A \times A$

Ejemplo: Dado: $A = \{1, 2, 3\}$

Hallar: $R = \{(x,y)\ A \times A /\ x + y \leq 4\}$

Resolución:

$A \times A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$

$\therefore$ $R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)\}$

(V.) *Relación Inversa:*

Sea: $A = \{1, 5, 7\}$

$B = \{2, 3, 4\}$ y la relación

$R = \{(1, 4), (5, 2), (7, 3)\}$

Entonces la relación inversa de R, denotada por R′ es:

$R' = \{(1, 4), (5, 2), (7, 3)\}$

Es decir:

$R \subset A \times B$

Se cumple que:

$R \subset B \times A$

(VI.) *Relación Reflexiva:*

Una relación R de A en A es reflexiva cuando:

$\forall\ x \in A \Rightarrow (x, x) \in A$

Ejemplo 1:

Sea:

A = {1, 5, 6} y la relación en **A**:

R = {(1, 1), (5, 1), (5, 5), (6, 6)}

Es reflexiva, pues:

$1 \in A \wedge (1, 1) \in R$

$5 \in A \wedge (5, 5) \in R$

$5 \in A \wedge (6, 6) \in R$

Ejemplo 2: El paralelismo de rectas es reflexiva, **pues toda recta "r" verifica: r // r**

Ejemplo 3: La relación ≤ entre números reales es reflexiva, pues todo número real "**x**" verifica: $x \leq x$

(VII.) *Relación Simétrica:*

Una relación **R** de **A** en **A**, se llama simétrica:

Si: $(x, y) \in R \Rightarrow (y, x) \in R$

Ejemplo 1:

La relación:

$R = \{(1, 5), (2, 3), (5, 1), (3, 2)\}$

Es simétrica pues:

$(1, 5) \in A \wedge (5, 1) \in R$

$(2, 3) \in A \wedge (3, 2) \in R$

Ejemplo 2: La relación: "x" es hermano de "**y**", **es simétrica**

Ejemplo 3: La relación "x" es divisor de "**y**", **no es simétrica**, pues "2 es divisor de 4" pero "4 no es divisor de 2"

VIII. *Relación Transitiva*

Una relación **R** de **A** en **A**, es transitiva:

Si: $(x, y) \in R$ e $(y, z) \in R \Rightarrow (x, z) \in R$

Ejemplo 1:

La relación:

$R = \{(1, 2), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)\}$

Es transitiva pues:

i) $(3, 1) \in R$ e $(1, 2) \in R \Rightarrow (3, 2) \in R$

ii) $(4, 1) \in R$ e $(1, 2) \in R \Rightarrow (4, 2) \in R$

Ejemplo 2: La relación "<" entre números reales es transitiva; pues si:

$$2 < 11 \wedge 3 < 11 \Rightarrow 2 < 11$$

(IX.) *Relación Equivalencia:*

La relación **R** de **A** en **A** es de equivalencia, si cumple las tres condiciones siguientes:

(1.) $\forall x \in A \Rightarrow (x, y) \in R$ ⇨ ***Relación Reflexiva***

(2.) Si: $(x, y) \in R \Rightarrow (y, x) \in R$ — ***Relación Simétrica***

(3.) Si:

$(x, y) \in R \Rightarrow (y, z) \in R \Rightarrow (x, z) \in R$

Relación Transitiva

Ejemplo: Dado el conjunto:

A = {1, 2, 3)}, y la relación: **R; A → A**:

R = {(1, 1), (2, 2), (1, 2), (2, 1), (3, 3)}

¿Es relación de equivalencia?

Resolución:

(1.)
$1 \in A \wedge (1, 1) \in R$
$2 \in A \wedge (2, 2) \in R$
$3 \in A \wedge (3, 3) \in R$
} ***R es Reflexiva***

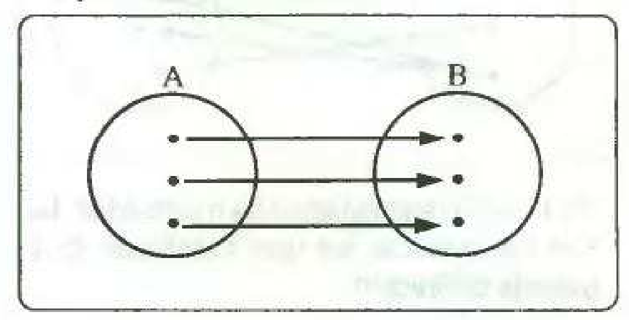
(2.)
$(1, 2) \in A \wedge (2, 1) \in R$
$(1, 1) \in A \wedge (1, 1) \in R$
} ***R es Simétrica***

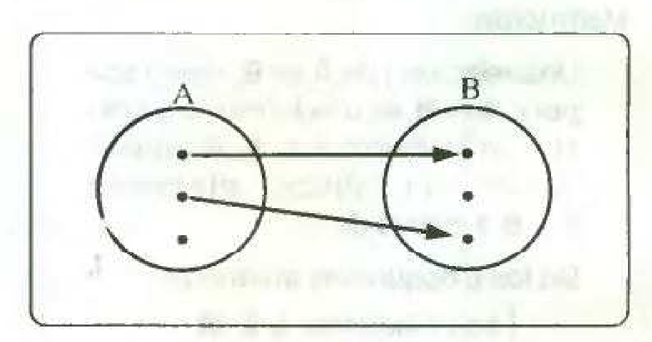
(2.)
$(1, 1) \in R \wedge (1, 2) \in R \Rightarrow (1, 2) \in R$
$(2, 2) \in R \wedge (2, 1) \in R \Rightarrow (2, 1) \in R$
$(1, 2) \in R \wedge (2, 1) \in R \Rightarrow (1, 1) \in R$
} ***R es Transitiva***

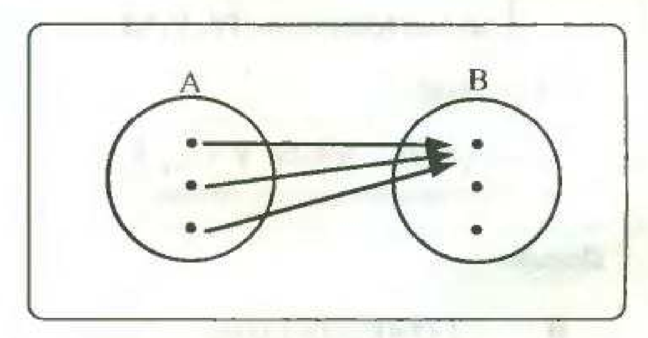
Luego, **R** es una relación de equivalencia

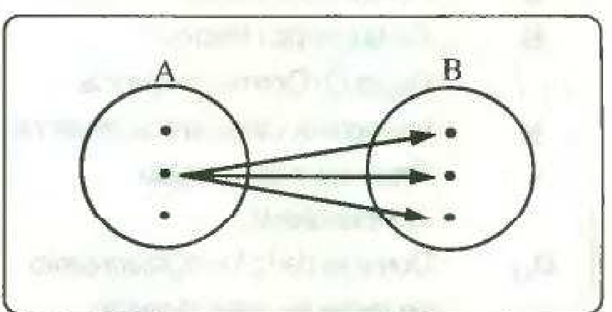
(X.) *Función*

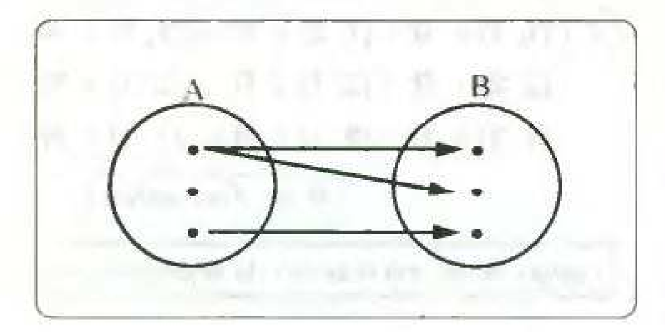
Sean los siguientes diagramas que representan de **A** en **B**

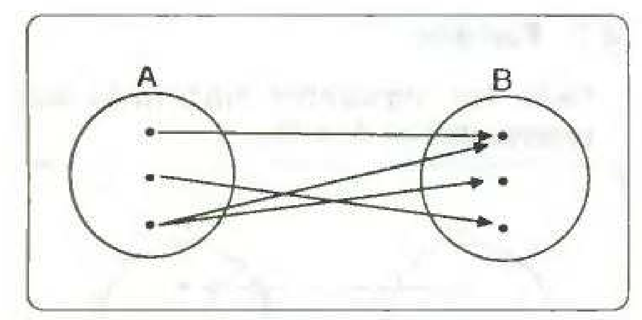












De las diversas relaciones mostradas, tienen importancia las que satisfacen la siguiente definición:

Definición:

Una relación f de **A** en **B**, denotada por f: **A** → **B**, es una función si y solo sí a un elemento **x** ∈ **A**, le corresponde un único elemento **y** ∈ **B** a través de f.

De los 6 esquemas anteriores

- son funciones: **I, II, III**
- no son funciones: **IV, V, VI**

En general:

$$f = \{ (x, y) \in A \times B / \ y = f_{(x)} \}$$

Donde:

- **A** : Conjunto de Partida.
- **B** : Conjunto de Llegada.
- $y = f_{(x)}$: Regla de Correspondencia
- **y** : imágenes; variable dependiente.
- **x** : Preimágenes; variable independiente.
- $D_{(f)}$: Dominio de la función; conjunto de todas las preimágenes.
- $R_{(f)}$: Rango de la función y conjunto de todas las imágenes.

Observación:

Si el $D_{(f)}$ = **A** (conjunto de Partida), entonces la función recibe el nombre de aplicación. Luego, toda aplicación es una función; pero no toda función es una aplicación. De los esquemas anteriores, son aplicaciones: **I y III**.

Ejercicio 1:

Dados: A = { 1, 3, 5, 7}
B = {2, 4, 6, 9, 10, 12}

Hallar:

A) f: **A** → **B**; tal que: **y = x + 1**
B) $D_{(f)}$ y $R_{(f)}$
C) Diagrama Sagital
D) ¿Es una aplicación?

Resolución:

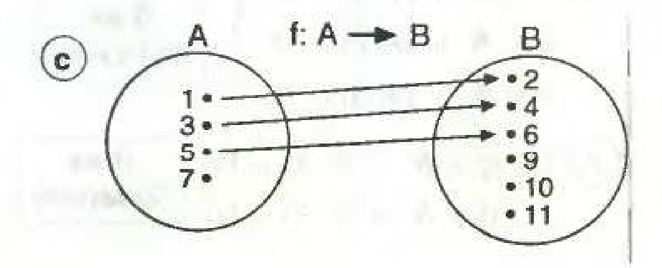
(a)

x	$y = f_{(x)} = x + 1$
1	$y = f_{(1)} = 1 + 1 = 2$
3	$y = f_{(3)} = 3 + 1 = 4$
5	$y = f_{(5)} = 5 + 1 = 6$
7	$y = f_{(7)} = 7 + 1 = 8 \notin B$

Luego: $f = \{(1, 2), (3, 4), (5, 6)\}$

(b) $D_{(f)} = \{1, 3, 5\}$; $R_{(f)} = \{2, 4, 6\}$

(c)



(d) No es aplicación, pues:

$D_{(f)} \neq A$

Ejercicio 2:

Dados: $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
$B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

Hallar:

A) $f: A \to B$, tal que: $y = x^2$
B) $D_{(f)}$ y $R_{(f)}$
C) Diagrama sagital
D) ¿Es una aplicación?

Resolución:

(a)

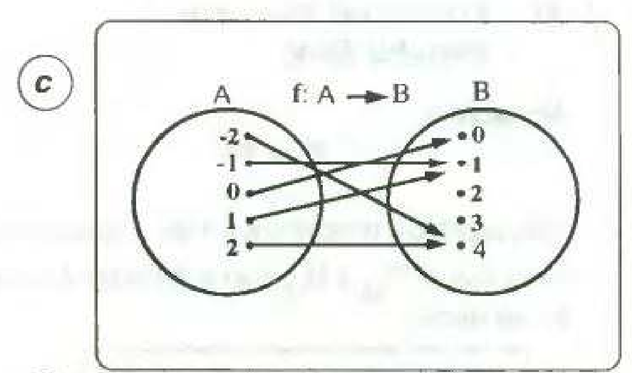
x	$y = x^2$
-2	$y = (-2)^2 = 4$
-1	$y = (-1)^2 = 1$
0	$y = (0)^2 = 0$
1	$y = (1)^2 = 1$
2	$y = (2)^2 = 4$

Luego:

$f = \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$

(b) $D_{(f)} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
$R_{(f)} = \{0, 1, 4\}$

(c)



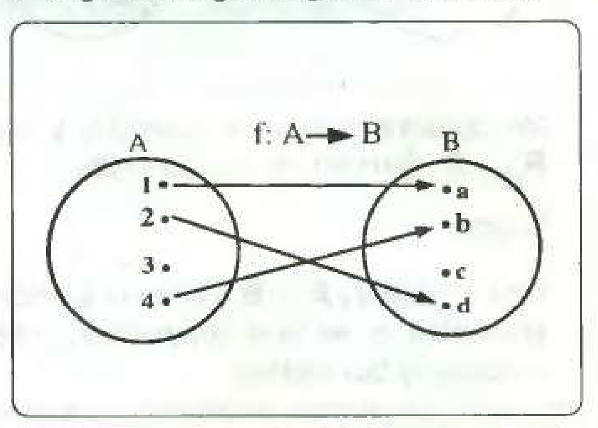
(d) Si es aplicación, pues:

$D_{(f)} = A$

XI Clases de Funciones:

Función Inyectiva o "Uno a Uno"

Una función $f: A \to B$, es inyectiva cuando a elementos distintos del dominio se hacen corresponder imágenes distintas, es decir a ninguna imagen llegan dos flechas.

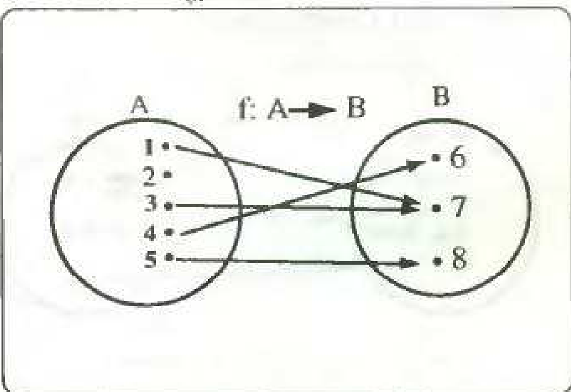


Una función $f: A \to B$, se llama inyectiva (Uno a Uno) si para todo x_1 y x_2 dentro del dominio de f: siendo $x_1 \neq x_2$, implica que:

$$f_{(x_1)} \neq f_{(x_2)}$$

Función Suryectiva sobreyectiva o función sobre:

Una función; $f: A \to B$, es suryectiva, cuando el $R_{(f)} = B$

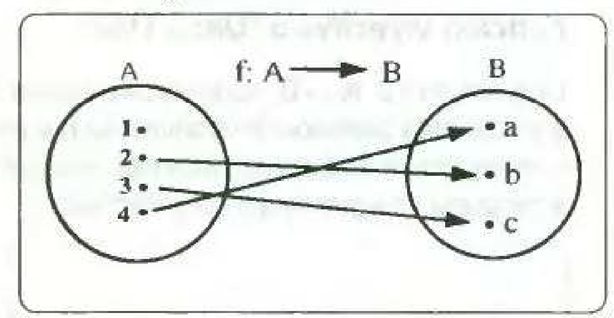


Una función; $f: A \to B$, se denomina suryectiva, si para todo elemento $y \in B$ existe un elemento $x \in A$, tal que:

$$(x, y) \in f \text{ ó } y = f_{(x)}$$

Función Biyectiva:

Sea la siguiente función:



Se observa que: f es inyectiva y como $R_{(f)} = B$, también es **Suryectiva.**

Luego:

Una función **f : A → B**, se llama función **Biyectiva** o es una **biyección**, f es Inyectiva y Suryectiva.

Ejercicio 1:

Dados: **A** = {1, 2, 3, 4}
B = {a, b, c}

y la función:

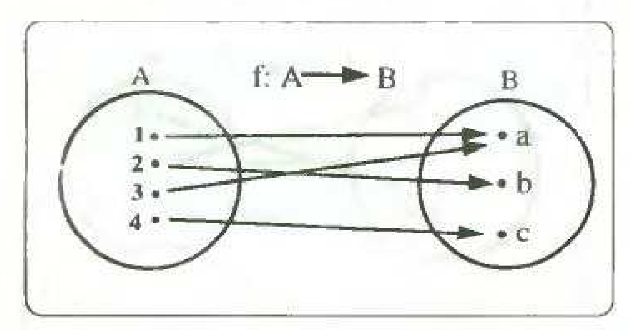
f = {(2, B), (3, A), (1, A), (4, C)}

A) ¿Es f Inyectiva? B) ¿Es f Suryectiva

C) ¿Es f Biyectiva?

Resolución:

Graficando, obtenemos:



A) f no es Inyectiva, por: (1, A) y (3, A)

B) f es Suryectiva, pues: $R_{(f)} = B$

C) f no es Biyectiva, pues para serlo, debe ser Inyectiva y Suryectiva a la vez.

Ejercicio 2:

Dados: **A** = {1, 3, 5. 6, 7}
B = {2, 4, 6} y la función:
f = {(x, y) ∈ **A** × **B**/ y = x + 1}

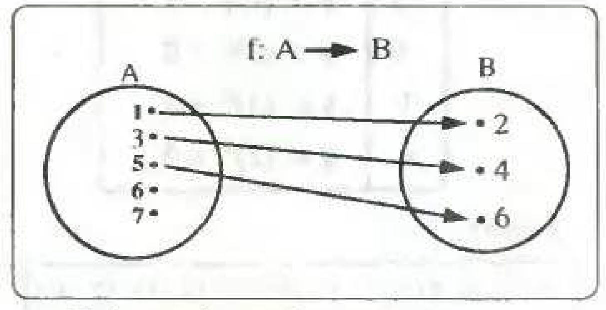
A) ¿Es f Inyectiva? B) ¿Es f Suryectiva

C) ¿Es f Biyectiva?

Resolución:

Tabulando:

x	y = x + 1
1	y = 1 + 1 = 2
3	y = 3 + 1 = 4
5	y = 5 + 1 = 6
6	y = 6 + 1 = 7 ∉ B
7	y = 7 + 1 = 8 ∉ B



A) f no es Inyectiva, uno auno

B) f es Suryectiva, pues: $R_{(f)} = B$

C) f es Biyectiva, por A) y B)

XII Funciones Reales de Variable Real:

Notación: f: **R** → **R**

Son aquellas funciones en las que se cumplen que el $D_{(f)}$ y $R_{(f)}$ son subconjuntos de **R**; es decir:

f = {(x, y) ∈ **R** × **R**/ y = f (x)}

Luego: $f \subset$ **R** × **R**

XIII Grafica de una Función:

Si: f: **A** → **B**, es una función, el gráfico de f, que se denota por **Graf** $_{(f)}$, es el conjunto:

$$\textbf{Graf}_{(f)} = \{ P(x, y) \in A \times B / y = f_{(x)} \}$$

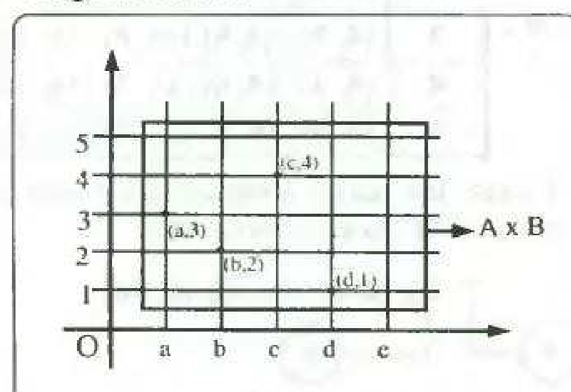
Es decir la gráfica de una función de **A** en B es un conjunto de puntos que se determinan en el gráfico del producto cartesiano **A** × **B**

Ejemplo: Si: **A** = {a, b, c, d, e}
B = {1, 2, 3, 4, 5}

y la función f: **A** → **B**, definido por:

f = {(a, 3), (b, 2), (c, 4), (d, 1)}

Su gráfica será:



$D_{(f)}$ = {a, b, c, d}
$R_{(f)}$ = {1, 2, 3, 4}

Si: f es una función real, es decir f: **R** → **R** el gráfico de f es:

$$\textbf{Graf}_{(f)} = \{ P(x, y) \in R \times R / y = f_{(x)} \}$$

Que generalmente se representa en el plano cartesiano considerando el conjunto de partida en el eje. De las abscisas y el conjunto de llegada en el eje de las ordenadas.

Ejercicio 1:

Sea la función: f: **R** → **R**, definida por:

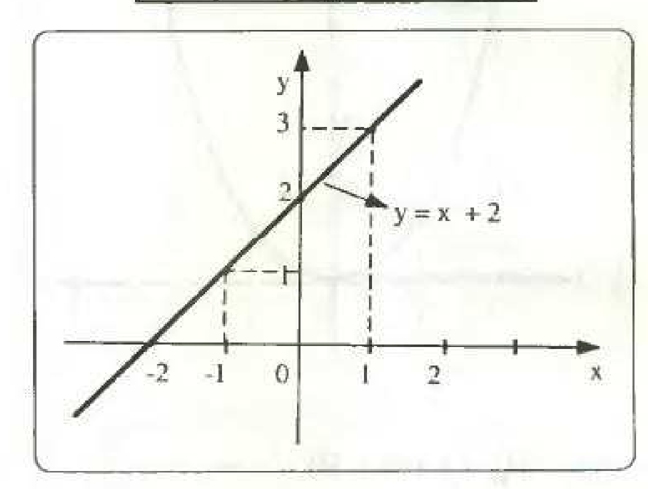
f = {(x, y)/ y = x +2 }

Hallar: A) Gráfica
B) Dominio y Rango

Resolución:

A) Tabulando

x	$y = f_{(x)} = x + 2$
⋮	
-2	$y = f_{(-2)} = -2 + 2 = 0$
-1	$y = f_{(-1)} = -1 + 2 = 1$
0	$y = f_{(0)} = 0 + 2 = 2$
1	$y = f_{(1)} = 1 + 2 = 3$



B) $D_{(f)}$ = { x/ x ∈ **R**} = < -∞, +∞ >
$R_{(f)}$ = { y/ y ∈ **R**} = < -∞, +∞ >

Ejercicio 2:

Sea la función: f: **R** → **R**, definida por:

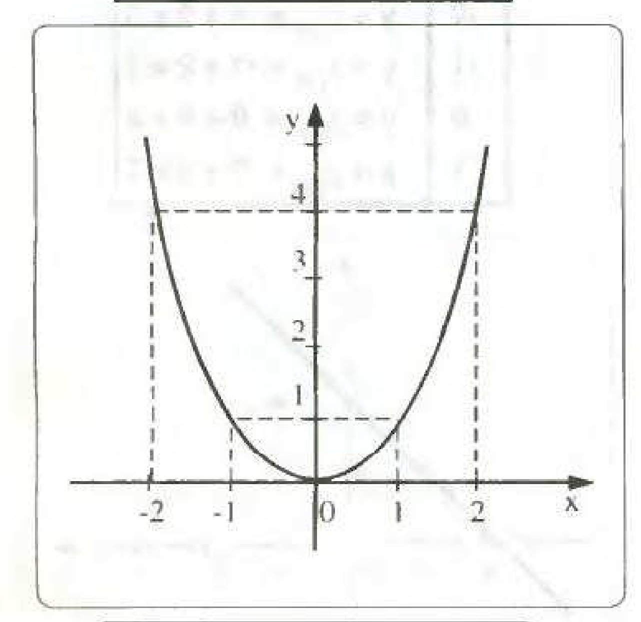
f = {(x, y)/ y = x^2 }

Hallar: A) Gráfica
B) Dominio y Rango

Resolución:

A) Tabulando

x	$y = f_{(x)} = x^2$
⋮	
-2	$y = f_{(-2)} = (-2)^2 = 4$
-1	$y = f_{(-1)} = (-1)^2 = 1$
0	$y = f_{(0)} = (0)^2 = 0$
1	$y = f_{(1)} = (1)^2 = 1$
2	$y = f_{(2)} = (2)^2 = 4$
⋮	



B) $D_{(f)} = \{ x / x \in \mathbb{R}\} = \langle -\infty, +\infty \rangle$
$R_{(f)} = \{ y / y \geq 0\} = [0, +\infty \rangle$

PROBLEMAS SOBRE RELACIONES Y FUNCIONES

Problema 1: Dado los conjuntos:

$$A = \{2, 3, 4, 5\} \text{ y } B = \{3, 6, 7, 10\}$$

Con la relación:

R={(x,y)∈ A×B/ "y" divide a "x" exactamente}

Los pares ordenados que satisfacen la relación "R" son:

Resolución:

En primer lugar hallamos el producto cartesiano **A × B** mediante cuadro de doble entrada, veamos:

A × B =

A \ B	3	6	7	10
2	(2, 3)	(2, 6)	(2, 7)	(2, 10)
3	(3, 3)	(3, 6)	(3, 7)	(3, 10)
4	(4, 3)	(4, 6)	(4, 7)	(4, 10)
5	(5, 3)	(5, 6)	(5, 7)	(5, 10)

Luego, los pares ordenados en que **"y"** divide a **"x"** exactamente son:

(3, 3), (2, 6), (2, 10), (5, 10)

x — y

Recordar la primera componente es **"x"** y la segunda componente es **"y"**

Problema 2: Dada la relación:

$$R = \{(1, 2), (2, 2), (4, 6)\}$$

Hallar el dominio y rango de dicha relación:

Resolución:

De la relación: **R** = {(1, 2), (2, 2), (4, 6)}

– Las primeras componentes: 1, 2, 4, representa el dominio.
Siendo el dominio: {1, 2, 4}

– Las segundas componentes: 2, 2, 6, representan el rango, como el 2 se repite sólo se

Tomará uno de ellos.
Siendo el rango: {2,6}

Problema 3: Sea la función:

$F_{(x)} = a\mathbf{x}^2 + b$; a y b son números fijos y "**x**" es un número real cualquiera, los pares ordenados (0,2), (1, 1) (2, w) corresponden a los puntos de la función. Hallar "**w**"

Resolución:

La función

$F_{(x)} = AX^2 + b$ h $y = ax^2 + b$

D

Se puede escribir como

Ahora reemplazamos los pares ordenados dados

Para: $(0,2) \rightarrow 2 = a(0)^2 + b \rightarrow \boxed{2 = b}$

Para: $(1,1) \rightarrow 1 = a(1)^2 + b$

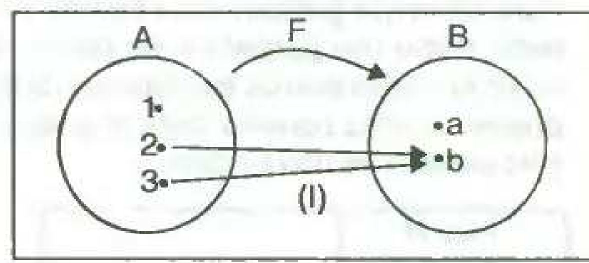
$1 = a + 2 \rightarrow \boxed{a = -1}$

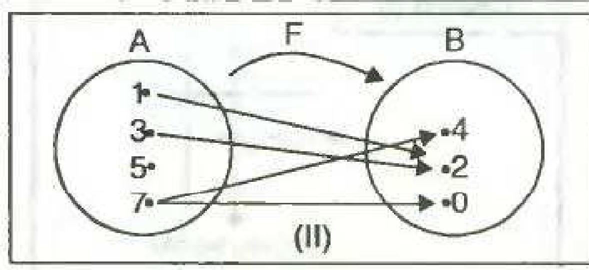
Para: $(2, w) \rightarrow w = a(2)^2 + b$

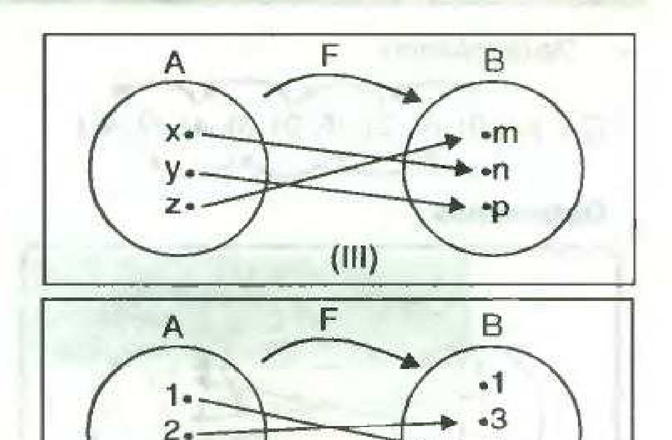
Reemplazamos los valores de "a" y "b"

$w = -1(2)^2 + 2$ h $\therefore \boxed{w = -2}$ **Rpta.**

Problema 4: Dado los siguientes diagramas ¿Cuáles corresponden a una función y cuales no?







Resolución:

De acuerdo a la definición de función

Son funciones: (I), (III) y (IV)
no es función: (II)

Problema 5: Dados los conjuntos:

A = {1, 3, 5, 7} **B** = {0, 2, 4}

Una de las siguientes relaciones no es una una función de A en B

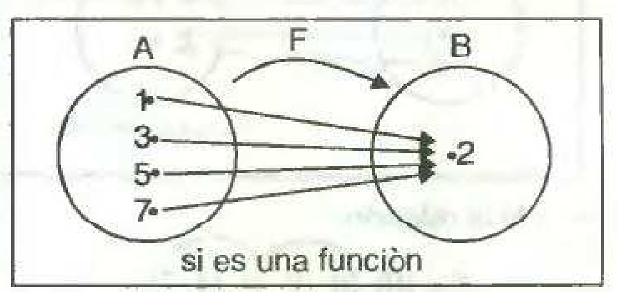
A) F = {(1, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)}
B) G = {(1, 0), (3, 2), (5, 0), (3, 4), (7, 4)}
C) H = {(2, 3), (4, 5), (0, 7)}
D) J = {(3, 0), (1, 2), (5, 2)}
E) K = {(0, 3), (2, 3), (4, 7)}

Resolución:

- De la relación:

F = {(1, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)}

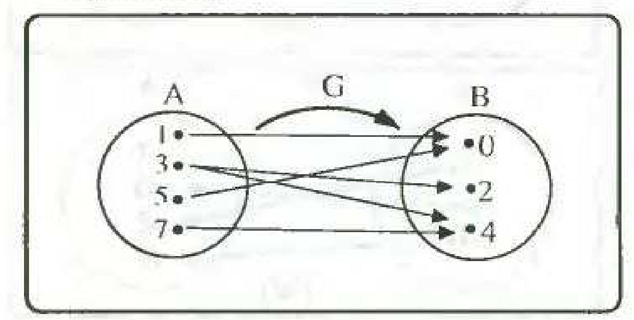
Obtenemos:



– *De la relación:*

G = {(1, 0), (3, 2), (5, 0), (3, 4), (7, 4)}

Obtenemos:

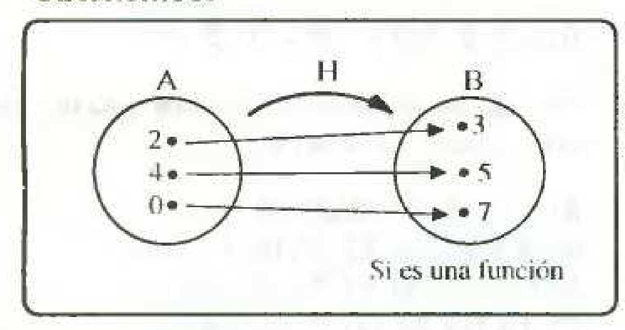


No es una función porque el elemento (3) del primer conjunto toma 2 elementos del segundo conjunto estos elementos son: (2 y 4)

– *De la relación:*

H = {(2, 3), (4, 5), (0, 7)}

Obtenemos:

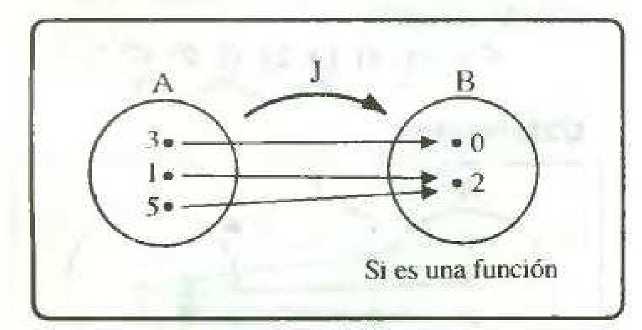


Si es una función

– *De la relación:*

J = {(3, 0), (1, 2), (5, 2)}

Obtenemos:

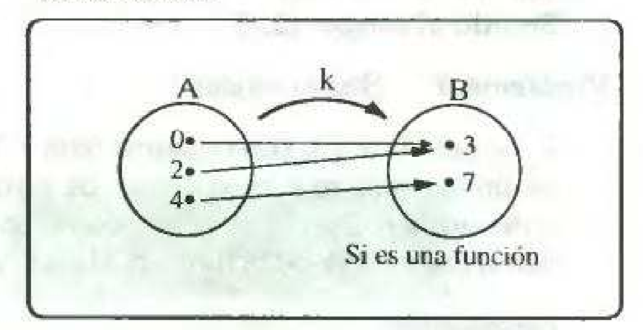


Si es una función

– *De la relación:*

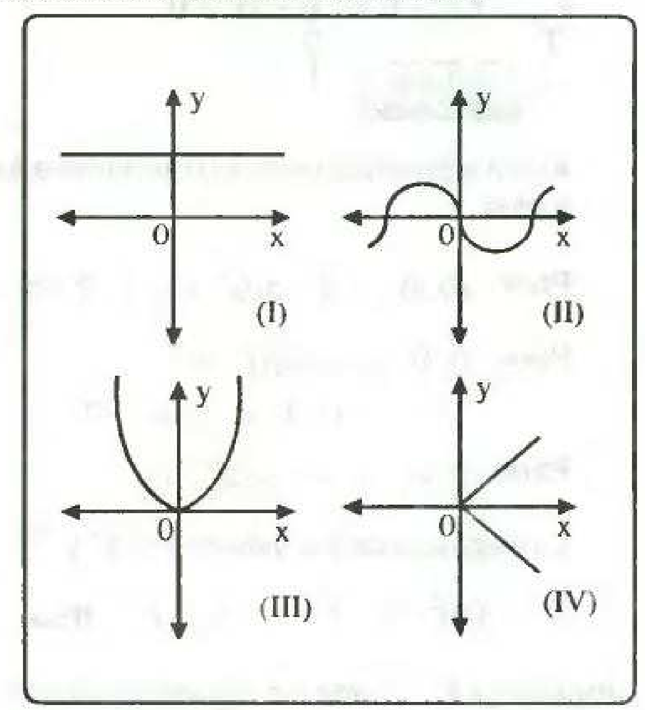
K = {(0, 3), (2, 3), (4, 7)}

Obtenemos:



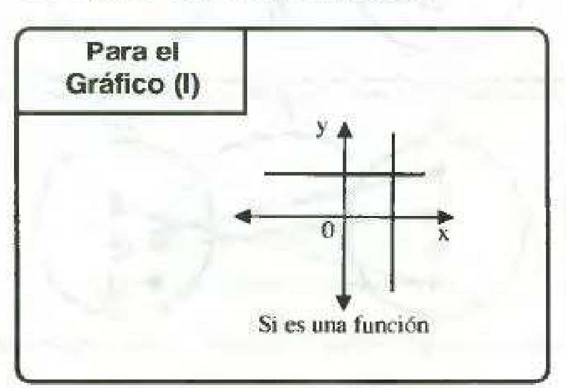
Si es una función

Problema 6: Decir que gráficos es una función en el conjunto de los números reales de acuerdo a la definición de función:

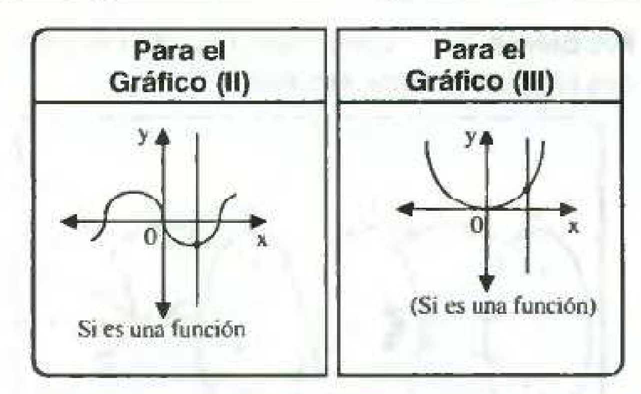


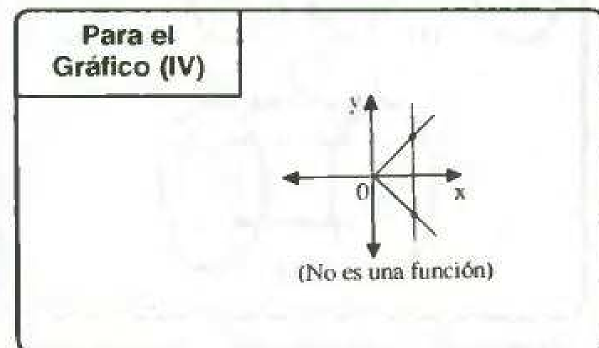
Resolución:

Para saber que gráfico es una función, nos basta trazar una paralela al eje de las **"y"** como los mostraremos en cada uno de los grafos, si dicha paralela corta al grafo en sólo punto si es una función.



Si es una función





Prolema 7: Sean:

A = {a, e, i, o, u} y **B** = {1, 2, 3, 4, 5}

¿Cuáles de las siguientes tablas dan origen a funciones?

a)

x	y
e	1
o	2

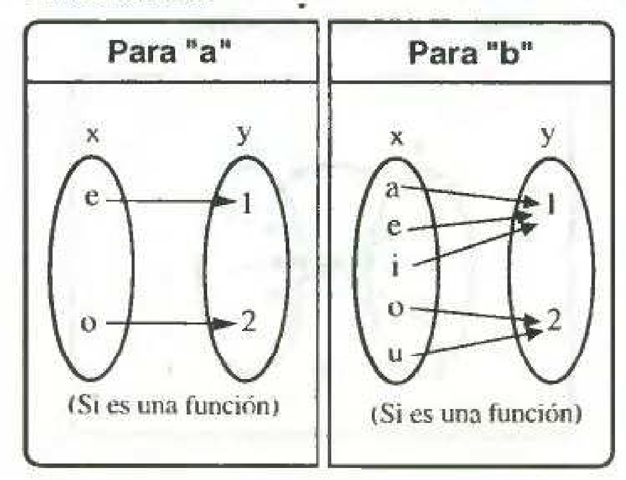
b)

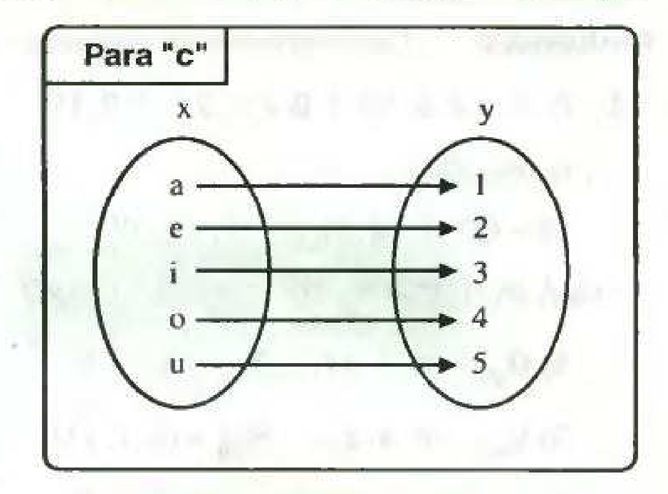
x	y
a	1
e	1
i	1
o	2
u	2

c)

x	y
a	1
e	2
i	3
o	4
u	5

Resolución:





Problemas Propuestos

Problema 1: Dados los conjuntos:

A = {3, 4, 5, 6} y **B** = {4, 6, 8}

y la relación:

$$\mathbf{R = \{(x, y) \in A \times B / x + y \geq 11\}}$$

¿Cuántos pares ordenados satisfacen la relación "**R**" ?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Problema 2: Dados los conjuntos:

A = {1, 2, 3, 4} y **B** = {1, 4, 6, 9}

y la relación:

$$\mathbf{R = \{(x, y) \in A \times B / y = x^2\}}$$

¿Cuántos pares ordenados satisfacen la relación "**R**" ?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Problema 3: Dados los conjuntos:

A = {a, c, e, g} y **B** = {b, d, f}

De los siguientes conjuntos. ¿Cuál es una relación de **A** en **B**?

A) R_1 = {(a, d); (e, e); (c, f)}
B) R_2 = {(e, d); (g, g); (c, b)}
C) R_3 = {(b, b); (d, d); (f, f)}
D) R_4 = {(a, a); (c, c); (d, d)}
E) R_5 = {(3, f); (c, d); (a, b)}

Problema 4: Consideremos los conjuntos:

A = {0, 2, 4, 6, 8, 10} y **B** = {1, 3, 5, 7, 9, 11}

y la relación:

R = {(0, 3), (4, 7), (8, 11), (4, 3)}

de A en B. ¿Cuál es su dominio y rango?

A) $D_{(R)} = \{3, 7, 11\}$; $R_{(R)} = \{0, 4, 8\}$

B) $D_{(R)} = \{0, 4, 8\}$; $R_{(R)} = \{3, 7, 11\}$

C) $D_{(R)} = \{0, 7, 11\}$; $R_{(R)} = \{3, 7, 8\}$

D) $D_{(R)} = \{0, 7, 8\}$; $R_{(R)} = \{3, 4, 11\}$

E) $D_{(R)} = \{3, 7, 8\}$; $R_{(R)} = \{0, 7, 11\}$

Problema 5: Si tenemos el siguiente cuadro de doble entrada

B / A	a	b	c	d	e
a	(,)				
b			(,)		
c		(,)			
d				(,)	
e					(,)

¿Cuál de las siguientes relaciones corresponden a este cuadro?

A) {(e, e), (d, e), (b, c), (c, b), (a, b)}

B) {(a, a), (b, c), (e, e), (b, c), (d, d)}

C) {(a, b), (b, c), (c, b), (d, d), (e, e)}

D) {(c, b), (e, e), (d, d), (a, a), (b, c)}

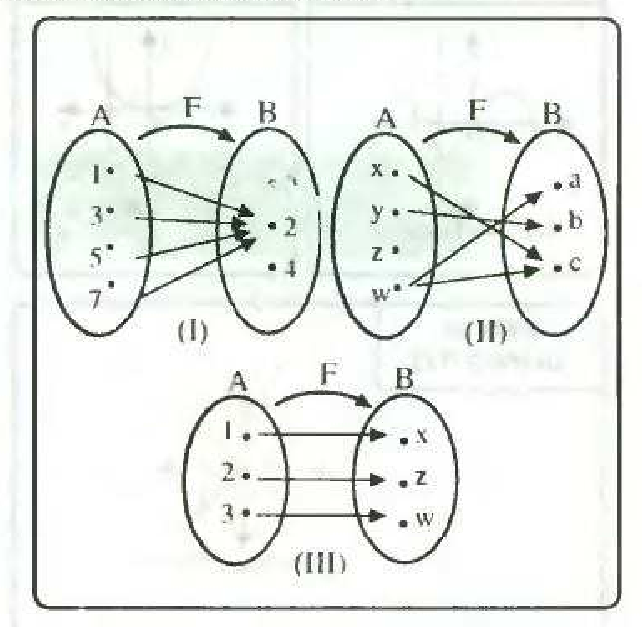
E) {(a, a), (e, e), (d, d), (c, b), (c, a)}

Problema 6: Sea la función:

$F_{(x)} = ax^2 + b + 1$; "a" y "b" son números fijos y "**x**" es un número real, cualquiera. Los pares ordenados: (0, 3), (2,1) y (1, n) corresponden a puntos de la gráfica de la función. Hallar "n".

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{7}{2}$ D) 2 E) 3

Problema 7: Decir cuál (es) de las gráficas representa una función:



A) Sólo (I) B) Sólo (II) C) Sólo (III)

D) (I) y (III) E) (II) y (I)

Problema 8:

Dado el conjunto: **A** = {1, 2, 3, 4}; una de las siguientes relaciones definidas en el conjunto "**A**" no es una función:

R_1 = {(1, 2), (3, 4), (2, 1), (1, 4)}

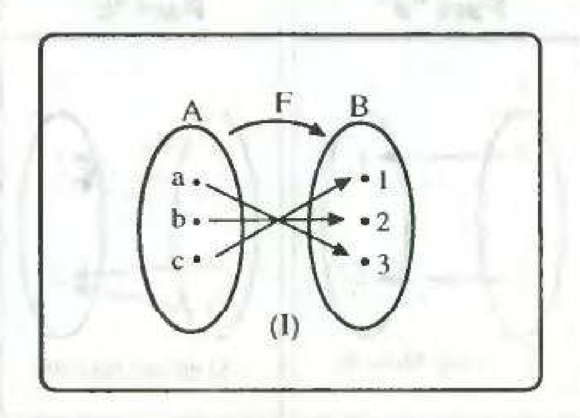
R_2 = {(3, 3), (1, 3), (2, 3), (4, 3)}

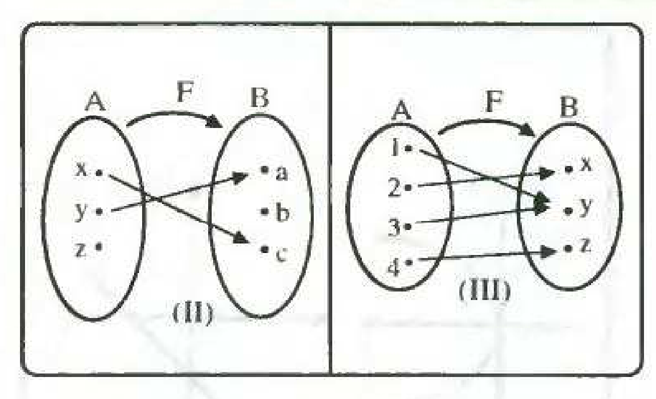
R_3 = {(1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1)}

A) R_1 B) R_2 C) R_3

D) R_1 y R_2 E) R_2 y R_3

Problema 9: Decir cuál(es) de las gráficas representa un función inyectiva.

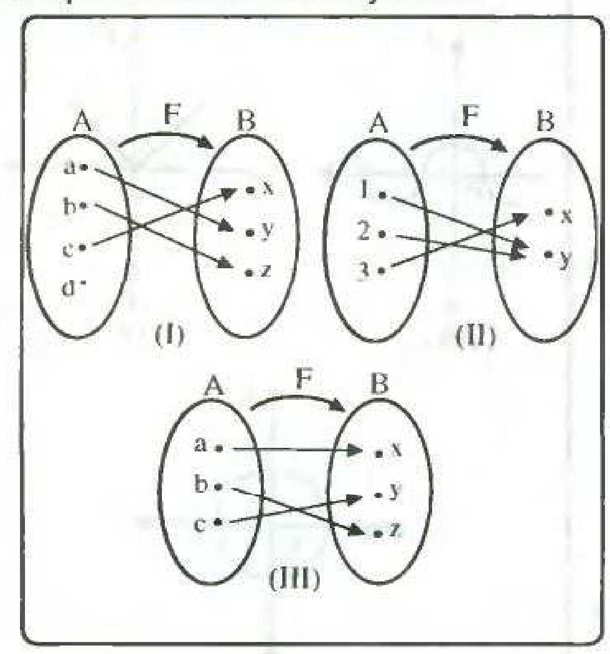




A) Sólo (II) B) Sólo (III) C) Sólo (I)

D) (I) y (III) E) Todas

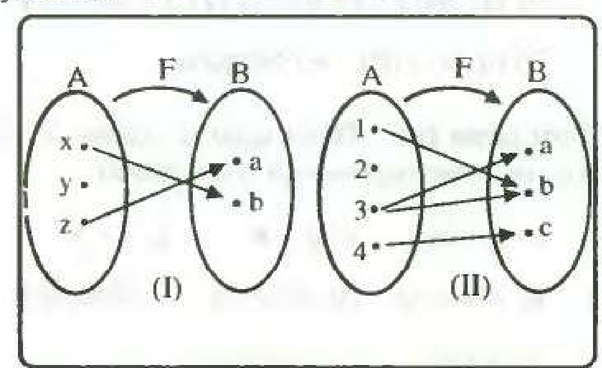
Problema 10: Decir cuál (es) de las gráficas representa un función inyectiva.

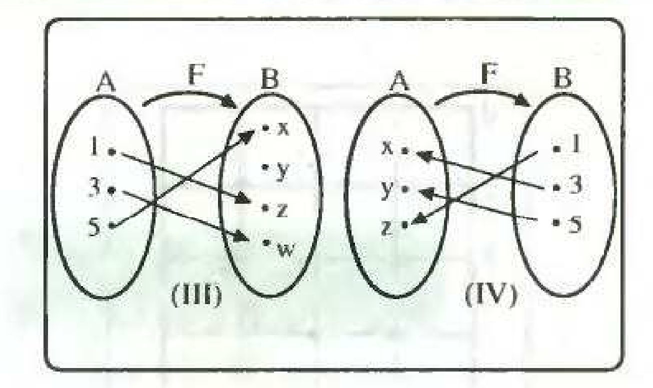


A) Sólo (I) B) Sólo (II) C) Sólo (III)

D) Sólo (I) y (II) E) (I), (II) y (III)

Problema 11: Decir cuáles son funciones biyectivas:





A) (I) y (III) B) (I), (III) y (IV) C) (II) y (III)

D) (I) y (IV) E) N.A.

Problema 12: Hallar: "a" para que el conjunto de pares ordenados

$$f = \{(2, 3), (-1, -3), (2, a + 5)\}$$

Sea una función:

A) 2 B) -2 C) 1 D) 3 E) N.A.

Problema 13: Sean: $\begin{cases} A = \{a, e, i, o, u\} \text{ y} \\ B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \end{cases}$

¿Cuál de las siguientes tablas dan origen a una función?

(I)

x	y
a	1
e	2
i	3
o	4
u	5
u	1

(II)

x	y
a	3
e	4
i	5
o	5
u	4

(II)

x	y
a	2
e	1
i	2
o	3
u	3

A) Sólo (I)

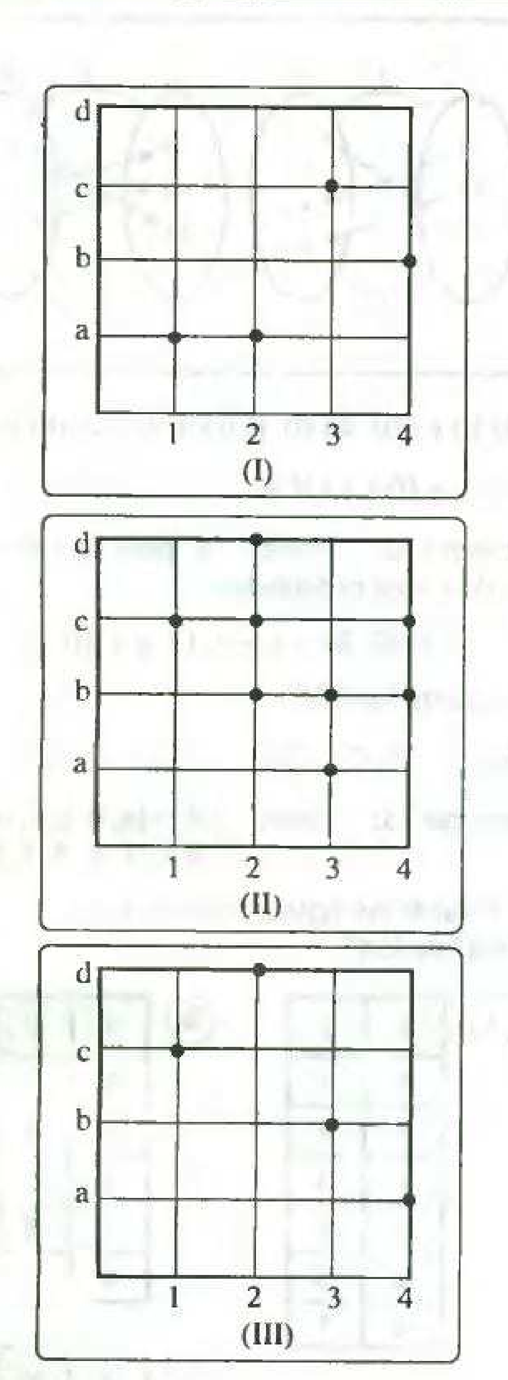
B) Sólo (II)

C) Sólo (III)

D) (I) y (II)

E) (II) y (III)

Problema 14: Considerando el conjunto "N" de puntos de los diagramas:



Como puntos de un subconjunto: **A×B**

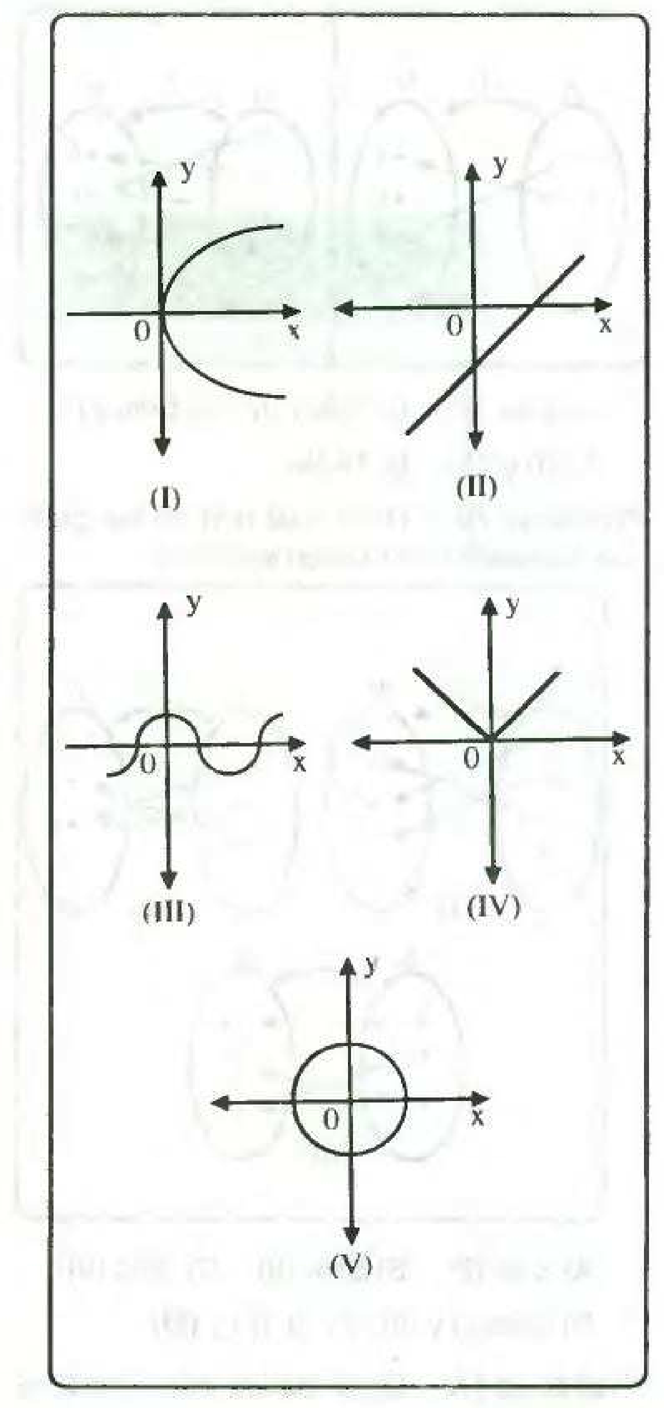
Donde: **A** = {1, 2, 3, 4} y **B** = {a, b, c, d}

Decir cuál de cuadros representa una función

A) Sólo (I) B) Sólo (II) C) Sólo (III)

D) Sólo (I) y (III) E) (II) y (III)

Problema 15: Decir cuál o cuáles de las gráficas de una función; en el conjunto de los números reales deacuerdo a la definición de función.



A) (II), (III) y (IV) B) (I) y (V) C) (II), (III) y (V)

D) (I), (II) y (III) E) Ninguna

Problema 16: Decir cuál o cuáles de las expresiones representa una función:

a) $y = 2x$ b) $y = x^2$ c) $y = x^3$

A) Sólo (a) B) Sólo (b) C) Sólo (c)

D) a y b E) Los tres

Problema 17: Determinar el dominio y rango de la función:

$$y = \frac{1}{x+1}$$

A) **R** – {1} y **R** – {1}

B) **R** y **R** – {0}

C) **R** – {–1} y **R** – {0}

D) **R** – {1} y **R** – {0}

E) N.A.

Problema 18: Encontrar el dominio de:

$$y^2 = 2x + 4$$

A) $x \geq 0$ B) $x \leq 0$ C) $x \geq -2$

D) $x \leq -2$ E) N.A.

Problema 19: Hallar el dominio y rango de la función:

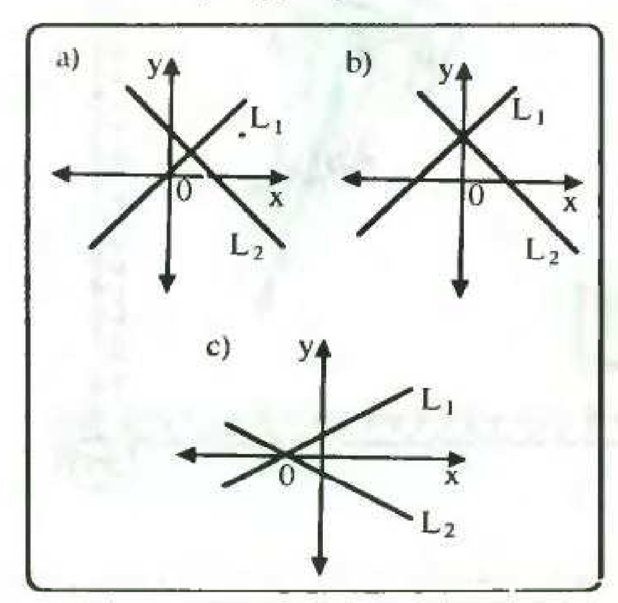
$$y = \frac{x^2}{1+x^2}$$

A) **R** y $\left[0, \frac{1}{2}\right\rangle$ B) **R** y **R** C) **R** y $[0, 1\rangle$

D) **R** y $\langle 0, 1\rangle$ E) N.A.

Problema 20: decir cuál de las siguientes gráficas resulta de graficar:

$$(x+y)^2 - y^2 = 0$$

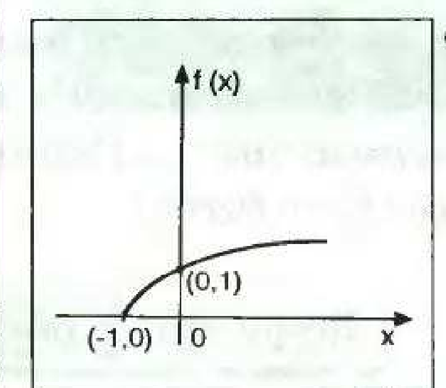


A) La gráfica (**a**) B) La gráfica (**b**)

C) La gráfica (**c**) D) La gráfica (**d**)

E) N.A.

Problema 21 La Gráfica:



corresponde a:

A) $f_{(x)} = \sqrt{x}$

B) $f_{(x)} = \sqrt{x+1}$

C) $f_{(x)} = 1/x$

D) $f_{(x)} = |x|$

E) $f_{(x)} = x$

Problema 22: Si: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{1, 22\}$

$R = \{(a, b) / 5a > b\}$

¿Cuántos elementos tiene R?

$R \subset A \times B$

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Clave de Respuestas

1.	A	12.	B
2.	C	13.	E
3.	E	14.	D
4.	B	15.	A
5.	D	16.	E
6.	B	17.	C
7.	D	18.	C
8.	A	19.	C
9.	C	20.	C
10.	E	21.	B
11.	B	22.	B

Razone

***Percy** tiene 83 amigos. Si 3/4 del total de mujeres fuman y 2/9 del total de hombres son universitarios. ¿Cuántas amigas tiene **Percy**?*

Respuesta. **56**

Razone

Si se escribe:

$6x^2 - 24x + 25$ en la forma:

$n(x - h)^2 + k.$

Hallar el valor de: "n + k + h"

Respuesta. **9**

DESIGUALDADES E INECUACIONES 39

Definiciones:

La expresión $a \neq b$; quiere decir que "a" no es igual a "b". Según valores de "a" y de "b"; puede tenerse $a > b$; que se lee "a" mayor que "b"; cuando la diferencia "(a - b)" es positiva y $a < b$; que se lee "a" es menor que "b"; cuando la diferencia "(a - b)" es negativa.

Ejemplos:

i) $7 > 4$ → Se lee 7 mayor que 4

$7 - 4 = 3 \Rightarrow$ La diferencia resulta positiva

ii) $3 < 8$ → Se lee 3 menor que 8

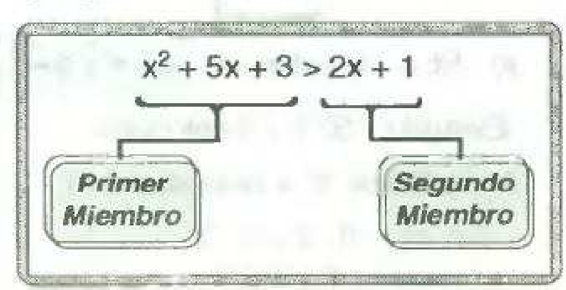
$3 - 8 = -5 \Rightarrow$ La diferencia resulta negativa

Desigualdad:

Es la expresión de dos cantidades tales que una es mayor o menor que la otra.

Lo mismo que en las "**Igualdades**", en toda **Desigualdad**; los términos que están a la izquierda del signo mayor o menor, forman el primer miembro de la desigualdad, y los términos de la derecha, forman el segundo miembro.

Ejemplo:



Representación Gráfica:

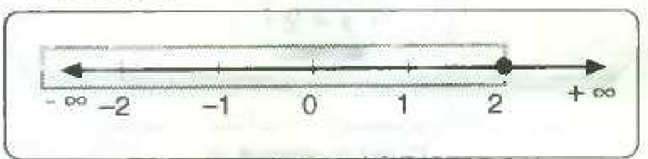
1er Caso: Si el número "x" no es mayor que 2, se indica poniendo.

$$x \leq 2$$

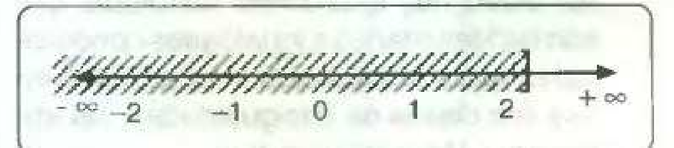
El conjunto de puntos que cumplen esa condición se indica

$$A = \{x/x \leq 2\}$$

Su representación en la recta real es una semirecta. Para indicar el 2 que esta incluido, lo señalamos con un circulo lleno (●), veamos:



* También se puede representar de la siguiente forma:



Nota: *Este (]), nos da a entender que "x" si toma al 2; quiere decir que:*

$$x = 2 \text{ ó } x < 2$$

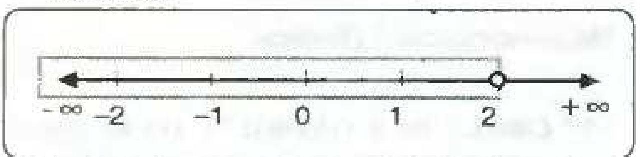
2do Caso: Si el número "x" es inferior a 2 se indica poniendo:

$$x < 2$$

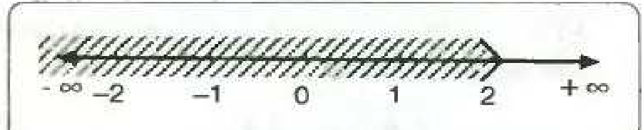
El conjunto de punto que cumplen esta condición se indica.

$B = \{x/x < 2\}$

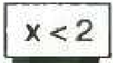
Su representación en la recta es una semirecta. Para indicar que el 2 esta excluído, lo señalamos con un circulo blanco (○), veamos:



* También se puede representar de la siguiente forma:



Nota: *Este símbolo (<); nos da a entender que "x" no toma al 2, quiere decir que:*



$x < 2$

Desigualdades Absolutas y Condicionales

Asi como hay igualdades absolutas que son las identidades e igualdades condicionales, que son las ecuaciones, así también hay dos clases de desigualdades; las absolutas y las condicionales.

Desigualdad Absoluta:

Es aquella que se verifica para cualquier valor que se atribuya a los literales que figura en ella.

Ejemplo: $a^2 + 1 > a$

Desigualdad Condicional:

Es aquella que sólo se verifica para ciertos valores de los literales.

Ejemplo: $2x - 6 > 0$

Que solamente se satisface para: $x > 3$, en tal caso se dice que 3 es el límite de "x".

Nota:
Las desigualdades condicionales se llaman "Inecuaciones"

Solución de una Inecuación:

Es aquel valor o aquellos valores que hacen que la desigualdad se cumpla y se le llaman Soluciones de la Inecuación.

Propiedades de las Desigualdades:

I. Si una cantidad es mayor que otra; quiere decir esta será menor que la primera. Veamos:

Si: $a > b$; **entonces:** $b < a$

Ejemplo: $7 > 3 \Rightarrow 3 < 7$

II. Si una cantidad es mayor que otra y esta mayor que una tercera, entonces la primera cantidad será mayor que la tercera. Veamos:

Si: $a > b$, $b > c$; **entonces:** $a > c$

Ejemplo: $8 > 3$, $3 > -2 \Rightarrow 8 > -2$

III. Si a los miembros de una desigualdad se les suma (o restA) un mismo número, la desigualdad se conserva en el mismo sentido.

i) Si: $a > b$ entonces: $a + c > b + c$

Ejemplo: Si: $9 > 5$ entonces:

Le sumamos "2" a cada miembro

$$9 + 2 > 5 + 2$$

$$11 > 7$$

ii) Si: $a > b$ entonces: $a - c > b - c$

Ejemplo: Si: $9 > 5$ entonces:

le restamos "2" a cada miembro

$$9 - 2 > 5 - 2$$

$$7 > 3$$

IV. Si se suman miembro a miembro dos desigualdades del mismo sentido (o una igualdad y una desigualdad); resulta otra desigualdad del mismo sentido. En efecto, sean las desigualdades:

$a < b$ ...... **(1)**
$c < d$ ...... **(2)**

Σ **M.A.M.** $a + c < b + d$

Ejemplo: Si:

$5 < 9$ ...... **(1)**
$4 < 6$ ...... **(2)**

Σ **M.A.M.** $9 < 15$

* Cuando se trata de una igualdad y una desigualdad

$a = b$ ...... **(1)**
$c < d$ ...... **(2)**

Σ **M.A.M.** $a + c < b + d$

Ejemplo: Si:

$6 = 6$ ...... **(1)**
$3 < 9$ ...... **(2)**

Σ **M.A.M.** $9 < 15$

V. Restando miembro a miembro dos desigualdades de sentido contrario, resulta otra desigualdad del mismo sentido que del minuendo.

En efecto, sean las desigualdades:

$a < b$ ...... **(1)** h **(Minuendo)**
$c > d$ ...... **(2)** h **(Sustraendo)**

– M.A.M. $a - c < b - d$

Sentido de la desigualdad del minuendo

Ejemplo: Si:

$3 < 9$ ...... **(1)** h **(Minuendo)**
$8 > 5$ ...... **(2)** h **(Sustraendo)**

– M.A.M. $3 - 8 < 9 - 5$

$-5 < +4$

VI. Si se multiplican los dos miembros de una desigualdad por un mismo número positivo la sesigualdad se conserva. Si se multiplican por un mismo número negativo la desigualdad se invierte.

En efecto, sea: $a > b$

Multiplicamos a los dos miembros de la desigualdad por "c" (siendo $c > 0$); el signo de la desigualdad se conserva.

$a \times c > b \times c$

Ejemplo: Sea: $7 > 3$

Multiplicamos a los dos miembros de la desigualdad por "2"

$7 \times 2 > 3 \times 2$

$14 > 6$

** Sea: $a > b$

Multiplicamos a los dos miembros de la desigualdad por "c" (siendo $c < 0$); el signo de la desigualdad se invierte.

$a \times c < b \times c$

Cambia el sentido original

Ejemplo: Sea $7 > 3$

Multiplicamos a los dos miembros de la desigualdad por "-2"

$7(-2) < 3(-2)$

$-14 < -6$

Corolario:

Si se cambia el signo a los dos miembros de una desigualdad, la desigualdad cambia de sentido.

En efecto, sea: $a < b$

La alteración equivale a multiplicar los dos miembros de la desigualdad por el número negativo "-1", así:

$$-a > -b$$

Ejemplo: Si: $5 < 8$

Multiplicamos ambos miembros × "- 1"

$$5(-1) > 8(-1)$$

$$-5 > -8$$

VII. Si los dos miembros de una desigualdad, se dividen entre "c" (siendo: $c > 0$); el signo de la desigualdad no varía en efecto, sea:

$$a > b$$

Dividimos ambos miembros entre "c" (siendo: $c > 0$)

$$\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

Ejemplo: Si: $8 > 4$

Dividimos ambos miembros entre "2"

$$\frac{8}{2} > \frac{4}{2}$$

$$4 > 2$$

* Si los miembros de una desigualdad se dividen entre "c" (sienso $c < 0$), el signo de la desigualdad se invierte.

En efecto; sea:

$$a > b$$

Dividimos ambos miembros entre "c" (siendo: $c < 0$)

$$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

Ejemplo: Si: $8 > 4$

Dividimos ambos miembros entre "-2"

$$\frac{8}{-2} < \frac{4}{-2} \qquad -4 < -2$$

VIII. Si los dos miembros de una desigualdad son positivos y se elevan a la misma potencia, la desigualdad no cambia de sentido.

En efecto sea:

$a < b$, en la que "a" y "b" son positivos

Elevamos ambos miembros a la "n" (siendo: n = par o impar positivo)

$$a^n < b^n$$

Ejemplo: Si: $3 < 5$

Elevamos ambos miembros al cuadrado:

$$3^2 < 5^2$$

$$9 < 25$$

* Si los dos miembros de una desigualdad son positivos y se elevan a la misma potencia negativa, la desigualdad cambia de sentido.

En efecto, sea:

$a < b$, en la que "a" y "b" son positivos.

Elevamos ambos miembros a la "n" (siendo: n = par o impar negativo)

$$a^n > b^n$$

Ejemplo: Si: $3 < 5$

Elevamos ambos miembros a la "-2"

$$3^{-2} > 5^{-2}$$

$$\boxed{\frac{1}{9} > \frac{1}{25}}$$

IX. Si los dos miembros de una desigualdad son negativos y se elevan a una potencia de grado impar, no cambia de sentido la desigualdad, pero hay cambio de sentido si el grado de la potencia es par.

En efecto; sea:

a > b; en la que "a" y "b" son negativos.

Elevamos ambos miembros a la "n" (siendo: n = impar positivo)

$$\boxed{a^n > b^n}$$

Ejemplo: Si: -3 > -5

Elevamos ambos miembros al cubo: (n=3)

$$(-3)^3 > (-5)^3$$

$$\boxed{-27 > -125}$$

* En efecto, sea:

a > b, en la que "a" y "b" son negativos.

Elevamos ambos miembros a la "n" (siendo n = par positivo)

$$\boxed{a^n < b^n}$$

Ejemplo: Si: -3 > -5

Elevamos ambos miembros al cuadrado (n = 2)

$$(-3)^2 < (-5)^2$$

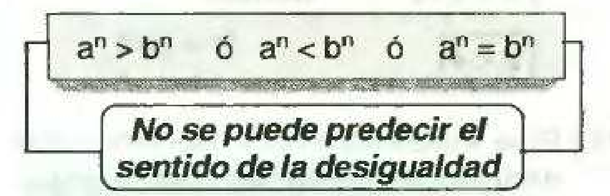
$$\boxed{9 < 25}$$

X. Si los dos miembros de una desigualdad son de signos diferentes, o sea: un positivos y un negativo, y se elevan a una misma potencia, no se podrá predecir el sentido de la desigualdad.

En efecto, sea: $\boxed{a > b}$

Donde: ("a" y "b" son de signos contrarios)

Elevamos ambos miembros a la "n"



Ejemplo:

*) Si: 8 > -1

Elevamos ambos miembros al cuadrado

$(8)^2 > (-1)^2$ h $\boxed{64 > 1}$

**) Si: 2 > -5

Elevamos ambos miembros al cuadrado

$(2)^2 < (-5)^2$ h $\boxed{4 < 25}$

***) Si: 2 > -2

Elevamos ambos miembros al cuadrado

$(2)^2 = (-2)^2$ h $\boxed{4 = 4}$

XI. Si los dos miembros de una desigualdad son positivos y se le extraen una raíz cualquiera, no cambia de sentido la desigualdad. En efecto, sea: a > b, en la que "a" y "b" son positivos:

Le extraemos la raíz enésima a ambos miembros.

$$\boxed{\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}}$$

Donde: (n = par o impar)

Ejemplo: Si: 27 > 8

Le extraemos la raíz cúbica a ambos miembros:

$$\sqrt[3]{27} > \sqrt[3]{8}$$

$$\boxed{3 > 2}$$

Donde: (n = impar)

Ejemplo: Si: 4 < 16

Le extraemos la raíz cuadrado a ambos miembros:

$\sqrt{4} < \sqrt{16}$ **Donde:**

$\boxed{2 < 4}$ (n = par)

XII. Si se suman miembro a miembro varias desigualdades del mismo sentido, resulta una desigualdad del mismo sentido que aquellas.

Sean lasdesigualdades:

$a > b \quad ; \quad c > d \quad ; \quad e > f$

Se puede escribir:

$$\begin{array}{r} a > b \\ c > d \\ e > f \\ \hline \end{array}$$

Σ **M.A.M.** $\boxed{a + c + e > b + d + f}$

Ejemplo: Si: $4 > 2$; $6 > 1$ y $8 > 3$

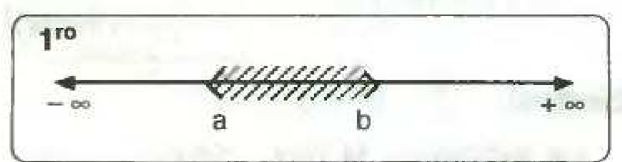
Se puede escribir:

$$\begin{array}{r} 4 > 2 \\ 6 > 1 \\ 8 > 3 \\ \hline \end{array}$$

Σ **M.A.M.** $\boxed{18 > 6}$

Intervalos

Se llama así la notación que se utiliza para representar todos los valores reales que puede tomar una cierta variable.

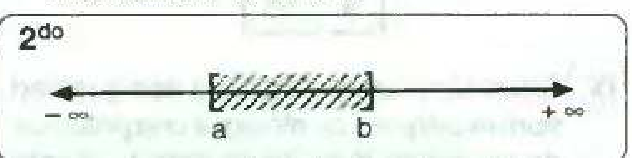


La gráfica significa:

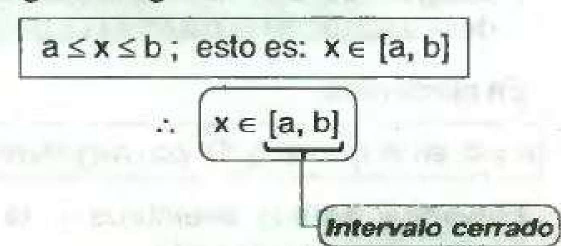
$\boxed{a < x < b, \text{ esto es: } x \in \langle a, b \rangle}$

$\therefore$ $\boxed{x \in \langle a, b \rangle}$ — ***Intervalo abierto***

⊙ El intervalo abierto, nos da a entender que x no toma ni "a" ni a "b"



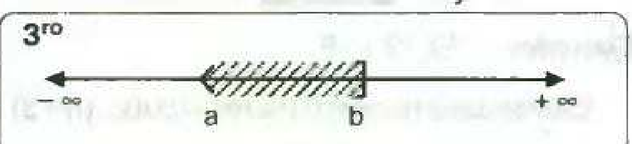
La gráfica significa:



$\boxed{a \le x \le b \text{ ; esto es: } x \in [a, b]}$

$\therefore$ $\boxed{x \in [a, b]}$ — ***Intervalo cerrado***

⊙ El intervalo cerrado, nos da a entender que "x" si toma los valores de "a" y "b"

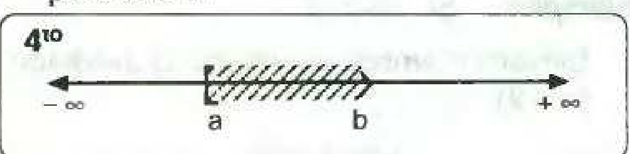


La gráfica significa:

$\boxed{a < x \le b \text{ ; esto es: } x \in \langle a, b]}$

$\therefore$ $\boxed{x \in \langle a, b]}$ — ***Intervalo semiabierto por la izquierda***

⊙ El intervalo semiabierto por la izquierda nos da a entender que "x" no toma a la "a" pero si a "b"



La gráfica siguiente:

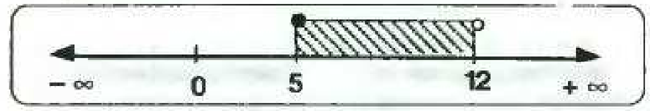
$\boxed{a \le x < b \text{ ; esto es: } x \in [a, b \rangle}$

$\therefore$ $\boxed{x \in [a, b \rangle}$ — ***Intervalo semiabierto por la derecha***

⊙ El intervalo semiabierto por la izquierda, nos da a entender que "x" toma a los "a" pero no a "b"

Ejemplo: Sea: $5 \leq x < 12$, su gráfica sería:

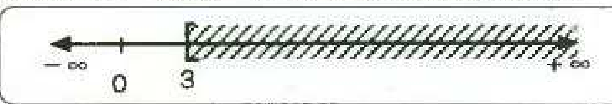
O también:



Luego: $5 \leq x < 12$; significa que:

$x \in [5, 12\rangle$

Ejemplo: Sea: $x \geq 3$; su gráfica sería:

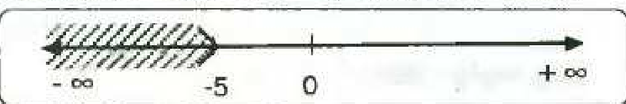


O también:

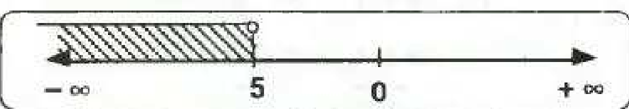
Luego: $x \geq 3$, significa que:

$x \in [3, +\infty\rangle$

Ejemplo: Sea: $x < -5$, su gráfica sería:



O también



Luego: $x < -5$, significa que:

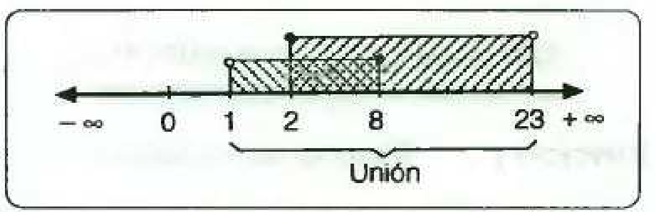
$x \in \langle -\infty, -5\rangle$

Unión de Intervalos **(∪):**

Viene a ser el conjunto de valores comunes y no comunes que toma una variable dado dos o más intervalos referentes a dicha variable.

Ejemplo: Sea: $1 < x \leq 8$ ó $2 \leq x < 23$

La letra "o" significa que hay que unir dichos intervalos, en la gráfica se observa:



Entonces:

$1 < x \leq 8$ ó $2 \leq x < 23$

Viene a ser:

$1 < x < 23$, esto es: $x \in \langle 1, 23\rangle$

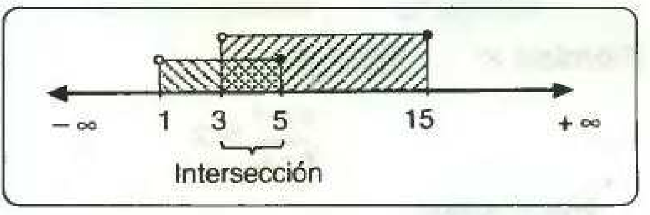
> **Nota:**
> *El símbolo "∨", también significa unión*

Intersección de Intervalos **(∩):**

Viene a ser el conjuntos de valores comunes que toma una variable dado dos o más intervalos respecto a dicha variable.

Ejemplo: Sea: $1 < x \leq 5$ y $3 < x \leq 15$

La letra "y" significa que hay que intersectar dichos intervalos; esto es dar en un intervalo sólo los valores comunes, en una gráfica:



Entonces:

$1 < x \leq 5 \cap 3 < x \leq 15$,

Viene a ser:

$3 < x \leq 5$; esto es: $x \in \langle 3, 5]$

> **Nota:**
> *El símbolo "∧", también significa intersección.*

Ejercicios Sobre Inecuaciones

Ejercicio 1: Resolver la Inecuación:

$$\frac{2x+1}{5}-\frac{x+1}{2}>\frac{3x-1}{10}$$

Resolución:

Damos común denominador; en el primer miembro, siendo este igual a 10:

$$\frac{2(2x+1)-5(x+1)}{10}>\frac{3x-1}{10}$$

Simplificamos el 10 de cada miembro, y efectuamos los productos

$$4x+2-5x-5>3x-1$$

Hacemos transposición de términos:

$$2-5+1>3x+5x-4x$$

$$-2>4x \rightarrow -\frac{2}{4}>x \rightarrow -\frac{1}{2}>x$$

Esta última expresión, también se puede escribir:

$$x<-\frac{1}{2} \quad \text{ó} \quad x\in\left\langle -\infty, \frac{1}{2}\right\rangle$$ ***Rpta.***

Ejercicio 2: Resolver:

$$\frac{x+1}{x-2}>2$$

Resolución:

Pasamos el 2 del segundo miembro al primer miembro

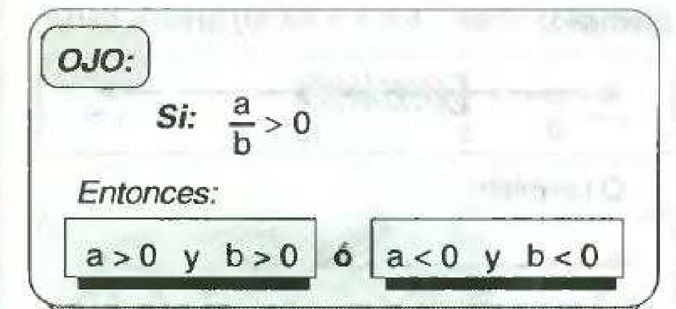
$$\frac{x+1}{x-2}-2>0$$

Sacamos el común denominador

$$\frac{x+1-2(x-2)}{x-2}>0$$

$$\frac{x+1-2x+4}{x-2}>0$$

$$\boxed{\frac{5-x}{x-2}>0} \quad \text{.........} \ \mathbf{(1)}$$



En **(1)**:

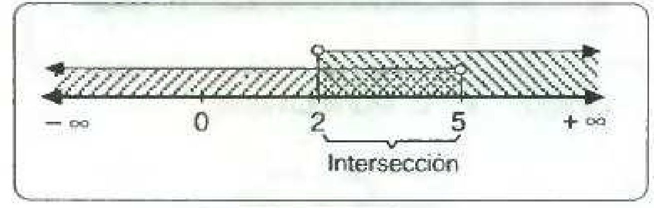
Primer Caso:

$$(5-x)>0 \wedge (x-2)>0$$

$$5>x \cap x>2$$

$$\boxed{x<5} \cap \boxed{x>2}$$

Luego construimos la gráfica:



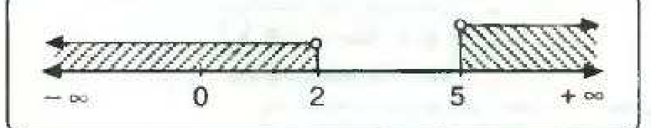
$$\therefore \boxed{x\in\langle 2, 5\rangle} \ \text{......} \ (\alpha)$$

Segundo Caso:

$$(5-x)<0 \wedge (x-2)<0$$

$$5<x \cap x<2$$

$$\boxed{x>5} \cap \boxed{x<2}$$



¡No hay solución, pues no hay intersección!

Como la solución de la inecuación tenía que ser la unión de las soluciones del primer caso y segundo caso, al no tener soluciones el segundo caso, la solución del problema viene a ser la solución del primer caso, esto es de (α):

$$\therefore \boxed{x\in\langle 2, 5\rangle}$$ ***Rpta.***

Ejercicio 3: Resolver:

$$x^2 > 16$$

Resolución:

Transformando obtenemos la siguiente expresión:

$$x^2 - 16 > 0$$

Factorizando; obtenemos:

$$\boxed{(x+4)(x-4) > 0} \text{ ...... } \mathbf{(1)}$$

> ***OJO:***
>
> ***Si:*** $ab > 0$
>
> *Entonces:*
>
> $\boxed{a > 0 \ \text{ y } \ b > 0}$ **ó** $\boxed{a < 0 \ \text{ y } \ b < 0}$

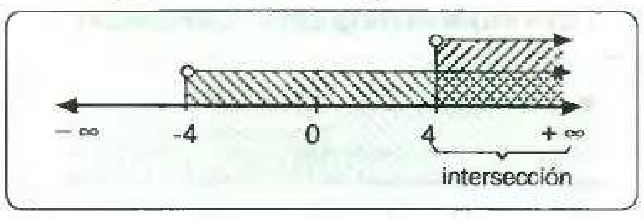
En **(1)**:

Primer Caso:

$$x + 4 > 0 \ \wedge \ x - 4 > 0$$

$$\boxed{x > -4} \cap \boxed{x > 4}$$

Luego, construimos la gráfica:

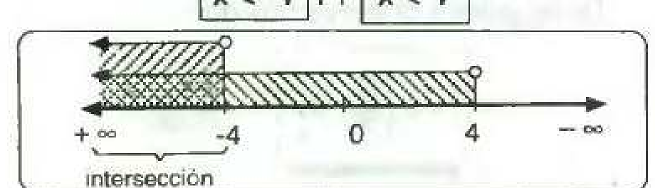


$$\therefore \ \boxed{x \in \langle 4, +\infty \rangle} \text{ ...... } (\alpha)$$

Segundo Caso:

$$x + 4 < 0 \ \wedge \ x - 4 < 0$$

$$\boxed{x < -4} \cap \boxed{x < 4}$$



$$\therefore \ \boxed{x \in \langle -\infty, -4 \rangle} \text{ ...... } (\beta)$$

Luego, la solución de la inecuación viene a ser la intersección de las solucines de (α) y (β).

Finalmente:

$$\therefore \ \boxed{x \in \langle -\infty, -4 \rangle \cup \langle 4, +\infty \rangle} \ \textbf{Rpta.}$$

Ejercicio 4: Resolver:

$$\sqrt{x-2} < 3$$

Resolución:

Antes de elevar al cuadrado con el objeto de eliminar la raiz cuadrada, es necesario indicar que:

$$x - 2 \geq 0 \ \Rightarrow \boxed{x \geq 2} \text{ ...... } \mathbf{(1)}$$

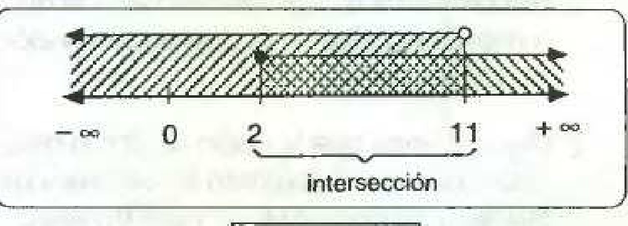
Elevando al cuadrado la expresión inicial, obtenemos:

$$\left(\sqrt{x-2}\right)^2 < (3)^2$$

$$x - 2 < 9$$

$$\therefore \ \boxed{x < 11} \text{ ...... } \mathbf{(2)}$$

Como **(1)** y **(2)**, deben tener soluciones comunes, entonces intersectamos **(1)** y **(2)**



Luego: $\boxed{x \in [2; 11\rangle}$ ***Rpta.***

Ejercicio 5: Resolver la siguiente inecuación:

$$\frac{x-3}{2} + \frac{x-5}{3} > 2(x-1)$$

Resolución:

Damos común denominador en el primer miembro, siendo este igual a 6

$$\frac{3(x-3)+2(x-5)}{6} > 2(x-1)$$

$$3x - 9 + 2x - 10 > 12(x - 1)$$

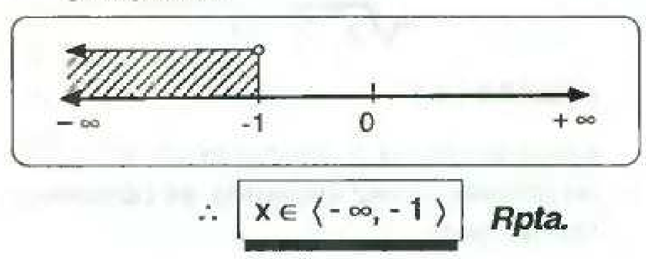
$$5x - 19 > 12x - 12$$

$$12 - 19 > 12x - 5x$$

$$-7 > 7x$$

$$-1 > x \qquad \boxed{x < -1}$$

Graficando:



$\therefore$ $\boxed{x \in \langle -\infty, -1 \rangle}$ ***Rpta.***

Ejercicio 6: Siendo:

$A = [-3, 10\rangle$ ...... **(1)**

$B = [-1, 2]$ ...... **(2)**

$C = \langle -7, 1]$ ...... **(3)**

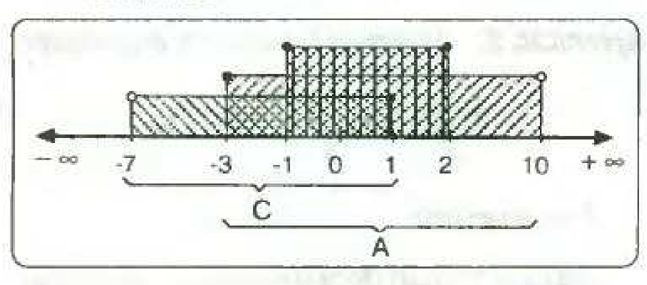
Hallar: i) $A \cup B \cup C$

ii) $A \cap B \cap C$

Resolución:

*) Recordemos que la intersección de dos o más intervalos es el conjunto de valores comunes.

) Recordemos que la unión de dos o más intervalos, es el conjunto de valores comunes y no comunes, en nuestro ejercicio; tomando en cuenta **(1), **(2)** y **(3)** tenemos:



De la gráfica, se observa:

$$\boxed{\begin{array}{l} A \cup B \cup C = \langle -7, 10\rangle \\ A \cap B \cap C = [-1, 1] \end{array}}$$ ***Rpta.***

Ejercicio 7: Resolver:

$$\sqrt{3-x} \le \sqrt{5x-1}$$

Resolución:

Para que la inecuación, sea compatible, se debe cumplir:

* $3 - x \ge 0 \rightarrow \boxed{x \le 3}$ ...... **(1)**

** $5x - 1 \ge 0 \rightarrow \boxed{x \ge \frac{1}{5}}$ ...... **(2)**

Elevamos al cuadrado ambos miembros de la inecuación inicial:

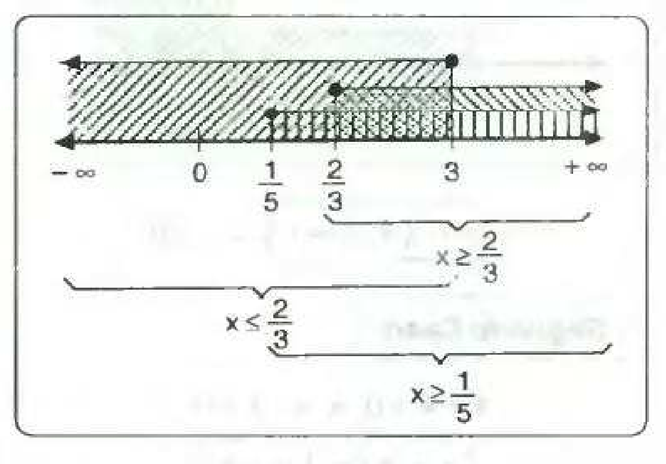
$$\left(\sqrt{3-x}\right)^2 \le \left(\sqrt{5x-1}\right)^2$$

$$3 - x \le 5x - 1$$

$$4 \le 6x \rightarrow 2 \le 3x \rightarrow \frac{2}{3} \le x$$

$\therefore$ $\boxed{x \ge \frac{2}{3}}$ ...... **(3)**

Construyendo la gráfica, obtenemos:



De la gráfica observamos que:

$\boxed{x \in \left[\frac{2}{3}, 3\right]}$ ***Rpta.***

Ejercicio 8: Resolver:

$$\frac{3x-1}{x-3} > 2$$

Resolución:

Primer Método de Solución

Se tiene que resolver:

$$\frac{3x-1}{x-3} > 2 \quad ...... (\alpha)$$

Analicemos dos casos:

Primer Caso:

Sea: $x - 3 > 0 \rightarrow \boxed{x > 3}$ ...... **(1)**

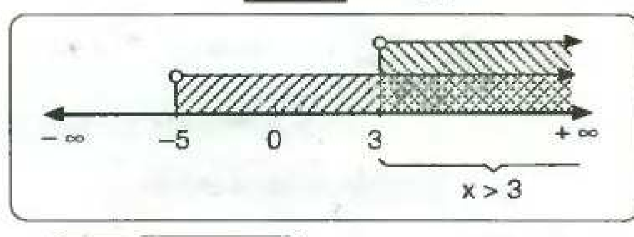
Luego, en "(α)": $\frac{3x-1}{x-3} > 2$

$3x - 1 > 2(x - 3)$ h $3x - 1 > 2x - 6$

$\therefore \boxed{x > -5}$ ...... **(2)**

Luego, intersectamos **(1)** y **(2)**:

$\therefore \boxed{x > 3}$ ...... **(I)**



Segundo caso:

Sea: $x - 3 < 0 \rightarrow \boxed{x < 3}$ ...... **(3)**

Luego, en "(α)": $\frac{3x-1}{x-3}$ ⓒ 2

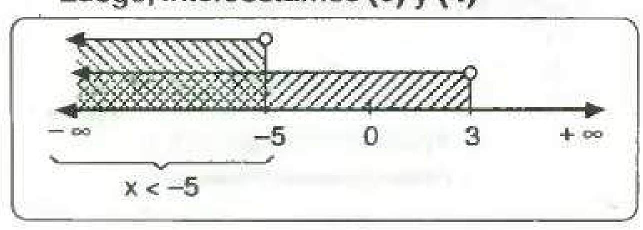
$3x - 1 < 2(x - 3)$

$3x - 1 < 2x - 6$

Cambia el sentido de la desigualdad por ser x < 3

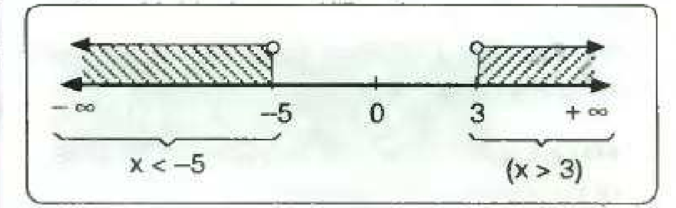
$\therefore \boxed{x < -5}$ ...... **(4)**

Luego, intersectamos **(3)** y **(4)**



$\therefore \boxed{x < -5}$ ...... **(II)**

Luego, unimos **(I)** y **(II)**, construyendo la gráfica final, obtenemos:



$\therefore \boxed{x \in \langle -\infty, -5 \rangle \cup \langle 3, +\infty \rangle}$ ***Rpta.***

Segundo Método de solución:
(Método de los puntos Críticos)

Se quiere resolver:

$$\frac{3x-1}{x-3} > 2$$

Transformando; obtenemos:

$$\frac{3x-1}{x-3} - 2 > 0$$

$$\frac{3x-1-2(x-3)}{x-3} > 0$$

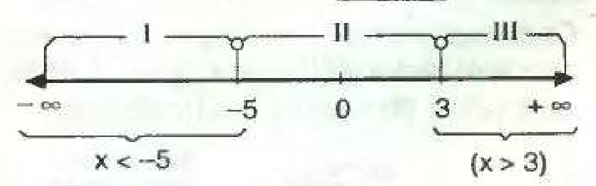
$$\frac{3x-1-2x+6}{x-3} > 0$$

$$\boxed{\frac{x+5}{x-3} > 0} \quad ...... (1)$$

Averiguemos quienes son los puntos críticos y llevémoslo a una recta:

* $x + 5 = 0 \rightarrow \boxed{x = -5}$ ...... **(1)**

** $x - 3 = 0 \rightarrow \boxed{x = 3}$ ...... **(2)**



En **(1)**, observamos:

Por lo tanto debemos averiguar, en que sectores **(I,II ó III)** la fracción:

$$\frac{x+5}{x-3}$$

Es positiva y dichos sectores serán los intervalos solución.

Para esto escojamos un número de cualquier sector, por ejemplo:

Para:

$\boxed{x = 10}$ (dicho valor se encuentra en el sector **III**)

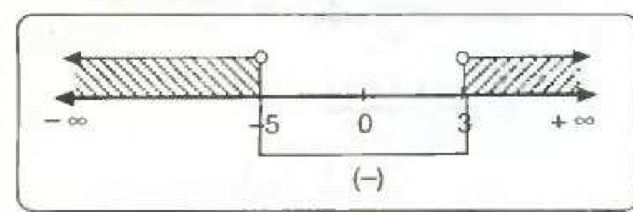
Reemplazando dicho valor en la fracción:

$\frac{x+5}{x-3}$; *Obtenemos:*

Esto quiere decir que, el sector **(III)** $\frac{x+5}{x-3} = \frac{10+5}{10-3} = \boxed{\frac{15}{7}}$

es positivo (+), por lo tanto es sector **(II)**; es negativo (-) y el sector **(I)**; es positivo (+); así:

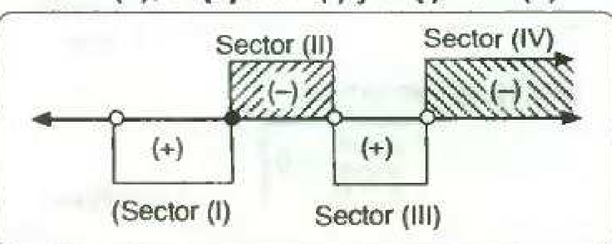
Finalmente:



$\therefore$ $\boxed{x \in \langle -\infty, -5 \rangle \cup \langle 3, +\infty \rangle}$ ***Rpta.***

> **Nota:** *Cuándo se aplica el método de puntos críticos es necesario que tengan en cuenta lo siguiente:*

Cada sector debe llevar signo diferente; o sea: si el sector **(IV)** tuviera signo (-), el **(III)** será (+); el **(II)** será (-) y el **(I)** será (+)



PROBLEMAS SOBRE INECUACIONES

Problema 1: Un padre dispone de 320 soles para ir a un evento deportivo con sus hijos; si toma entradas de 50 soles, le falta dinero y si toma de 40 soles le sobra dinero. El número de hijos es:

Resolución:

Supongamos que el padre con sus hijos son "x" en total:

Luego:

i) $50x > 320$ → (Le falta dinero)

- $50x$: ***Costo de las entradas***
- 320: ***Lo que dispone el padre***

Donde:

$x > \frac{320}{40}$ → $\therefore$ $\boxed{x > 6{,}4}$ **...... (1)**

ii) $40x > 320$ → (Le sobra dinero)

- $40x$: ***Costo de las entradas***
- 320: ***Lo que dispone el padre***

Donde:

$x < \frac{320}{40}$ → $\therefore$ $\boxed{x < 8}$ **...... (2)**

De **(1)** y **(2)**, obtenemos:

$\boxed{6{,}4 < x < 8}$

Como: "x" debe ser entero:

$\therefore$ $\boxed{x = 7}$

Luego, el número de hijos es:

$x - 1 = 7 - 1 = 6$

$\therefore$ $\boxed{\text{Número de hijos} = 6}$ ***Rpta.***

Problema 2: Juan vende 1 000 libros y le quedan más de la mitad de los que tenía. Si luego vende 502 le quedan menos de 500. ¿Cuántos libros tenía?

A) 2 000 B) 2 001 C) 2 002

D) 1 001 E) F.D.

Resolución:

Sea: | x = número de libros que tenía

Del enunciado, obtenemos:

i) $x - 1\,000 > \frac{x}{2}$

$2x - 2\,000 > x \rightarrow \boxed{x > 2\,000}$ ...... **(I)**

ii) $(x - 1\,000) - 502 < 500$

$x - 1\,502 < 500 \rightarrow \boxed{x < 2\,002}$ ... **(II)**

De **(I)** y **(II)**, obtenemos que:

$\therefore \boxed{x = 2\,001}$ ***Rpta. B***

Problema 3: ¿Cuántos números enteros mayores que 1 cumplen con la condición de que la tercera parte del número más 15 sea mayor que su mitad más 1?

A) 81 B) 82 C) 83 D) 84 E) 91

Resolucón:

Incognita: x

Por condición: $\boxed{x > 1}$ ...... **(I)**

Del enunciado, obtenemos:

i) $\frac{x}{3} + 15 > \frac{x}{2} + 1$

$14 < \frac{x}{2} - \frac{x}{3}$

$14 > \frac{x}{6} \rightarrow \boxed{x < 84}$ ...... **(II)**

De **(I)** y **(II)**; obtenemos:

$1 < x < 84$ — **Toma los valores a partir del 2 hasta el 83**

Luego, los valores que toma "x" son:

$(83 - 2) + 1 = 82$

$\therefore$ Hay 82 números ***Rpta. B***

Problemas 4: Dado: $-8 < x - 10 < -6$

Calcular: "a" y "b"

Si: $a < \frac{3x+4}{2} < b$

A) a = 3 y b = 5 B) a = 4 y b = 7

C) a = 5 y b = 8 D) a = 5 y b = 9

E) N.A.

Resolución:

De la cantidad:

$-8 < x - 10 < -6$

Sumamos 10 a cada miembro:

$-8 + 10 < x - 10 + 10 < -6 + 10$

$2 < x < 4$

Multiplicamos × 3 a cada miembro

$6 < 3x < 12$

Sumamos 4 a cada miembro

$10 < 3x + 4 < 16$

Dividimos: 2 a cada miembro

$5 < \frac{3x+4}{2} < 8$ ...... **(I)**

Ahora, hacemos la comparación de la expresión $a < \frac{3x+4}{2} < b$ con la expresión **(I)**; veamos:

$$a < \frac{3x+4}{2} < b$$
$$5 < \frac{3x+4}{2} < 8$$

De donde:

$a = 5$; $b = 8$ **Rpta. C**

Problema 5: Hallar un número entero y positivo que sumado con 11 resulte mayor que el triple de él, disminuido en 7 y que sumado con 5, resulte menor que el doble de él, disminuido en 2.

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 12

Resolución:

Sea: | x = número entero y positivo

Del enunciado, obtenemos que:

i) $x + 11 > 3x - 7$

$18 > 2x \rightarrow 9 > x$ ...... **(I)**

ii) $x + 5 < 2x - 2$

$7 < x$ ...... **(II)**

Según las expresiones: **(I)** y **(II)**, diremos que "x" toma el valor de 8.

∴ El número buscado = 8 ***Rpta. C***

Problema 6: Al arrojar dos dados, se pudo comprobar que al restar del quintuple puntaje del primero, el triple del puntaje del segundo se obtenía un número mayor que 2. En cambio si al doble del primer dado se sumaba los puntos del segundo, esta no llega a 11 unidades. Calcular la suma de los dados, sabiendo que el segundo obtuvo un puntaje mayor que 3.

A) 5 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Resolución:

Sean: | x = *Puntaje del primer dado*
| y = *Puntaje del segundo dado*

Del enunciado, obtenemos:

i) $5x - 3y > 2$

Multiplicamos "× 2" a cada término:

$$10x - 6y > 4$$

ii) $2x + y < 11$

multiplicamos "× 5" a cada término:

$$10x + 5y < 55$$

iii) $y > 3$

De **(i)** y **(ii)**:

$$\begin{cases} 10x - 6y > 4 \\ 10x + 5y < 55 \end{cases}$$

- M.A.M. $11y < 51 \rightarrow y < 4,6$ ..... **(I)**

De **(iii)** y **(I)**; se deduce que "y" toma el valor de 4

$\therefore y = 4$

Ahora, reemplazamos el valor de "y" en **(i)** y **(ii)**

• $5x - 3(4) > 2$

$5x > 14 \rightarrow x > 2,8$

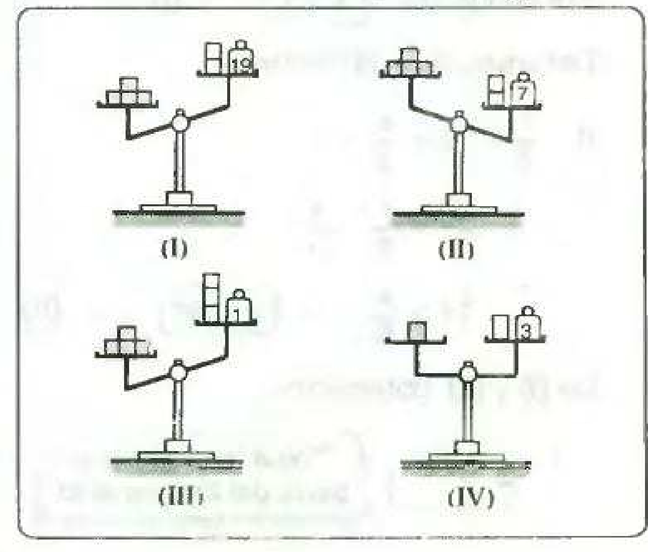
•• $2x + 4 < 11$

$2x < 7 \rightarrow x < 3,5$

$x = 3$

Luego: $x + y = 3 + 4 = 7$ ***Rpta. B***

Problema 7: Los paquetes del mismo tipo pesan el mismo número entero de Kg y las pesas tienen indicado su peso en Kg.



¿Cuál es el peso de 7 paquetes negros y 4 blancos en Kg?

A) 65 B) 56 C) 75 D) 57 E) 80

Resolución:

De la figura **(I)**: $2B + 19 < 4N$
De la figura **(II)**: $2B + 7 < 2N$
(Restamos miembro a miembro)

$12 < 2N$

$\boxed{N > 6}$ ...... (α)

De la figura **(III)**: $\boxed{3B + 1 < 4N}$ ...... (β)

De la figura **(IV)**: $B + 3 = N$

$\boxed{B = N - 3}$ ...... (θ)

Reemplazamos **(θ)** en **(β)**:

$3(N - 3) + 1 < 2N$

$\boxed{N < 8}$ ...... (δ)

De las expresiones **(α)** y **(δ)**, deducimos que "N" toma el valor de 7

Luego, el valor de $N = 7$, lo reemplazamos en **(θ)**:

$B = 7 - 3 \rightarrow \boxed{B = 4}$

Incognita:

$\boxed{7N + 4B = 7(7) + 4(4) = 65}$ ***Rpta. A***

Problema 8: Entre qué límites varía la siguiente expresión:

$$p = \frac{1 + \sqrt{1 - \sqrt{3m + 4}}}{4}$$

A) $2 \leq p < 4$ B) $\frac{1}{2} < p \leq \frac{1}{4}$

C) $\frac{1}{4} < p \leq \frac{1}{2}$ D) $2 \leq p \leq 4$

E) $\frac{1}{4} \leq p \leq \frac{1}{2}$

Resolución:

Por propiedad: $3m + 4 \geq 0$

$3m \geq -4 \rightarrow \boxed{m \geq -\frac{4}{3}}$ ...... **(I)**

De igual manera:

$\boxed{1 - \sqrt{3m + 4} \geq 0}$

- $1 \geq \sqrt{3m + 4}$ (Elevamos al cuadrado ambos miembros)
- $1 \geq 3m + 4 \rightarrow -3 \geq 3m$

$\boxed{m \leq -1}$ ...... **(II)**

Luego, de **(I)** y **(II)**, obtenemos:

$\boxed{-\frac{4}{3} \leq m \leq -1}$

Si: $\boxed{m = -1}$

$$p = \frac{1 + \sqrt{1 - \sqrt{3(-1) + 4}}}{4} \rightarrow \boxed{p = \frac{1}{4}}$$

Si: $\boxed{m = -\frac{4}{3}}$

$$p = \frac{1 + \sqrt{1 - \sqrt{3\left(-\frac{4}{3}\right) + 4}}}{4} \rightarrow \boxed{p = \frac{1}{2}}$$

$\therefore$ $\boxed{\text{p varia entre: } \frac{1}{4} \leq p \leq \frac{1}{2}}$ ***Rpta. E***

Problema 9: Se sabe que:

$A = \langle -3, 0 \rangle$; $B = [-1,5]$

Hallar: A) $A \cup B$ B) $A \cap B$ C) $A - B$

A) $\langle -3,5]$
$[-1,0\rangle$
$\langle -3,-1]$

B) $\langle -3,5]$
$[-1,0\rangle$
$\langle -3,-1\rangle$

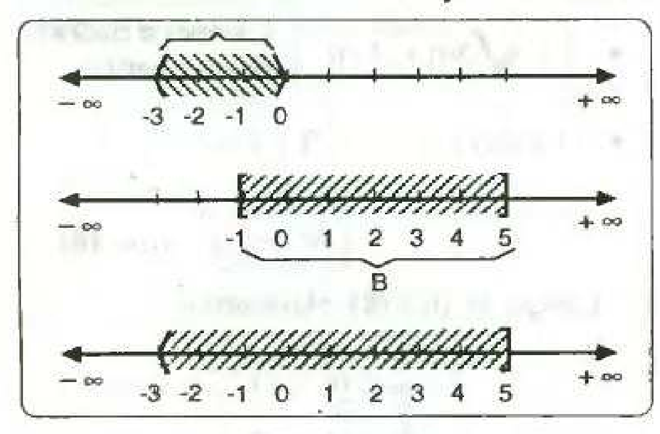
C) $\langle 3,5]$ $\langle -1,0]$ $\langle -3,-1\rangle$

D) $[-3,5\rangle$ $\langle -1,0]$ $\langle -3,-1\rangle$

E) Ninguna Anterior

Resolución:

Graficamos en la recta numérica los valores de los intervalos de "A" y "B". Veamos:



A) $A \cup B = \langle -3, 5]$
B) $A \cap B = [-1, 0\rangle$
C) $A - B = \langle -3, -1\rangle$

Rpta. B

Problema 6: Se quiere contar un cierto número de prácticas de Razonamiento Matemático; al hacerlo se contó de cuatro en cuatro, no pudiéndose completar 2 grupos. Cuaando se hizo de 9 en 9 se completaron 10 grupos y quedó una sobrante. ¿Cuántas prácticas habían?

A) 89 B) 90 C) 91 D) 92 E) 93

Resolución:

Sea: x = número de prácticas de R.M

Del enunciado planteamos las inecuaciones:

i) $\frac{x}{4} < 23 \Rightarrow \boxed{x < 92}$ .... **(I)**

ii) $\frac{x}{9} > 10 \Rightarrow \boxed{x > 90}$ .... **(II)**

de **(I)** y **(II)**; deducimos que:

$\therefore \boxed{x = 91}$ ***Rpta. C***

Problemas Propuestos

Problemas 1: La suma de los múltiplos de 3 que satisfacen:

$$6(x + 1) - x^2 > x(3 - x) + 12 \quad ...... (I)$$
$$6[5(x - 8) - 12] < 0 \quad ...... (II)$$

A) 3 B) 6 C) 9 D) 18 E) 27

Problema 2: Si:

$$\frac{4x+1}{5} \geq \frac{3x-2}{3}$$

El mayor valor entero de "x" que cumple es:

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Problema 3: Resolver:

$$\frac{x + 3(x+4)}{4} > 2(x + 1)$$

A) $x > -1$ B) $x > -3$ C) $x < 1$

D) $x > 1$ E) $x < -3$

Problema 4: Hallar "x"

Si: $\frac{x+1}{3} \leq x + 2$ ...... **(I)**

$\frac{x+3}{2} \leq x$ ...... **(II)**

$x < \frac{2x+19}{4}$ ...... **(III)**

A) $3 \leq x < \frac{19}{2}$ B) $-\frac{5}{2} \leq x \leq \frac{19}{2}$

C) $x > \frac{19}{2}$ D) $x \geq 3$

E) Ningún Valor

Problema 5: Hallar "y"

Si:

$x = 4y + 2x$ ...... **(I)**

$x - 3 < y - 4$ ...... **(II)**

A) $y < -\frac{1}{3}$ B) $y > 0,5$ C) $y < 0,2$

D) $y > -1,4$ E) $y > 5$

Problema 6: Resolver:

$$x^2 + 5x - 6 < 0$$

A) $1 \leq x \leq 6$ B) $-6 \leq x \leq -1$

C) $-6 \leq x \leq 1$ D) $x \leq -1$ ó $x \geq 1$

E) $x \geq 6$ ó $x \leq 1$

Problema 7: $x^2 - 7x + 12 > 0$, la suma de los valores enteros que no cumplen con la inecuación anterios es:

A) 0 B) 3 C) 4 D) 7 E) -7

Problema 8:

Si: $wrst < 0$ ...... **(I)**

$\frac{t^2}{w} > 0$ ...... **(II)**

$\frac{-3}{rs} > 0$ ...... **(III)**

Es necesariamente cierta:

A) $s > 0$ B) $s < 0$ C) $r > 0$

D) $t < 0$ E) $t > 0$

Problema 9: Las inecuaciones:

$$\frac{xy}{z^2} > 0 \;;\; \frac{xy^2}{z} > 0 \;;\; \frac{x^2y}{z} > 0$$

Se cumple para:

A) $x > 0$; $y > 0$; $z < 0$

B) $x < 0$; $y > 0$; $z < 0$

C) $x > 0$; $y < 0$; $z > 0$

D) $x < 0$; $y > 0$; $z > 0$

E) $xyz > 0$

Problema 10:

Si: $x > 4$; $x + 4 < -5$

Entonces cuál (es) son siempre ciertas?

I. $y < -9$ **II.** $xy < 0$ **III.** $y - x < 2$

A) Sólo I B) Sólo II C) I y II

D) Sólo III E) Todas

Problemas 11:

Si: $ab - c > 0$ ...... **(I)**

$abc < -\frac{1}{2}$ ...... **(II)**

De las siguientes afirmaciones:

I. $a + b > 0$ **II.** $ab > 0$ **III.** $c - a > 0$

Son siempre ciertas:

A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III

D) I y II E) Todas

Problema 12:

Si: $r + s > 0$; $rd < 0$; $sd > r$

Son ciertas necesariamente:

I. Si: $s > 0$; entonces: $d > 0$

II. Si: $r < 0$; entonces: $sd < 0$

III. Si: $\frac{rs}{d} > 0$; entonces: $r > 0$

A) I y III B) I y II C) Sólo II

D) Sólo III E) Todas

Problema 13:

Si: $\frac{a-b}{c} > 0$; $\frac{b}{a} > 1$; $\frac{a}{c} < 0$

Entonces:

I. $c < 0$ **II.** $\frac{b}{c} < 0$ **III.** $a > b$

son ciertas

A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III

D) I y II E) I y III

Problema 14:

Si: $a^2 - b^2 > 0$ ...... (I)

$c^2 - d^2 < 0$ ...... (II)

$(b + C)(a + B) > 0$ ...... (III)

Se cumple:

A) $a > b$ B) Si: $b + c < 0$ entonces: $a > b$

C) $b < c$ D) Si: $a - b > 0$ entonces: $b > c$

E) $a > b > c$

Problema 15: Son ciertas:

I. $m + n > 0$; $mn > 0$; entonces: $m > 0$

II. $m + n < 0$; $mn > 0$; entonces: $m < 0$

III. $m + n > 0$; $mn < 0$; entonces: $m > 0$

IV. $m + n < 0$; $mn < 0$; entonces: $m < 0$

A) I y II B) I y III C) III y IV

D) II y IV E) Todas

Problema 16: Resolver la inecuación:

$$-x^2 + 11x - 28 > 0$$

A) $2 < x < 7$ B) $4 < x < 9$ C) $4 < x < 7$

D) $3 < x < 6$ E) N.A.

Problema 17: Resolver la inecuación:

$$x^2 - x - 6 < 0$$

A) $-2 < x < 3$ B) $-1 < x < 5$ C) $-2 < x < 6$

D) $3 < x < 5$ E) N.A.

Problema 18: Si: $-2 < x < 1$

¿Entre que límites está:

$$E = x^3 + 9?$$

A) $2 < E < 9$ B) $1 < E < 10$ C) $1 < E < 8$

D) $2 < E < 6$ E) N.A.

Problema 19:

Si: $\frac{1}{2x+3} \in \left\langle \frac{1}{11}, \frac{1}{7} \right\rangle$

Proporcionar "a + b"

Si: $x \in \langle a, b \rangle$

A) 6 B) 7 C) 9 D) 10 E) 12

Problema 20: Hallar los límites de "x", para que:

$$\frac{x^2 + 3x + 162}{6 - x} + x > 3$$

A) $6 \leq x < 12$ B) $-6 \leq x < 12$

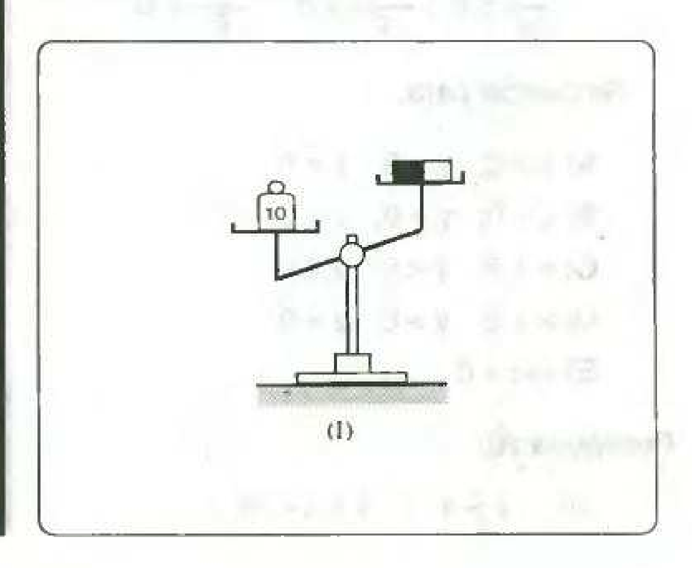
C) $-12 < x < -6$ D) $x < -12$; $x \geq 6$

E) $-12 < x < 6$

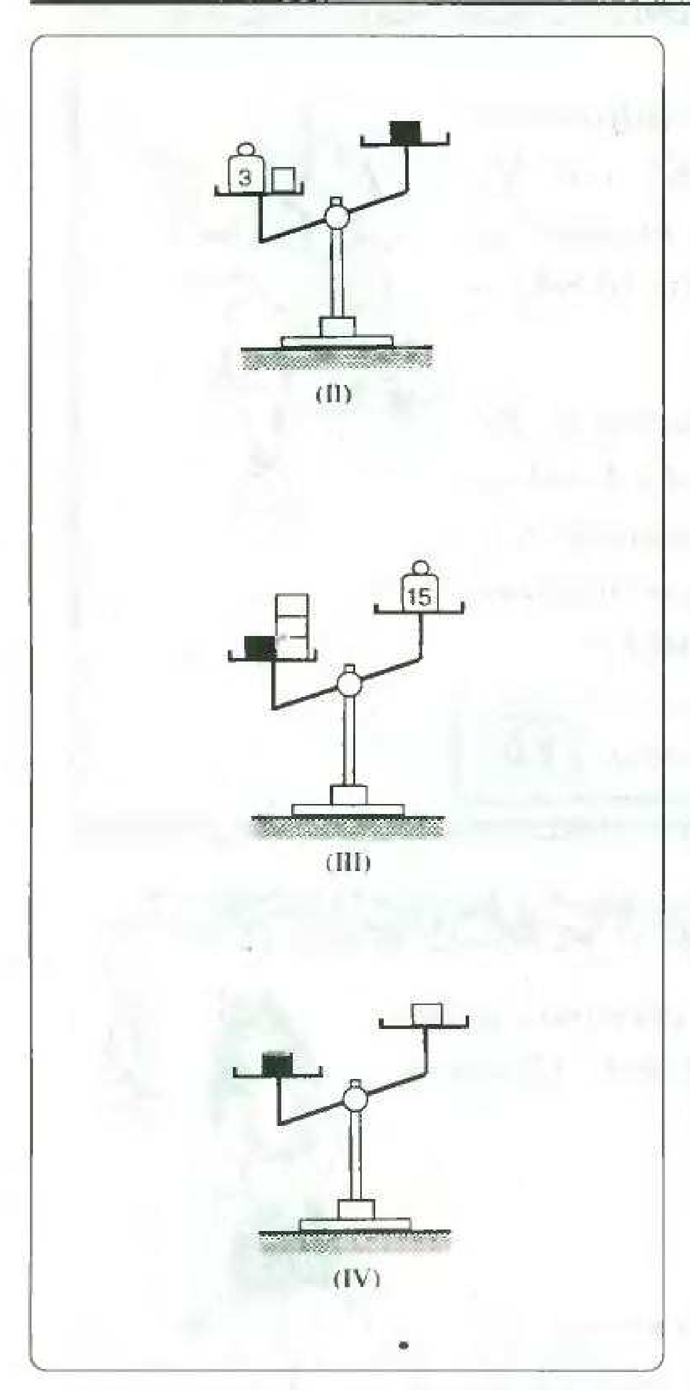
Problema 21: Se sabe que el cuadruple del número de cigarrillos que hay en una cajetilla, es tal que si me fumase 6, no podría exceder de 3 decenas y que si por el contrario al quintuplo del mismo número de cigarrillos le agregará media docena más, el nuevo número no sería menor que 5 decenas. ¿Cuántos cigarrillos habían inicialmente en la cajetilla?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Problema 22: Los paquetes del mismo color pesan el mismo número entero de Kg las pesas tienen indicados su peso en Kg.



(I)



(II)
(III)
(IV)

El peso total de dos paquetes blancos y tres negros es:

A) 1 B) 20 C) 21 D) 23 E) N.A.

Problema 23: En una práctica de algebra, e alumnos A, B y C, resolvieron correctamente más de 13 problemas en total. Si "A" tubiera resuelto 3 problemas más, habria tenido mayor número de aciertos que "B" y "C", juntos, sin embargo "A" resolvió menor cantidad de problemas de "C", y los que este resolvió no llegaron a 8. Calcular cuántos problemas resolvió "B".

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Problema 24: Se sabe que:

$$A = \langle 3, 12] \; ; \; B = \langle 7; +\infty \rangle$$

Hallar:

A) $A \cup B$ B) $A \cap B$ C) $A - B$

A) $\langle 3, +\infty \rangle$
$\langle 7, 12]$
$\langle 3, 7]$

B) $\langle 3, +\infty \rangle$
$[7, 12]$
$[3, 7\rangle$

C) $\langle 3, +\infty \rangle$
$\langle 7, 12]$
$[3, 7]$

D) $[3, +\infty \rangle$
$\langle 7, 12\rangle$
$\langle 3, 7\rangle$

E) Ninguna Anterior

Problema 25: Hallar el número de dos cifras; cuya suma de sus cifras es 12, que si al número se suman 10 unidades, resulta menor que el doble de dicho número invertido y que la raíz cuadrada del número es mayor que 9.

A) 93 B) 84 C) 75 D) 94 E) N.A.

Clave de Respuestas

1. D	6. C	11. B
2. C	7. D	12. A
3. D	8. E	13. B
4. A	9. D	14. D
5. C	10. E	15. A

16. C	21. B
17. A	22. D
18. B	23. B
19. A	24. A
20. E	25. B

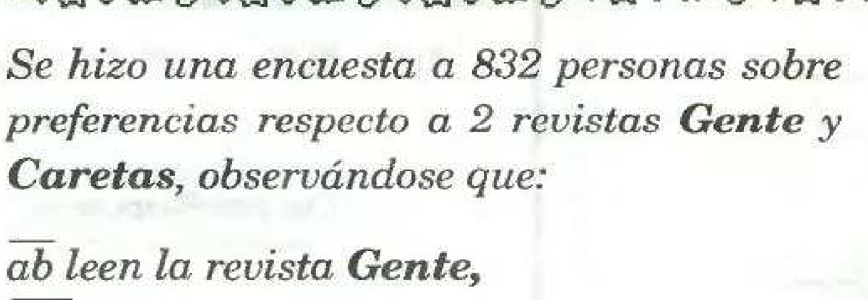
Razone

En una kermesse las viandas se adquieren con tickets de S/. 5 ; S/. 1 y S/. 0,5. No estando permitido que en los kioskos se acepte dinero ni se de vuelto en tickets o efectivo.

Una familia desea consumir 3 platos de S/. 6 en el kiosko 1; 2 platos de S/. 4 y 4 dulces de S/. 2 en el kiosko 2 y 5 gaseosas de S/. 1,5 en el kiosko 3. ¿Cuál es el menor número de tickets que es necesario comprar?

Respuesta: ***14***

Razone


Se hizo una encuesta a 832 personas sobre preferencias respecto a 2 revistas ***Gente*** *y* ***Caretas****, observándose que:*

$\overline{ab}$ *leen la revista* ***Gente,***
$\overline{aob}$ *leen la revista* ***Caretas,***
$\overline{ba}$ *leen la revista* ***Gente*** *y* ***Caretas,***
si todos leen por lo menos una de las 2 revistas.

Hallar: "a + b"

Respuesta: $\boldsymbol{a + b = 13}$

VALOR ABSOLUTO 40

Sea "a" es un número real. Si "a" es cero, su valor absoluto es cero. Si "a" es positivo, su valor absoluto es "a". Si "a" es negativo, su valor absoluto es el entero que resulta quitándole el signo (–).

El valor absoluto de "a" se llama también módulo de "a"; y se escribe $|a|$. De modo que es:

$\|7\| = 7$	$\|-2\| = 2$
$\|-5\| = 5$	$\|0\| = 0$

Los números reales con el mismo valor absoluto y distinto signo se llaman opuestos.

El valor absoluto, podemos definirlo en tres etapas:

1. $|x| = x$; **si "x" es un número positivo.**
2. $|0| = 0$
3. $|x| = -x$; **si "x" es un número negativo.**

No debe pensarse que $|x|$ es un número negativo en el último caso, pues si "x" es un número negativo, entonces, "–x" es un número positivo.

Por Ejemplo:

$|-3| = -(-3)$; o sea: $|-3| = +3$

☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆

Propiedades Importantes

1. $|a| = |b| \Rightarrow a = b \vee a = -b$
2. $|a|^2 = a^2$
3. $b \geq 0$; $|a| = b \Rightarrow a = b \wedge a = -b$
4. $\sqrt{a^2} = |a|$; **$\sqrt{a^2}$ es la raíz cuadrada positiva de a^2**
5. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$; $b \neq 0$
6. $|a| = 0 \Rightarrow a = 0$
7. $|ab| = |a| \cdot |b|$
8. $|-a| = |a|$
9. $|a+b| < |a| + |b|$ ***Desigualdad Triangular***

☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆

☆☆☆☆☆

Ejercicios Resueltos

Ejercicio 1: Resolver la siguiente ecuación:

$$|2x - 4| = 6$$

Resolución:

Aplicamos la tercera propiedad: donde:

i) $2x - 4 = 6$	∨ **ii)** $2x - 4 = -6$
$2x = 10$	$2x = -2$
∴ $\boxed{x = 5}$	∴ $\boxed{x = -1}$

Luego:

Conjunto solución: {-1,5} ***Rpta.***

Ejercicio 2: Resolver:

$$|2x + 1| = |x + 3|$$

Resolución:

Elevamos al cuadrado ambos miembros, veamos:

$$|2x + 1|^2 = |x + 3|^2$$

Ahora, aplicamos la propiedad **(2)**:

$$(2x + 1)^2 = (x + 3)^2$$

$$4x^2 + 4x + 1 = x^2 + 6x + 9$$

$$3x^2 - 2x - 8 = 0$$

3x +4

x −2

⇨ ***Factorizamos por el Método del Aspa:***

i) $3x + 4 = 0 \rightarrow \boxed{x = -\frac{4}{3}}$

ii) $x - 2 = 0 \rightarrow \boxed{x = 2}$

Luego:

Conjunto solución: $\left\{-\frac{4}{3}, 2\right\}$ ***Rpta.***

Ejercicio 3: Resolver:

$$|x^2 - 6x + 5| = 0$$

Resolución:

Aplicamos la propiedad **(6)**, tenemos que:

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

x −5

x −1

⇨ ***Factorizamos por el Método del Aspa:***

i) $x - 5 = 0 \rightarrow \boxed{x = 5}$

ii) $x - 1 = 0 \rightarrow \boxed{x = 1}$

Luego:

Conjunto solución = {1, 5} ***Rpta.***

Ejercicio 4: Resolver:

$$||5 - 2x| - 4| = 8$$

Resolución:

Aplicamos la propiedad **(3)**, obtenemos:

i) $|5 - 2x| - 4 = 8$

$\boxed{|5 - 2x| = 12}$ ...... (A)

ii) $|5 - 2x| - 4 = -8$

$\boxed{|5 - 2x| = -4}$ ...... (B)

Volvemos a aplicar la propiedad **(3)** en (A) y (B):

De (A):

$$|5 - 2x| = 12$$

A) $5 - 2x = 12$	***B)*** $5 - 2x = -12$
$-2x = 7$	$-2x = -17$
∴ $\boxed{x = -\frac{7}{2}}$	∴ $\boxed{x = -\frac{17}{2}}$

De (B):

$$|5-2x|=-4$$

C) $5-2x=-4$ $-2x=-9$ $\therefore\ \boxed{x=\frac{9}{2}}$	*D)* $5-2x=-(-4)$ $-2x=-1$ $\therefore\ \boxed{x=\frac{1}{2}}$

– Como se observará los valores de "x" igual a $\frac{9}{2}$ y $\frac{1}{2}$ no satisfacen la ecuación:

$$\boxed{||5-2x|-4|=8}$$

Porque: $|5-2x|=-4$ de la ecuación (B), como es un valor absoluto no puede resultar negativo por definición.

Luego:

Conjunto Solución: $\left\{-\frac{7}{2},\frac{17}{2}\right\}$ ***Rpta.***

Inecuación con valor Absoluto

- Para resolver inecuaciones con valor absoluto, se debe tener presente las siguientes propiedades:

1.	**Si:** $b>0,\ |x|<b \Leftrightarrow -b<x<b$
2.	**Si:** $b\geq 0,\ |x|\leq b \Leftrightarrow -b\leq x\leq b$
3.	$|x|>b \Leftrightarrow x>b \vee x<-b$
4.	$x\geq b \Leftrightarrow x\geq b \vee x\leq -b$
5.	$||a|-|b||\leq|a-b|<|a|+|b|$

Ejercicio 1: Resolver:

$$|x+1|<3$$

Resolución:

Por propiedad **(1)**, obtenemos:

$-3<(x+1)<3$ h — *Sumamos "-1" a los tres miembros*

$$-3-1<x+1-1<3-1$$

$$-4<x<2$$

Luego: $\boxed{x\in\langle 4,2\rangle}$ ***Rpta.***

Ejercicio 2: Resolver:

$$|x+3|\geq 2x-1$$

Resłución:

Por propiedad **(4)**, obtenemos:

i) $x+3\geq 2x-1$ $4\geq x$ $\therefore\ \boxed{x\leq 4}$	**ii)** $x+3\leq-(2x-1)$ $x+3\leq -2x+1$ $3x\leq -2$ $\therefore\ \boxed{x\leq-\frac{2}{3}}$

Graficamos los valores de "x" en la recta de los números reales, veamos:

***Recordar que:* " ∨ " implica unión**

Luego: $\boxed{x\in\langle-\infty,4]}$ ***Rpta.***

Ejercicio 3: Resolver:

$$|3x-4|\leq x+4$$

Resolución:

Por propiedad **(2)**, obtenemos:

$$\underbrace{-(x+4)<\overbrace{(3x-4)}^{\text{II}}}_{\text{I}}<(x+4)$$

De I:

$$-(x+4) < (3x-4)$$

$$-x-4 < 3x-4$$

$$\boxed{-x < 3x} \text{ ...... (Absurdo)}$$

De II:

$$(3x-4) \leq (x+4)$$

$$2x \leq 8$$

$$\boxed{x \leq 4}$$

Luego: $\boxed{x \in \langle -\infty, 4]}$ ***Rpta.***

Ejercicios Propuestos

Ejercicios 1: Resolver:

$$|5x-3| = 4x+1$$

A) 4 B) $\frac{2}{9}$ C) 4 ó $\frac{2}{9}$

D) -4 ó $-\frac{2}{9}$ E) -4

Ejercicio 2: Resolver:

$$|x^2-4| = |3x|$$

A) -1 B) 4 C) 1 ó 4

D) -1 ó 4 E) c ∪ d

Ejercicio 3: Resolver:

$$\left|\frac{3x+1}{x-1}\right| = 4$$

A) -5 ó $\frac{3}{7}$ B) 5 C) $-\frac{3}{7}$

D) 5 ó $\frac{3}{7}$ E) N.A.

Ejercicio 4: Resolver:

$$|x^2| + |x| - 20 = 0$$

A) 5 y –4 B) 4 y –4 C) 5 y –5

D) –5 y 4 E) N.A.

Ejercicio 5: Resolver:

$$|3x-5| < 7$$

A) $-\frac{2}{3} < x < 4$ B) $\frac{2}{3} < x < 4$

C) $-\frac{2}{3} < x < 7$ D) $\frac{2}{3} < x < 4$

E) Ninguna anterior

Ejercicio 6: Resolver:

$$|x^2+2x-3| < |2-2x|$$

A) [-5,-1] B) [-4,-1] C) ⟨-5,-1⟩

D) [3, –2] E) N.A.

Ejercicio 7: Resolver:

$$|3-|2x+3|| < 2$$

A) ⟨4, 2⟩ ∪ ⟨–1,1] B) ⟨4,–2⟩ ∪ ⟨–1, 1⟩

C) [4, –2⟩ ∪ [–1,1⟩ D) [–4, –2] ∪ [–1,1]

E) N.A.

Ejercicio 8: Resolver:

$$|5x+1| > 2x-8$$

A) $-3 < x \leq 1$ B) $-3 < x < 1$

C) $-4 \leq x \leq 2$ D) $-3 \leq x < 1$

E) N.A.

Ejercicio 9: Resolver:

$$|x^2-6x+8| + x \geq 4$$

A) $x \in [1, 2]$ B) $x \in [-1, 2]$

C) $x \in [1, 2] \cup \{4\}$ D) $x \in [-1, 2] \cup \{4\}$

E) $x \in [1, 4]$

Ejercicio 10: Indicar el menor valor natural que satisface:

$$|x-1|+|x-2|+|x-3|+|x-4| \geq 5$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Ejercicio 11: Resolver:

$|x-2|=4$; siendo la

solución: C.S. $x \in \{-a, b\}$

Indicar: "a + b"

A) –6 B) –8 C) –4 D) 0 E) 4

Ejercicio 12: Luego de resolver:

$$|x+5|=2x-4$$

Indicar la suma de las raíces obtenidas:

A) $\frac{26}{3}$ B) $\frac{28}{3}$ C) $9\frac{1}{3}$ D) 9 E) $-\frac{1}{3}$

Ejercicio 13: Dadas las ecuaciones:

I) $|3x-5|+x-7=0$

II) $|x^2+2|=2x+1$

Hallar la suma de todas las raices que se obtienen de **(I)** y **(II)**

A) 5 B) 3 C) 4 D) 9 E) 2

Ejercicio 14: Resolver el sistema de ecuaciones con valor absoluto.

$$|x-1|+|y-5|=0$$

$$y=5+|x-2|$$

Proporcionar el producto de las soluciones para "x".

A) $3/4$ B) $3/16$ C) $8/9$ D) 4 E) 12

Ejercicio 15: Resolver:

$$x^2-7|x|+12 \leq 0$$

A) $x \in [-4, 3] \cup [3, 4]$ B) $x \in [-3, -4] \cup [4, 3]$

C) $x \in [4, 3] \cup [-3, 4]$ D) $x \in [-4, -3] \cap [3, 4]$

E) Ninguna

Ejercicio 16: Resolver:

$$|5-4x| \geq 2-x$$

A) $x \in [-\infty; 1] \cup [7/5; +\infty]$

B) $x \in [-\infty; -1] \cup [-7/5; +\infty]$

C) $x \in [-\infty; 1] \cup [7/5; +\infty]$

D) $x \in [-\infty; 1] \cap [3, +\infty]$

E) Ninguna anterior

Ejercicio 17: Resolver:

$$x^2+6|x|-16>0$$

A) $x \in \langle -\infty; -2] \cup \langle 2; +\infty \rangle$

B) $x \in \langle -\infty; -2 \rangle \cup [2; +\infty \rangle$

C) $x \in \langle -\infty; -2 \rangle \cup \langle 2; +\infty \rangle$

D) $x \in \langle -\infty; 2 \rangle \cup \langle -2, +\infty \rangle$

E) Ninguna anterior

Ejercicio 18: Resolver:

$$|3x-1|+|2x-3|-|x+5|<2$$

A) $x \in \langle -1/2; 11/4 \rangle$ B) $x \in [-1/2; 11/4 \rangle$

C) $x \in \langle -1/2; 11/4]$ D) $x \in [-1/2; 11/4]$

E) Ninguna anterior

Clave de Respuestas

1. C	7. B	13. D
2. E	8. E	14. A
3. D	9. C	15. A
4. B	10. A	16. C
5. A	11. B	17. C
6. A	12. A	18. A

Razone

Si la ecuación:

$$0 = x^2 + bx + c \; ; \quad b \neq 0$$

admite como conjunto solución:

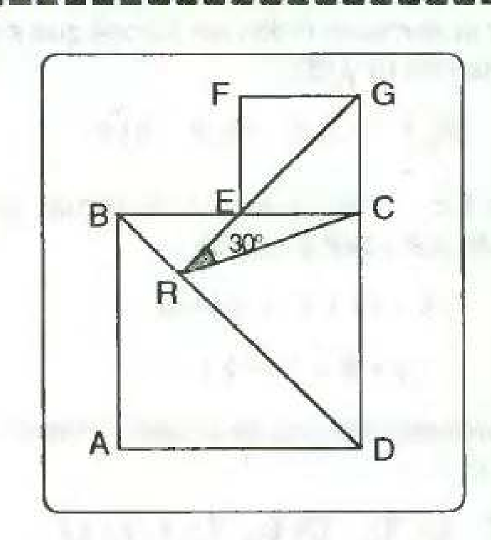
$$x \in \{b \; ; c\}$$

hallar l valor de: $M = b^c + c^b$

Respuesta: **$M = -1$**

Razone

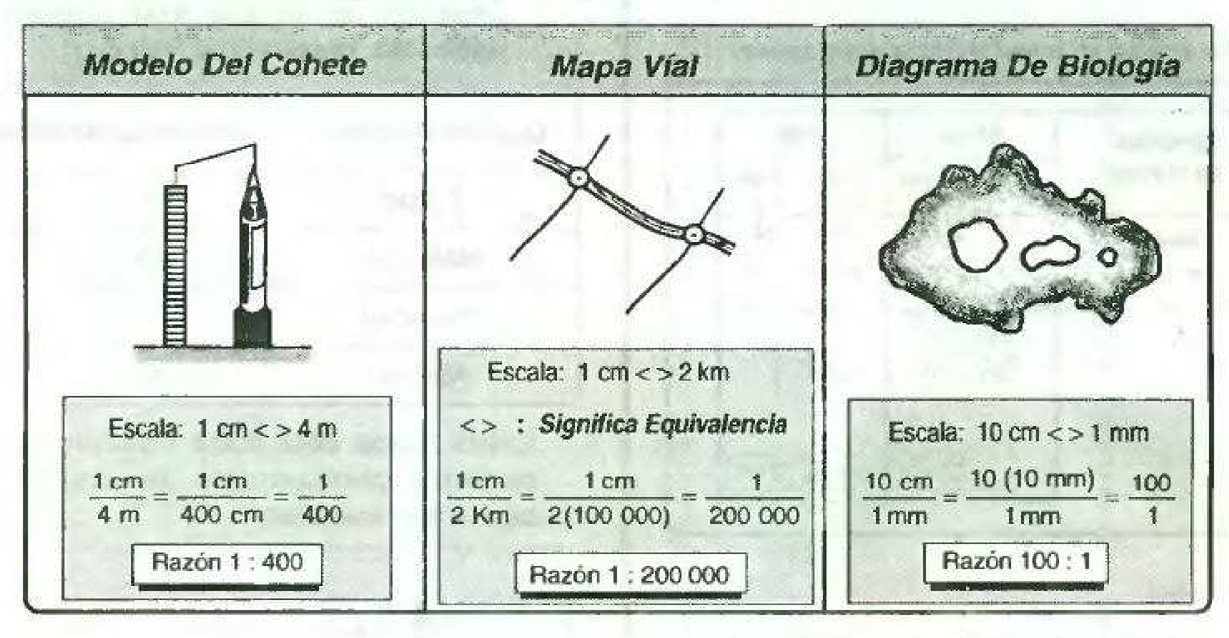
En que relación se enuentran las áreas de los cuadrados EFGC y ABCD



Respuesta: **1 : 3**

ESCALAS Y GRAFICOS 41

Las Escalas son representaciones gráficas de una cantidad o magnitud en función de otras. Las Escalas por consiguiente, expresan razones. Las figuras y ejercicios a continuación ilustrarán algunas de estas aplicaciones:



Ejemplo 1: Deseamos representar a Escala $\frac{1}{1000}$; un terreno de forma triangular cuyas dimensiones son: 85 m, 50 m y 72 m

Resolución:

De acuerdo a ésta Escala se tiene:

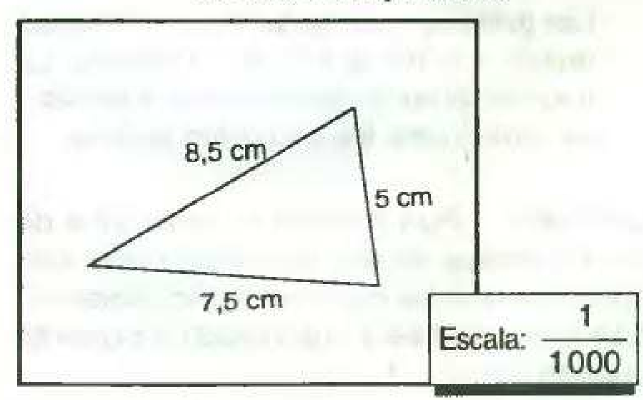
Medidas del Terreno	10 m	85 m	10 m	50 m	10 m	72 m
Medidas del Papel	1 cm	(x)	1 cm	(y)	1 cm	(z)
	$\frac{10}{1}=\frac{85}{x}$		$\frac{10}{1}=\frac{50}{y}$		$\frac{10}{1}=\frac{72}{z}$	
	∴ x=8,5cm		∴ y=5cm		∴ z=7,2cm	

La Escala $\frac{1}{1000}$ significa que:

1 cm en el papel equivale a **1 000 cm en el terreno**

Es Decir a 10 m **(porque 1 000 cm< > 10 m)**

Entonces nuestro problema se reduce a construir el triángulo de lados:
8,5 cm, 5 cm y 7,2 cm.



Ejemplo 2: La Escala para un dibujo de una casa es de 1 a 80. En el dibujo, la sala aparece como un rectángulo de 2 por 3 cm. ¿Cuáles son las dimensiones reales de la sala?

Resolución:

La Escala $\frac{1}{80}$, significa que:

1 cm en el papel equivale a 80 cm en la sala

De acuerdo a esta Escala se tiene:

Medidas en el Papel	Ancho		Largo	
	1 cm	2 cm	1 cm	3 cm
Medidas de la Sala	80 cm	ⓧ	80 cm	ⓨ
	$\frac{1}{80} = \frac{2}{x}$		$\frac{1}{80} = \frac{3}{y}$	
	$\therefore$ x=160 cm		$\therefore$ y=240 cm	

Luego:

Las dimensiones de la sala son:

Ancho = 160 cm < > 1,6 m

Largo = 240 cm < > 2,4 m

Gráficas:

Las gráficas son diagramas que muestran relación entre dos o más factores. La mayoria de las gráficas tienen dos escalas, tal como indica las siguientes gráficas.

Ejemplo: Para conocer la preferencia de los 42 alumnos de una sección de tercer año, con respecto a los deportes: Fútbol, Natación, Voleybol y Ajedrez, se ha tomado el siguiente cuestionario.

* **Marcar con una x, en el cuadro correspondiente al deporte que más prefieres.**

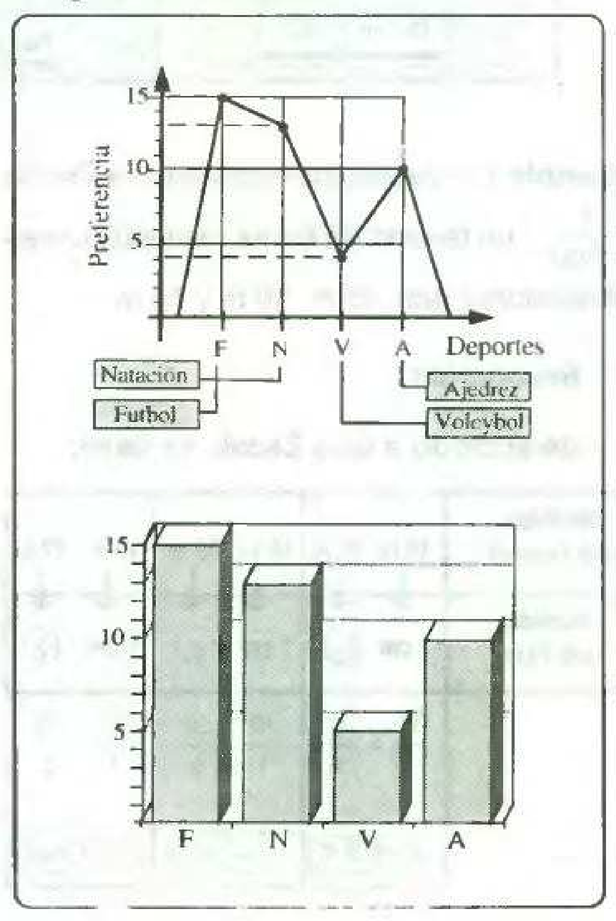
Fútbol ☐ **Voleybol** ☐

Natación ☐ **Ajedrez** ☐

* **Después de llenado este cuestionario, las respuestas fueron:**

Deporte Preferido	Número de Alumnos
Fútbol	15
Natación	13
Voleybol	4
Ajedrez	10

Estos datos obtenidos pueden representarse gráficamente de una de las siguientes maneras:



Gráficas Lineales:

Las gráficas lineales o poligonales se llaman así porque las líneas representativas de la función son quebradas o poligonales. Generalmente se acostumbra a graficar sobre papel milimetrado o cuadriculado. Se toma dos ejes coordenados y sobre uno de los cuales se representan los valores de una de las magnitudes y sobre el otro, los correspondientes de la otra magnitud. Se determinan los puntos y luego, uniendo estos puntos se tiene la gráfica, poligonal.

Gráfica de Barras:

La gráfica de barras se utiliza mucho en el campo de los negocios, y en muchas otras actividades, para comparar hechos que no están determinadamente relacionados entre sí; en esta clase de gráficas, se utilizan **barras horizontales o verticales.**

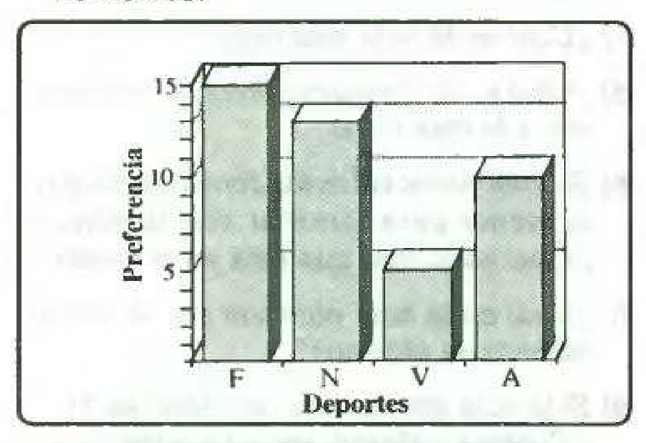
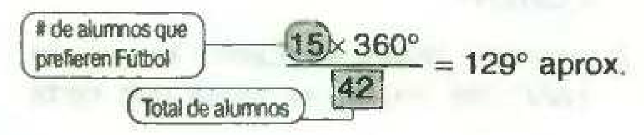


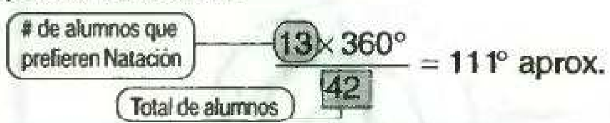
Gráfico de Sectores Circulares:

En este Tipo de gráficas, se toma el círculo como representación de la totalidad de las cantidades consideradas, y cada sector circular es proporcional a la cantidad que se va a representar.

a)Para Fútbol:



b)Para Natación:



c)Para Voleybol:

d)Para Ajedrez:

GRAFICA DE SECTOR CIRCULAR

* Este tipo de gráfica, también se puede expresar en porcentajes, veamos:

a)Para Fútbol: $\frac{15}{42} \times 100\% = 36\%$ aprox.

b)Para Natación: $\frac{13}{42} \times 100\% = 31\%$ aprox.

c)Para Voleybol: $\frac{4}{42} \times 100\% = 9\%$ aprox.

d)Para Ajedrez: $\frac{10}{42} \times 100\% = 24\%$ aprox.

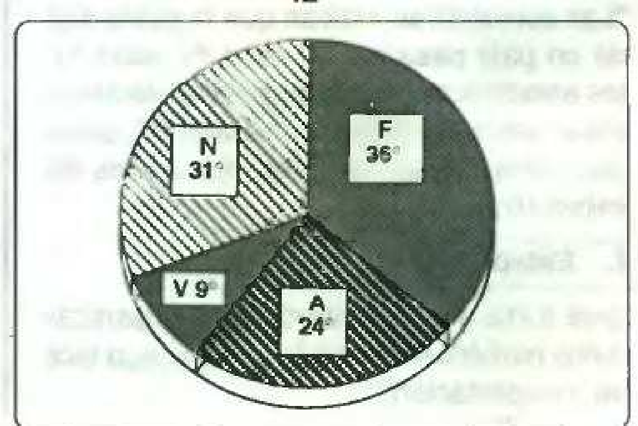


GRAFICO POLIGONO - RADIAL

Observando el cuadro a cualquiera de las gráficas, nos damos cuenta que de los alumnos encuestados:

a) Tienen mayor preferencia por el fútbol

b) Tienen menor preferencia por el voley

En este ejemplo, hemos seguido los siguientes pasos:

1. *Recolección de datos al aplicar el cuestionario.*
2. *Clasificación u organización de los datos, al elaborar el cuadro.*
3. *Representación gráfica, al construir cualquiera de las representaciones gráficas.*
4. *Interpretación del cuadro y de la representación gráfica.*

Estos pasos son los que generalmente se siguen en este tipo de problemas estadísticos.

Organización de datos Estadísticos

Probablemente Usted a escuchado a la gente decir cosas como estas:

"Las estadísticas indican que la población de un país pasa los 30 años de edad "o" las estadísticas muestran que los electores estan satisfechos con su presidente", estas dos afirmaciones sugieren dos clases de estadísticas:

I. Estadística Descriptiva:

Que trata de los métodos de organizar datos numéricos de modo que se haga fácil su interpretación.

II. Estadística Inferencial o Inductiva:

Que trata de los métodos de sacar conclusiones probables acerca de una población grande, basados en información referente a un pequeño subconjunto de la población.

A continuación estudiaremos algunas ideas elementales acerca de la estadística descriptiva.

Ejemplo: Los alumnos de una sección del primer ciclo de la universidad de ingeniería, han obtenido en matemática I, las siguientes notas:

13, 11, 08, 10, 13, 12, 07, 15, 06, 10
12, 11, 09, 11, 06, 05, 14, 09, 08, 12
07, 10, 12, 12, 14, 13, 11, 10, 13, 08
12, 08, 13, 14, 09, 12, 10, 13, 15, 12

Nos han planteado las siguientes preguntas que debemos contestar:

a) *¿Cuántos alumnos han sido evaluados?*

b) *¿Cuál es la nota más alta?*

c) *¿Cuál es la nota más baja?*

d) *¿Cuál es la diferencia entre la nota más alta y la más baja?*

e) *Si ordenamos las notas comenzando por el menor para terminar con la mayor. ¿Cuál es la nota que está en el medio?*

f) *¿Cuál es la nota obtenida por el mayor número de alumnos?*

g) *Si la nota aprobatoria numérica es 11. ¿Cuántos salieron desaprobados*

h) *¿Cuántos salieron aprobados?*

i) *¿Qué tanto por ciento (%) ha obtenido cada nota?*

j) *¿Qué tanto por ciento (%) está desaprobado?*

k) *¿Cuál es el promedio de las notas de examen?*

l) *¿cuántos grupos se pueden formar con todas las notas, de modo que cada*

grupo contenga solamente 3 notas distintas consecutivas, salvo el último grupo que puede contener menos notas distintas?

Resolución:

Para responder con mayor facilidad todas estas preguntas construimos la siguiente tabla, llamada tabla de Distribución de Frecuencias:

En esta tabla tenemos que:

1. *En la columna **Notas (x_i)**, se han colocado las notas obtenidas, partiendo de la más baja (05) para terminar con la más alta (15).*
2. *En la columna **Conteo**, se va colocando una raya en el casillero correspondiente por cada nota que se tache en los datos dados.*
3. *En la columna **Frecuencia (n_i)** se han colocado el número de veces que se repite la nota correspondiente. Así, la nota 13 se repite 6 veces. N = 40 es la suma de todas las frecuencias y nos da el número de notas.*
4. *En la columna **Frecuencia Acumulada (N_i)** se coloca la frecuencia acumulada correspondiente a cada nota, que se obtiene sumando su frecuencia a la suma de las frecuencias de todas las notas inferiores a ella.*

Así la frecuencia acumulada:

de 06 es: $1 + 2 = 3$;
de 07 es: $3 + 2 = 5$;
de 12 es: $21 + 8 = 29$ etc.

5. *La columna **Frecuencia Porcentual (h_i)**, se construye teniendo en cuenta el tanto por ciento (%) de notas que tienen un determinado valor así, hay 4 notas con un valor de 08, su frecuencia porcentual se obtiene haciendo la siguiente regla de tres simple.*

40 ⟶ 100%
4 ⟶ x

$$\Rightarrow x = \frac{4 \times 100\%}{40} = 10\%$$

Hay 8 notas con un valor de 12, su frecuencia porcentual será:

40 ⟶ 100%
8 ⟶ y

$$\Rightarrow y = \frac{8 \times 100\%}{40} = 20\%$$

Hay 5 notas con un valor de 10, su frecuencia porcentual será:

40 ⟶ 100%
5 ⟶ z

$$\Rightarrow z = \frac{5 \times 100\%}{40} = 12{,}5\%$$

Notas	Conteo	Frecuencia (n_i)	Frecuencia Acumulado (N_i)	Frecuencia Porcentual (h_i)	Frecuencia Porcentual Acumulada (H_i)	$n_i.x_i$
05	I	1	1	2,5	2,5	5
06	II	2	3	5,0	7,5	12
07	II	2	5	5,0	12,5	14
08	IIII	4	9	10,0	22,5	32
09	III	3	12	7,5	30,0	27
10	~~IIII~~	5	17	12,5	42,5	50
11	IIII	4	21	10,0	52,5	44
12	~~IIII~~ III	8	29	20,0	72,5	96
13	~~IIII~~ I	6	35	15,0	87,5	78
14	III	3	38	7,5	95,0	42
15	II	2	40	5,0	100,0	30
TOTAL		N = 40		$\Sigma h_i = 100\%$		430

6. *La columna* ***Frecuencia Porcentual Acumulada*** ***(H_i)****, se construye sumando la frecuencia porcentual correspondiente a la suma de las frecuencias porcen- tuales inferiores. Así, la frecuencia porcentual acumulada de 13 es: 72,5 + 15,0 = 87,5. La frecuencia porcentual acumulada de la última nota (15) es 100%.*

7. *La columna* ***$n_i x_i$*** *se obtiene multiplicando la nota por su respectiva frecuencia. Su suma es igual a la suma de todas las notas obtenidas, se sacaron 10 ó menos nota.*

Para ayudarnos aún más a responder las preguntas planteadas podemos representar gráficamente cada columna de esta tabla de distribución de frecuencias. Construiremos las gráficas poligonal e histograma de frecuencia.

Contestando ahora las preguntas planteadas, tenemos:

A) *Han sido evaluados 40 alumnos, que se obtiene contando las notas o sumando las frecuencias: N = 40*

B) *La nota más alta es 15*

C) *La nota más baja es 05*

D) *La diferencia entre la nota más alta y la más baja es: 15 - 05 = 10. A esta diferencia se le llama* ***Amplitud o Rango*** *de la muestra o conjunto de datos o notas.*

E) *La nota que está en el medio de todas las notas ordenadas de menor a mayor es 10. Se dice que 10 es la* ***Mediana de la muestra*** *o* ***conjunto de datos*** *o notas.*

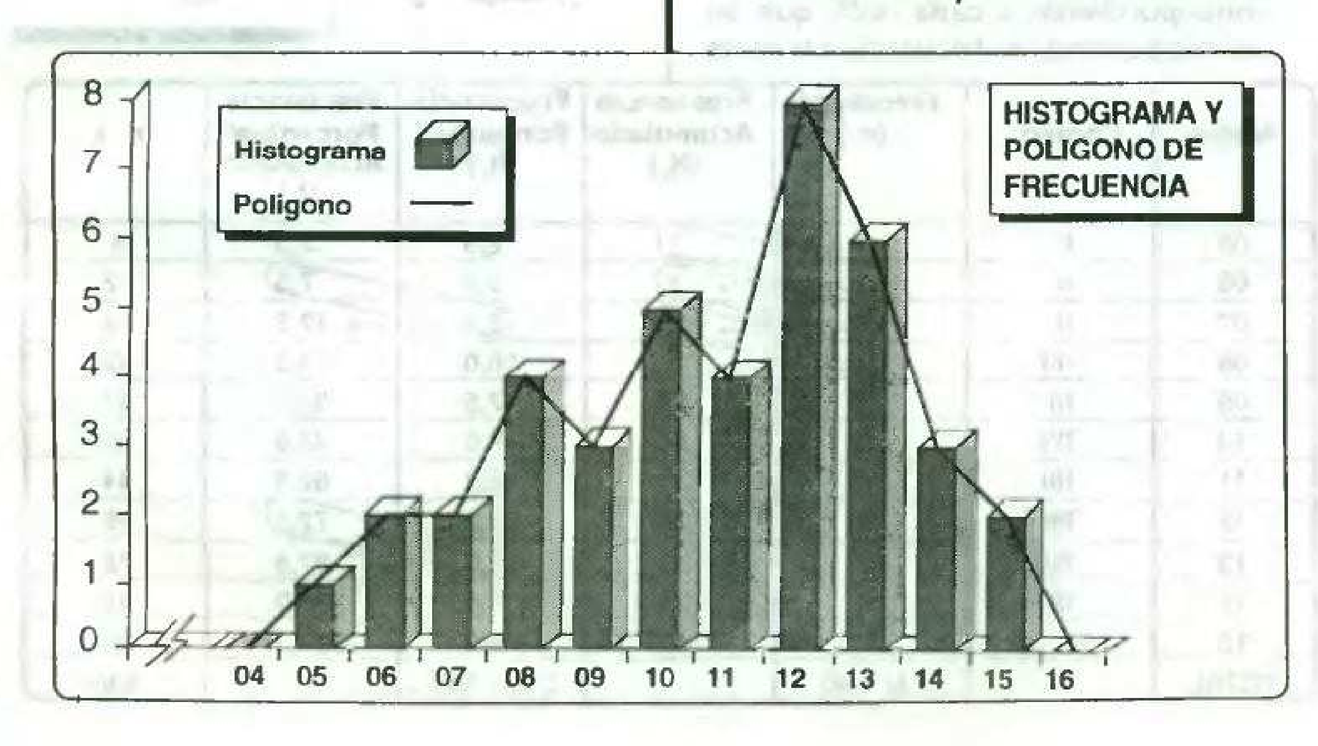
f) *Siendo la nota aprobatoria 11, han salido desaprobados 17. Se ve en la columna de frecuencias acumuladas, donde aparece que 17 se sacaron 10 ó menor nota.*

g) *40 - 17 = 23 salieron desaprobados.*

h) *El tanto por ciento que ha obtenido cada nota se ve en la columna de frecuencias porcentuales. Así, el 2,5%, han obtenido 05, al 10% han obtenido 11 etc.*

i) *Está desaprobado el 42,5% que se ve en la columna de frecuencias acumuladas. Es decir, el 42,5% han obtenido 10 ó menos de nota*

j) *Para obtener el promedio de las notas del examen se suman todas las notas y esta suma se divide entre 40, que es el número de alumnos que han sido evaluados.*



Una manera más corta es obteniendo la suma de la columna ***n,x,*** *producto de cada nota por su frecuencia y luego dividiendo esta suma entre 40 es decir:*

$$\text{Promedio} = \frac{430}{40} = 10{,}75$$

A este promedio se le llama ***Media Aritmética***

k) *Se pueden formar 3 grupos que contienen 3 notas distintas consecutivas: 05, 06, 07, 08, 09, 10, 11, 12, 13 y un grupo que contenga 2 notas distintas: 14, 15.*

- *A la Media Aritmética, la Mediana y la Moda se le llama medidas de tendencia central, y se les define así:*

La Media Aritmética o Media:

De un conjunto de "N" números:

$x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots\ldots, x_N$ se representa por "$\bar{x}$" y se define como:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \ldots\ldots + x_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$

Donde:

El símbolo $\sum_{i=1}^{N} x_i$ se lee sumatoria de las x_i desde i = 1 hasta N.

Cuando se tiene en una tabla de distribución de frecuencias.

$$\bar{x} = \frac{n_i x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + n_4 x_4 + \ldots\ldots + n_k x_k}{n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + \ldots\ldots + n_k}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{K} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{K} n_i}$$

La Mediana:

De una colección de datos ordenados en orden a su magnitud es el valor medio o la media aritmética de los dos valores medios.

Así:

A) La Mediana de:

2, 5, 8, (9), 11, 14, 15
es 9

B) La mediana de:

4, 6, (7, 8), 10, 14, es: $\frac{7+8}{2} = 7{,}5$

La Moda:

De un conjunto de datos es aquel que se presenta con más frecuencia, es decir, es el más común. La moda puede existir, incluso puede no ser única. Así:

A) La Moda de:

5, 6, 7, 8, 8, 9, 9, 9, 15, 17, 20 es **9**

B) Las Modas de:

6, 7, 10, 14, 14, 16, 18, 18, 15 son: **14 y 18**

C) La Moda de:

10, 13, 14, 15, 18, 20 **no existe**

Problemas Propuestos

Problema 1: Deseamos representar a escala: $\frac{1}{200}$ un terreno de forma triángular, cuyas dimensiones son: 40 m, 50 m y 80 m. Hallar el perímetro del triángulo en dicha escala.

A) 80 cm B) 90 cm C) 120 cm

D) 70 cm E) 75 cm

Problema 2: Deseamos representar a escala: $\frac{1}{100}$ un terreno de forma cuadrada, cuyas

dimensiones son: 50 m × 50 m. Hallar el área del cuadrado en dicha escala.

A) 0,25 cm^2 B) 25 cm^2 C) 2,5 cm^2

D) 25 m^2 E) 0,25 m^2

Problema 3: La escala para un dibujo de una casa es de: 1 a 60 en el dibujo, la sala aparece como un rectángulo de 3 por 4 cm. ¿Cuáles son las dimensiones reales de la sala?

A) 3 m y 4 m B) 1,8 m y 2,4 m

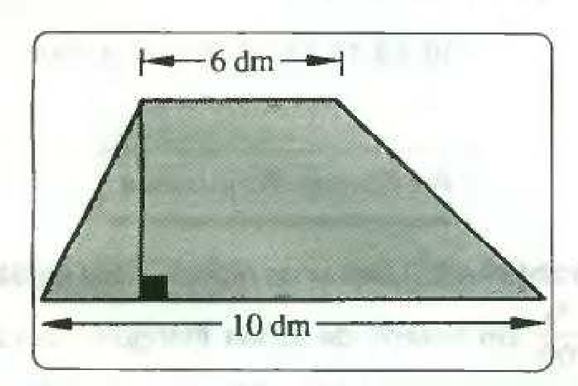
C) 1,6 m y 1,8 m D) 18 m y 24 m

E) N.A.

Problema 4: Las dimensiones del trapecio que se muestra en la figura estan dadas en la escala es: 1 : 60. ¿Cuál sería el área del trapecio en sus dimensiones reales?

A) $\frac{2}{3}cm^2$ B) $\frac{3}{2}cm^2$ C) $\frac{2}{3}m^2$

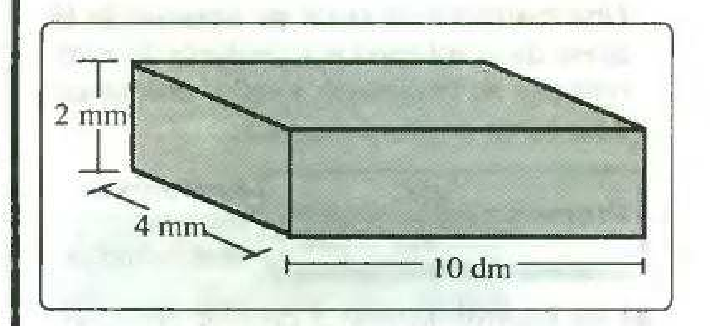
D) $24 dm^2$ E) $\frac{2}{5}cm^2$



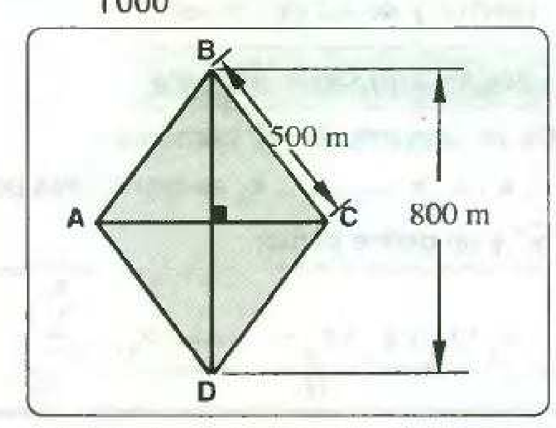
Problema 5: Las dimensiones del ladrillo que se muestra en la figura, estan dadas en la escala: 1 : 500. ¿Cuál sería el volumen del ladrillo en sus dimensiones reales?

A) $\frac{4}{25}m^3$ B) 10 m^3 C) 80 m^3

D) 100 cm^3 E) $\frac{3}{5}m^3$



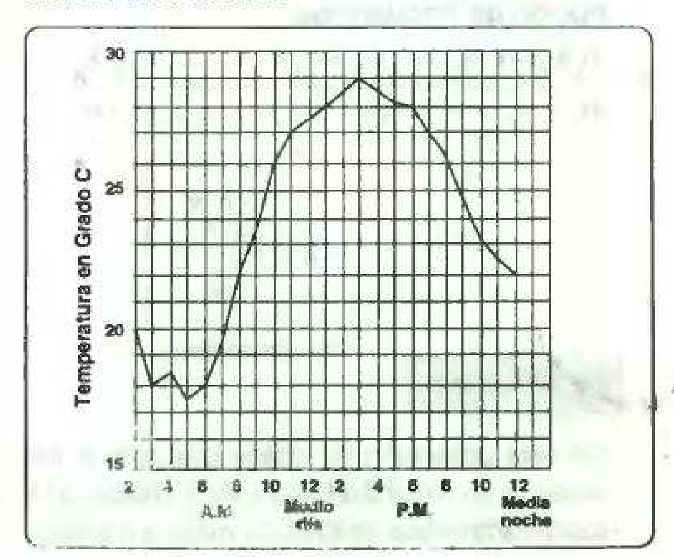
Problema 6: Un terreno en forma de rombo cuyas dimensiones estan dadas en la figura. Hallar el área de dicho rombo, si se usa la escala: $\frac{1}{1000}$



A) 24 m^2 B) 4 800 cm^2 C) 2 400 cm^2

D) 3 600 m^2 E) 480 m^2

Problema 7: La gráfica corresponde a las temperaturas tomadas cada hora durante un día en una ciudad.



A) *¿Cuál fue la temperatura máxima? ¿A qué hora fué?*

A) 29° ; 3 pm B) 28° ; 3 pm

C) 28° ; 2 pm D) 29° ; 4 pm

E) N.A.

B) *¿Cuál fue la temperatura mínima? ¿A qué hora fué?*

A) 17° ; 5 a.m B) 17,5° ; 5 a.m

C) 18° ; 5 a.m D) 18° ; 4 a.m

E) N.A.

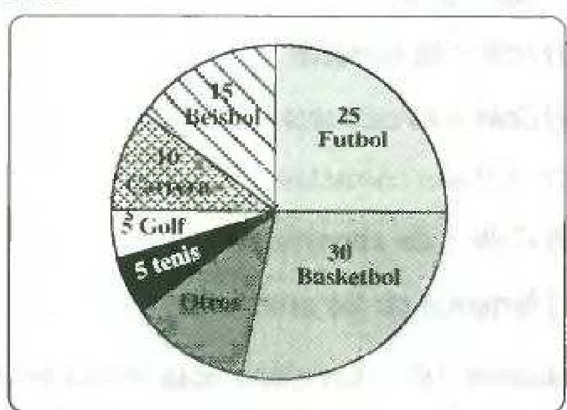
C) *¿Cuánto subió la temperatura de las 6 de la mañana al mediodía?*

A) 9° B) 10° C) 9,5° D) 10,5° E) N.A.

D) *¿Cuántos grados bajo la temperatura de las 3 de la tarde hasta el mediodía?*

A) 6° B) 7° C) 8° D) 9° E) N.A.

Problema 8: Manuel hizo una encuesta entre 100 alumnos de su academia para averiguar cuáles eran sus deportes favoritos. El gráfico circular muestra el número de alumnos que escogieron un deporte determinado como favorito.



A) *¿Qué fracción de la sección circular esta representada por los alumnos que escogieron fútbol?*

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$

D) $\frac{1}{8}$ E) N.A.

B) *¿Cuántos alumnos escogieron un deporte diferente de los mencionados?*

A) 20 B) 15 C) 10 D) 30 E) N.A.

C) *¿Qué ángulo tiene el sector circular correspondiente a Beisbol?*

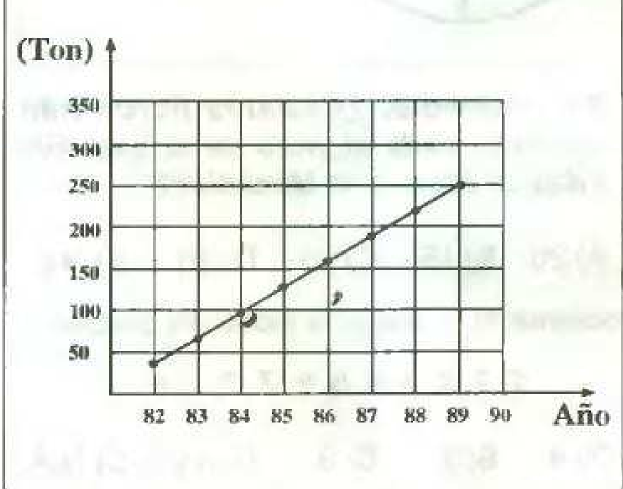
A) 18° B) 36° C) 54° D) 60° E) 72°.

D) *¿Qué ángulo tiene el sector circular correspondiente a Basketbol?*

A) 100° B) 108° C) 120° D) 150° E) N.A

Problema 9: En el país se ha extraído, durante 8 años, las siguientes cantidades anuales de cobre?

AÑO	TONELADAS
1982	40
1983	70
1984	100
1985	130
1986	160
1987	190
1988	220
1989	250



Se puede asegurar que la producción en el año 1990.

A) *Aumentará*

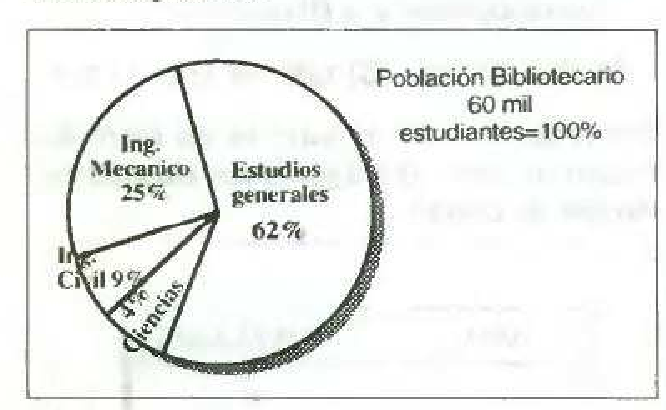
B) *Será igual que el año anterior.*

C) Será de 280 toneladas

D) No se puede asegurar cuál será la producción.

E) Ninguna de las anteriores

Problema 10: Suponga que el área de Ciencias e Ingeniería de la Universidad de "San Marcos" se presentan los siguientes cuadros gráficos:



En promedio. ¿Cuántos libros han utilizado cada alumno de la especialidad de Ingeniería Mecánica?

A) 20 B) 15 C) 25 D) 18 E) N.A.

Problema 11: Hallar la moda del sistema:

2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 7, 7, 9

A) 4 B) 7 C) 3 D) A y B E) N.A.

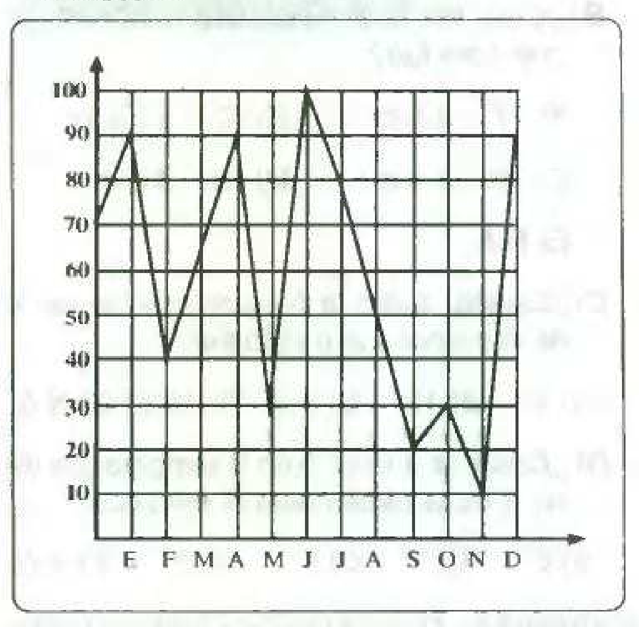
Problema 12: Sean los números:

5, 5, 7, 9, 11, 12, 15, 18, su Mediana será:

A) 10 B) 11 C) 12 D) 9 E) N.A.

Problema 13: En la figura se muestra la variación promedio anual de la cantidad de un mineral almacenado en el depósito de una compañia.

Con relación a éste gráfico. ¿Cuál o cuáles de la siguientes afirmaciones son correctas?



I. El almacenamiento promedio es menor en el mes de Noviembre

II. La relación aproximada entre el mayor y el menor almacenamiento promedio es de 10 : 1

A) Sólo I es correcta

B) Sólo II es correcta

C) I y II son correctas

D) Falta más información

E) Ninguna de las anteriores

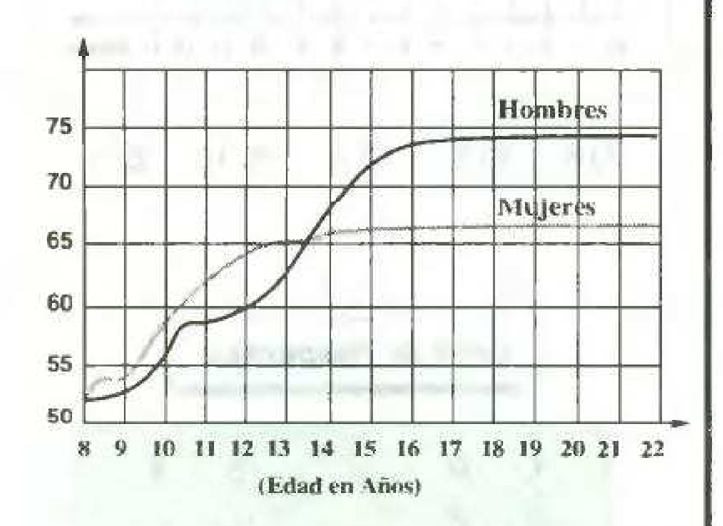
Problema 14: Un plano esta hecho en la escala $\frac{2}{12\,500}$. La distancia entre los dos edificios medida en el plano es 6 cm entonces, la distancia real entre los dos edificios es:

A) 750 m B) 375 m C) 7,5 km

D) 3,75 km E) 1 500 m

Problema 15: Un mapa está hecho en la escala de $\frac{2}{200\,000}$. Si medida en el plano la distancia entre dos ciudades es 2,5 cm; entonces ellos se encuentran realmente a:

A) 5 km B) 2 km C) 500 km
D) 0,8 km E) 8 km



> **Nota:** *Las preguntas del 16 al 20 son referentes al gráfico.*

Problema 16: ¿Cuántos años tiene el hombre cuando alcanza la altura de una mujer de once años?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 12,2 E) 12,5

Problema 17: ¿Cuántos años tiene el hombre cuando él es un pie y medio más alto que una mujer de la misma edad?

A) 10,5 B) 13 C) 15 D) 17 E) 20

Problema 18: ¿Cuántos años tiene una mujer cuando tiene una altura de 4 pies y 7 pulgadas?

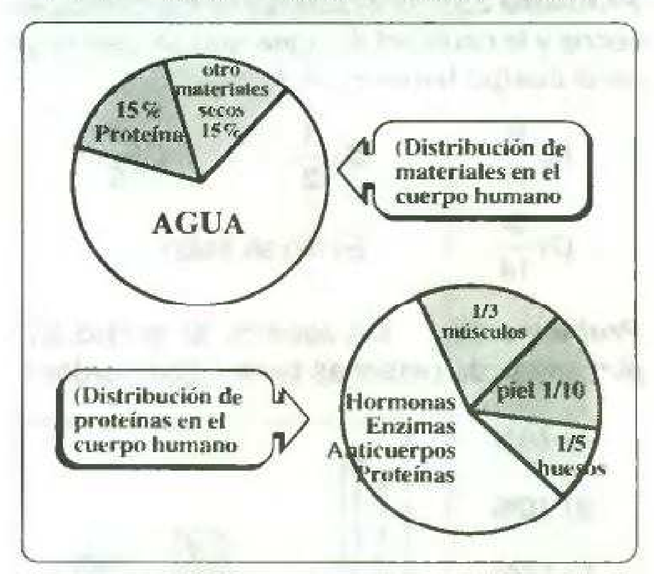
A) 9,2 B) 9,5 C) 9,6 D) 13,3 E) 21

Problema 19: ¿Cuántos años tiene un hombre cuando es el 20% más alto que una mujer de 10,5 años?

A) 10 B) 10,5 C) 14 D) 14,5 E) 15,2

Problema 20: De acuerdo al gráfico cuántos años transcurren entre los tiempos en que los hombres y mujeres de la misma edad tienen también la misma altura.

A) 4 B) 8 C) 9 D) 13 E) 22



> **Nota:** *Las preguntas del 21 al 25 son referentes a los gráficos mostrados.*

Problema 21: En términos del peso total del cuerpo. La distribución de materiales: agua y proteinas es igual a:

A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{85}{100}$ C) $\frac{1}{20}$ D) $\frac{3}{20}$ E) $\frac{1}{5}$

Problema 22: De acuerdo a estos gráficos una persona de 170 libras de peso de qué peso de agua estaría compuesto.

A) 17 libras B) 70 libras C) 100 libras
D) 119 libras E) 153 libras

Problema 23: ¿Que parte de proteinas en el cuerpo, esta constituido de músculo y piel?

A) $\frac{15}{1300}$ B) $\frac{1}{130}$ C) $\frac{1}{13}$
D) $\frac{13}{30}$ E) $\frac{1}{30}$

Problema 24: La razón de distribución de proteinas en los músculos entre la distribución de proteinas en la piel es:

A) 3 : 1 B) 1 : 3 C) 3 : 10

D) $3\frac{1}{3}:1$ E) 30 : 1

Problema 25: ¿La razón entre los materiales secos y la cantidad de agua que se distribuye en el cuerpo humano es:?

A) $\frac{6}{14}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{5}$

D) $\frac{3}{14}$ E) No se sabe

Problema 26: De acuerdo al gráfico qué porcentaje de personas tienen ojos pardos.

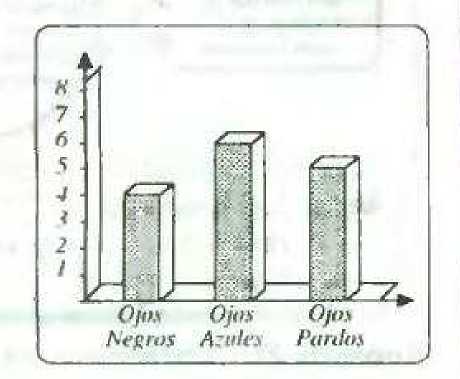
A) 40%

B) 10%

C) 50%

D) $33\frac{1}{3}\%$

E) 5%



Problema 27: Cálcular: Qué porcentaje de área total representa el área achurada.

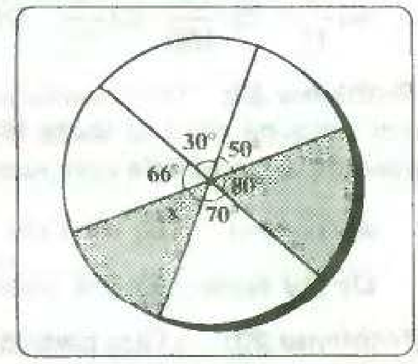
A) 50,1%

B) 34,6%

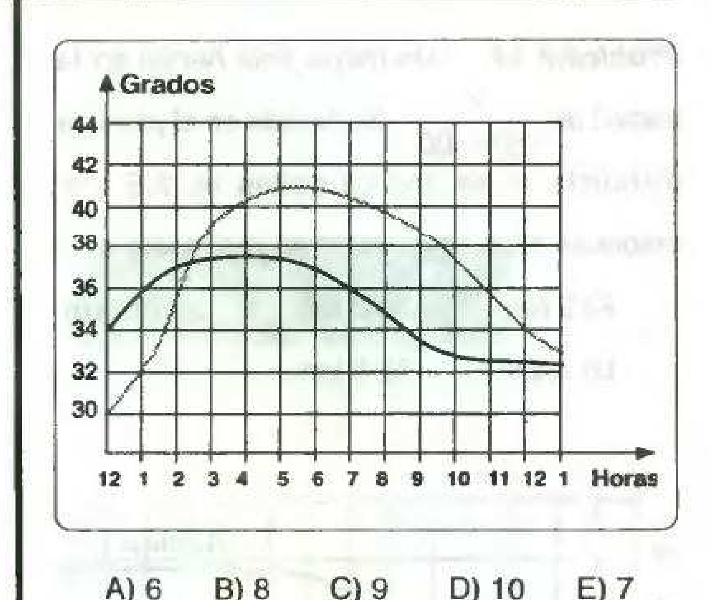
C) 38,8%

D) 14%

E) 40%



Problema 28: El grafico siguiente representa las temperaturas entre las 12 de la noche y la 1 p.m, en dos días consecutivos . El más largo período en horas que la temperatura permanecio sobre los 36° en cualquiera de los dos días fué aproximadamente.



A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 7

Clave de Respuestas

1.	B	15.	A
2.	E	16.	E
3.	B	17.	D
4.	A	18.	A
5.	B	19.	C
6.	C	20.	D
7.	A, B, C y B	21.	B
8.	B, C, C y B	22.	D
9.	D	23.	D
10.	B	24.	D
11.	D	25.	D
12.	A	26.	D
13.	C	27.	E
14.	B	28.	C

LOGARITMOS 42

Definición:

El logaritmo de un número "a", es el exponente "N", al que es preciso elevar un número dado, "b" denominado base, a fin de obtener el número "a", los números a y b son positivos y $b \neq 1$

Es decir: $b^N = a$

Entonces:

$N = \log_b a$ ⇨ ***Se lee:*** Logaritmo de "a" en base "b"

Esta última igualdad expresa que "N" es el logaritmo de base "b" del número "a"; el símbolo "log" es la abreviatura del logaritmo.

Existen 2 números usados generalmente como base de logaritmos, uno es el número 10 y el otro decimal infinito 2,71828182 8459.....comúnmente representado por la letra "e". Los logaritmos de base 10 se denominan logaritmos Vulgares o de Briggs y se representan por "log N". Los logaritmos de base "e" se denominan logaritmos naturales o neperianos y se representa por "Ln N" ó "$\text{Log}_e N$". **En este libro se consideran únicamente los logaritmos Vulgares.**

Ejemplos:

1. Siendo: $3^2 = 9$; El logaritmo de 9 en base 3 es 2.
2. Siendo: $4^3 = 64$; El logaritmo de 64 en base 4 es 3.

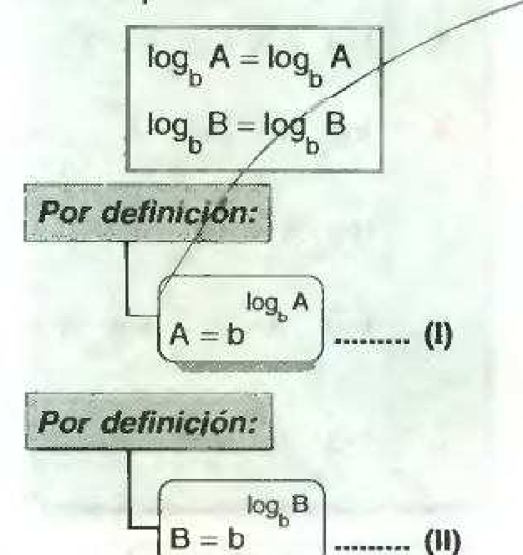
En General: $b^N = a$ El Logaritmo de "a" en base "b" es "N"

O sea: $b^N = a$ ⇨ $\log_b a = N$

Ahora, reemplazamos el valor de "a" de la primera expresión en la segunda expresión, obteniendo:

$$\log_b b^N = N$$

Sabemos que:



$$\log_b A = \log_b A$$

$$\log_b B = \log_b B$$

Por definición:

$A = b^{\log_b A}$ .... **(I)**

Por definición:

$B = b^{\log_b B}$ .... **(II)**

Ahora, multiplicamos miembro a miembro **(I)** y **(II)**

$$A \times B = b^{\log_b A} \times b^{\log_b B}$$

$$A \times B = b^{\log_b A + \log_b B}$$

Pero: $b^N = a \Rightarrow N = \log_b a$

Luego: $\log_b A \times B = \log_b A + \log_b B$

(Propiedad)

De igual manera dividimos miembro a miembro **(I)** : **(II)**

Luego: $\dfrac{A}{B} = \dfrac{b^{\log_b A}}{b^{\log_b B}}$

$$\left(\frac{A}{B}\right) = b^{\log_b A - \log_b B}$$

Luego:

$$\log_b\left(\frac{A}{B}\right) = \log_b A - \log_b B$$ ***Propiedad***

Propiedades Derivadas

1. $\log_b A^n = n \log_b A$
2. $\log_b \sqrt[n]{A} = \frac{1}{n} \log_b A$
3. $\log_b A \times \log_A b = 1$
4. $\log_b A = \log_{b^n} A^n$
5. $\log_b A = \log_{\sqrt[n]{b}} \sqrt[n]{A}$
6. $\log_{b^n} A^m = \frac{m}{n} \log_b A$
7. $\log_{b^n} b^m = \frac{m}{n}$

Regla de la Cadena

1. $\log_b a \times \log_a c \times \log_c d \times \log_d e = \log_b e$
2. $\log_b A = \frac{1}{\log_A b}$
3. $\log_b A = \log_b 10 \times \log_{10} A$
4. $\log_b b = 1$ 5. $\log_b 1 = 0$

Fórmula de Cambio de Base

$\log_b A \longrightarrow$ Lo llevamos a base "n"

Luego:

$$\log_b A = \frac{\log_n A}{\log_n b}$$

Cologaritmo

De un número en base "b" es el logaritmo de la inversa del número de dicha base.

$$\text{Colog}_b A = \log_b \frac{1}{A} = -\log_b A$$

Antilogaritmo

Es el número que da origen al logaritmo, así:

$$\text{antilog}_b A = b^A = N$$

Nota: $\text{antilog}_b \left(\log_b A\right) = A$

Ejercicios de Aplicación

Ejercicio 1: Calcular el valor de:

$$E = \log_5 125 + \log_{\sqrt{x}} x + 3^{\log_3 5} - 10^{\log 4}$$

Resolución:

La expresión dada, se puede escribir como:

$$E = \log_5 5^3 + \log_{\sqrt{x}} \sqrt{x}^2 + 3^{\log_3 5} - 10^{\log_{10} 4}$$

$$E = 3 + 2 + 5 - 4 \Rightarrow \therefore \boxed{E = 6}$$ ***Rpta.***

Ejercicio 2: Calcular el logaritmo de $\sqrt[7]{3}$ en $3\sqrt[4]{3}$ base

Resolución: $\log_{3\sqrt[4]{3}} \sqrt[7]{3} = N$

Pero: $\sqrt[7]{3} = 3^{\frac{1}{7}}$ $3\sqrt[4]{3} = 3 \times 3^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{5}{4}}$

Donde:

$$\log_{3^{\frac{5}{4}}} 3^{\frac{1}{7}} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{35}$$ **Rpta.**

Ejercicio 3: Calcular "b" en: $3\log_b 16 = 12$

Resolución:

La expresión dada se puede escribir como:

$$\log_b 16 = \frac{12}{3} \Rightarrow \log_b 16 = 4$$

Donde:

$$16 = b^4 \Rightarrow 2^4 = b^4 \Rightarrow \therefore \boxed{b = 2}$$ **Rpta.**

Ejercicio 4: Calcular el valor de:

$$P = 4^{\log_2 2} + 27^{\log_3 2}$$

Resolución:

La expresión dada se puede escribir así:

$$P = 2^{2\log_2 2} + 3^{3\log_3 2}$$

Por Propiedad: $n\log A = \log A^n$

$$P = 2^{\log_2 2^2} + 3^{\log_3 2^3}$$

Por Propiedad: $\log_b b^N = N$

$$\therefore \boxed{P = 2^2 + 2^3 = 12}$$ **Rpta.**

Ejercicio 5: Calcular "x" en: $2\log_7 x - 1 = 0$

Resolución:

Transponiendo el uno al segundo miembro se tiene:

$$2\log_7 x = 1 \Rightarrow \log_7 x = \frac{1}{2}$$

Donde:

$$x = 7^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \therefore \boxed{x = \sqrt{7}}$$ **Rpta.**

Ejercicios Resueltos

Ejercicio 1: Calcular el valor de "x"

$$x^{\log\sqrt{x}} = 100$$

A) 10^{1} B) 10^{2} C) 10^{3} D) 10^{4} E) 10^{3}

Resolución:

Tomando logaritmos, a ambos miembros obtenemos:

$$\log x^{\log\sqrt{x}} = \log 100 = \log 10^2$$

Pero: $\log A^n = n\log A$

$$\log\sqrt{x}\cdot\log x = \log_{10} 10^2$$

$$\log x^{\frac{1}{2}}\cdot\log x = 2 \Rightarrow \frac{1}{2}\log x\cdot\log x = 2$$

$$(\log x)^2 = 2^2 \Rightarrow \log x = \pm\sqrt{4}$$

$$\boxed{\log_{10} x = \pm 2}$$

De Donde:

$$\boxed{x = 10^{\pm 2}} \Rightarrow \begin{cases} x = 10^{+2} = 100 \\ x = 10^{-2} \end{cases}$$ **Rpta. B**

Ejercicio 2: Calcular "x" en:

$$x = \log_2 \log_3 3^{\log_{2,5} 6,25}$$

A) 0 B) 1 C) -1 D) 2 E) -2

Resolución:

La expresión dada, se puede escribir como:

$$x=\log_2 \log_3 3^{\left(\log_{2,5}(2,5)^2\right)} = \log_2\left(\log_3 3^2\right)$$

$$x=\log_2 2=\log_2 2^1=1 \Rightarrow \therefore \boxed{x=1}$$ ***Rpta. B***

Ejercicio 3: Si: $\begin{cases} \log 2=a \\ \log 3=b \end{cases}$

Hallar: "$\log_6 60$"

A) $\dfrac{a+b-1}{a+b}$ B) $\dfrac{a+b+1}{a+b}$ C) $a+b+1$

D) $\dfrac{a+b+1}{a-b}$ E) N.A.

Resolución:

Por Propiedad: $\boxed{\log_B A=\dfrac{\log A}{\log B}}$

Donde:

$$\log_6 60=\frac{\log 60}{\log 6}=\frac{\log(2\times3\times10)}{\log(2\times3)}$$

$$\log_6 60=\frac{\log 2+\log 3+\log 10}{\log 2+\log 3}$$

Pero: $\boxed{\log 10=1}$ *Remplazando valores obtenemos:*

$$\boxed{\log_6 60=\frac{a+b+1}{a+b}}$$ ***Rpta. B***

Ejercicio 4: Calcular:

$$S=9^{\log_2 5\cdot\log_3 2}+4^{\log_{11} 3\cdot\log_2 11}$$

A) 8 B) 15 C) 34 D) 25 E) N.A.

Resolución:

Por Propiedad

(I) $\log_2 5\cdot\log_3 2=\dfrac{\log 5}{\cancel{\log 2}}\cdot\dfrac{\cancel{\log 2}}{\log 3}=\log_3 5$

(II) $\log_{11} 3\cdot\log_2 11=\dfrac{\log 3}{\cancel{\log 11}}\cdot\dfrac{\cancel{\log 11}}{\log 2}=\log_2 3$

Reemplazamos los valores hallados en "S"

$$S=9^{\log_3 5}+4^{\log_2 3}$$

$$S=\left(3^2\right)^{\log_3 5}+\left(2^2\right)^{\log_2 3}$$

$$S=3^{\log_3 5^2}+2^{\log_2 3^2}$$

$$\boxed{S=5^2+3^2=34}$$ ***Rpta. C***

Ejercicio 5: Calcular:

$$3^{\log_4 5^{\log_3 4}}$$

A) 3 B) 4 C) 5 D) 1 E) log 3

Resolución:

Hacemos que:

$$\log_3 4=a \Rightarrow \boxed{4=3^a} \text{ ....(I)}$$

Luego:

$$3^{\log_4 5^{(\log_3 4)}}=3^{(\log_4 5^a)}=3^{\frac{\log 5^a}{\log 4}} \text{ ....(II)}$$

Reemplazamos **(I)** en **(II):**

$$3^{\log_4 5^{\log_3 4}}=3^{\frac{\log 5^a}{\log 3^a}}=3^{\frac{\log 5}{\log 3}}=3^{\log_3 5}=5$$

$$\therefore \boxed{3^{\log_4 5^{\log_3 4}}=5}$$ ***Rpta. C***

Ejercicio 6: Resolver:

$$\log x=3\log 6-2\log 3+3\log 2-3\log 4$$

A) 2 B) 4 C) 5 D) 3 E) 6

Resolución:

La expresión dada, se puede escribir como:

$$\log x = \log 6^3 - \log 3^2 + \log 2^3 - \log 4^3$$

$$\log x = \left(\log 6^3 + \log 2^3\right) - \left(\log 3^2 + \log 4^3\right)$$

$$\log x = \log 6^3 \times 2^3 - \log 3^2 \times 4^3$$

Por Propiedad:

$$\log A - \log B = \log \frac{A}{B}$$

$$\log x = \log\left(\frac{6^3 \times 2^3}{3^2 \times 4^3}\right) = \log \frac{12^3}{3^2 \times 4^3}$$

$$\log x = \log\left(\frac{12}{4}\right)^3 \times \frac{1}{3^2}$$

$$\log x = \log 3^3 \times \frac{1}{3^2} = \log 3$$

$$\log x = \log 3 \Rightarrow \therefore \boxed{x = 3}$$ ***Rpta. D***

Ejercicio 7: Calcular "x" si:

$$\log x = 2 + \log 3 - 2\log 5$$

A) 6 B) 4 C) 12 D) 18 E) N.A.

Resolución:

Sabemos que: $\boxed{2 = \log 100}$

Luego la expresión dada se transforma en:

$$\log x = \log 100 + \log 3 - 2\log 5$$

$$\log x = \log 100 + \log 3 - \log 5^2$$

$$\log x = \log\left(\frac{100 \times 3}{5^2}\right) \Rightarrow \log x = \log 12$$

$$\therefore \boxed{x = 12}$$

Rpta. D

Ejercicio 8: Resolver:

$$\log_2 \log_3 (x+2) = 2$$

A) 81 B) 79 C) 83 D) 4 E) N.A.

Resolución:

Hacemos que:

$$\boxed{\log_3(x+2) = a} \ \ldots\ldots\ldots \textbf{(I)}$$

Luego la expresión dada se transforma en:

$$\boxed{\log_2 a = 2 \Rightarrow a = 2^2 = 4} \ \ldots\ldots\ldots \textbf{(II)}$$

Siendo ahora la expresión dada:

$$\log_3(x+2) = 4 \Rightarrow x+2 = 3^4$$

Reemplazamos **(II)** en **(I):**

$$\therefore \boxed{x = 79}$$ ***Rpta. D***

Ejercicio 9: Calcular:

$$E = \operatorname{antilog}_{\sqrt{5}} 4 + \operatorname{Colog}_2 0{,}062\,5$$

A) 25 B) 29 C) 27 D) 16 E) N.A.

Resolución:

Sabemos que:

$$\operatorname{antilog}_{\sqrt{5}} 4 = \sqrt{5}^{\,4} = 5^2 = 25$$

$$\operatorname{Colog}_2 0{,}062\,5 = \log_2\left(\frac{1}{0{,}062\,5}\right)$$

$$\operatorname{Colog}_2 0{,}062\,5 = \log_2\left(\frac{1}{\frac{1}{16}}\right) = \log_2 16$$

$$\operatorname{Colog}_2 0{,}062\,5 = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$$

Luego: Reemplazamos valores en "E"

$$\therefore \boxed{E = 25 + 4 = 29}$$ ***Rpta. B***

Ejercicio 10: Calcular:

$$E = \log_{\sqrt[4]{2}} \text{antilog}_{0,25} \log_{\frac{4}{9}} \log_4 8$$

A) 4 B) 2 C) -2 D) 6 E) 8

Resolución:

$$\log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2}$$

$$E = \log_{\sqrt[4]{2}} \text{antilog}_{0,25} \log_{\frac{4}{9}} \left(\log_4 8\right)$$

$$E = \log_{\sqrt[4]{2}} \text{antilog}_{0,25} \left(\log_{\frac{4}{9}} \frac{3}{2}\right)$$

$$\log_{\left(\frac{2}{3}\right)^2} \left(\frac{3}{2}\right)^1 = \log_{\left(\frac{2}{3}\right)^2} \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = -\frac{1}{2}$$

$$E = \log_{\sqrt[4]{2}} \left(\text{antilog}_{0,25} \left(-\frac{1}{2}\right)\right)$$

$$(0,25)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} = 2$$

$$E = \log_{\sqrt[4]{2}} 2 = \log_{2^{\frac{1}{4}}} 2^1 = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

$\therefore$ $\boxed{E = 4}$ ***Rpta. A***

Ejercicio 11: Sabiendo que $\log 2 = 0,301\,0$; $\log 3 = 0,477\,1$. Diga Ud. ¿Cuántas cifras tiene el número 12^{50}?

A) 52 B) 53 C) 54 D) 55 E) N.A.

Resolución:

Hacemos que:

$\boxed{E = 12^{50}}$ ***Tomamos logaritmos a ambos miembros***

$$\log E = \log 12^{50} = 50(\log 12) = 50\left(\log 2^2 \times 3\right)$$

$$\log E = 50\left(\log 2^2 + \log 3\right) = 50(2\log 2 + \log 3)$$

$$\log E = 50\left(2(0,3010) + 0,477\,1\right) = 53,955$$

$$\log E = 53,955$$

Luego:

$$\log_{10} E = 54 \Rightarrow \therefore \boxed{E = 10^{54}} \text{ ...... (I)}$$

Por Inducción:

$10^1 = 10 \longrightarrow$ **(2 Cifras)**
$10^2 = 100 \longrightarrow$ **(3 Cifras)**
$10^3 = 1000 \longrightarrow$ **(4 Cifras)**
$10^4 = 10\,000 \longrightarrow$ **(5 Cifras)**
⋮ ⋮
$10^{54} = 10000000.........$ **(55 Cifras)**

$\therefore$ $\boxed{E = 55 \text{ cifras}}$ ***Rpta. D***

Ejercicio 12: Resolver:

$$\sqrt{\log x} = \log \sqrt{x}$$

A) 100 B) 10 C) 10 000 D) 1 E) C y D

Resolución:

Elevamos al cuadrado a ambos miembros:

$$\left(\sqrt{\log x}\right)^2 = \left(\log x^{\frac{1}{2}}\right)^2$$

$$\log x = \left(\frac{1}{2}\log x\right)^2 \Rightarrow \log x = \frac{1}{4}(\log x)^2$$

$$4\log x = (\log x)^2 \Rightarrow (\log x)^2 - 4\log x = 0$$

$$\log x(\log x - 4) = 0$$

I. $\begin{cases} \log x = 0 \Rightarrow x = 10^0 \Rightarrow \boxed{x = 1} \\ \log x - 4 = 0 \Rightarrow \log x = 4 \Rightarrow \boxed{x = 10^4} \end{cases}$

Rpta. C y D

Ejercicio 13: Si:

$$\log_5\left(\log_4\left(\log_3\left(\log_2 x\right)\right)\right) = 1$$

A) 2^{512} B) 3^{512} C) $5^{3^{1024}}$

D) 5^{49} E) $2^{3^{1024}}$

Resolución:

El 1 se puede expresar como: $\log_5 5$

$$\log_5\underbrace{\left(\log_4\left(\log_3\left(\log_2 x\right)\right)\right)} = \log_5 \underline{5}$$

Por comparación de términos:

$$\log_4\left(\left(\log_3\left(\log_2 x\right)\right)\right) = 5$$

$$\log_3\left(\left(\log_2 x\right)\right) = 4^5 = 2^{10} = 1\,024$$

$$\log_2 x = 3^{1024} \Rightarrow \therefore \boxed{x = 2^{3^{1024}}}$$

Rpta. E

Ejercicio 14: Si: $\log_3 x = k\log_6 x$

$\log_2 3 = B$

El valor de "k" es:

A) $1 + B$ B) $\dfrac{B}{1+B}$ C) $\dfrac{1+B}{B}$

D) $\dfrac{1}{1+B}$ E) $\dfrac{B}{2}$

Resolución:

Por la propiedad: $\boxed{\log_B A = \dfrac{\log A}{\log B}}$

La expresión:

$$\boxed{\log_3 x = k\log_6 x}$$

Se puede escribir así:

$$\frac{\log x}{\log 3} = k\frac{\log x}{\log 6} \Rightarrow \frac{\log 6}{\log 3} = k$$

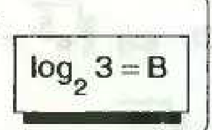
Donde:

$$\boxed{k = \frac{\log 3\times 2}{\log 3} \Rightarrow k = \frac{\log 3 + \log 2}{\log 3}}$$

Por artificio a cada término del numerador y denominador lo dividimos: $\log 2$

$$k = \frac{\left(\dfrac{\log 3}{\log 2}\right) + \left(\dfrac{\log 2}{\log 2}\right)}{\left(\dfrac{\log 3}{\log 2}\right)}$$

$$k = \frac{\log_2 3 + 1}{\log_2 3}$$



Por dato: $\boxed{\log_2 3 = B}$

Luego: $\boxed{k = \dfrac{B+1}{B}}$ ***Rpta. C***

Ejercicios Propuestos

Ejercicio 1: El valor de:

$$E = \log_{\sqrt{8}}\left(\log_{\sqrt{2}} 2\right)$$

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 2

D) 3 E) N.A.

Ejercicio 2: Reducir:

$$\log \frac{32}{243} + \log \frac{75}{16} + \frac{1}{3}\log 8 - 2\log \frac{5}{9}$$

A) 1 B) 2 C) 0 D) -1 E) N.A.

Ejercicio 3: Sabiendo: $x = \sqrt{yz}$

Hallar: "log y"

A) 2 log x + log z B) 2 log x - log z

C) 2(log x - log z) D) $\frac{1}{2}$ (log x - log z)

E) N.A.

Ejercicio 4: Si: $\log \sqrt[3]{a^5} = k$

Hallar: $\log \sqrt[5]{a^3}$

A) $\frac{25}{9}k$ B) $\frac{25}{9k}$ C) $\frac{9k}{25}$

D) $\frac{3}{5}k$ E) N.A.

Ejercicio 5: Siendo:

$$\log a^3 = 6$$

Calcular: "$\log a\sqrt{a}$"

A) $\frac{3}{2}\sqrt{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 3

D) 2 E) 1

Ejercicio 6: Calcular:

$$N = \text{Colog}_2 0{,}5 + \text{antilog}_3 2$$

A) 10 B) 8 C) 4 D) 7 E) N.A.

Ejercicio 7: Calcular:

$$M = \log_{4\sqrt{2}} \sqrt{2} + \text{antilog}_{\sqrt{5}} 4 + \text{Colog}_2 0{,}0625$$

A) 28 B) 16 C) 31 D) 25 E) N.A.

Ejercicio 8: Hallar "x" si:

$$2\log_9(x+4) = 1 + \log_3 x$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Ejercicio 9: Siendo: $\log 2 = a$ y $\log 3 = b$

Hallar: $\text{Colog}_{125} 27$

A) $\frac{1-a}{b}$ B) $\frac{a}{1-b}$ C) $\frac{b}{a-1}$

D) $\frac{1}{a+1}$ E) $\frac{1+a}{6}$

Ejercicio 10: Una solución de:

$$(\log_x 3)(\log_{\frac{x}{3}} 3) + \log_{\frac{x}{81}} 3 = 0 \text{ ; es :}$$

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{27}$ D) $\sqrt{3}$ E) N.A.

Ejercicio 11: Resolver:

$$x^{\log_2 x} = 16$$

A) 4 B) -4 C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) A y C

Ejercicio 12: Resolver:

$$\log(x+1) + \log(2x-1) = \log x$$

A) $\sqrt{2}/4$ B) $1/2$ C) $\sqrt{2}$

D) $\sqrt{2}/2$ E) $-\sqrt{2}$

Ejercicio 13: Hallar "x" en:

$$\log_{(x+1)} 5x + \log 5 + \log x = \log 50x$$

A) $\frac{1}{25}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

Ejercicio 14: Si:

$$\log_{\sqrt[3]{x}} 16 = 4$$

Evaluar: $\log_x 2x$

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{4}$ E) N.A.

Ejercicio 15: Al resolver la ecuación:

$$\frac{\log_2 x + \log_x 2}{2 - \log_x 2} = 2$$

Sumando las raíces se llega a:

A) 8 B) 6 C) 10 D) 12 E) 16

Ejercicio 16: Resolver la ecuación:

$$3\log_x 2 + \log_x 6 + 2\log_x 4 - \log_x 12 = 6\log_x x$$

A) x =2 B) x = 3 C) x = 4

D) $x = \frac{1}{2}$ E) N.A.

Ejercicio 17: Siendo: $N = 2^{20} \times 3^{30}$

¿Cuántas cifras enteras tiene "N"?

($\log 2 = 0{,}3010$; $\log 3 = 0{,}4771$)

A) 20 B) 19 C) 21 D) 25 E) N.A.

Ejercicio 18: Calcular:

$$R = 1 - \text{Colog}_2\left(\text{antilog}_4\left(\log_5 625\right)\right)$$

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

Ejercicio 19: Siendo: $n = 2^{\log_3 a}$

Calcular: $E = \sqrt{3^{\log_a n} + 7n^{\log_a 3}}$

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

Ejercicio 20: Siendo: $\log_b \sqrt{a} = 2$

Calcular: $\text{Colog}_{\sqrt{6}} \log_b \sqrt{3\sqrt{4\sqrt{a}}}$

A) E =2 B) E = -2 C) $E = \frac{1}{2}$

D) $E = \frac{1}{4}$ E) N.A.

Ejercicio 21: Dada la ecuación:

$$\log_{a^{3n}} b^n = \frac{1}{3}$$

¿Cuál será la relación entre a y b?

A) a = 3b B) a = b C) $a = \frac{b}{3}$

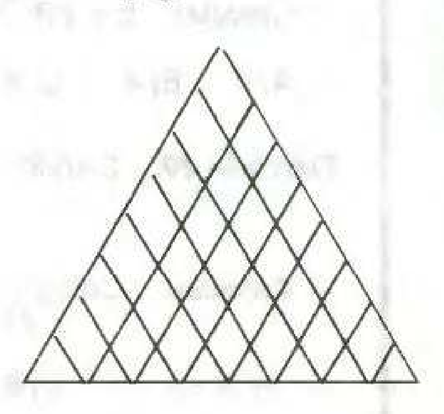
D) a + b = 0 E) $\frac{a}{b} = \frac{b}{a}$

Clave de Respuestas

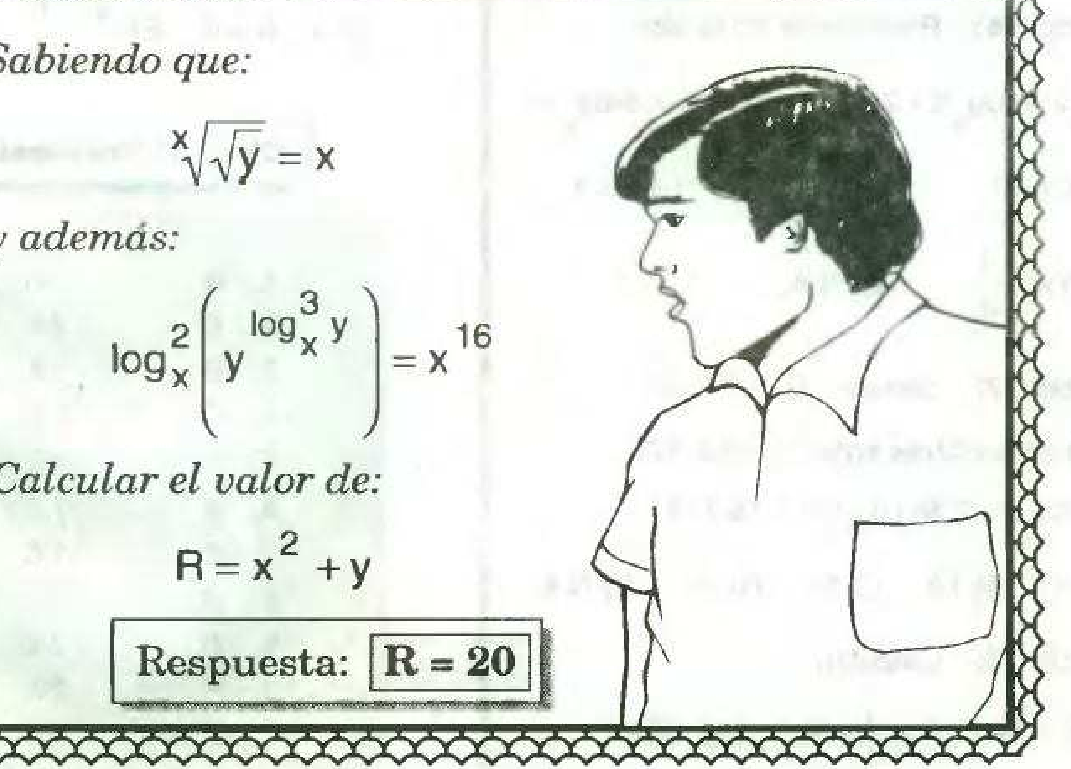
1.	B	11.	E
2.	C	12.	D
3.	B	13.	D
4.	C	14.	B
5.	C	15.	C
6.	A	16.	A
7.	C	17.	C
8.	B	18.	C
9.	C	19.	B
10.	B	20.	B
		21.	B

Razone

Hallar el número total de triángulos que existen en la figura.



Respuesta **36**



Razone

Sabiendo que:

$$\sqrt[x]{\sqrt{y}} = x$$

y además:

$$\log_x^2\left(y^{\log_x^3 y}\right) = x^{16}$$

Calcular el valor de:

$$R = x^2 + y$$

Respuesta: **R = 20**

EVALUACION O DESCARTE DE DATOS 43

Cada una de las siguientes cuestiones presenta un conjunto de proposiciones, en las cuales se dan informaciones que contienen ciertos datos.

Debe entenderse que no se pide respuesta correcta a las preguntas, sino que decida el estudiante si los datos son o no suficientes para responder a ellas.

Problema 1: En una reunión de ejecutivos, el 48% tenía corbata. ¿Cuántos hombres estuvieron presentes en dicha reunión?

(I.) 104 hombres no tenían corbata.

(II.) 96 hombres tenían corbata.

A) Cada una por sí sola

B) I por sí sola

C) Faltan datos

D) II por sí sola

E) Ambas juntas, **I y II**

Resolución:

Sea: { x = *Número de hombres que estuvieron presentes en la reunión.*

Del enunciado: 48% x ⟶ Tenían corbata

De la proposición II:

96 hombres tenían corbata

Luego: $48\%\,x = 96$

$$\frac{48}{100}x = 96 \Rightarrow x = \frac{96(100)}{48}$$

$$\therefore \boxed{x = 200} \left(\begin{array}{c}\textbf{\# de hombres}\\ \textbf{en la reunión}\end{array}\right)$$

* Como se daran cuenta el problema ha sido resuelto solo con la ayuda de la **proposición (II):**

Ahora probemos con la **proposición (I)**

Sea: { x = *Número de hombres que estuvieron presentes en la reunión.*

Recordar que:	x <> 100% x

Del 100% de personas, el 48% x, tenían corbata esto quiere decir que los que no tenían eran:

$$100\%\,x - 48\%\,x = 52\%\,x$$

De la proposición (I):

104 hombres no tenían corbata

Luego: $52\%\,x = 104$

$$\frac{52}{100}x = 104 \Rightarrow x = \frac{104(100)}{52}$$

$$\therefore \boxed{x = 200} \left(\begin{array}{c}\textbf{\# de hombres}\\ \textbf{en la reunión}\end{array}\right)$$

* Como se darán cuenta el problema ha sido resuelto sólo con la ayuda de la **proposición (I):**

∴ La respuesta correcta es cada una por **sí sola** ***Rpta. A***

Problema 2: Manuel con Sara tienen juntos 350 dólares. ¿Cuánto dinero tiene Sara?

I. Sara tiene una cantidad igual a los 3/4 de lo que tiene Manuel

II. Manuel tiene 50 dólares más que Sara

A) Ambas juntas, **I** y **II**

B) **II** por sí sola

C) **I** por sí sola

D) Se necesitan más datos

E) Cada una por sí sola

Resolución:

Sea: $\begin{cases} \mathbf{M} = \textit{Dinero que tiene Manuel} \\ \mathbf{S} = \textit{Dinero que tiene Sara} \end{cases}$

$$\boxed{M + S = 350 \text{ dólares}} \text{ .... } (\alpha)$$

De la proposición (I):

$$S = \frac{3}{4}M \Rightarrow \boxed{M = \frac{4}{3}S} \text{ .... } (\beta)$$

Reemplazamos **(B)** en **(A)**:

$$\frac{4}{3}S + S = 350 \Rightarrow 7S = 350(3)$$

$$\therefore \boxed{S = 150 \text{ dólares}} \left(\textit{Dinero que tiene Sara}\right)$$

De la proposición (II):

"M" tiene 50 dólares más que Sara:

$$M - 50 = S \Rightarrow \boxed{M = S + 50} \text{ .... } (\theta)$$

Reemplazamos **(θ)** en **(A)**:

$$(S + 50) + S = 350 \Rightarrow 2S = 300$$

$$\therefore \boxed{S = 150} \left(\textit{Dinero que tiene Sara}\right)$$

Como se habran dado cuenta el problema se ha podido resolver con la ayuda de cualquiera de las dos proposiciones en forma independiente.

∴ La respuesta correcta es: Cada una por sí sola **_Rpta. E_**

Problema 3: ¿Cuál es el perímetro del rectángulo **ABCD**?

I. Area del rectángulo **ABCD** $= \frac{7}{9}x^2$

II. **AB** $= \frac{x}{3}$

A) Ambas juntas, **I** y **II**

B) **I** por sí sola

C) Cada una por sí sola

D) **II** por sí sola

E) Faltan datos

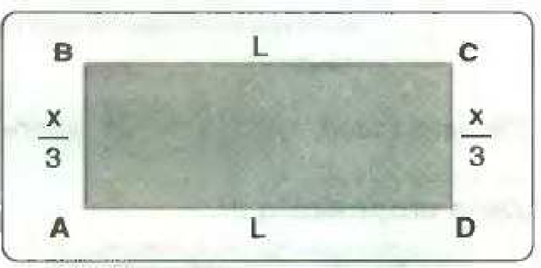
Resolución:

De la proposición (I):

Nos dan el área del rectángulo:

$$\boxed{\mathbf{ABCD} = \frac{7}{9}x^2}$$

Con este dato no es suficiente para poder hallar el perímetro de dicho rectángulo, al no poderse calcular el perímetro le pedimos ayuda a la proposición **(II)**; veamos:



Area ▬ **ABCD** = Largo×Ancho

$$\frac{7}{9}x^2 = L\,\frac{x}{3} \Rightarrow \therefore \boxed{L = \frac{7}{3}x}$$

Ahora así calculamos el perímetro del: ▬ **ABCD:**

Perimetro ▭ **ABCD** = $\sum$ de sus 4 lados

Perimetro ▭ **ABCD** = $2\left(\frac{x}{3}\right)+2\left(\frac{7x}{3}\right)$

∴ Perimetro ▭ **ABCD** = $\frac{16}{3}x$

Luego:

La respuesta correcta para este problema es: **I** y **II** ambas juntas

Rpta. A

Problema 4: Manuel ha cobrado por todos sus días de trabajo 240 dólares y Miguel 120 dólares por el mismo número de días. ¿Cuánto gana Manuel por Día?

I. Manuel gana el doble de Miguel

II. Manuel gana por día 30 dólares más que Miguel

A) **I** por sí sola

B) **II** por sí sola

C) Ambas juntas, **I** y **II**

D) Cada una por sí sola **I** o **II**

E) Se requiere información adicional

Resolución:

Sea: { x = *# Número de días que trabaja cada uno de ellos.*

- Si Manuel gana 240 dólares en "x" días.

En 1 dia gana = $\frac{240}{x}$ dólares ..... (α)

- Si Miguel gana 120 dólares en "x" días.

En 1 dia gana = $\frac{120}{x}$ dólares ..... (β)

De la proposición I:

Que dice: *Manuel gana el doble de Miguel no se podrá calcular lo que gana cada uno por día.*

De la proposición II:

Que dice: *Manuel gana por día 30 dólares más que Miguel, con esta proposición si se podra calcular lo que gana uno por día. veamos:*

$$\underbrace{\text{Manuel}} - 30 = \underbrace{\text{Miguel}}$$

$$\frac{240}{x} - 30 = \frac{120}{x}$$

$$\frac{120}{x} = 30 \Rightarrow \boxed{x = 4 \text{ días}}$$

Ahora, reemplazamos el valor de **"x"** en **(A)**:

En 1 día Manuel gana:

$\frac{240}{4}$ dólares = 60 dólares

Luego:

La respuesta correcta es: **II** por sí sola

Rpta. B

Problema 5: Hallar cada uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo si:

I. La relación entre dichos ángulos agudos es: $\frac{2}{3}$

II. El ángulo suplementario del doble del ángulo mayor es 72°

A) **I** por sí solo D) Cada una por sí sola **I** o **II**

B) **II** por sí solo E) Faltan datos

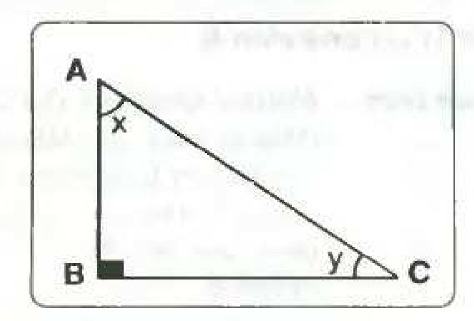
C) Ambas juntas, **I** y **II**

Resolución:

Sea:

El ◺ **ABC**, cuyos ángulos agudos son:

y = ∠ Menor ; x = ∠ Mayor



De la proposición (I):

Relación entre dichos ángulos es: $\frac{2}{3}$

O sea: $\frac{y}{x}=\frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{y=\frac{2}{3}x}$ ..... **(1)**

Sabemos que: $\boxed{x+y=90°}$ ..... **(2)**

Reemplazamos **(1)** en **(2):**

$$x+\frac{2}{3}x=90° \Rightarrow \frac{5}{3}x=90°$$

$$\boxed{x=54°}\ \left(\begin{matrix}\textit{Angulo}\\ \textit{Mayor}\end{matrix}\right)$$

Ahora, reemplazamos el valor de "x" en **(1)**:

$$y=\frac{2}{3}(54°) \Rightarrow \boxed{y=36°}\ \left(\begin{matrix}\textit{Angulo}\\ \textit{Menor}\end{matrix}\right)$$

+ Como se habrán dado cuenta, el problema se ha podido resolver con la **proposición (I)**, ahora veamos con la **proposición (II)**.

De la proposición (II):

El ángulo suplementario del doble del ángulo agudo mayor es 72°

$180°-2(x)=72° \Rightarrow 108°=2x$

$\boxed{x=54°}$ (∠Mayor)

- Si con esta **proposición (II)**, hemos hallado el valor del ángulo agudo mayor, para hallar el otro ángulo agudo menor restamos:

$$\boxed{90°-\angle Mayor=\angle Menor}$$

(Esto sólo se cumplirá cuando el triángulo es rectángulo)

$$90°-54°=\angle Menor$$

$$\boxed{36°=\angle Menor}$$

Luego:

∴ La respuesta correcta es: Cada uno por sí sola **(I)** o **(II)** ***Rpta. D***

Problema 6: ¿Cuál es el área del cuadrado **ABCD**?

I. Area del cuadrado **KAFE** es: 16 m^2

II. Perímetro del cuadrado **GHDF** es: 24 m

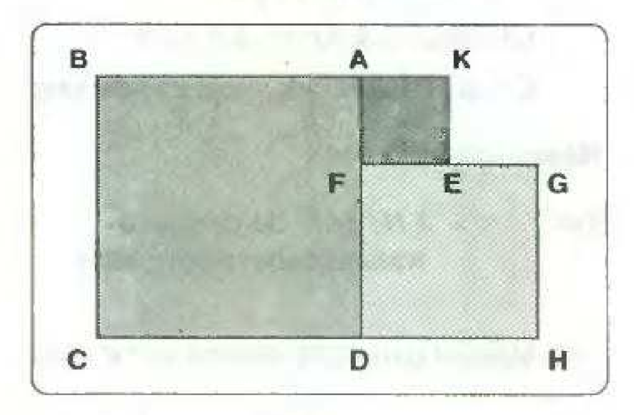
A) **I** por sí sola

B) Cada una por sí sola

C) **II** por sí sola

D) Se necesitan más datos

E) Ambas juntas, **I** y **II**



Resolución:

De la proposición (I):

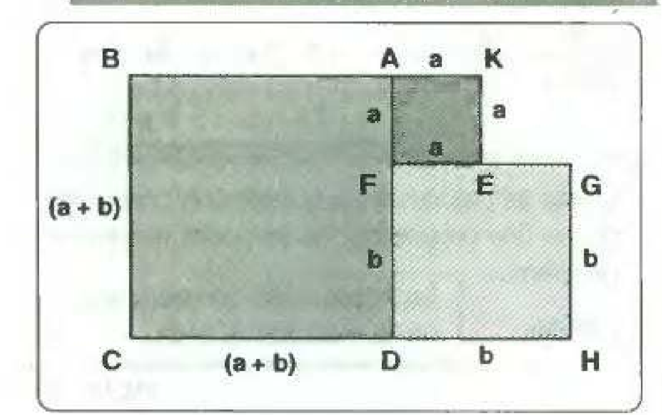
*Sólo se podrá calcular el lado del cuadrado **KAFE**, no siendo suficiente para hallar el área del cuadrado **ABCD***

Area ▢KAFE = a^2

$16\ m^2 = a^2$ ⇨ $\boxed{a = 4\ m}$

De la proposición (II):

*Sólo se podrá calcular el lado del cuadrado **GHDF**, no siendo suficiente para hallar el área del cuadrado **ABCD***



Area ▢GHDF = 24 m

4b = 24 m ⇨ $\boxed{b = 6\ m}$

* Como nos daremos cuenta para poder hallar el área del cuadrado **ABCD**, debemos tener las 2 proposiciones **I** y **II** juntas ya que con una de estas, hemos podido calcular: **a** y **b**, siendo dicha suma **(a + B)**, el lado del cuadrado **ABCD**

De donde:

Area ▢ABCD = $(a + B)^2$

Area ▢ABCD = $(4 + 6)^6$

Area ▢ABCD = $100\ m^2$

Luego:

∴ La respuesta correcta es: ambas juntas **I** y **II** ***Rpta. E***

Problema 7: ¿Hallar la medida del ángulo ABC. En la figura mostrada?

I. AP es bisectriz del ∠BAC

II. AB = BC

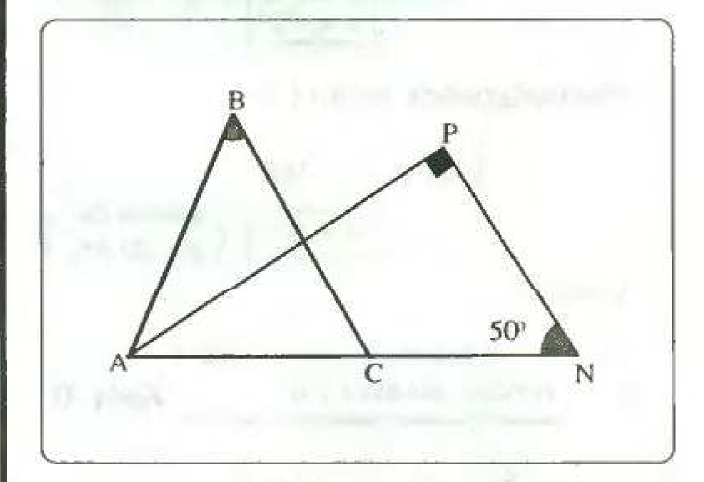
A) Cada una por sí sola

B) **I** por sí sola

C) **II** por sí sola

D) Ambas juntas, **I** y **II**

E) Faltan más datos



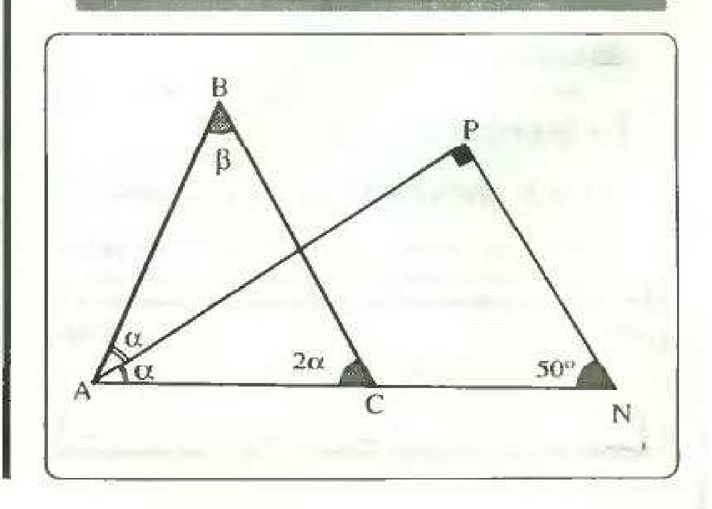
Resolución:

De la proposición (I):

*No basta para hallar la medida del ∠P .C la cual necesitamos también la proposición **II**, veamos:*

De la proposición (II):

***AB = BC**, si los dos lados son iguales los dos ángulos **BAC** y **BCA** del Δ **ABC** deben ser iguales.*



En el Δ ABC:

$$2\alpha + 2\alpha + \beta = 180°$$

$$\boxed{4\alpha + \beta = 180°} \quad \text{......... (1)}$$

En el Δ APN:

$$\alpha + 50° + 90° = 180°$$

$$\boxed{\alpha = 40°} \quad \text{......... (2)}$$

Reemplazamos (2) en (1):

$$4(40°) + \beta = 180°$$

$$\therefore \boxed{\beta = 20°}$$ ***(Medida del ángulo ABC)***

Luego:

La respuesta correcta es: Ambas juntas **I y II** ***Rpta. D***

Problema 8: ¿Qué hora es?

I. Si el duplo de las horas transcurrridas es igual al cuádruplo de las horas que faltan por transcurrir.

II. La razón entre las horas transcurridas y las no transcurridas es de 2 a 1.

A) **I** por sí sola

B) **II** por sí sola

C) **I** y **II** juntas

D) Cada una por sí sola

E) Faltan datos

Resolución:

De la proposición (I):

El día lo graficamos por un segmento:

Hrs. Transcurridas | Hrs. no Transcurridas

0 hrs. — 24 hrs

x — (24 - x)

Del enunciado obtenemos:

$$2x = 4(24 - x) \Rightarrow 2x = 96 - 4x \Rightarrow 6x = 96$$

$$\boxed{x = 16 \text{ hrs} <> 4 \text{ p.m.}}$$

∴ La hora pedida es: 4 p.m. ***Rpta. D***

De la proposición (II):

También se puede calcular la hora, veamos:

$$\frac{x}{24 - x} = \frac{2}{1} \Rightarrow x = 48 - 2x \Rightarrow 3x = 48$$

$$\boxed{x = 16 \text{ hrs} <> 4 \text{ p.m.}}$$

* Como se habran dado cuenta con cualquiera de las dos proposiciones se podrá resolver el problema.

Luego: La respuesta correcta es: cada una por si sola

Rpta. D

Problema 9: El resultado de: $\dfrac{x + y}{x - y}$, se puede calcular si se conoce el valor de:

(1). $x - y = 3$ **(2).** $x^2 - y^2 = 21$

A) **(1)** por sí sola B) **(2)** por sí sola

C) Ambas juntas **(1)** y **(2).**

D) Cada una por sí sola **(1)** ó **(2)**.

E) Se requiere información adicional.

Resolución:

De la proposición (1):

No basta para hallar el valor de "x" y de "y", la cuál necesitamos también la proposición (2). Veamos:

De la proposición (2):

$x^2 - y^2 = 21$; por diferencia de cuadrado se tiene

$(x + y)(x - y) = 21$; de la proposición **(1)**: $\boxed{x - y = 3}$

$(x + y)(3) = 21 \Rightarrow \boxed{x + y = 7}$; Luego: $\dfrac{x + y}{x - y} = \dfrac{7}{3}$

∴ La respuesta correcta es: Ambas juntas **(1)** y **(2).** ***Rpta. C***

Problemas Propuestos

Problema 1: Hallar la cifra de las decenas de un número de 2 cifras:

I. La cifra de las decenas de un número es el doble más 1 que la cifra de las unidades.

II. Ambas cifras suman 7

A) Cada una por sí sola

B) **I** por sí sola

C) **II** por sí sola

D) Faltan datos

E) Ambas juntas **I** y **II**

Problema 2: ¿Cuál es el área de un cubo si:

I. El volúmen del cubo es 125 m^2

II. La longitud de la diagonal de una de las caras es $5\sqrt{2}$ m

A) **I** por sí sola

B) **II** por sí sola

C) Ambas juntas **I** y **II**

D) Cada una por sí sola

E) Falta Información

Problema 3: La suma de tres números es 50. Hallar el valor de cada uno de ellos. si:

I. La suma del primero y el segundo es 35

II. La suma del segundo y el tercero es 20

III. El primero es el doble del tercero

A) Cada una por sí sola

B) **I** y **II** juntas

C) **I**, **II** y **III** juntas

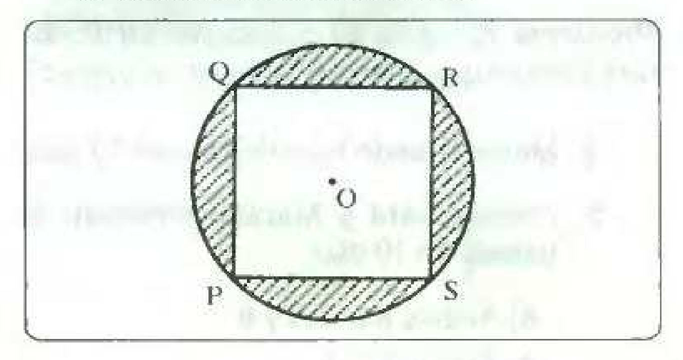
D) **II** por sí sola

E) **I** por sí sola

Problema 4: Cuánto mide la superficie sombreada de la siguiente figura?

I. Perímetro del cuadrado PQRS es : $12\sqrt{2}$ m

II. Radio del círculo es: 3 m



A) Cada una por sí sola

B) **I** por sí sola

C) **II** por sí sola

D) Ambas juntas **I** y **II**

E) Faltan datos

Problema 5: ¿Cuál es la altura promedio de 11 jugadores en un partido de fútbol?

I. Ningún jugador mide menos de 1,62 m

II. La altura promedio de diez de ellos es: 1,65 m

A) **I** por sí sola

B) Cada una por sí sola

C) Se necesitan más datos

D) Ambas juntas **I** y **II**

E) **II** por sí sola

Problema 6: ¿Cuál es la distancia de la ciudad "A" la ciudad "B"?

I. Una camioneta puede hacer el viaje entre las dos ciudades en 3 horas viajando a 100 kilómetros por hora.

II. Una camioneta puede hacer el viaje entre las dos ciudades en $2\frac{1}{2}$ horas viajando a 120 kilómetros por hora.

A) **I** por sí sola

B) Se necesitan más datos

C) **II** por sí sola

D) Ambas juntas **I** y **II**

E) Cada una por sí sola

Problema 7: ¿Cuántos días más se demorará Manuel que Sara en terminar un trabajo?

I. Manuel puede hacerlo solo en 19 días

II. Juntos Sara y Manuel terminan el trabajo en 10 días

A) Ambos juntas **I** y **II**

B) Faltan datos

C) Cada una por sí solo

D) **II** por sí solo

E) **I** por sí solo

Problema 8: Hallar el menor de 3 números

I. Los tres números son entre sí como: 3, 5 y 11

II. La suma de los dos menores es: 32

III. El producto de los 2 mayores es 880

A) Solo **I** y **II**

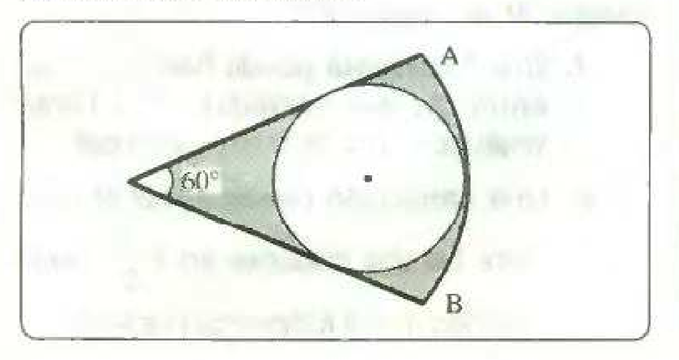
B) **I** y **II** ó **I** y **III**

C) Solo **I** y **III**

D) Necesariamente **I, II** y **III**

E) Faltan datos

Problema 9: ¿Cuánto mide la superficie sombreada de la figura?



I. Area del sector circular AOB es: 6π m²

II. Radio del círculo es 2 m

A) **I** por sí sola

B) **II** por sí sola

C) Cada una por sí sola

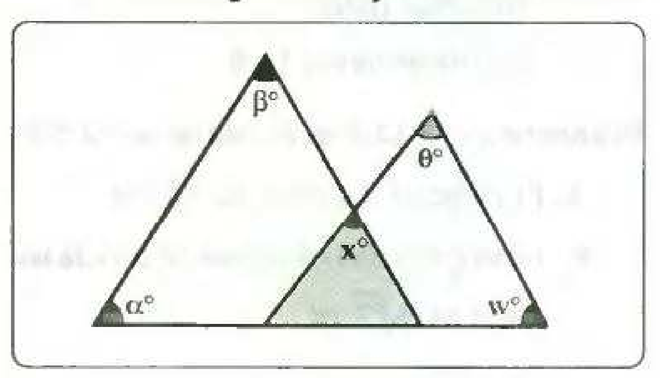
D) Ambas juntas **I** y **II**

E) Faltan datos

Problema 10: En la siguiente figura: ¿A qué es igual: $\alpha + \beta + \theta + \omega$?

I. El ángulo "x" es igual a 90°

II. Los triángulos ABC y PQR son isósceles



A) **I** por sí sola

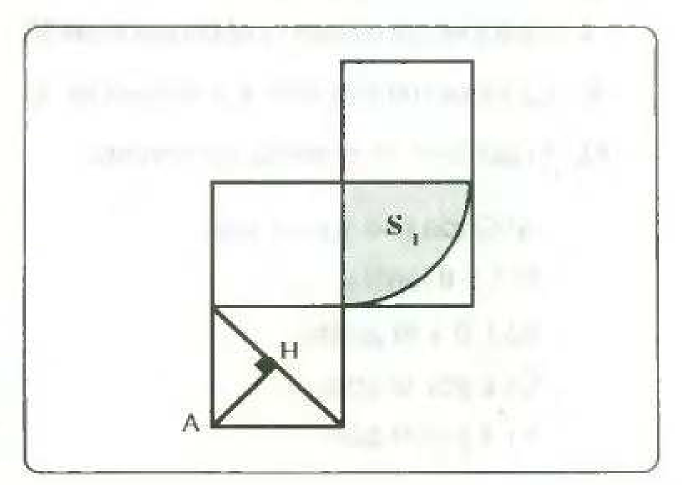
B) **II** por sí sola

C) Cada una por sí sola

D) Ambas juntas **I** y **II**

E) Faltan datos

Problema 11: Calcular el área de toda la figura mostrada. (Todos los cuadrados son iguales)



I. El área "S_1" es igual a π m^2

II. $AH = \sqrt{2}$ m

A) Cada una por sí sola
B) **I** por sí sola
C) **II** por sí sola
D) Ambas juntas **I** y **II**
E) Faltan datos

Problema 12: ¿Me puedes decir cuánto gastó Nataly? . Si tenía 120 dólares para hacer compras

I. Si ha gastado los 2/3 de lo que no gastó

II. Lo que no gastó excede en 24 dólares a lo que gastó

A) Cada una por sí sola
B) **I** por sí sola
C) **II** por sí sola
D) Ambas juntas **I** y **II**
E) Faltan datos

Problema 13: Encontrar el valor de: "A×B×C" sí

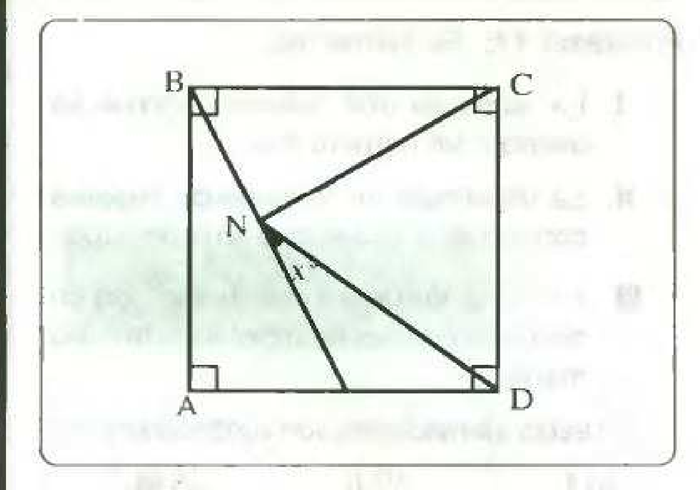
I. A×B = 48	**II.** B×C = 72
III. A×C = 54	

A) Solo **I** y **II**
B) Solo **II** y **III**
C) Solo **I** y **III**
D) Faltan datos
E) Necesariamente **I**, **II** y **III**

Problema 14: En la figura mostrada: calcular la medida del ángulo "x"

I. ABCD es un cuadrado

II. El triángulo CND es equilátero



A) Cada una por sí sola
B) **I** por sí sola
C) **II** por sí sola
D) Ambas juntas **I** y **II**
E) Faltan datos

Problema 15: Hallar el número de 2 cifras

I. La cifra de las unidades excede al de las decenas en 3.

II. La diferencia de cuadrados entre sus cifras es 45.

A) Cada una por sí sola
B) **I** por sí sola
C) **II** por sí sola
D) Ambas juntas **I** y **II**
E) Faltan datos

Problema 16: Se tiene la expresión:

$$3n^2 + 4n - 5 \text{ con } n \in \mathbb{N}$$

I. Esta expresión es par si: n = par

II. Esta expresión es impar si: n = par

III. Esta expresión es impar para todo "n" par ó impar

De estas afirmaciones es o son verdaderas

A) Solo **I**
B) Solo **II**
C) Solo **III**
D) Ninguna
E) Todas

Problema 17: Se afirma que:

I. La suma de dos números primos es siempre un número par.

II. La diferencia de 2 números impares consecutivos es siempre un número par.

III. La suma de un número primo con un número par es siempre un número impar.

De estas afirmaciones son verdaderas sólo:

A) I B) II C) III

D) I y II E) Las tres

Problema 18: Si $a, b \in \mathbb{N}^*$ (Número cardinal), entonces se afirma que siempre se obtiene:

I. $a + b \in \mathbb{N}^*$ **II.** $a - b \in \mathbb{N}^*$

III. $ab \in \mathbb{N}^*$ **IV.** $\frac{a}{b} \in \mathbb{N}^*$

De estas afirmaciones son verdaderas:

A) Solo I y II D) II y IV

B) I y III E) III y IV

C) I y IV

Problema 19: Dos circunferencias de radios a y b siendo a > b, son tangentes cuando la central OO′ (recta que une sus centros) mide:

I. $OO' = a + b$ **III.** $OO' \leq a + b$

II. $OO' = a - b$

De estas afirmaciones son verdaderas sólo:

A) I B) II C) III

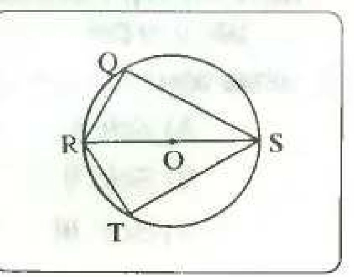
D) I y II E) Las tres

Problema 20: En la figura mostrada, $\overline{RS}$ es eje de simetría se afirma que la mayor área del cuadrilátero RTSQ, se obtiene cuando:

I. QRT = 90°

II. $\overline{RQ} = \overline{ST}$

III. $\overline{RS} = \overline{TQ}$



De estas afirmaciones son verdaderas

A) Solo I d) Solo II y III

B) Solo II e) Las tres

C) Solo III

Problema 21: En un rombo se conocen:

I. El Perímetro

II. El ángulo que forman dos lados

III. Una diagonal

Para calcular su área basta:

A) Solo I

B) Solo II

C) Dos cualquiera de estos datos

D) Los tres

E) Fataría conocer la altura

Problema 22: En el paralelogramo se sabe que:

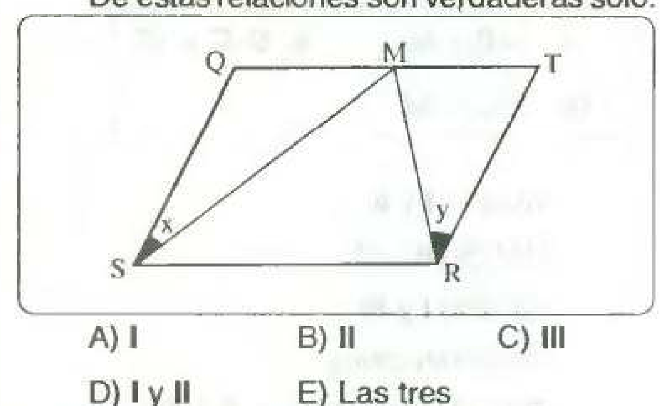
$$\overline{MQ} = \overline{MT} = \overline{MR} = \overline{TR}$$

Entonces, entre los ángulos "x" e "y" se afirma las relaciones siguientes:

I. $x + y = 90°$ **III.** $x = y$

II. $x : y = 1 : 2$

De estas relaciones son verdaderas sólo:



A) I B) II C) III

D) I y II E) Las tres

Problema 23: Veinte centésimos se puede escribir:

I. 0,02 **III.** 20%

II. 0,2 **IV.** $\frac{1}{5}$

De estas expresiones son verdaderas sólo:

A) Solo **I**
B) Solo **II** y **III**
C) Solo **II** y **IV**
D) Solo **II, III** y **IV**
E) **III** y **IV**

Problema 24: Tengo tres alumnas: Sara, Nataly y Vanessa

I. Sara es menor que Vanessa

II. Vanessa es mayor que Nataly

Entonces para saber cuál es la mayor basta con:

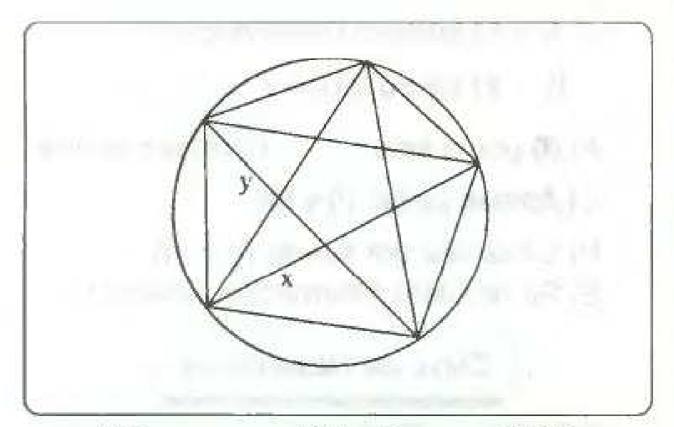
A) **I** B) **II** C) **I** o **II**
D) **I** y **II** juntos E) Falta más información

Problema 25: Entre los ángulos "x" e "y" de la figura se afirma que:

I. $x + y = 180°$ **III.** $x = \frac{2}{3}y$

II. $x - y = 36°$

De estas afirmaciones son verdaderas sólo:



A) **I** B) **I** y **II** C) **III**
D) **I** y **III** E) Las tres

Problema 26: Si: $a^b = b^a$, entonces se afirma que debe ser:

I. $a = 2$; $b = 4$

II. $a = -2$; $b = -4$

III. $a = 4$; $b = 2$

¿Cuál o cuáles de estas afirmaciones es posible?

A) Solo **I**
B) Solo **II**
C) Solo **I** y **III**
D) Las tres
E) Ninguna, porque la potenciación no es conmutativa

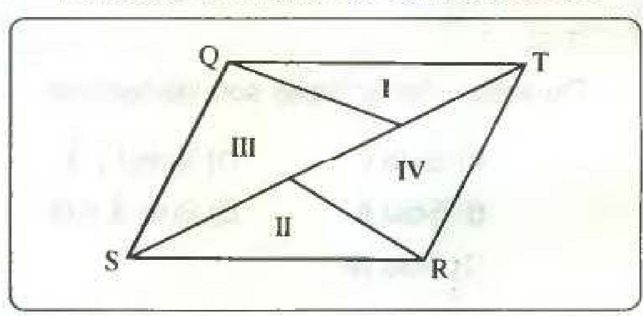
Problema 27: En el paralelogramo SRTQ la diagonal $\overline{ST}$ se triseca. Entre los triángulos en que queda dividido el paralelogramo se afirma que:

x) $\Delta I + \Delta IV = \frac{1}{2} \square SRTQ$

y) $\Delta III = \frac{1}{3} \square SRTQ$

z) $\Delta IV - \Delta I = \Delta II$

De estas afirmaciones son verdaderas



A) Solo **x**
B) Solo **y**
C) Solo **z**
d) Solo **x y z**
e) Las tres

Problema 28: Si:

$x : (b + c) = y : (b - c) = a : (a + b)$

Entonces se afirma que:

I. $x + y = \frac{2ab}{a+b}$ **II.** $x - y = \frac{2ac}{a+b}$

III. $\frac{x+y}{x-y} = \frac{a}{b}$

De estas afirmaciones son verdaderas

A) Solo **I** D) Solo **I** y **II**

B) Solo **II** E) Las tres

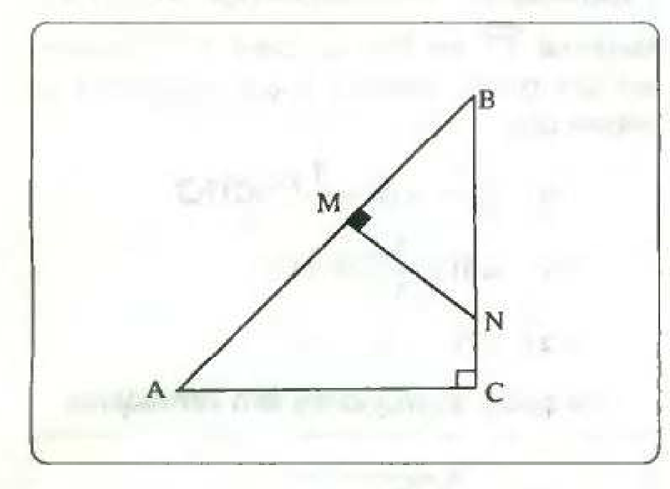
C) Solo **III**

Problema 29: En el triángulo rectángulo ACB se traza MN ⊥ AB, se afirma que se verifica que:

I. $\overline{AC}\cdot\overline{BN}=\overline{AB}\cdot\overline{MN}$

II. $\overline{AC}\cdot\overline{BM}=\overline{BC}\cdot\overline{MN}$

III. $\overline{AB}\cdot\overline{BC}=\overline{BM}\cdot\overline{BN}$



De estas afirmaciones son verdaderas

A) Solo **I** D) Solo **I** y **II**

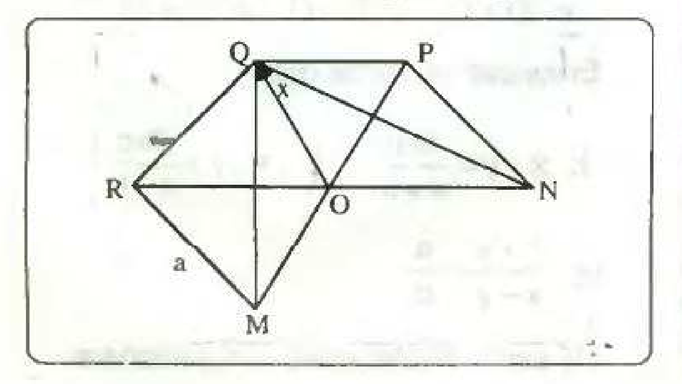
B) Solo **II** E) Solo **II** y **III**

C) Solo **III**

Problema 30: El hexágono MONPQR está formado por 4 triángulos equiláteros de lado "a", se afirma que:

I. Angulo MQN = 90° **III.** $MQ = a\sqrt{3}$

II. MONPQR es hexágono regular



De estas afirmaciones son verdaderas sólo:

A) Las tres D) Solo **I** y **III**

B) Ninguna E) Solo **II** y **III**

C) Solo **I** y **II**

Problema 31: El perímetro de la figura: ABECD se puede calcular si se conoce:

I. Area del cuadrado

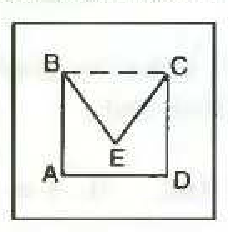
II. El triángulo BCE es equilátero

A) **(I)** por sí sola B) **(II)** por sí sola

C) Ambas juntas **(I)** y **(III)**

D) Cada una por sola **(I)** ó **(II)**

E) Se requiere Información adicional



Problema 32: Para hallar la suma de los términos de S: S = 2 + 12 + 36 + 68 + ... es necesario conocer:

I. El número de términos

II. El último término

A) **(I)** por sí sola B) **(II)** por sí sola

C) Ambas juntas **(I)** y **(II)**

D) Cada una por sí sola **(I)** ó **(II)**

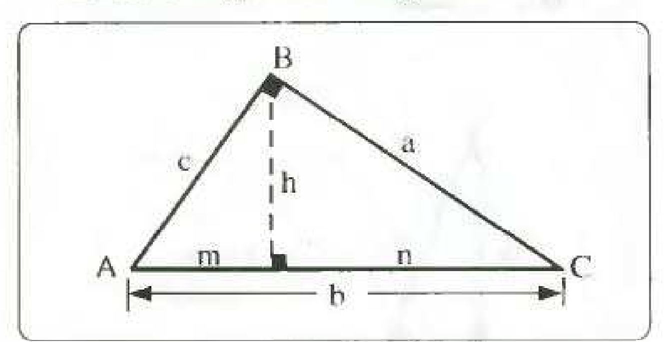
E) Se requiere Información adicional

Clave de Respuestas

1.	E	5.	C	9.	C	13.	E
2.	D	6.	E	10.	A	14.	D
3.	B	7.	A	11.	A	15.	D
4.	A	8.	B	12.	A	16.	B
17.	B	21.	C	25.	D	29.	D
18.	B	22.	D	26.	D	30.	D
19.	D	23.	D	27.	E	31.	C
20.	E	24.	D	28.	E	32.	D

RELACIONES METRICAS 44

En el triángulo Rectángulo:



Donde:

- **b** : **Hipotenusa**
- **a y c** : **Catetos**
- **h** : **Altura**
- **n** : **Proyección del cateto "a"**
- **m** : **Proyección del cateto "c"**

Teorema de Pitágoras

El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

$$b^2 = a^2 + c^2$$

Teorema:

Si en triángulo rectángulo, se traza la altura **(h)**, desde el vértice del ángulo recto **(B)** a la hipotenusa, se verifica que:

1º Cada cateto es media proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre la hipotenusa.

$$\frac{b}{a} = \frac{a}{c} \Rightarrow a^2 = b \cdot n$$

$$\frac{m}{c} = \frac{c}{m} \Rightarrow c^2 = b \cdot m$$

2º La altura es media proporcional entre las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa.

$$\frac{m}{h} = \frac{h}{n} \Rightarrow h^2 = m \cdot n$$

Corolarios:

1º El cuadrado de un cateto es igual al cuadrado de la hipotenusa menos el cuadrado del otro cateto.

$$a^2 = b^2 - c^2$$

$$c^2 = b^2 - a^2$$

2º El cuadrado de la hipotenusa es al cuadrado de un cateto como la hipotenusa es a la proyección del cateto sobre la hipotenusa.

$$\frac{b^2}{a^2} = \frac{b}{n} \qquad \frac{b^2}{c^2} = \frac{b}{m}$$

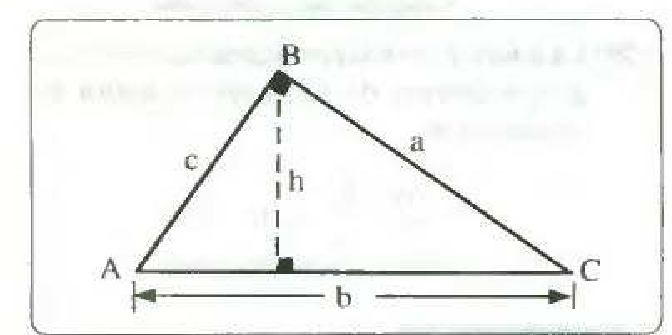
3º La suma de las inversas de los cuadrados de los catetos es igual al inverso del cuadrado de la altura relativa a la hipotenusa.

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{h^2}$$

Propiedades Métricas del Triángulo Rectángulo

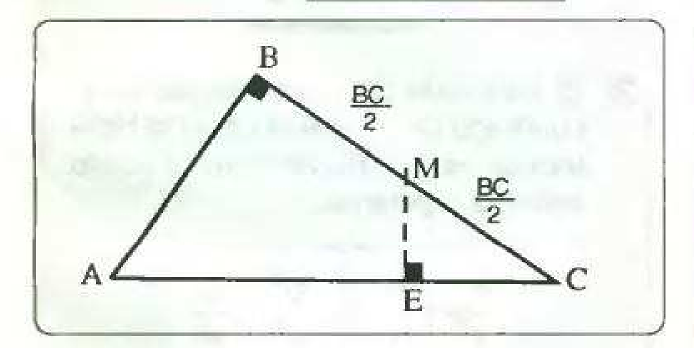
1º El producto de los catetos es igual al producto de la hipotenusa por la altura.

$$a \times c = b \times h$$

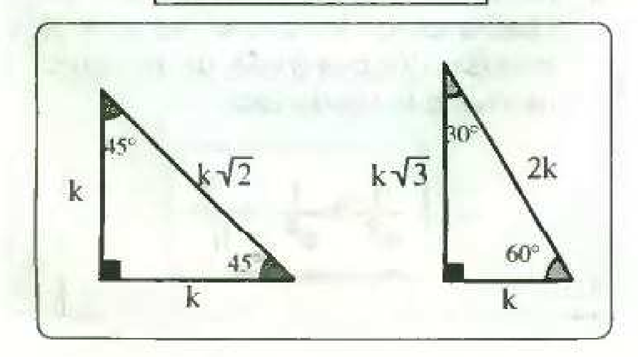


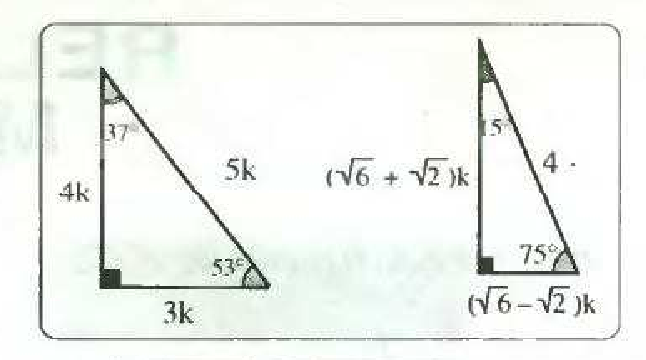
2º En todo triángulo rectángulo la proyección del punto medio de uno de los catetos sobre la hipotenusa determina en esta dos segmentos de tal manera que la diferencia de sus cuadrados es igual al cuadrado del otro cateto.

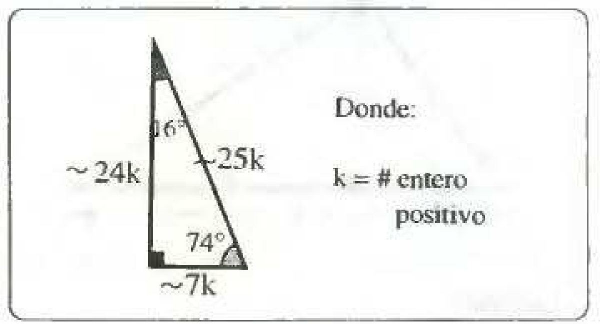
$$AE^2 - EC^2 = AB^2$$



Triángulos Notables



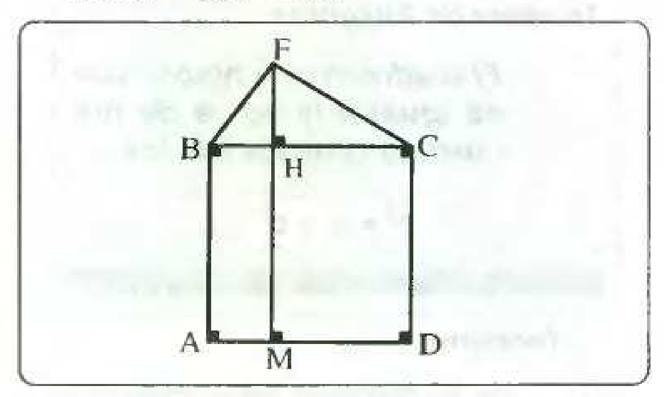




Problemas Resueltos

Problema 1: En la figura: ABCD es un cuadrado. FC = 6 y BF = 4.

Hallar: $MD^2 - AM^2$



A) 10 B) 5 C) 56 D) 20 E) $\frac{20}{3}$

Resolución:

Según la figura: $\begin{cases} MD = HC = a \\ AM = BH = b \end{cases}$

Incógnita:

$$MD^2 - AM^2 = a^2 - b^2 \quad ...... \text{(I)}$$

En el ◺ **FHC** : Por el teorema de Pitágoras:

$$6^2 = a^2 + h^2 \quad ...... (\alpha)$$

En el ◺ **BHE** : Por el teorema de Pitágoras:

$$4^2 = b^2 + h^2 \quad ...... (\beta)$$

Ahora, restamos miembro a miembro **(A)** y **(B)**:

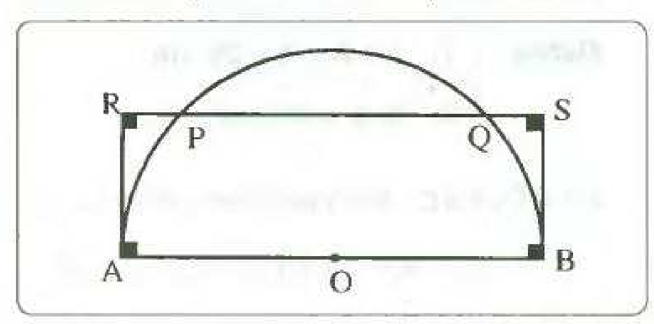
$$6^2 - 4^2 = a^2 - b^2$$

$$20 = a^2 - b^2 \quad ...... \textbf{(II)}$$

Reemplazamos **(II)** en **(I)**:

$$MD^2 - AM^2 = 20$$ ***Rpta. D***

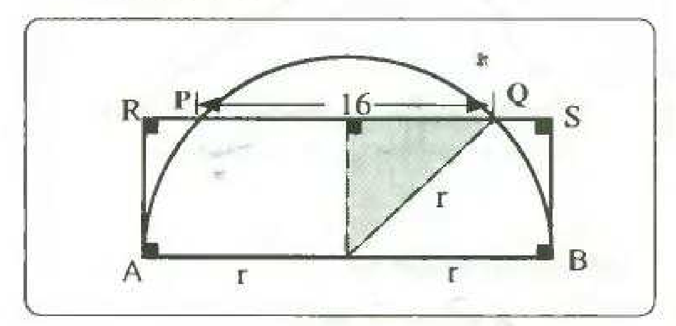
Problema 2: En la figura: Calcular el diámetro AB y si: PQ = 16 m y SB = 6 m



A) 10 m B) 12 m C) 14 m

D) 16 m E) 20 m

Resolución:



En el ◺ **OHQ** : Calculamos "r" por el teorema de Pitágoras:

$$r^2 = 6^2 + 8^2$$

$$r^2 = 36 + 64 \Rightarrow r = 10$$

Luego:

Diámetro AB = 2r = 20 m ***Rpta. E***

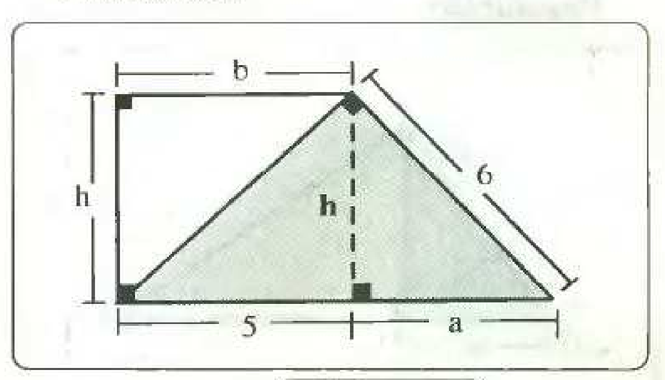
Problema 3: En un trapecio **ABCD** $(\hat{C} = \hat{D} = 90°)$, ABD = 90°

Calcular AD si: AB = 6 cm ; BC = 5 cm

A) $4\sqrt{2}$ cm B) $5\sqrt{3}$ cm C) 9 cm

D) 10 cm E) $8\sqrt{2}$ cm

Resolución:



De la figura: **CB = DH = 5**

En el △DBA: Por Propiedad

$$h^2 = 5 \cdot a \quad ...... \textbf{(I)}$$

En el ◺ **BHA** : Por el teorema de Pitágoras:

$$6^2 = h^2 + a^2 \quad ...... \textbf{(II)}$$

Reemplazamos **(I)** y **(II)**

$$6^2 = 5 \cdot a + a^2$$

Factorizamos por el **Método del Aspa:**

$a^2 + 5a - 36 = 0$

a ⟶ -4

a ⟶ +9

i) $a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4$

ii) $a + 9 = 0 \Rightarrow a = -9$

* Tomamos el valor de **a = 4** y no **a = -9**, porque el lado de un triángulo no puede ser negativo

Luego:

$AD = 5 + a = 5 + 4 = 9 \Rightarrow \therefore \boxed{AD = 9\ cm}$

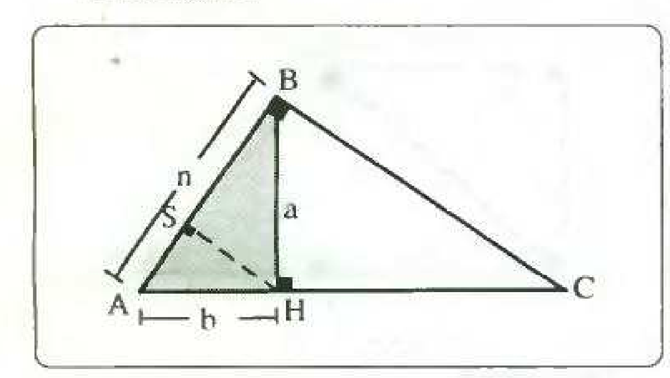
Rpta. C

Problema 4: En un triángulo ABC (recto en B), desde el pie de la altura BH, se traza la perpendicular HS a AB. Si: BH + AH = 12 m y AB·HS = 32 m². Hallar AB

A) 9 m B) $3\sqrt{6}$ m C) $3\sqrt{7}$ m

D) $5\sqrt{5}$ m E) $4\sqrt{5}$ m

Resolución:



Datos:

i) BH + AH = 12 m

$\boxed{a + b = 12}$ ...... **(I)**

ii) AB·HS = 32 m²

$\boxed{n \cdot h = 32}$ ...... **(II)**

En el ◺ **AHB** : Por Relaciones Métricas:

***)** $a \cdot b = h \cdot n \Rightarrow \boxed{a \cdot b = 32}$

****) Teorema de Pitágoras:**

$\boxed{a^2 + b^2 = n^2}$

- Elevamos al cuadrado ambos miembros de la expresión **(I):**

$(a+b)^2 = (12)^2 \Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = 144$

$\boxed{a^2 + b^2 + 2ab = 144}$ ...... **(III)**

Ahora, reemplazamos **(*)** y **(**)** en **(III):**

$n^2 + 2(32) = 144$

$n^2 = 80 \Rightarrow n^2 = \sqrt{80} = \sqrt{16}\sqrt{5}$

$\therefore \boxed{n = 4\sqrt{5}\ m}$

$\boxed{AB = n = 4\sqrt{5}}$ ***Rpta. E***

Problema 5: La suma de los lados de un triángulo es igual a 20 cm y el producto de la hipotenusa por su altura es 10 cm². Hallar la hipotenusa.

A) 7,5 cm B) 9 cm C) 1,05 cm

D) 10,5 cm E) 9,5 cm

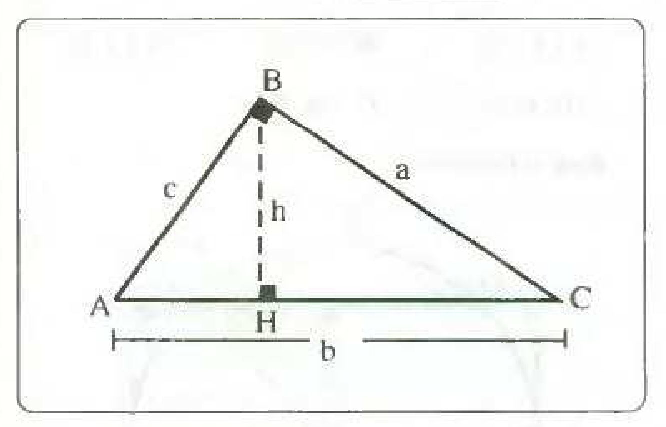
Resolución:

Datos: **i) a + b + c = 20 cm**

ii) b×h = 10 cm²

En el ◺ **ABC** : Por Relaciones Métricas:

$a \times c = b \times h \Rightarrow \boxed{a \times c = 10}$ ...... **(I)**



De la expresión **(i):**

$a + b + c = 20$

$a + c = 20 - b$

Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$(a+c)^2 = (20-b)^2$

$\boxed{\underline{a^2 + c^2} + \underline{2ac} = 400 - 40b + b^2}$ ...... **(II)**

- Por el teorema de Pitágoras:

$$\boxed{a^2 + c^2 = b^2} \quad ...... \textbf{(III)}$$

Reemplazamos **(I)** y **(III)** en **(II)**:

$$\cancel{b^2} + 2(10) = 400 - 40b + \cancel{b^2}$$

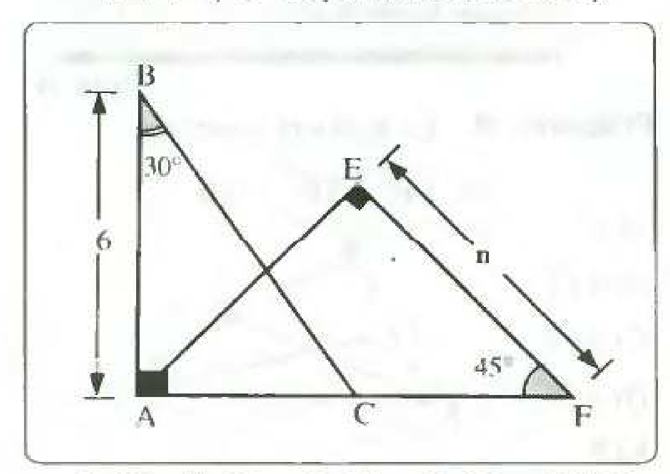
$$40b = 380 \Rightarrow \therefore \boxed{b = 9{,}5}$$

Luego:

$\boxed{\text{La hipotenusa: } AC = b = 9{,}5 \text{ cm}}$ ***Rpta. E***

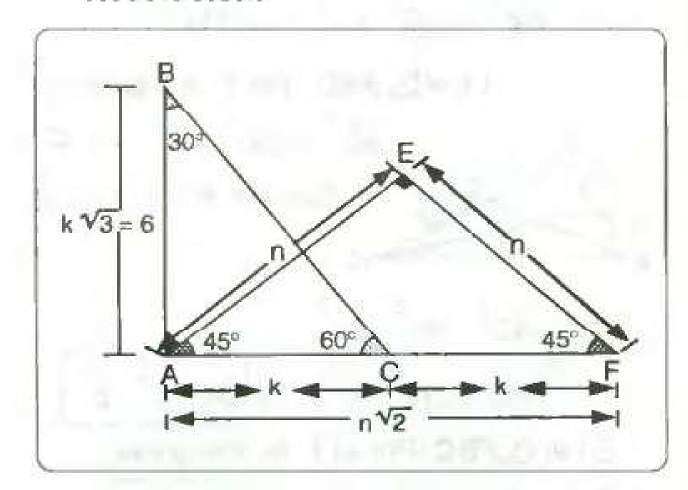
Problema 6: En la figura mostrada; calcular el valor de:

" $n^2 + 1$ " ("C" es punto medio de AD)



A) 23 B) 25 C) 30 D) 20 E) N.A.

Resolución:



- De la figura: $k\sqrt{3} = 6$

$$k = \frac{6\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \boxed{k = 2\sqrt{3}} \quad ...... \textbf{(I)}$$

Además: $\boxed{AD = 2k = n\sqrt{2}}$

Donde: $\boxed{2k = n\sqrt{2}}$

Reemplazamos **(I)** en **(II)**:

$$2\left(2\sqrt{3}\right) = n\sqrt{2}$$

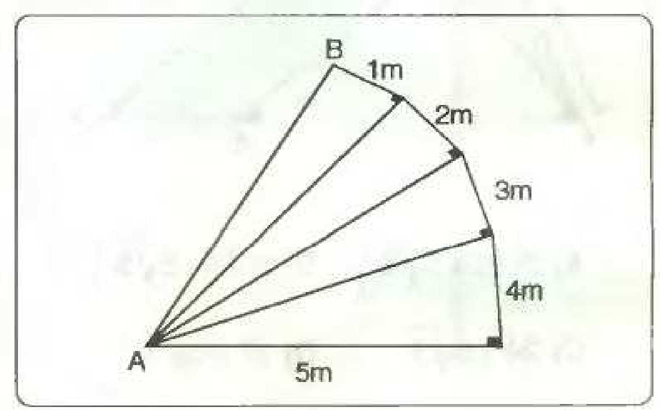
$$\frac{4\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}}{2} = n \Rightarrow \boxed{n = 2\sqrt{6}}$$

Incógnita:

$$n^2 + 1 = \left(2\sqrt{6}\right)^2 + 1$$

$$\therefore \boxed{n^2 + 1 = 25}$$ ***Rpta. B***

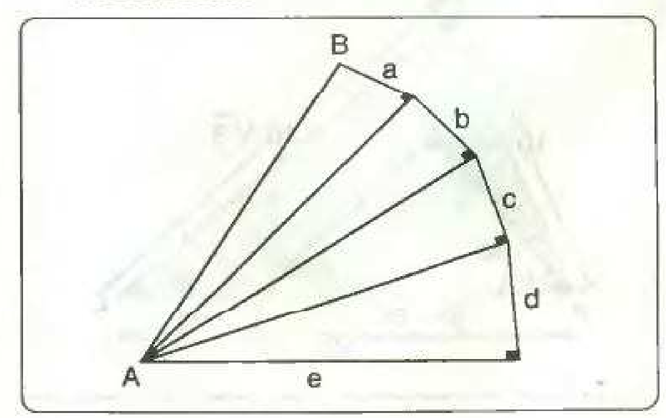
Problema 7: En la figura mostrada: calcular AB



A) 6m B) 12 m C) $\sqrt{55}$ m

D) $\sqrt{33}$ m E) Faltan datos

Resolución:



- Este tipo de problemas se resuelve, aplicando la siguiente propiedad.

$$\boxed{AB^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2}$$

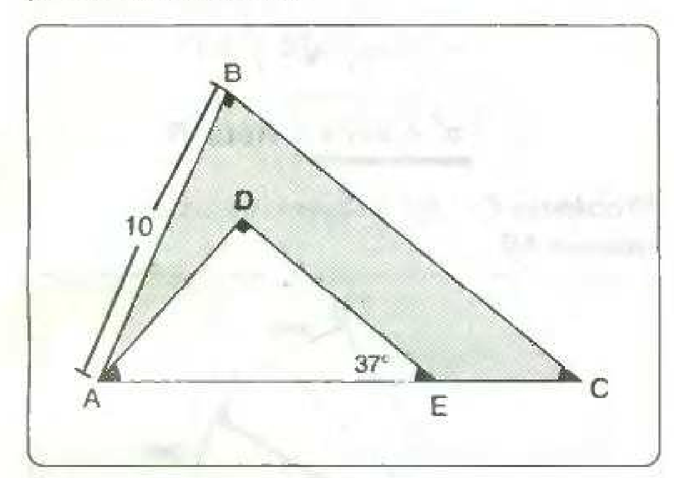
Luego:

$$AB^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$$

$$AB^2 = 55 \Rightarrow \therefore \boxed{AB = \sqrt{55}}$$

Rpta. C

Problema 8: En la figura mostrada; calcular el perímetro de la región sombreada, "E" es punto medio de AC.

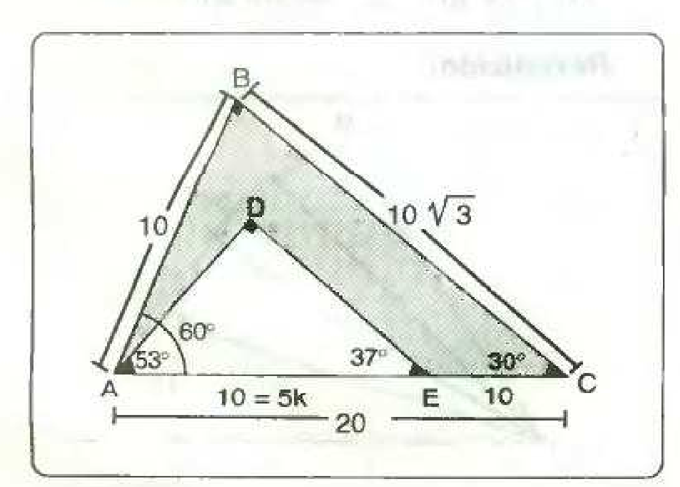


A) $2\left(13+5\sqrt{3}\right)$ B) $2\left(17+5\sqrt{3}\right)$

C) $24+5\sqrt{3}$ D) $17+5\sqrt{3}$

E) Ninguna

Resolución:



- De la figura: $5k = 10$

$$\therefore \boxed{k = 2}$$

- Calcular el perímetro de la región sombreada:

$$\boxed{\text{Perímetro} = \sum \text{de lados}}$$

$$\text{Perímetro} = 3k + 4k + 10 + 10\sqrt{3} + 10$$

$$\text{Perímetro} = 7k + 20 + 10\sqrt{3}$$

$$\text{Perímetro} = 7(2) + 20 + 10\sqrt{3}$$

$$\text{Perímetro} = 34 + 10\sqrt{3}$$

$$\therefore \boxed{\begin{array}{l}\text{Perímetro de la} \\ \text{Región sombreada}\end{array} = 2\left(17+5\sqrt{3}\right)}$$

Rpta. B

Problema 9: En la figura mostrada:

si: $\overline{CF}^2 + \overline{AE}^2 = 100$

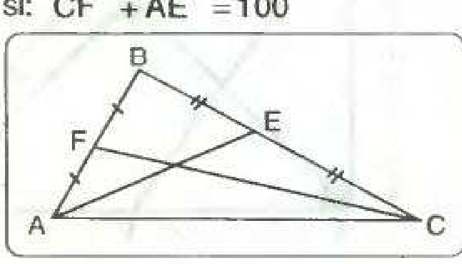
A) 6

B) $6\sqrt{5}$

C) $4\sqrt{5}$

D) $2\sqrt{5}$

E) 9



Resolución:

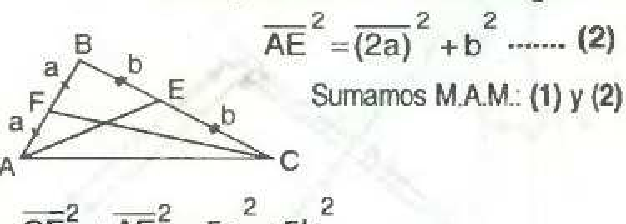
En el ⊿FBC :Por Relaciones Métricas:

$$\overline{CF}^2 = \overline{(2b)}^2 + a^2 \text{ .... } \mathbf{(1)}$$

En el ⊿ABC : Por T. de Pitagoras:

$$\overline{AE}^2 = \overline{(2a)}^2 + b^2 \text{ .... } \mathbf{(2)}$$

Sumamos M.A.M.: **(1)** y **(2)**



$$\underbrace{\overline{CF}^2 + \overline{AE}^2}_{100} = 5a^2 + 5b^2$$

$$100 = 5(a^2 + b^2) \Rightarrow \boxed{20 = a^2 + b^2}$$

En el ⊿FBC :Por el T. de Pitagoras:

$$\overline{AC}^2 = (2a)^2 + (2b)^2 \Rightarrow \overline{AC} = \sqrt{4(a^2 + b^2)}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{4(20)} = \sqrt{80} \Rightarrow \therefore \boxed{\overline{AC} = 4\sqrt{5}}$$

Rpta. C

Problemas Propuestos

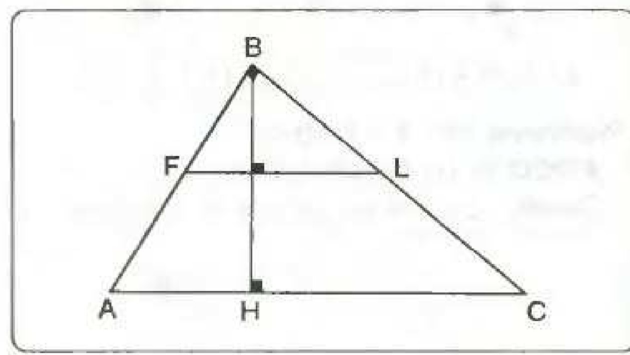
Problema 1: En un triángulo rectángulo isósceles una de las medianas iguales mide $\sqrt{5}$ m. Hallar el área de dicho triángulo.

A) $2\sqrt{5}$ m² B) 2 m² C) $3\sqrt{5}$ m²

D) 3 m² E) 5 m²

Problema 2: En la figura mostrada. FL es paralelo a AC, además: BF = 2 m ; AH = 4 m y HC = 9 m.

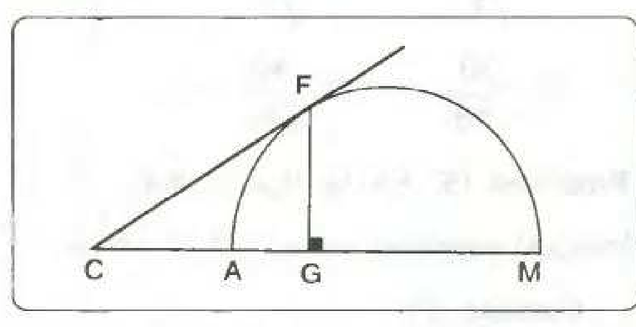
Hallar: BL



A) 2 m B) 1 m C) 3 m

D) 1,5 m E) 2,5 m

Problema 3: en la figura: "F" es punto de tangencia, AM es diámetro y CG = FG = 2 m. Hallar AC



A) $2\left(\sqrt{2}-1\right)$ m B) $\sqrt{2}$ m

C) $2\left(2-\sqrt{2}\right)$m D) $4\left(2-\sqrt{2}\right)$ m

E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ m

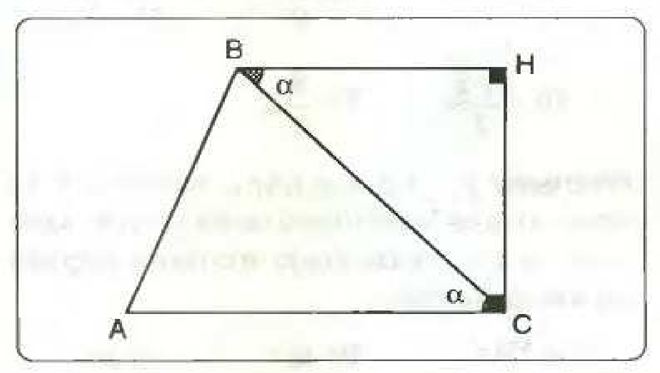
Problema 4: En un triángulo rectángulo ABC, recto en "B", se traza la bisectriz interior CF. Hallar el área del triángulo ABC.
Si: AF = 4 m y FB = 2 m.

A) 6 m² B) 8 m² C) $6\sqrt{3}$ m²

D) $12\sqrt{3}$ m² E) $9\sqrt{3}$ m²

Problema 5: En la figura el área del triángulo ABC es 18 m², AC = 9 m y BH = 3 m.

Calcular la medida de BC



A) 3 m B) 4 m C) 5 m D) 6 m E) 8 m

Problema 6: La suma de los cuadrados de los lados de un triángulo rectángulo es 20 cm². Hallar la longitud de la hipotenusa.

A) $\sqrt{10}$ cm B) $\sqrt{5}$ cm C) $2\sqrt{5}$ cm

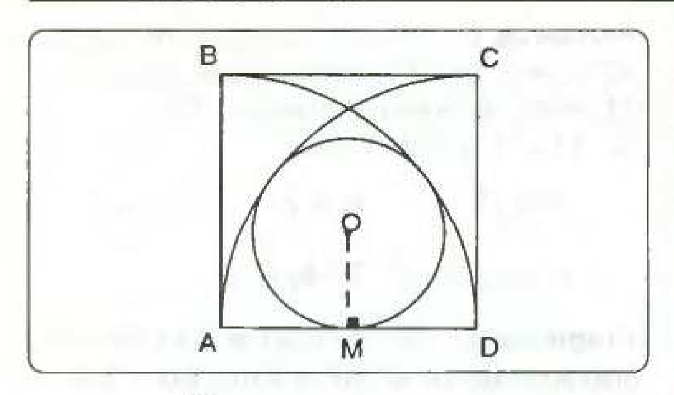
D) 5 cm E) $\frac{5}{2}$ cm

Problema 7: Los catetos de un triángulo rectángulo miden $\sqrt{2}$ y $\sqrt{8}$ cm. Calcular la longitud de la altura relativa a la hipotenusa.

A) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ cm B) $\sqrt{5}$ cm C) $\sqrt{6}$ cm

D) $\sqrt{10}$ cm E) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$cm

Problema 8:En la figura:
ABCD es un cuadrado de lado "a". Calcular el radio de la circunferencia, de centro "O".



A) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{a}{2}$ C) $\frac{3a}{5}$

D) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{3}{8}a$

Problema 9: La mediana relativa a la hipotenusa de un triángulo rectángulo, es igual a uno de los catetos, luego uno de los ángulos del triángulo mide:

A) 37° B) 45° C) 30°

D) 15° E) 22°30′

Problema 10: La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 50 cm y la diferencia entre las longitudes de sus catetos es igual a 10 cm. Hallar la longitud de la altura trazada del vértice del ángulo recto.

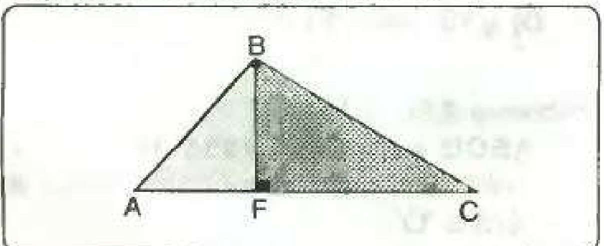
A) 24 cm B) 23 cm C) 22 cm

D) 21 cm E) 20 cm

Problema 11: La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 25 cm y uno de los catetos mide 10 cm. Hallar la longitud de la proyección de ese cateto sobre la hipotenusa.

A) 3 cm B) 4 cm C) 5 cm D) 6 cm E) 7 cm

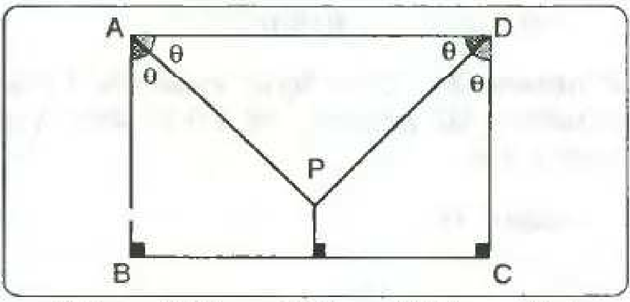
Problema 12: En la figura las áreas de los triángulos ABF y BFC son 4 m² y 32 m² respectivamente. Hallar AF/FC.



A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{8}$

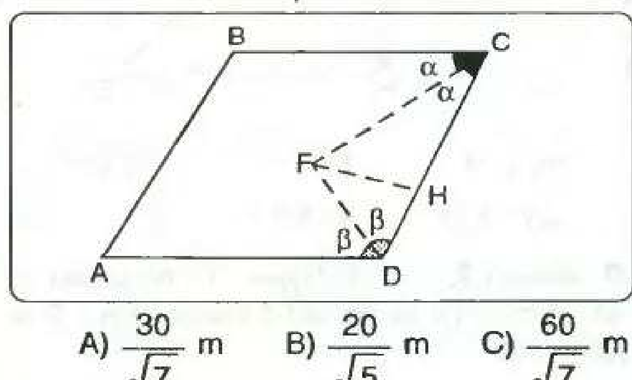
D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{2}$

Problema 13: En la figura: ABCD es un rectángulo, calcular la longitud de PH. además: AD = 10 m y AB = 8 m.



A) 1 m B) 2 m C) 3 m D) 4 m E) 5 m

Problema 14: En la figura:
ABCD es un paralelogramo.
Donde: CF = 8 m , DF = 5 m. Calcular: FH

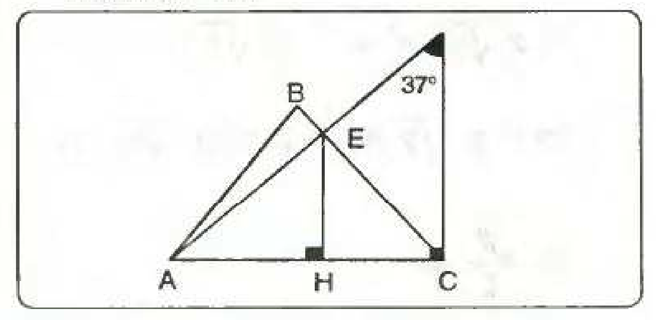


A) $\frac{30}{\sqrt{7}}$ m B) $\frac{20}{\sqrt{5}}$ m C) $\frac{60}{\sqrt{7}}$ m

D) $\frac{50}{\sqrt{15}}$ m E) $\frac{40}{\sqrt{89}}$ m

Problema 15: En la figura: ABC es un triángulo equilátero de lado $\left(6\sqrt{3}+8\right)$ m.

Calcular: EH

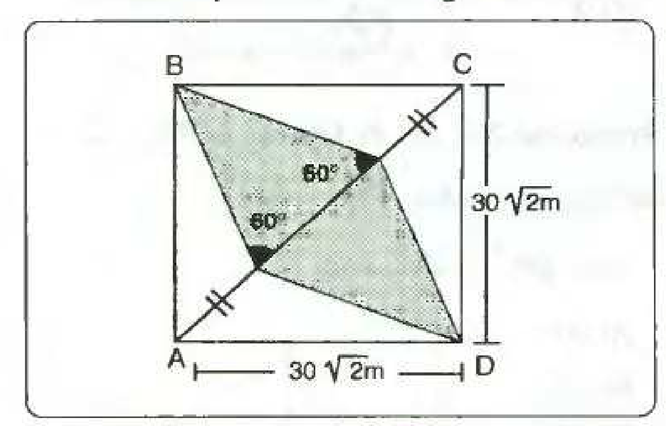


A) 8 m B) $4\sqrt{3}$ m C) $\sqrt{3}$ m

D) 6 m E) Ninguna

Problema 16: En la figura mostrada:

ABCD es un cuadrado.
Calcular el perímetro de la región sombreada

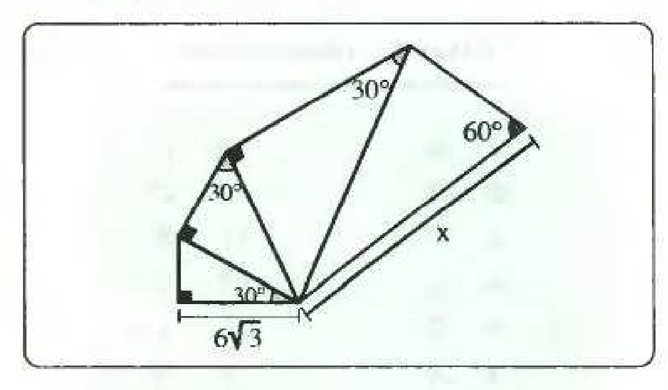


A) $40\sqrt{3}$ m B) $80\sqrt{3}$ m C) 80 m

D) $60\sqrt{3}$ m E) Ninguna

Problema 17: En la figura mostrada:

Hallar el valor de "x".



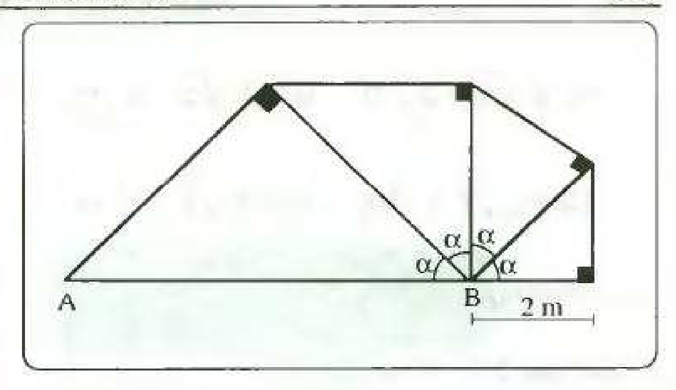
A) $24\sqrt{3}$ B) $36\sqrt{3}$ C) 48

D) 96 E) $32\sqrt{3}$

Problema 18: En la figura mostrada:
Hallar el valor de AB.
Sabiendo que: $\alpha = 45°$

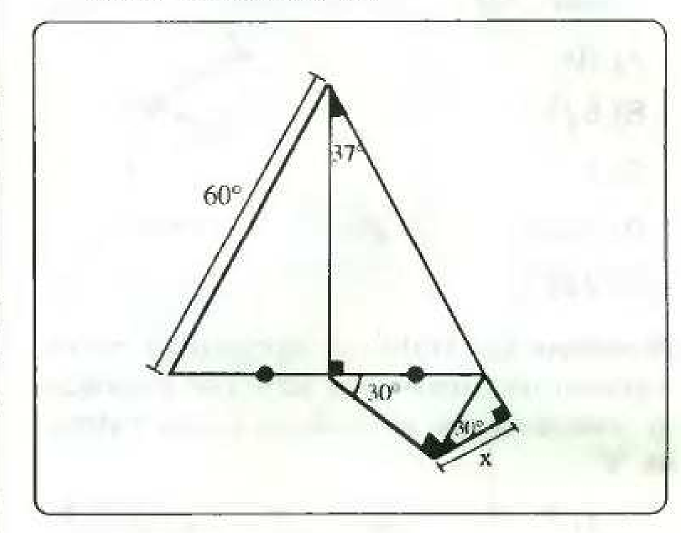
A) $8\sqrt{2}$ B) 8 m C) 16 m

D) 32 m E) N.A.



Problema 19: En la figura mostrada:

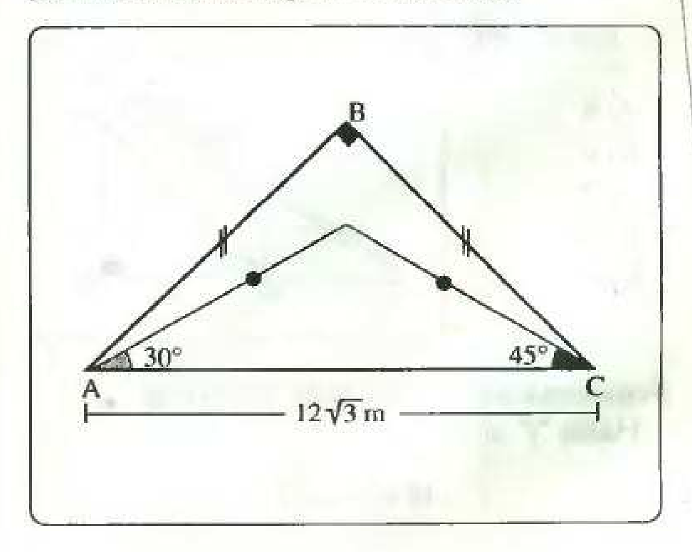
Hallar el valor de "x".



A) $3\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $12\sqrt{3}$

D) $9\sqrt{3}$ E) N.A.

Problema 20: En la figura mostrada ABC y AEC son triángulos isósceles. Calcular el perímetro de la región sombreada.



A) $6\left(\sqrt{2}+2\right)$ m B) $12\left(\sqrt{6}+2\right)$ m

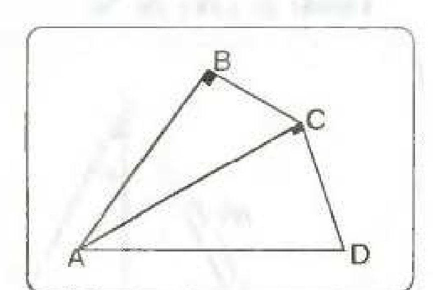
C) $24\left(\sqrt{6}+1\right)$m D) $12\left(\sqrt{6}+1\right)$ m

E) Ninguna

Problema 21: En la figura:

$$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{CD}^2+\overline{AD}^2=100$$

Hallar: $\overline{AD}$



A) 10
B) $5\sqrt{2}$
C) 5
D) $10\sqrt{2}$
E) $2\sqrt{5}$

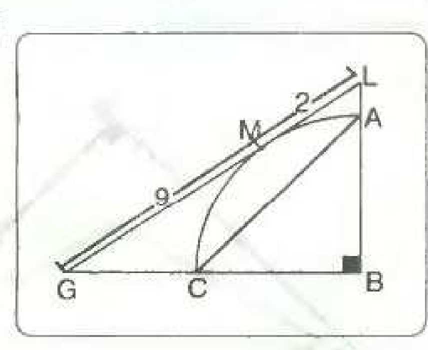
Problema 22: Hallar la hipotenusa de un triángulo rectángulo que tiene por perímetro "p" miemtras que el producto de los catetos es "a".

A) $\frac{p}{2}-\frac{a}{p}$ B) $\frac{a}{p}-\frac{p}{2}$ C) $\frac{p-2a}{p}$

D) $\frac{2p-a}{2p}$ E) Ninguna anterior

Problema 23: En la figura: "M" es punto de tangencia, "B" es el centro del arco $\overline{AC}$

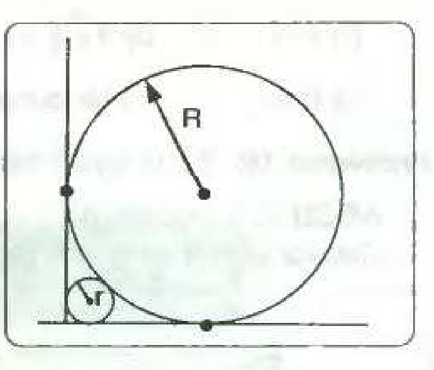
Hallar: $\overline{AC}$



A) 8
B) 6
C) 7
D) 5
E) 4

Problema 24: En la figura mostrada
Hallar "r" si:

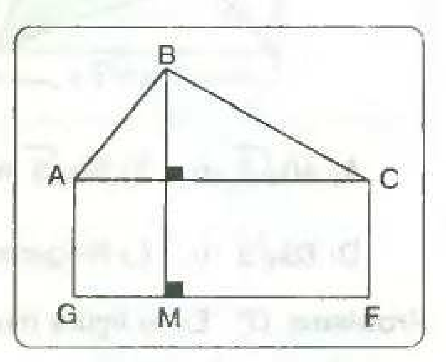
$$R=3+2\sqrt{2}$$



A) $\sqrt{2}$
B) $\sqrt{2}-1$
C) $\sqrt{2}+1$
D) 1
E) 2

Problema 25: En la figura: ACFG, es un rectángulo. Hallar: $\overline{FM}^2-\overline{GM}^2$;

Si: $\overline{BC}^2-\overline{AB}^2=30$



A) 20
B) 30
C) 40
D) 15
E) N.A.

Clave de Respuestas

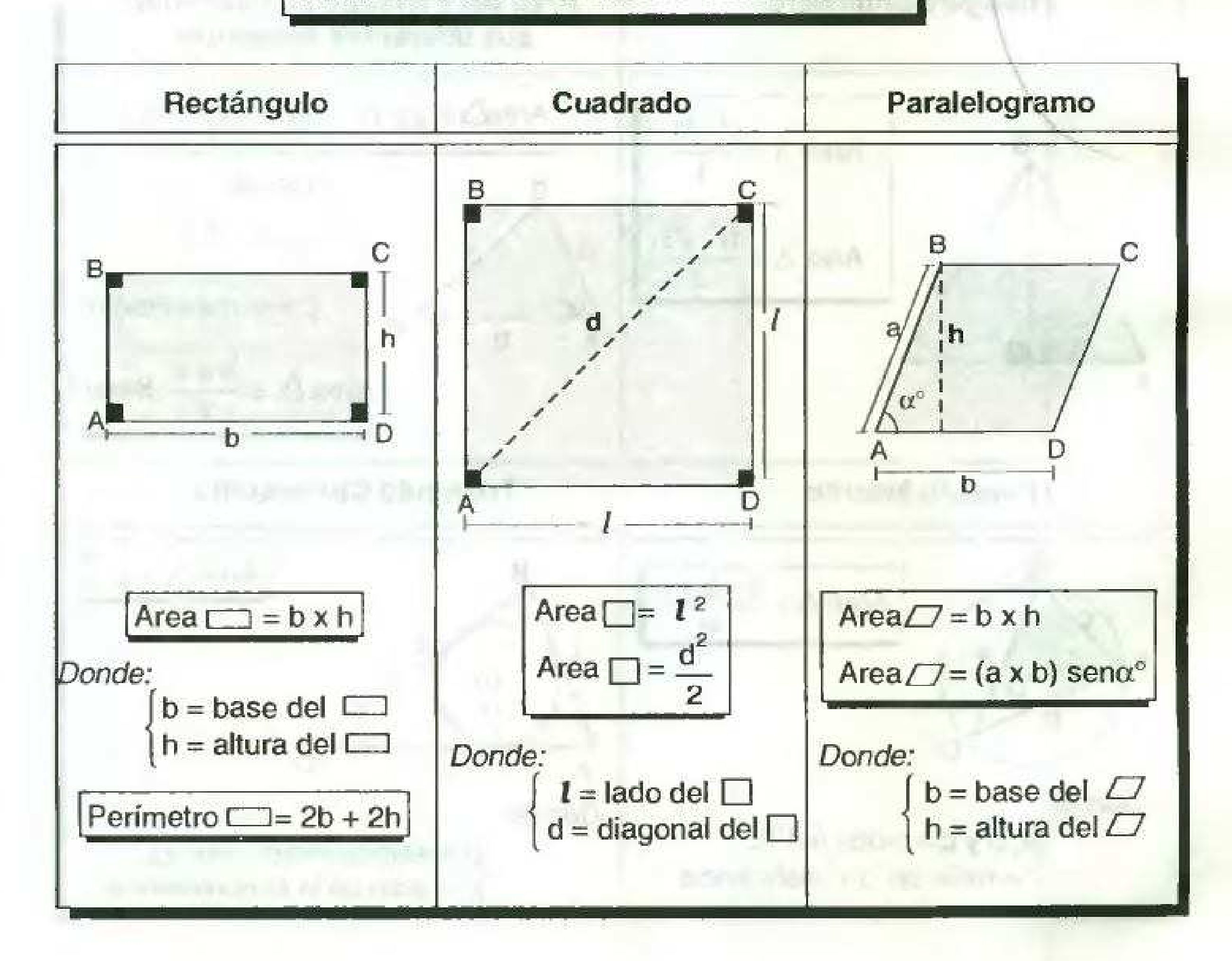
1.	B	14.	E
2.	C	15.	C
3.	C	16.	B
4.	C	17.	E
5.	C	18.	B
6.	A	19.	D
7.	E	20.	B
8.	E	21.	B
9.	C	22.	A
10.	A	23.	B
11.	B	24.	D
12.	C	25.	B
13.	C		

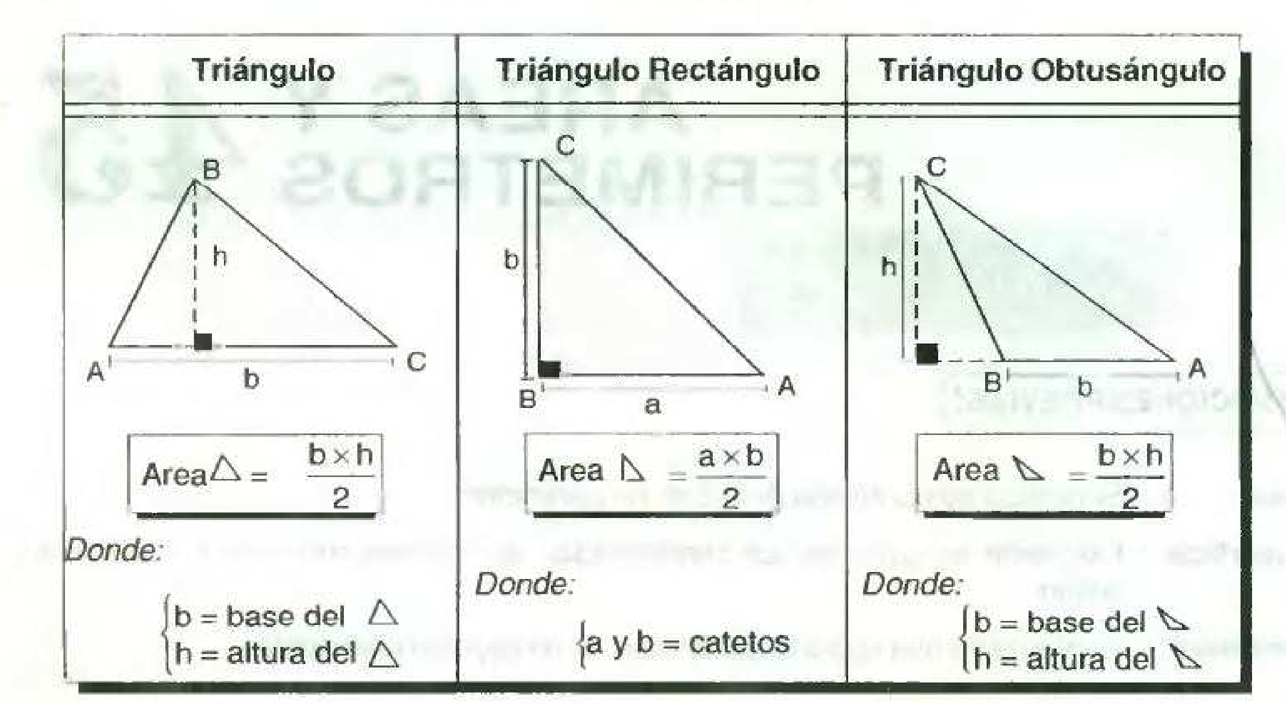
AREAS Y PERIMETROS 45

DEFINICIONES PREVIAS:

* **Area** : Superficie comprendida dentro de un perímetro
* **Superficie** : Extensión en que sólo son consideradas dos dimensiones que son longitud y latitud.
* **Perímetro** : Contorno de una figura geométrica o de un espacio cualquiera.

AREA DE LAS REGIONES POLIGONALES



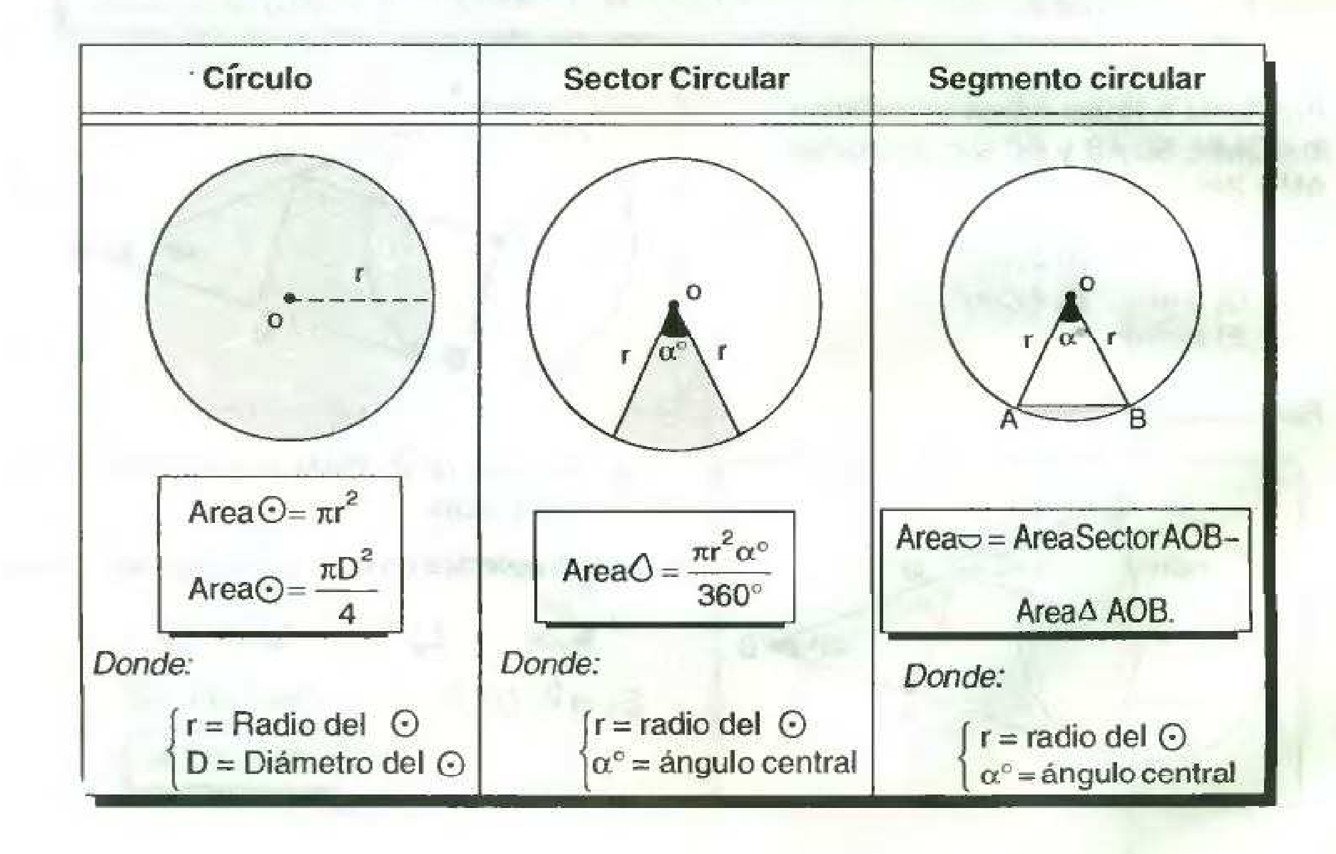


Triángulo	Triángulo Rectángulo	Triángulo Obtusángulo
$Area\triangle = \dfrac{b \times h}{2}$	$Area ◺ = \dfrac{a \times b}{2}$	$Area ◺ = \dfrac{b \times h}{2}$
Donde: b = base del △; h = altura del △	*Donde:* a y b = catetos	*Donde:* b = base del ◺; h = altura del ◺

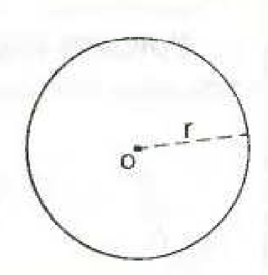
Triángulo Equilátero	Area del triángulo en función de sus diferentes elementos
$Area\ \Delta = \dfrac{l^2\sqrt{3}}{4}$ $Area\ \Delta = \dfrac{h^2\sqrt{3}}{3}$	$Area\triangle = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ *Donde:* $p = \dfrac{a+b+c}{2}$ p = semiperímetro $Area\triangle = \dfrac{b \times c}{2} \cdot Sen\alpha°$
Triángulo Inscrito	**Triángulo Circunscrito**
$Area\ \Delta = \dfrac{a \times b \times c}{4r}$ *Donde:* a; b y c = lados del △; r = radio de circunsferencia	$Area\triangle = p \cdot r$ *Donde:* p = semiperímetro del △; r = radio de la circunferencia

Rombo	Trapecio	Poligono Regular
B, A, C, D	b, Q, R, h, h, P, B, T	C, D, B, o, E, a, A, F
$\text{Area} \lozenge = \dfrac{AC \times BD}{2}$	$\text{Area} \triangle = \left(\dfrac{B+b}{2}\right) \cdot h$	$\text{Area} \hexagon = \dfrac{P \cdot a}{2}$
Donde: AC = Diagonal menor; BD = Diagonal mayor	*Donde:* B = Base mayor; b = Base menor; h = altura	*Donde:* P = perímetro; a = apotema

AREA DEL CÍRCULO Y DE LAS FIGURAS CIRCULARES



Círculo	Sector Circular	Segmento circular
r, o	o, r, α°, r	o, r, α°, r, A, B
$\text{Area} \odot = \pi r^2$; $\text{Area} \odot = \dfrac{\pi D^2}{4}$	$\text{Area} = \dfrac{\pi r^2 \alpha°}{360°}$	Area = AreaSector AOB − AreaΔ AOB.
Donde: r = Radio del ⊙; D = Diámetro del ⊙	*Donde:* r = radio del ⊙; α° = ángulo central	*Donde:* r = radio del ⊙; α° = ángulo central

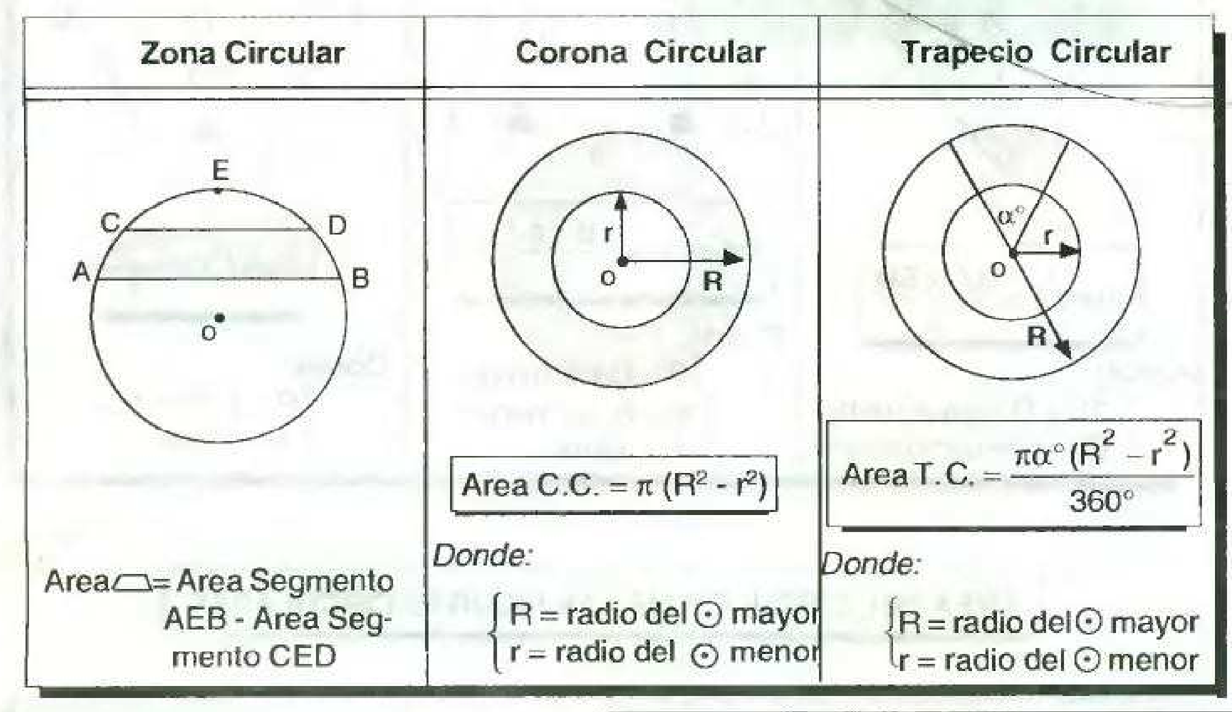


Longitud o Perímetro de la circunferencia

Longitud de la ⊙ = 2p . r

Donde:

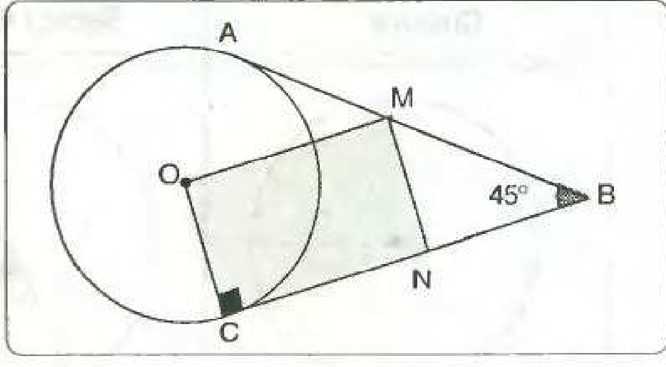
r = radio de la circunferencia



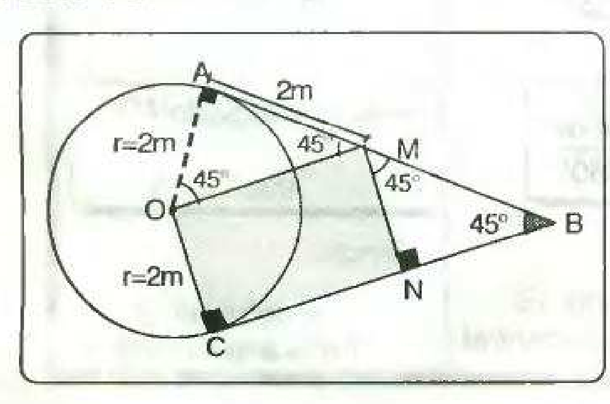
Zona Circular	Corona Circular	Trapecio Circular
	Area C.C. = $\pi\,(R^2 - r^2)$	Area T.C. = $\dfrac{\pi\alpha°\,(R^2 - r^2)}{360°}$
Area⏢ = Area Segmento AEB - Area Segmento CED	*Donde:* R = radio del ⊙ mayor; r = radio del ⊙ menor	*Donde:* R = radio del ⊙ mayor; r = radio del ⊙ menor

Problema 1: Hallar el área del rectángulo COMN; Si: AB y BC son tangentes, AM = 2m.

A) 4 m^2 B) $4\sqrt{2}$m^2
C) 6 m^2 D) $4\sqrt{3}$m^2
E) $8\sqrt{2}$m^2



Resolución:



De la figura; el ⊿ OAM es isósceles siendo: AM = AO = 2m

Por Propiedad; en un Δ rectángulo isósceles.

⇨ $a = l\,.\,\sqrt{2}$

En el ⊿ OAM: OM = 2m . $\sqrt{2}$

∴ OM = $2\sqrt{2}$ m.

Luego:

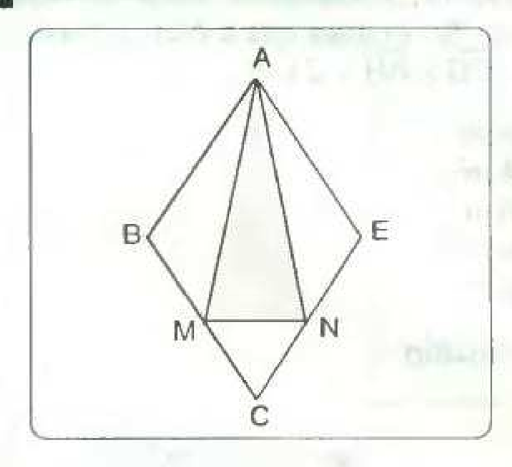
Area ▭ COMN = base x altura

$= \overline{CN} \times \overline{CO}$; pero: $\begin{cases} CN = \overline{OM} = 2\sqrt{2}m \\ CO = \overline{OA} = 2m \end{cases}$

$= 2\sqrt{2}m \cdot 2m$

∴ **Area ▭ COMN = $4\sqrt{2}m^2$** **Rpta. B**

Problema 2: Calcular el área del Δ AMN de la figura Si: ABCE es un rombo con M y N puntos medios y cuya área es igual a 16 m^2.



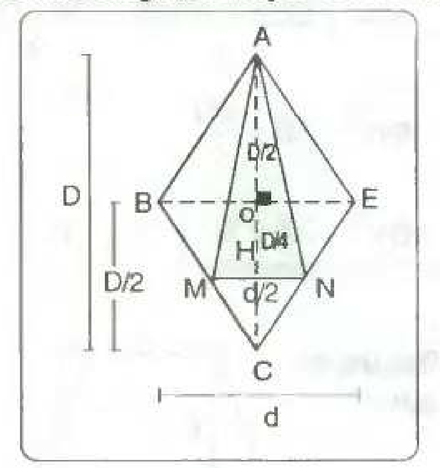
A) 4 m^2 B) 6 m^2

C) 8 m^2 D) 10,6 m^2

E) Faltan Datos

Resolución:

Llamemos a la diagonal mayor del rombo = D y diagonal menor del rombo = d.



• De la figura: $AO = \frac{1}{2}AC$

Por propiedad: $AO = \frac{1}{2}D \Rightarrow \boxed{AO = \frac{D}{2}}$

$\Rightarrow \boxed{TS = \frac{QR}{2}}$

En el Δ BCE : $MN = \frac{BE}{2} \Rightarrow \boxed{MN = \frac{d}{2}}$

Luego:

$$\text{Area } \Delta \text{ AMN} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{MN \times AH}{2}$$

$$= \frac{\frac{d}{2} \times (AO + OH)}{2} = \frac{\frac{d}{2} \times \left(\frac{D}{2} + \frac{D}{4}\right)}{2}$$

$$= \frac{\frac{d}{2} \times \left(\frac{3}{4}D\right)}{2} = \frac{3}{16}(D \times d) \quad \text{......(I)}$$

Por dato:

Area rombo ABCE = 16 m^2

$$\boxed{\frac{D \times d}{2} = 16m^2}$$

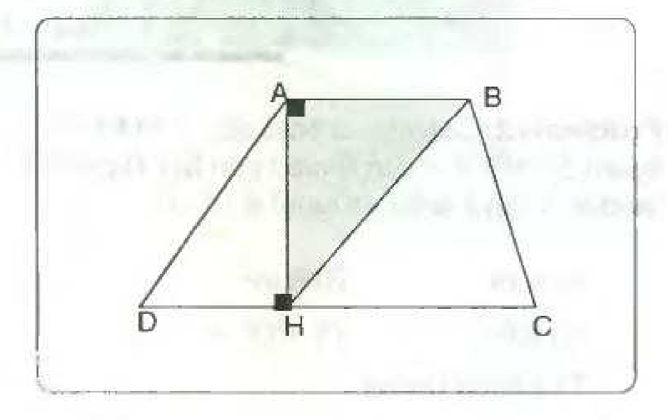
$D \times d = 32\ m^2$ ..(II)

Reemplazamos (II) en (I), obteniendo:

$$\text{Area } \Delta \text{ AMN} = \frac{3}{16}(32m^2) = 6m^2$$

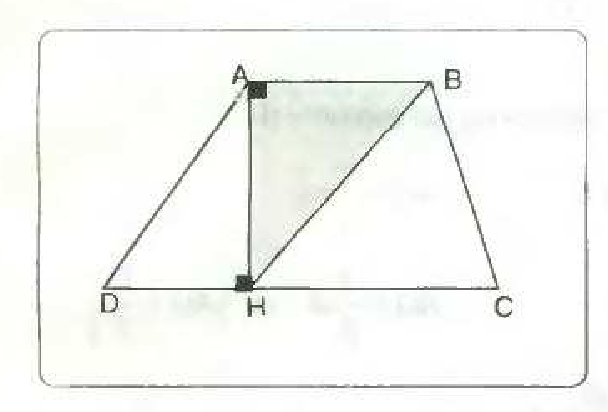
$\therefore$ $\boxed{\text{Area } \Delta \text{ AMN} = 6m^2}$ **Rpta.** B

Problema 3: Hallar el área del trapecio ABCD; Si: el área del Δ ABH = 8 m², además: $\overline{CD} \times \overline{AH} = 24$ m².



A) 20 m²
B) 24 m²
C) 30 m²
D) 32 m²
E) 16 m²

Resolución:



De la figura:

$$\text{Area}\,\Delta \text{ ABH} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{\overline{AB} \times \overline{AH}}{2}$$

$$8m^2 = \overline{AB} \times \frac{\overline{AH}}{2}$$

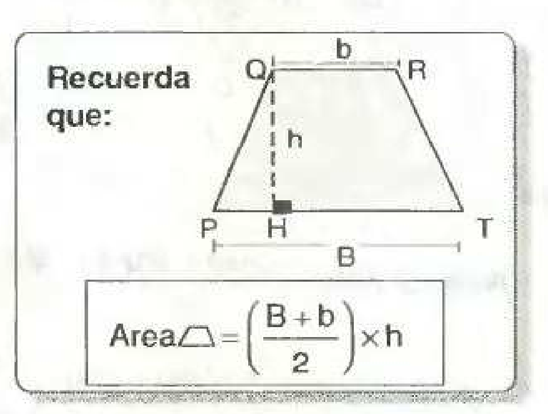
$$\boxed{16m^2 = \overline{AB} \times \overline{AH}} \quad \text{......(I)}$$

Luego:

$$\text{Area} \triangle \text{ ABCD} = \left(\frac{\overline{CD} + \overline{AB}}{2}\right) \times \overline{AH}$$

$$= \frac{\overline{CD} \times \overline{AH} + \overline{AB} \times \overline{AH}}{2} \quad \text{....(II)}$$

Recuerda que:



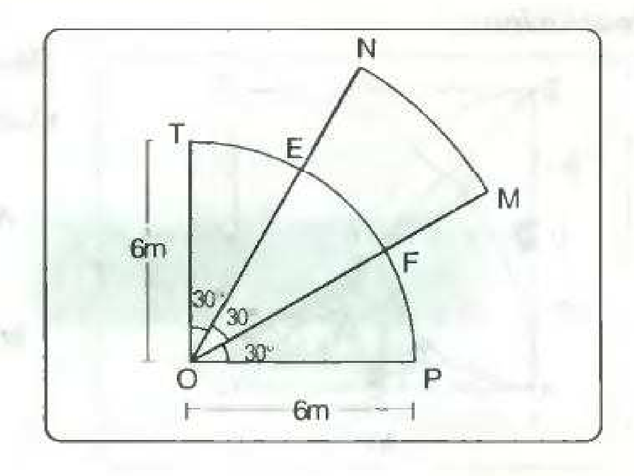
$$\text{Area} \triangle = \left(\frac{B + b}{2}\right) \times h$$

Reemplazamos (I) y el dato en (II):

$$= \frac{24m^2 + 16m^2}{2} = 20m^2$$

$\therefore$ $\boxed{\text{Area } \triangle \text{ABCD} = 20 \text{ m}^2}$ **Rpta.** A

Problema 4: En la figura mostrada:



"E" es punto medio de $\overline{ON}$

"F" es punto medio de $\overline{OM}$

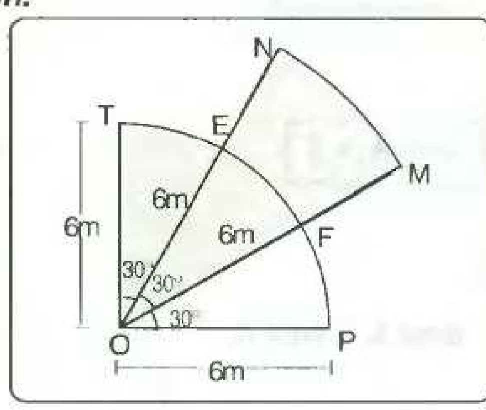
• Calcular el área de la región sombreada.

A) 21 πm^2 B) 12 πm^2

C) 15 πm^2 D) 25 πm^2

E) Faltan Datos

Resolución:



Por traslado de áreas se obtiene la siguiente figura.

Como "E" es punto medio de $\overline{ON}$:

$\overline{ON} = 12$ m

Como "F" es punto medio de $\overline{OM}$:

$\overline{OM} = 12$ m

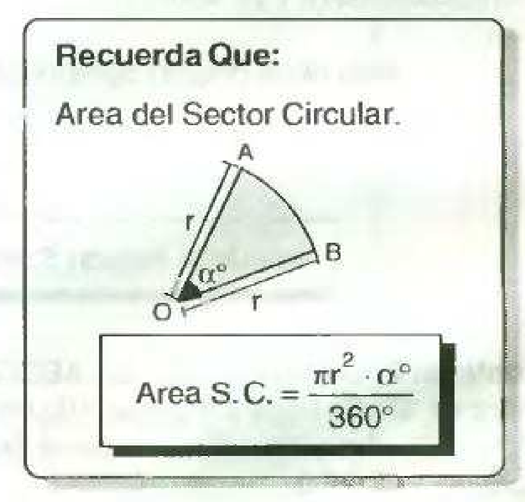
Luego:

Area Región sombreada = Area ▽TOE + Area ▽NOM

$$= \frac{\pi(6m)^2 \cdot 30°}{360°} + \frac{\pi(12m)^2 \cdot 30°}{360°}$$

$$= 3\pi m^2 + 12\pi m^2$$

∴ Area Región sombreada = 15 πm^2 **Rpta.** C


Recuerda Que:

Area del Sector Circular.

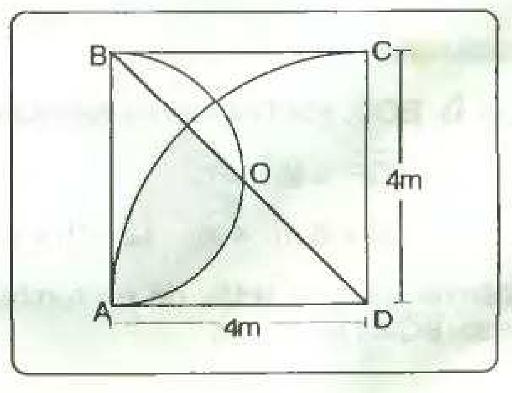
$$\text{Area S.C.} = \frac{\pi r^2 \cdot \alpha°}{360°}$$

Problema 5: En la figura mostrada: ABCD es un cuadrado. Calcular el área de la Región sombreada ("O" es el centro del cuadrado).

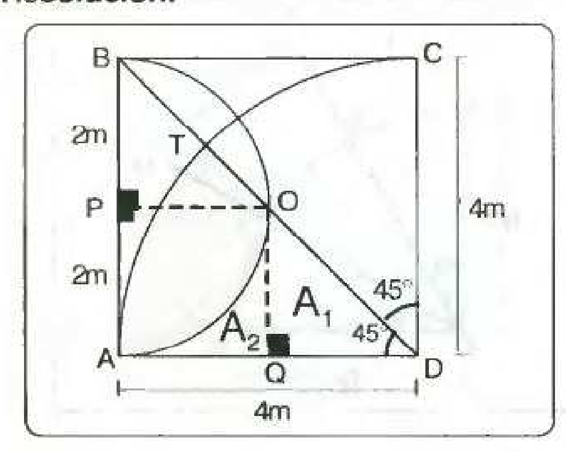
A) $2(\pi - 3)$ m^2 B) $2(\pi - 6)$ m^2

C) $3(2 - \pi)$ m^2 D) $3(\pi - 2)$ m^2

E) N.A.



Resolución:



De la figura:

- Calculamos el área A_2.

$$\text{Area } A_2 = \square PQ - \text{(cuadrante)}$$

$$\text{área } A_2 = 2^2 - \frac{\pi \times 2^2}{4} = 4 - \pi$$

$\therefore$ **área $A_2 = 4 - \pi$** ......(I)

- Calculamos el área A_1.

$$\text{área } A_1 = \triangle OQD = \frac{2 \times 2}{2} = 2 \;\Rightarrow\; \therefore \; \boxed{\text{área } A_1 = 2}$$ ......(II)

Luego:

área de la Región Sombreada = área (sector TDA, 45°, radio 4m) - área A_2 - área A_1 ......(III)

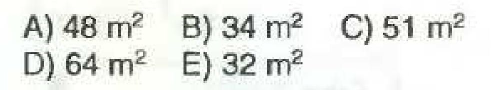
Reemplazamos (I) y (II) en (III):

$$\text{área de la Región Sombreada} = \frac{\pi(4)^2 \cdot 45^\circ}{360^\circ} - (4 - \pi) - 2$$

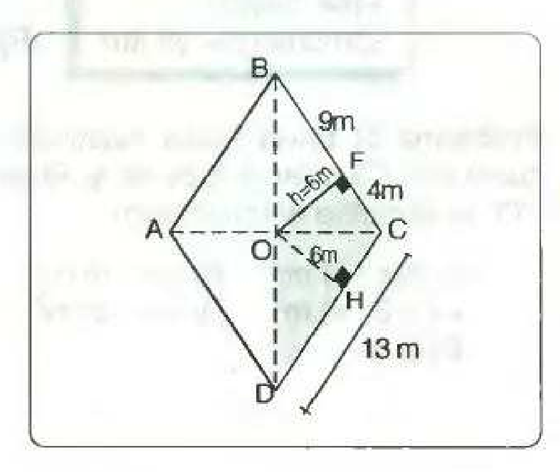
$$= 2\pi - 4 + \pi - 2 = 3\pi - 6$$

$\therefore$ **área de la Región Sombreada $= 3(\pi - 2)\ m^2$** **Rpta.** D

Problema 6: Se tiene un rombo ABCD cuyo centro es "0". Se traza $\overline{OF}$ perpendicular a $\overline{BC}$ tal que $\overline{FC} = 4m$ y $\overline{FB} = 9m$. Hallar el área del cuadrilátero DOFC.


A) $48\ m^2$ B) $34\ m^2$ C) $51\ m^2$
D) $64\ m^2$ E) $32\ m^2$

Resolución:



En el $\triangle$ BOC: Por Relaciones Métricas:

$$\overline{OF}^2 = \overline{BF} \cdot \overline{FC}$$

$$h^2 = 9\ m \cdot 4\ m \;\Rightarrow\; \boxed{h = 6\ m}$$

Sabemos que los lados de un rombo son iguales siendo: $\overline{BC} = \overline{DC} = 13\ m$

Luego:

$$\text{área del cuadrilátero DOFC} = \text{área } \Delta\, DOC + \text{área } \Delta\, OFC$$

$$= \frac{\overline{DC}\cdot\overline{OH}}{2} + \frac{\overline{OF}\cdot\overline{FC}}{2}$$

$$= \frac{13m\cdot 6m}{2} + \frac{6m\cdot 4m}{2}$$

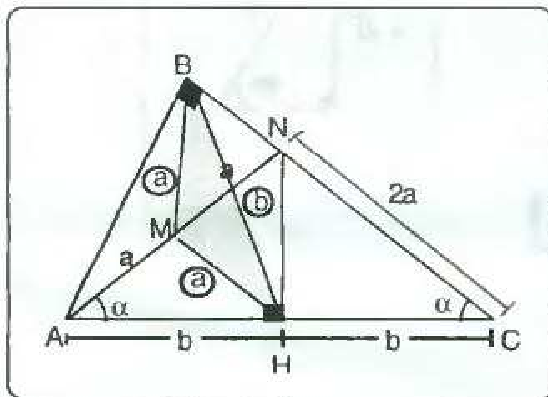
$$= 39m^2 + 12m^2$$

$\therefore$ **área del cuadrilátero DOFC = 51 m²** **Rpta.**

Problema 7: Calcular el semiperímetro del triángulo BMH, si: $\overline{AM}=\overline{MN}$; $\overline{AH}=\overline{HC}$; $\measuredangle ABC = 90°$ y el perímetro del triángulo ANC es 48 m.

A) 48 m B) 32 m
C) 24 m D) 16 m
E) 12 m

Resolución:



- En el ◺ABC = Por propiedad de la mediana.

$$\overline{AH} = \overline{HC} = \overline{BH} = b$$

- En el ◺ AHN = Por propiedad de la mediana.

$$\overline{AM} = \overline{MN} = \overline{HM} = a$$

- El Δ ANC, es isósceles; siendo:

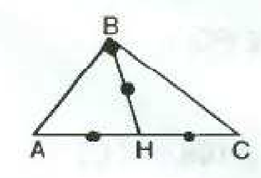
$$\overline{AN} = \overline{NC} = 2a$$

Por dato: Perímetro Δ ANC = 48 m

$$\underbrace{}$$
$$2a + 2a + 2b = 48$$
$$4a + 2b = 48$$
$$\cancel{2}(2a + b) = \cancel{48}$$

$\therefore$ $\boxed{2a + b = 24}$ ......(1)

Recuerda Que:



Si: $\overline{BH}$ = mediana

Entonces: $\overline{AH} = \overline{HC} = \overline{BH}$

Luego, calculamos el semiperímetro del triángulo BMH.

$$\text{Semiperímetro } \Delta\, BMH = \frac{\text{Perímetro } \Delta\, BMH}{2}$$

$$= \frac{a + a + b}{2} = \frac{2a + b}{2} \quad ...(2)$$

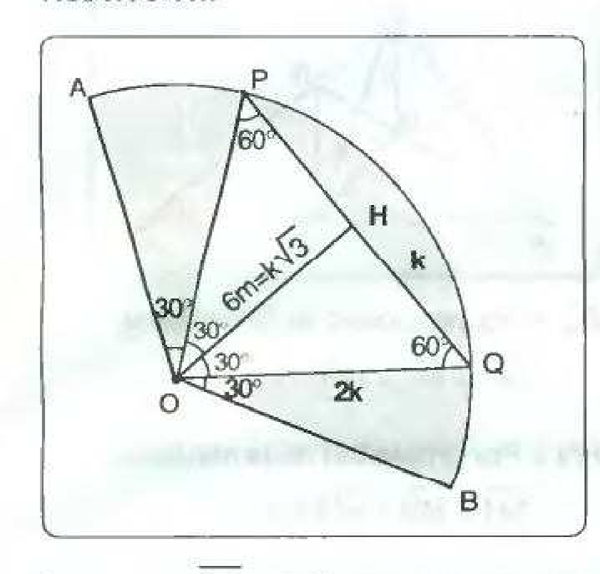
Reemplazamos (1) en (2):

$$\text{Semiperímetro } \Delta \text{ BMH} = \frac{24\text{m}}{2} = \boxed{12\text{ m}} \quad \textbf{Rpta. E}$$

Problema 8: En la figura: "0" es el centro del arco AB; OPQ es un triángulo equilatero; OH = 6m. Calcular el área de la región sombreada.

A) $3(4\pi - 2\sqrt{3})m^2$ B) $4(3\pi - 4\sqrt{3})m^2$
C) $4(4\pi - 3\sqrt{3})m^2$ D) $6(2\pi - \sqrt{3})m^2$
E) N.A.

Resolución:



Como el Δ OPQ es equilátero cada uno de sus ángulos internos mide 60°.

Por triángulo notable:

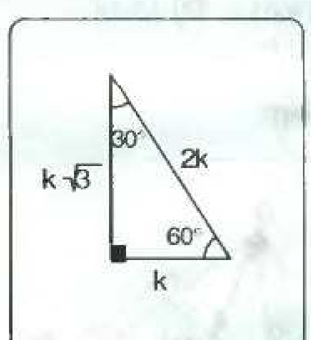
En el $\triangle$ OHQ:

$$K\sqrt{3} = 6\text{m}$$

$$K = \frac{6\text{m}}{\sqrt{3}}$$

$$K = \frac{6\sqrt{3}}{3}\text{m}$$

$$\therefore \boxed{K = 2\sqrt{3}\text{m}}$$



Luego: $\overline{OQ} = 2\,K$

$\overline{OQ} = 2\,(2\sqrt{3}\text{m}) \Rightarrow \boxed{\overline{OQ} = 4\sqrt{3}\text{ m}}$

De la figura:

$$\overline{OB} = \overline{OQ} = \overline{OP} = \overline{OA} = 4\sqrt{3}\text{m}$$

Además:

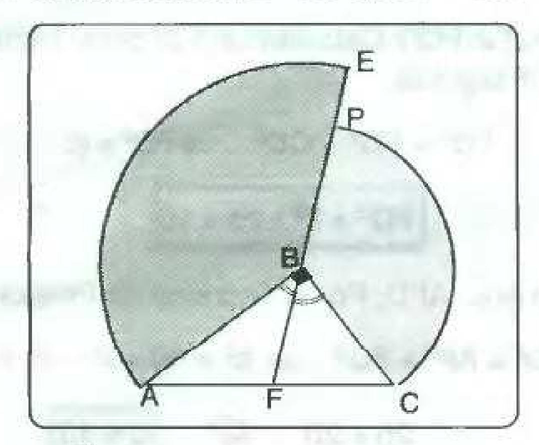
Area de la región sombreada = área (sector AOB, 120°) - área Δ OPQ.

$$= \frac{\pi(4\sqrt{3})^2 \cdot 120°}{360°} - \frac{(4\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{\pi(16 \cdot 3)}{3} - \frac{16 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{4} = 16\pi - 12\sqrt{3}$$

$\therefore$ $\boxed{\text{área de la Región sombreada} = 4\,(4\pi - 3\sqrt{3})\text{ m}^2}$ **Rpta. C**

PROBLEMAS RESUELTOS

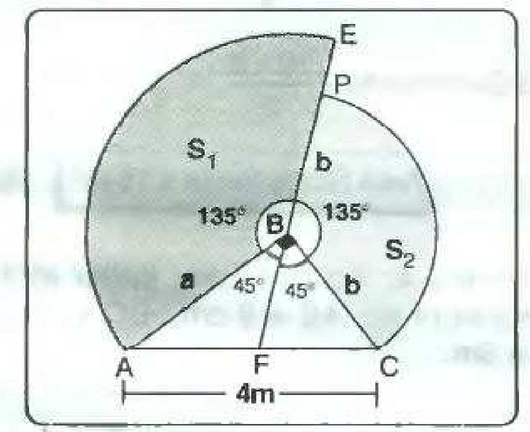
Problema 1: En la figura: Hallar la suma de las áreas de los sectores circulares sombreados si: BF es bisectriz, ABC = 90° y AC = 4m.



Resolución:

Sean:

$$\begin{cases} AB = BE = a & \text{...(En el sector circular BAE)} \\ CB = BP = b & \text{... (En el sector circular BPC)} \end{cases}$$



Ahora, calculamos las superficies "S_1" y "S_2"

$$\begin{cases} S_1 = \dfrac{\pi \times a^2 \times 135°}{360°} = \dfrac{\pi \times a^2 \times 3}{8} \quad \dots \text{(I)} \\ S_1 = \dfrac{\pi \times b^2 \times 135°}{360°} = \dfrac{\pi \times b^2 \times 3}{8} \quad \dots \text{(II)} \end{cases}$$

Sumamos miembro a miembro (I) y (II)

$$S_1 + S_2 = \frac{\pi \times a^2 \times 3}{8} + \frac{\pi \times b^2 \times 3}{8}$$

$$\therefore \quad \boxed{S_1 + S_2 = \frac{3\pi}{8}(a^2 + b^2) \text{ ....(III)}}$$

En el ⊿ ABC: Por el Teorema de Pitágoras:

$$a^2 + b^2 = 4^2$$

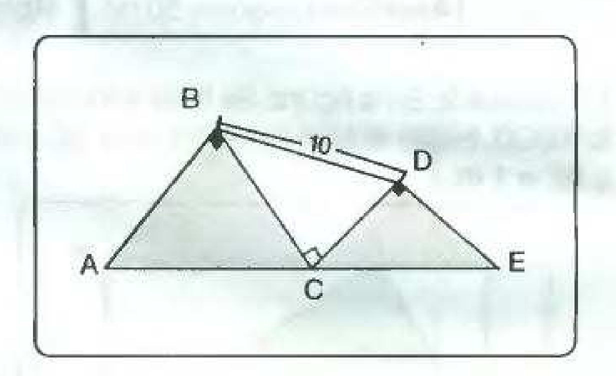
$$\therefore \quad \boxed{a^2 + b^2 = 16 \text{ m}^2} \qquad \text{....(IV)}$$

Reemplazamos (IV) en (III):

$$S_1 + S_2 = \frac{3\pi}{8}(16 \text{ m}^2)$$

$$\therefore \quad \boxed{S_1 + S_2 = 6\ \pi\text{m}^2} \qquad \textbf{Rpta.}$$

Problema 2: Si, AB = BC y DC = DE. Calcular el área de la figura sombreada.

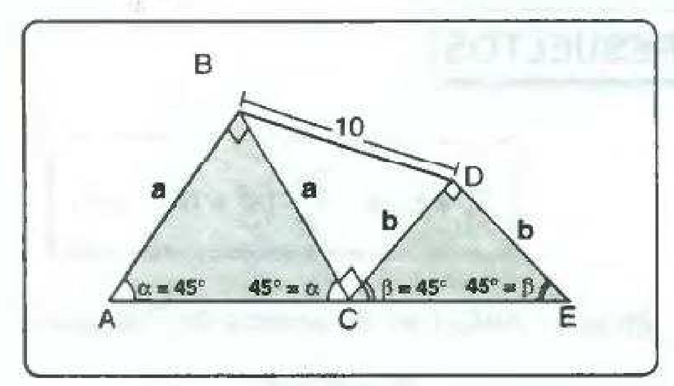


Resolución:

Sea: $\begin{cases} AB = BC = a \\ \quad y \\ DC = DE = b \end{cases}$

En el ⊿ BCD: Por el Teorema de Pitágoras:
$a^2 + b^2 = (10 \text{ m})^2$

$$\therefore \quad \boxed{a^2 + b^2 = 100 \text{ m}^2} \qquad \text{...(I)}$$



Area de la figura sombreada $=$ Area Δ ABC + Area Δ CDE

$$\text{Area Sombreada} = \frac{a \times a}{2} + \frac{b \times b}{2}$$

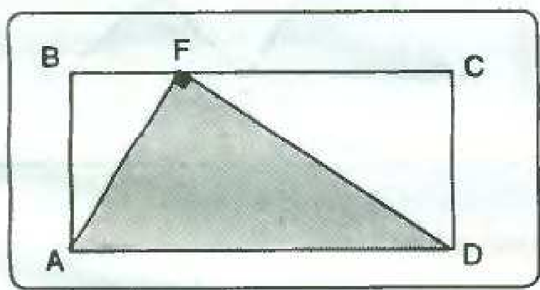
$$\text{Area Sombreada} = \frac{a^2 + b^2}{2} \quad ..(II)$$

Reemplazamos (I) en (II):

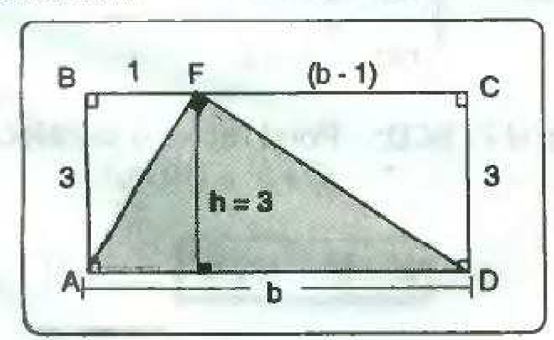
$$\text{Area Sombreada} = \frac{100\ m^2}{2}$$

$\therefore$ $\boxed{\text{Area Sombreada} = 50\ m^2}$ **Rpta.**

Problema 3: En la figura: Se tiene el rectángulo ABCD. Hallar el área sombreada si: AB = 3m y BF = 1 m.



Resolución:



En el ⊿ FBA: Calculamos "AF" por el Teorema de Pitágoras.

$$AF^2 = AB^2 + BF^2 \Rightarrow AF^2 = 3^2 + 1^2$$

$\therefore$ $\boxed{AF^2 = 10}$ ...(I)

En el ⊿ FCD: Calculamos "FD" por el Teorema de Pitágoras.

$$FD^2 = FC^2 + CD^2 \Rightarrow FD^2 = (b - 1)^2 + 3^2$$

$\therefore$ $\boxed{FD^2 = b^2 - 2b + 10}$ ....(II)

En el ⊿ AFD: Por el Teorema de Pitágoras:

$$AD^2 = AF^2 + FD^2 \Rightarrow b^2 = 10 + b^2 - 2b + 10$$

$$2b = 20 \Rightarrow \boxed{b = 10}$$

Luego, calculamos el área del ⊿ AFD (Area sombreada)

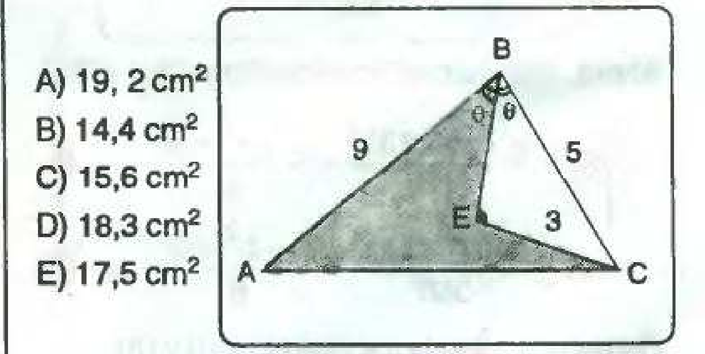
$$\text{Area sombreada} = \frac{AD \times h}{2} \text{ ; pero: } \boxed{AD = b = 10}$$

$$\text{Area Sombreada} = \frac{10 \times 3}{2}$$

$\therefore$ $\boxed{\text{Area Sombreada} = 15\ m^2}$ **Rpta.**

Problema 4: En la figura; hallar el área sombreada si: AB = 9 cm, BC = 5 cm. y EC = 3m.

A) 19, 2 cm^2
B) 14,4 cm^2
C) 15,6 cm^2
D) 18,3 cm^2
E) 17,5 cm^2



Resolución:

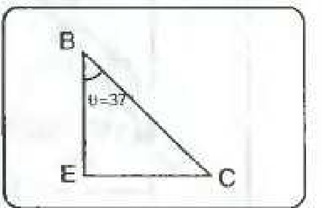
En el ⊿ BEC: Calculamos BE por el teorema de Pitágoras.

$BC^2 = EC^2 + BE^2 \quad \Rightarrow 5^2 = 3^2 + BE^2$

$16 = BE^2 \quad \Rightarrow \boxed{BE = 4}$

Como se observará el ⊿BEC? es un Δ notable.

Donde: $\boxed{\theta = 37°}$



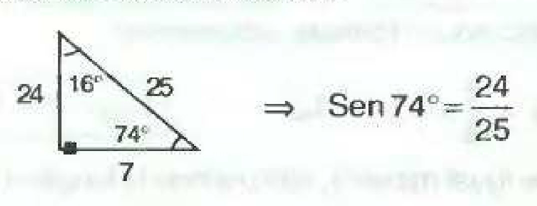
Ahora, calculamos el área sombreada:

Area sombreada = Area (triángulo ABC, 2θ) – Area (triángulo BEC, 4, 3)

$$\text{Area sombreada} = \frac{9\times5}{2} \text{ x sen } 2\theta - \frac{3\times4}{2}$$

$$\text{Area sombreada} = \frac{45}{2} \text{ x Sen } 74° - 6\ ;$$

$$\text{Area sombreada} = \frac{45}{2}\times\left(\frac{24}{25}\right) - 6$$



∴ $\boxed{\text{Area sombreada} = 15{,}6 \text{ cm}^2}$ **Rpta. C**

Problema 5: En la figura mostrada ABCD: es un cuadrado, DAC y BAC sectores circulares. Calcular el área sombreada. ("0": Centro de la figura).

A) $4\ [(\sqrt{2}+1)\pi - 1]\ m^2$

B) $4\ [(\sqrt{2}-1)\pi - 1]\ m^2$

C) $2\ [(\sqrt{2}-1)\pi]\ m^2$

D) $2\ [\sqrt{2}\pi - 1]\ m^2$

E) Ninguna

Resolución:

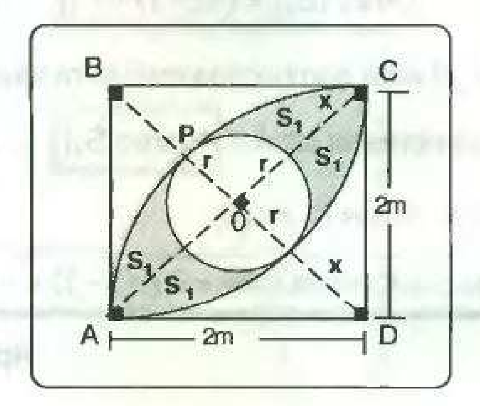
De la figura:

i) $AD = CD = PD = 2r + x = 2 \quad \therefore \boxed{2r+x=2}$ ...(I)

ii) En el ⊿COD: Por el Teorema de Pitágoras

$(r + x)^2 + (r + x)^2 = 2^2 \quad \Rightarrow \quad 2(r+x)^2 = 4$

$(r + x)^2 = 2 \quad \therefore \boxed{r + x = \sqrt{2}}$ ... (II)

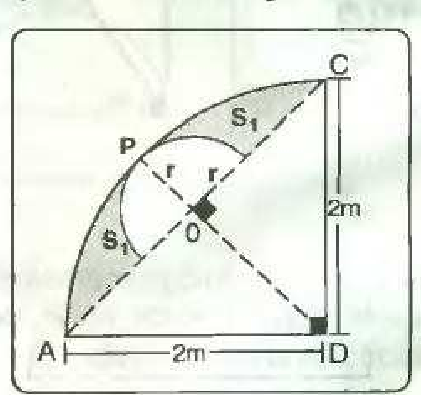


De las ecuaciones (I) y (II), obtenemos:

$2r + x = 2$
$r + x = \sqrt{2}$

- M.A.M.: $\boxed{r = 2 - \sqrt{2}}$

Ahora, para hallar el área sombreada, tomamos una parte de toda la figura; veamos:



2 Area (S_1) = Area (sector, 2) – Area (triángulo, 2) – Area (sector, r)

$$2 \text{ Area } (S_1) = \frac{\pi\times2^2}{4} - \frac{2\times2}{2} - \frac{\pi r^2}{2}$$

$$2 \text{ Area } (S_1) = \pi - 2 - \frac{\pi}{2}(2-\sqrt{2})^2$$

$2\text{ Area }(S_1) = \pi - 2 - \dfrac{\pi}{2}(6 - 4\sqrt{2})$

$2\text{ Areas }(S_1) = \pi - 2 - 3\pi + 2\sqrt{2}\,\pi$

$2\text{ Areas }(S_1) = 2\sqrt{2}\,\pi - 2\pi - 2$; sacamos mitad a cada término

$\text{Area }(S_1) = \sqrt{2}\,\pi - \pi - 1$

$\therefore$ $\boxed{\text{Area }(S_1) = (\sqrt{2} - 1)\,\pi - 1}$ ....(I)

Luego, el área sombreada total será igual a:

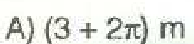
Area sombreada total = $\boxed{4\text{ (area }S_1)}$ ....(II)

Reemplazamos (I) en (II):

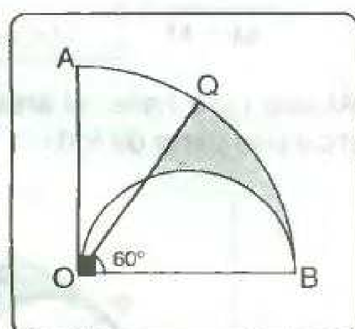
$\therefore$ $\boxed{\text{Area sombreada total} = 4\,[(\sqrt{2} - 1)\,\pi - 1]\text{ m}^2}$

Rpta. B

Problema 6: En la figura: "0" es el centro del cuadrante y OB es el diámetro de la circunferencia. Si, OB = 6m; hallar el perímetro de la región sombreada.



A) $(3 + 2\pi)$ m
B) $3\,(1 + \pi)$ m
C) $(3 + 4\pi)$ m
D) $(6 + \pi)$ m
E) $4\,\pi$m

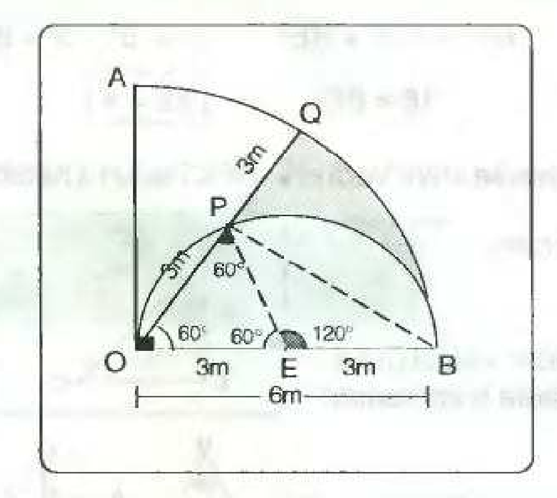


Resolución:

- En el semicirculo construímos el Δ OPB, siendo dicho Δ recto en P; por estar inscrito en un semicírculo.

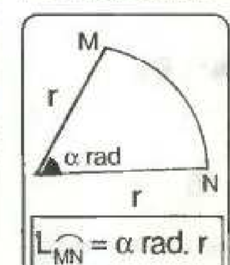
- El Δ OPE: Es un Δ equilátero
  Donde: OE = EP = OP = 6m

- De la figura: OB = OQ = 6m
  pero: OQ = OP + PQ
  6m = 3m + PQ ⇒ $\boxed{PQ = 3m}$



- Ahora, calculamos la longitud: $\overset{\frown}{PB}$.

Por fórmula:



* Convertimos los 120° a radianes.

$120° <> 120° \times \dfrac{\pi}{180°} <> \dfrac{2}{3}\pi$ rad.

$\boxed{120° <> \dfrac{2}{3}\pi \text{ rad.}}$

Aplicando la fórmula, obtenemos:

$L_{\overset{\frown}{PB}} = \dfrac{2}{3}\pi \times 3\text{m}$ ⇨ $\therefore$ $\boxed{L_{\overset{\frown}{PB}} = 2\,\pi\text{. m}}$

- De igual manera, calculamos la longitud QB.

* Convertimos los 60° a rad.

$60° = 60° \times \dfrac{\pi}{180°} = \dfrac{\pi}{3}$

$\boxed{60° <> \dfrac{\pi}{3}\text{rad.}}$

Aplicamos la fórmula de longitud de arco, obtenemos:

$L_{\overset{\frown}{QB}} = \dfrac{\pi}{3} \times 6\text{m.}$ ⇨ $\therefore$ $\boxed{L_{\overset{\frown}{QP}} = 2\,\pi\text{. m.}}$

Luego, el perímetro de la región sombreada es igual a:

Perímetro de la región sombreada = $PQ + L_{\overset{\frown}{PB}} + L_{\overset{\frown}{QB}}$

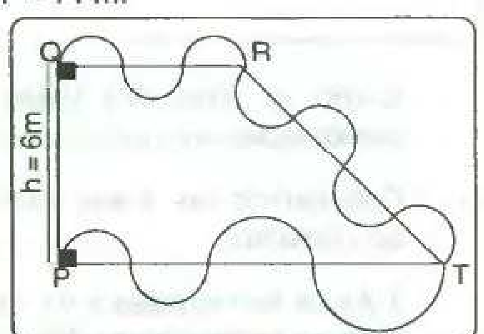
Perímetro de la región sombreada = 3m + 2 π.m. + 2 π.m.

∴ Perímetro de la región sombreada = (3 + 4π) m. **Rpta. C**

Problema 7: En la figura mostrada: ABCD: es un trapecio rectángulo cuya área es igual a 48 m². Calcular la longitud total de las curvas. (curvas = semicircunferencias).

Además: RT = 14 m.

A) 13 πm
B) 11 π m
C) 15 πm
D) F.D.
E) Ninguna



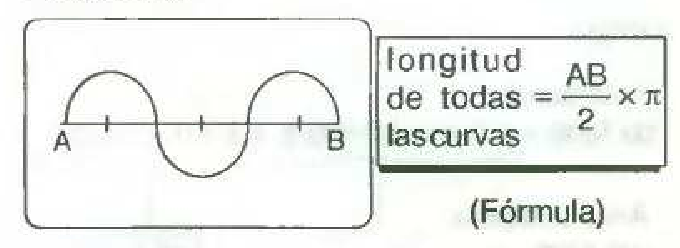
Resolución:

Sabemos que el área $\square = \left(\frac{\text{Base} > + \text{base} <}{2}\right) \times$ altura.

De donde: $48\ m^2 = \left(\frac{PT + QR}{2}\right) \times 6m$

$16\ m = PT + QR$ ...(I)

Propiedad:



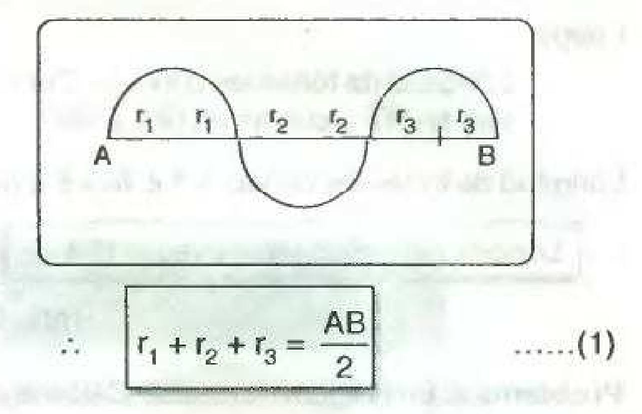
longitud de todas las curvas $= \frac{AB}{2} \times \pi$

(Fórmula)

Demostración:

Recordemos que la longitud de una circunferencia = 2 π r

i) $AB = 2r_1 + 2r_2 + 2r_3 \Rightarrow AB = 2(r_1 + r_2 + r_3)$



$\therefore \quad r_1 + r_2 + r_3 = \frac{AB}{2}$ ......(1)

Luego:

$$\text{Longitud de las curvas} = \frac{2\pi r_1}{2} + \frac{2\pi r_2}{2} + \frac{2\pi r_3}{2}$$

$$\text{Longitud de las curvas} = \pi (r_1 + r_2 + r_3) \quad ...(2)$$

Reemplazamos (1) en (2):

$$\therefore \quad \text{Longitud de las curvas} = \frac{AB}{2} \times \pi$$

Aplicando la propiedad para RT; obtenemos que:

$$\text{Longitud de curvas en RT} = \frac{RT}{2} \times \pi$$

$$\therefore \text{Longitud de curvas en RT} = \frac{14m}{2} \times \pi = 7\pi \cdot m.$$

Ahora, calculamos la longitud de curvas en QR y PT, aplicando la misma fórmula, obtenemos que:

$$\text{Longitud de curvas en: PT+QR} = \frac{PT}{2} \times \pi + \frac{QR}{2} \times \pi$$

∴ Longitud de curvas en:

$$PT + QR = \left(\frac{PT + QR}{2}\right) \times \pi \quad ....(II)$$

Reemplazamos (I) en (II):

$$\text{Longitud de curvas en: PT + QR} = \frac{16m}{2} \times \pi = 8\pi m$$

Luego:

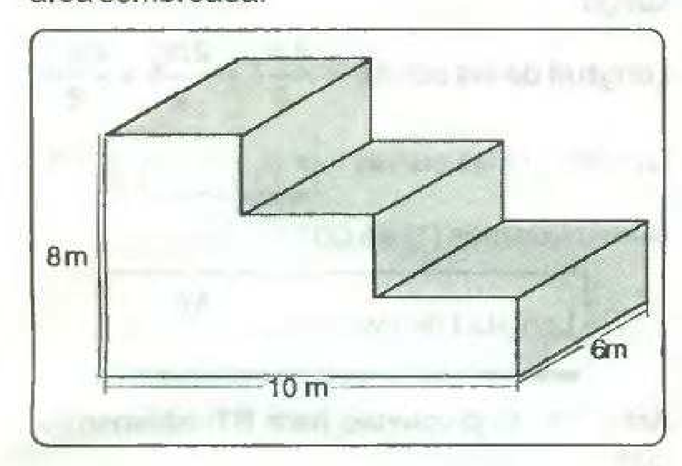
Longitud de todas las curvas = Curvas en RT + curvas en (PT + QR)

Longitud de todas las curvas = 7π. m + 8π.m.

$\therefore$ **Longitud de todas las curvas = 15 π.m.**

Rpta. C

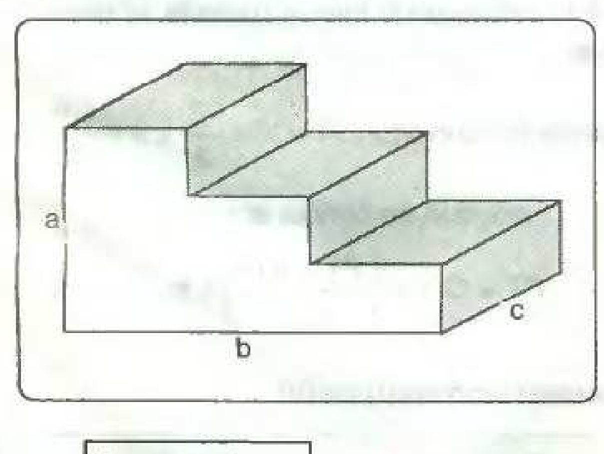
Problema 8: En la figura mostrada: Calcular el área sombreada.



A) 128 m^2 B) 180 m^2 C) 108 m^2
D) 140 m^2 E) Ninguna

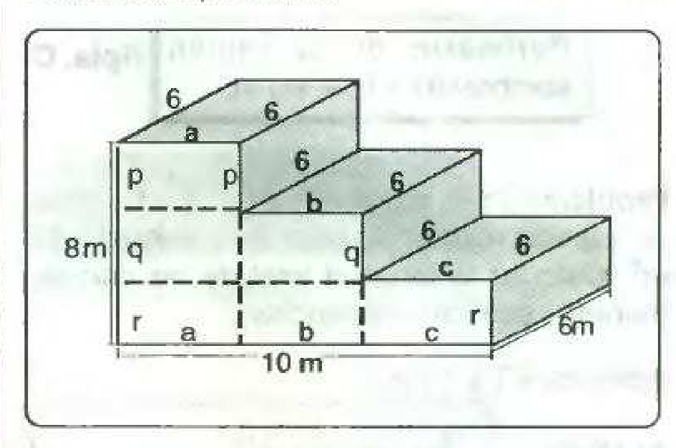
Resolución:

Para éste tipo de problemas, se puede aplicar la siguiente fórmula:



Area sombreada = (a + b) x c ......**(Fórmula)**

Ahora, demostremos dicha fórmula con la resolución del problema.



- Como se observará todas las áreas sombreadas son rectángulos.

*) Calculamos las áreas horizontales y sombreadas.

Σ Areas horizontales = 6a + 6b + 6c
Σ Areas horizontales = 6(a + b + c)

$\therefore$ Σ Areas horizontales = 6 (10) = 60 m^2

*) Ahora, calculamos las áreas verticales y sombreadas:

Σ Areas verticales = 6p + 6q + 6r
Σ Areas verticales = 6 (p + q + r)

$\therefore$ Σ Areas verticales = 6 (8) = 48 m^2

Luego:

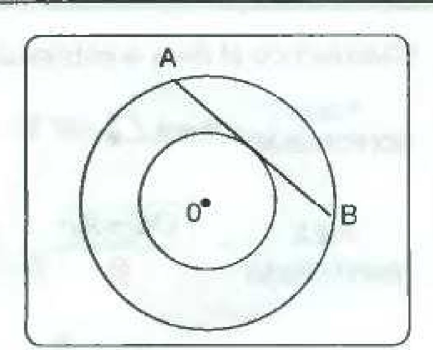
Area sombreada total = Σ Areas horizont. + Σ Areas vertic.

Area sombreada total = 60 m^2 + 48 m^2

$\therefore$ Area sombreada total = 108 m^2

Problema 9: En la figura; calcular el área sombreada, si: AB = 20 cm

A) $400\pi\ m^2$
B) $200\pi\ m^2$
C) $100\pi\ m^2$
D) Faltan datos
E) Ninguna



Resolución:

En el ◺ OPB: Por el teorema de Pitágoras, tenemos que:

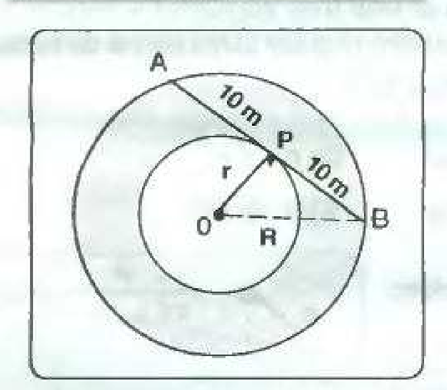
$R^2 = r^2 + 10^2 \quad \therefore \quad \boxed{R^2 - r^2 = 100}$ ...(I)

Ahora. calculamos el área sombreada

Area sombreada = Area (R) − Area (r)

Area sombreada = $\pi R^2 - \pi r^2$

$\therefore$ $\boxed{\text{Area sombreada} = \pi (R^2 - r^2)}$ ...(II)



Reemplazamos (I) en (II):

Area sombreada = $\pi (100)$

$\therefore$ $\boxed{\text{Area sombreada} = 100\pi\ m^2}$ **Rpta. C**

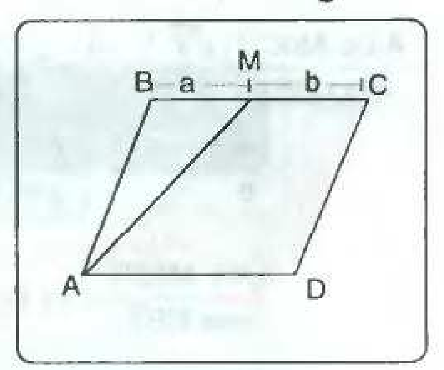
***Nota** Este tipo de problemas, se puede resolver, aplicando la siguiente fórmula:*

$$\boxed{\text{Area sombreada} = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 \times \pi}$$

(Fórmula)

Problema 10: Siendo ABCD, un paralelogramo cualquiera, hallar la relación de áreas del cuadrilátero AMCD al triángulo MBA. Si: $\frac{a}{b} = K$.

A) K
B) $\frac{K+2}{2}$
C) $\frac{K}{2}$
D) K + 2
E) $\frac{K+2}{2}$

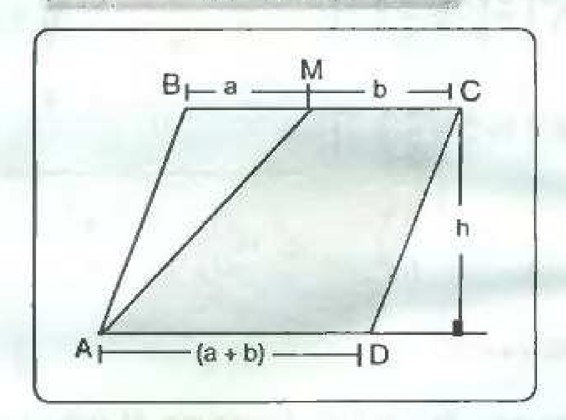


Resolución:

*) Calculamos el área AMCD

$$\text{Area } \square = \left(\frac{\overline{AD} + \overline{MC}}{2}\right) \times h$$

$$\boxed{\text{Area } \square = \left(\frac{a+b+b}{2}\right) \times h} \quad \text{...(I)}$$



**) Calculamos el Area MBA:

$$\text{Area } \triangle = \frac{\overline{BM} \times h}{2} \Rightarrow \text{Area } \triangle = \frac{a \times h}{2} \quad \text{...(II)}$$

Dividimos miembro a miembro : (I) ÷ (II)

$$\frac{\text{Area AMCD}}{\text{Area MBA}} = \frac{\left(\frac{a+b+b}{2}\right) \times h}{\frac{a \times h}{2}};$$

simplificando obtenemos:

$\frac{a+2b}{a}$; separamos fracciones.

$$\frac{\text{Area AMCD}}{\text{Area MBA}} = \frac{a}{a} + 2\left(\frac{b}{a}\right); \text{ por dato:}$$

$$\frac{a}{b} = k \Rightarrow \boxed{\frac{b}{a} = \frac{1}{K}}$$

$$\frac{\text{Area AMCD}}{\text{Area MBA}} = 1 + 2\left(\frac{1}{K}\right)$$

$$\therefore \frac{\text{Area AMCD}}{\text{Area MBA}} = \frac{k+2}{k}$$ **Rpta. E**

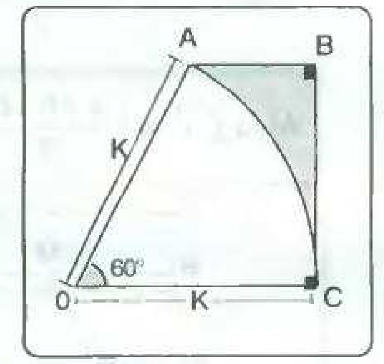
Problema 11: En la figura adjunta. Calcular el área de la región sombreada; si: CO = K

A) $K^2\left(\frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}\right)$

B) $K^2\left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}\right)$

C) $K^2\left(3\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$

D) $K^2\left(3\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}\right)$ E) $K^2\left(\frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{\pi}{6}\right)$



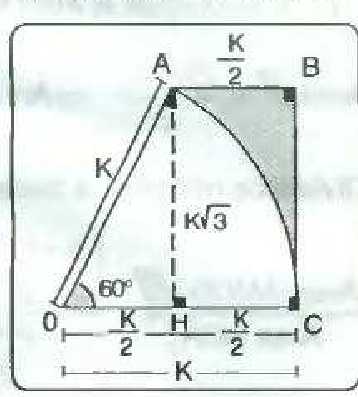
Resolución:

Trazamos $\overline{AH} \perp \overline{OC}$, formando el triángulo notable OHA.

Donde:

$\overline{OH} = \frac{K}{2}$

$\overline{AH} = K\sqrt{3}$



Calculamos el área sombreada:

$$\text{Area sombreada} = \text{Area } ⏢ \text{ABCD} - \text{Area} \triangle \text{AOC}$$

$$\text{Area sombreada} = \left(\frac{\overline{OC} + \overline{AB}}{2}\right) \times \overline{BC} - \frac{\pi K^2 \times 60°}{360°}$$

$$\text{Area sombreada} = \frac{\left(K + \frac{K}{2}\right)}{2} \times K\sqrt{3} - \frac{\pi K^2}{6}$$

$$\text{Area sombreada} = \frac{3\sqrt{3}}{4}K^2 - \frac{\pi K^2}{6};$$

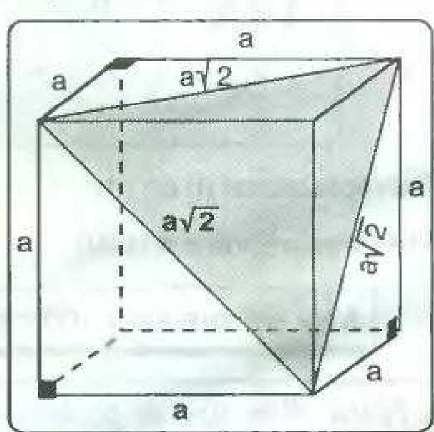
$$\therefore \boxed{\text{Area sombreada} = \left(\frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}\right)K^2}$$ **Rpta. A**

Problema 12: Hallar el área del triángulo que se forma al unir tres vértices no consecutivos de un exaedro regular cuya suma de todas las aristas es 24 m.

A) $4\sqrt{3}\ m^2$ B) $6\sqrt{3}\ m^2$ C) $\sqrt{3}\ m^2$
D) $2\sqrt{3}\ m^2$ E) $8\sqrt{3}\ m^2$

Resolución:

Según la figura, observamos que la figura que se forma es un Δ equilátero.



Por dato.

Σ de aristas = 24 m

$12\ a = 24\ m \Rightarrow \therefore \boxed{a = 2m}$ ...(I)

Luego, calculamos el Area sombreada.

$$\text{Area sombreada} = \frac{(a\sqrt{2})^2 \times \sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Area sombreada} = \boxed{\frac{a^2\sqrt{3}}{2}} \quad ....(II)$$

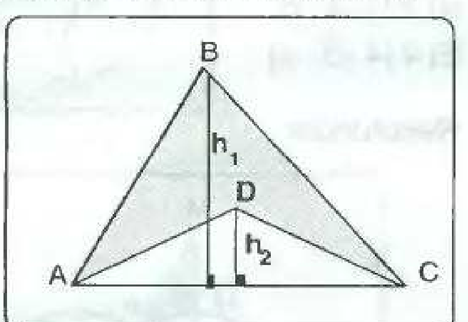
Reemplazamos (I) en (II):

$$\text{Area sombreada} = \frac{(2m)^2 \times \sqrt{3}}{2}$$

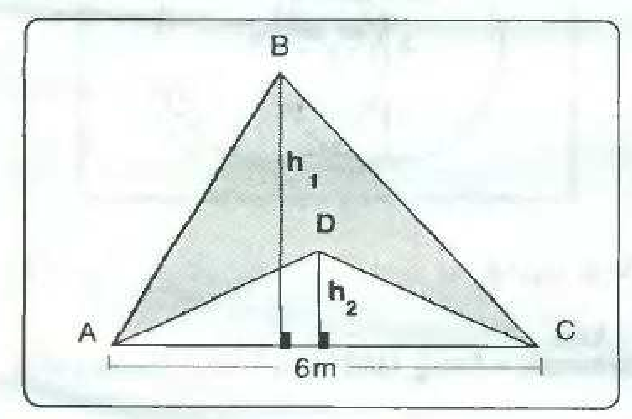
$\therefore$ $\boxed{\text{Area sombreada} = 2\sqrt{3}\ m^2}$ **Rpta. D**

Problema 13: En la figura adjunta, si: AC = 6m y $h_1 - h_2 = 4m$. Calcular el área sombreada.

A) 8 m^2
B) 10 m^2
C) 12 m^2
D) 16 m^2
E) 18 m^2



Resolución:



De la figura:

Area sombreada = Area △ABC - Area ⌂ADC

$$\text{Area sombreada} = \frac{6 \times h_1}{2} - \frac{6 \times h_2}{2}$$

$$\text{Area sombreada} = \boxed{3(h_1 - h_2)} \quad ....(I)$$

Por dato: $\boxed{h_1 - h_2 = 4}$ ...(II)

Luego, reemplazamos (II) en (I):

Area sombreada = 3 (4)

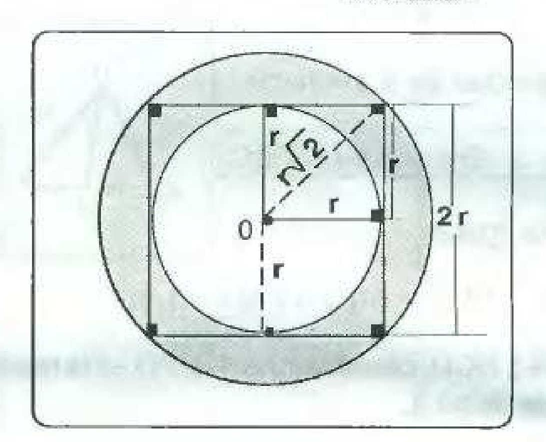
$\therefore$ $\boxed{\text{Area sombreada} = 12\ m^2}$ **Rpta. C**

Problema 14: Calcular el área de una corona circular formada por los círculos inscrito y circunscrito a un cuadrado cuya área es "S".

A) 2 πS m^2 B) 3 πS m^2 C) 4 πS m^2
D) π S m^2 E) N.A.

Resolución:

Por dato: Area □ = S



Calculamos el área sombreada:

Area sombreada = Area ($r\sqrt{2}$) – Area (r)

$$\text{Area corona circular} = \pi (r\sqrt{2})^2 - \pi (r)^2$$

$$\text{Area corona circular} = \boxed{\pi r^2} \quad ...(II)$$

Reemplazamos (I) en (II):

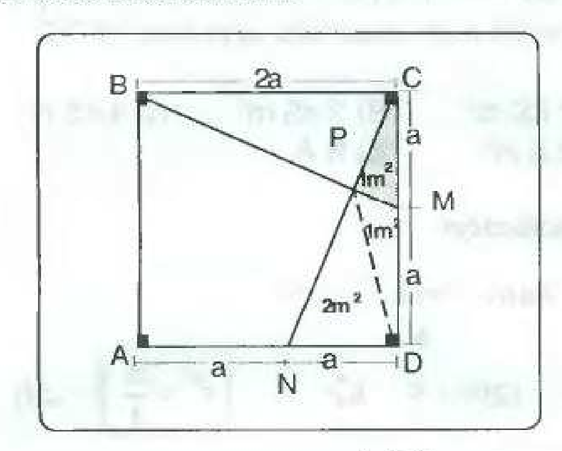
$\boxed{\text{Area corona circular} = \frac{\pi S}{4} m^2}$ **Rpta. E**

Problema 15: En un cuadrado ABCD, se toman los puntos M y N medios de CD y AD, BM y CN se cortan en P. Calcular el área del cuadrado si el área del Δ PCM es de 1 m^2.

A) 10 m^2 B) 12 m^2 C) 16 m^2
D) 18 m^2 E) 20 m^2

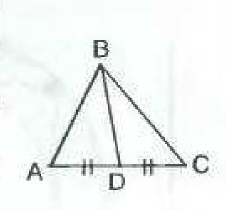
Resolución:

Al unir P con D se forman el ΔCPD, donde $\overline{PM}$ es mediana de dicho Δ.



Propiedad de la mediana

Area Δ ABD = Area Δ BDC



De la figura:

Area Δ PMC = Area Δ PMD = 1 m^2

En el ΔNCD, observamos que $\overline{PD}$ es la mediana de dicho Δ.

Por propiedad:

Area Δ PCD = Area Δ PDN = 2 m^2

De la figura: Area $\triangle$NDC = $\dfrac{\overline{ND}\times\overline{CD}}{2}$

$$4\ m^2 = \frac{a\times 2a}{2}$$

$\therefore$ $\boxed{a^2 = 4m^2}$ ...(I)

Calculamos el área del cuadrado ABCD:

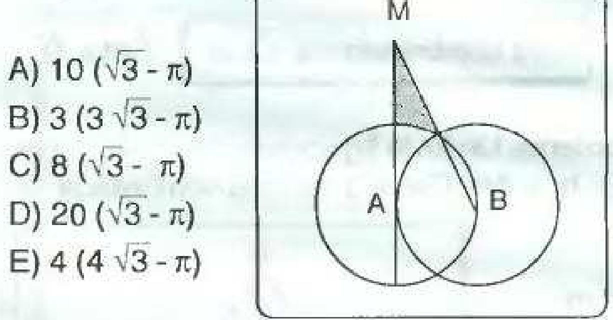
Area $\square$ ABCD = $\boxed{(2a)^2 = 4a^2}$ ...(II)

Reemplazamos (I) en (II):

Area $\square$ ABCD = 4 (4 m^2)

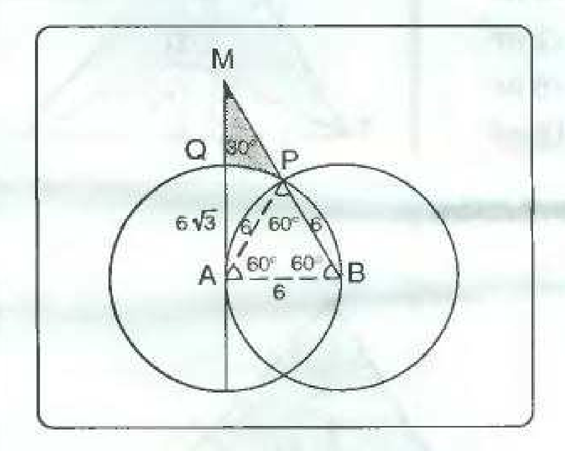
$\therefore$ $\boxed{\text{Area } \square \text{ ABCD} = 16\ m^2}$ **Rpta. C**

Problema 16: Calcular el área sombreada si A y B son centros, AB = 6. ("A" es punto de tangencia).



A) 10 ($\sqrt{3}$ - π)
B) 3 (3 $\sqrt{3}$ - π)
C) 8 ($\sqrt{3}$ - π)
D) 20 ($\sqrt{3}$ - π)
E) 4 (4 $\sqrt{3}$ - π)

Resolución:



De la figura:

Area sombreada = Area $\triangle$ MAB - Area $\triangledown$ AQP - Area Δ APB

$$\text{Area sombreada} = \frac{6\times 6\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi\times 6^2\times 30°}{360°} - \frac{6^2\sqrt{3}}{4}$$

Area sombreada = 18 $\sqrt{3}$ - 3π - 9 $\sqrt{3}$

Area sombreada = 9 $\sqrt{3}$ - 3 π

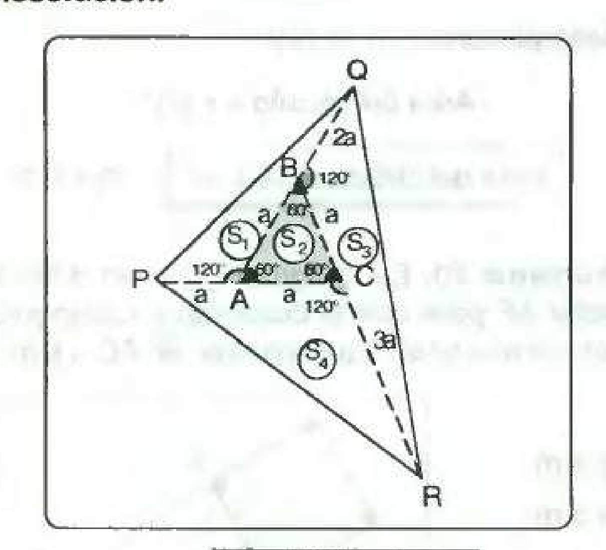
$\therefore$ $\boxed{\text{Area sombreada} = 3\ (3\ \sqrt{3} - \pi)}$ **Rpta. B**

Problema 17: Se tiene un triángulo equilátero ABC, se prolonga CA hasta "P", $\overline{AB}$ hasta "Q"

y $\overline{BC}$ hasta "R", tal que: $\overline{AP} = \overline{AC}$, $\overline{BQ} = 2\overline{AB}$; $\overline{CR} = 3\overline{BC}$. Calcular el área del Δ PQR si el área del Δ ABC es "S".

A) 11 S B) 12 S C) 16 S
D) 17 S E) 18 S

Resolución:



Por dato: Area Δ ABC = S

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = S \quad ...(I)$$

De la figura:

Area Δ PQR = $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$

$$\text{Area } \Delta \text{ PQR} = \frac{a \times 3a}{2} \times \text{Sen } 120° + \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{2a \times 4a}{2} \times \text{Sen } 120° + \frac{2a \times 3a}{2} \times \text{Sen } 120°$$

Sabemos que: $\text{Sen } 120° = \text{Sen } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Luego:

$$\text{Area } \Delta \text{ PQR} = \frac{3a^2}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 4a^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 3a^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Area } \Delta \text{ PQR} = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^2 + \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 2a^2\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$$

$$\text{Area } \Delta \text{ PQR} = \left(\frac{3\sqrt{3} + \sqrt{3} + 8\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{4}\right)a^2$$

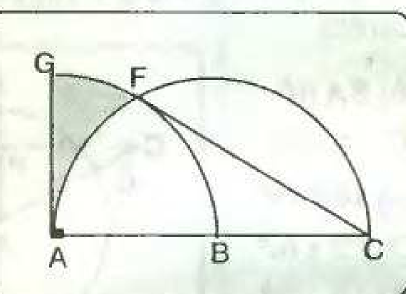
$$\text{Area } \Delta \text{ PQR} = 18\frac{\sqrt{3}a^2}{4} \quad ...(II)$$

Reemplazamos (I) en (II):

Area Δ PQR = 18 (S)

$\therefore$ Area Δ PQR = 18 S **Rpta. E**

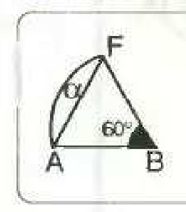
Problema 18: En la figura: A y B son centros de áreas $\overset{\frown}{GFB}$ y $\overset{\frown}{AFC}$. Hallar el área sombreada si: FC = 6 $\sqrt{3}$.

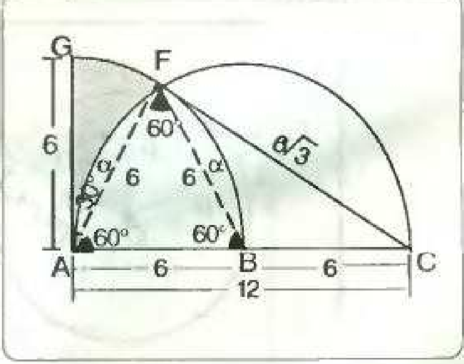


A) 3 (2 $\sqrt{3}$ - π)
B) (3 $\sqrt{3}$ - π)
C) 3 (3 $\sqrt{3}$ - π)
D) 2 (3 $\sqrt{3}$ - π)
E) 6 (3 $\sqrt{3}$ - π)

Resolución:

De la figura:





Calculamos el Area "α"

Area α = Area (sector AFB) – Area (Δ AFB)

$$\text{Area } \alpha = \frac{\pi \times 6^2 \times 60°}{360°} - \frac{6 \times 6}{2} \times \text{Sen } 60°$$

$\boxed{\text{Area } \alpha = 6\pi - 9\sqrt{3}}$ ....(I)

De la figura:

Calculamos el área sombreada.

Area sombreada = Area $\triangle$GAF - Area α

$$\text{Area sombreada} = \frac{\pi \times 6^2 \times 30°}{360°} - (6\pi - 9\sqrt{3})$$

Area sombreada = $9\sqrt{3} - 3\pi$

$\therefore$ $\boxed{\text{Area sombreada} = 3(3\sqrt{3} - \pi)}$ **Rpta. C**

Problema 19: Hallar el área del círculo mostrado si: AF = PB = CG = 1m y AC = 8 m; "0" es centro.

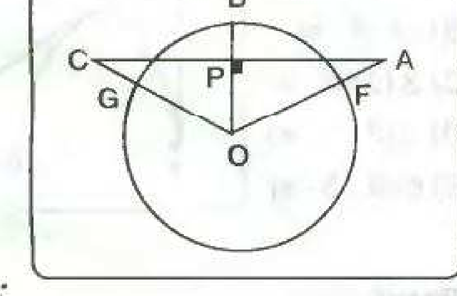
A) $8\pi\ m^2$

B) $12\pi\ m^2$

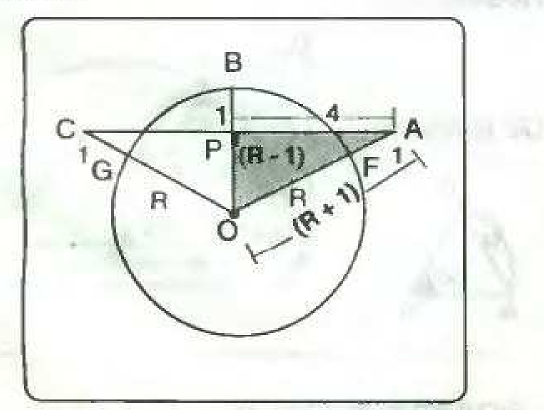
C) $16\pi\ m^2$

D) $20\pi\ m^2$

E) $10\pi\ m^2$



Resolución:



De la figura: En el $\triangle$ POA:

Por el Teorema de Pitágoras: $\overline{AO}^2 = \overline{PO}^2 + \overline{PA}^2$

$(R + 1)^2 = (R - 1)^2 + (4)^2 \Rightarrow R^2 + 2R + 1 = R^2 - 2R + 1 + 16$

$4R = 16 \quad \therefore \quad \boxed{R = 4}$ ....(I)

Luego, calculamos el área del circulo.

Area del círculo = $\boxed{\pi R^2}$ ....(II)

Reemplazamos (I) en (II):

Area del círculo = $\pi (4)^2$

$\therefore$ $\boxed{\text{Area del círculo} = 16\pi\ m^2}$ **Rpta. C**

Problema 20: En la figura: ¿Cuánto deberá medir AF para que el cuadrado y rectángulo sombreado sean equivalentes. Si: AC = 6 m.

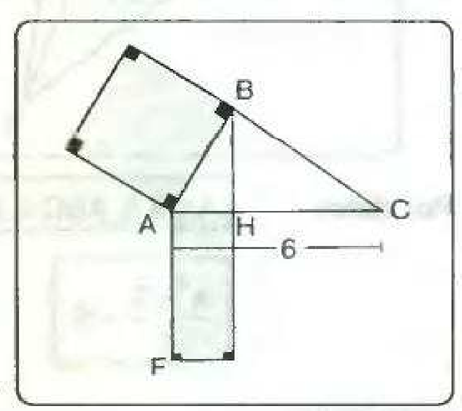
A) 4 m

B) 5 m

C) 6 m

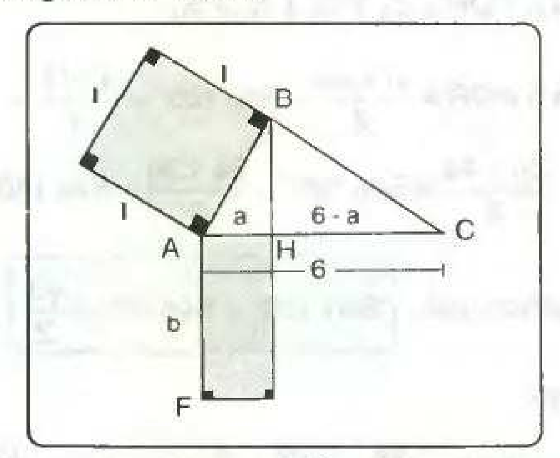
D) 7 m

E) Ninguna



Resolución:

Incógnita: AF = b = ?



En el $\triangle$ AHB: Por l teorema de Pitágoras:

$BH^2 = AB^2 - AH^2 \Rightarrow \boxed{\overline{BH}^2 = l^2 - a^2}$ ...(I)

En el △ ABC: Por propiedad:

$BH^2 = AH \times HC \Rightarrow \boxed{BH^2 = a \times (6 - a)}$ ...(II)

Igualamos (I) y (II):

$l^2 - a^2 = a \times (6 - a)$

$l^2 - a^2 = 6a - a^2 \Rightarrow \boxed{l^2 = 6a}$ ...(III)

Por dato: Area □ = Area ▯

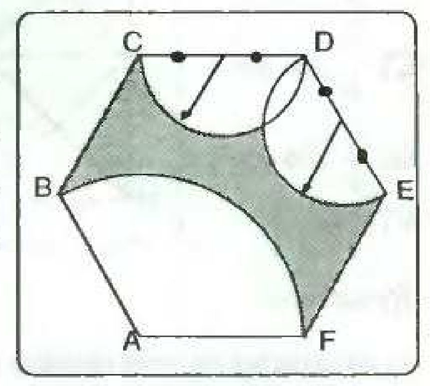
$l^2 = a \times b$ ...(IV)

Reemplazamos (III) en (IV):

$6a = a \times b$

$\therefore \boxed{b = 6m}$ **Rpta. C**

Problema 21: Hallar el perímetro de la región sombreada en el exágono regular de lado 6m.



A) 2 (2π + 3) m.
B) 3 (2π + 3) m.
C) 6 (2π + 3) m.
D) 4 (2π + 3) m.
E) Ninguna

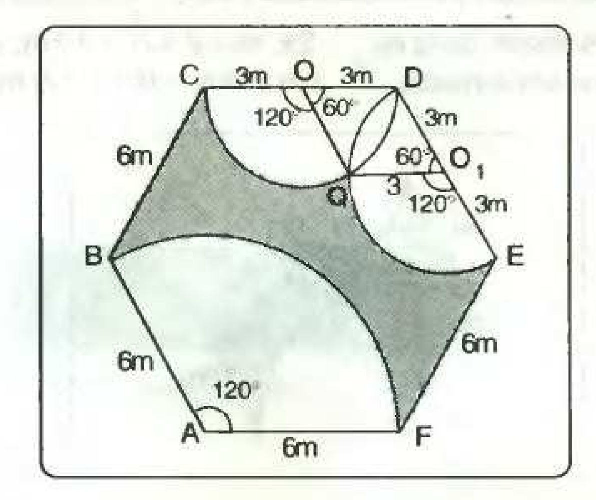
Resolución:

Calculamos el ángulo interno del exágono regular.

$\angle$ interno (BAF) $= \dfrac{180°(n-2)}{n}$; n = número de lados

$\angle BAF = \dfrac{180°(6-2)}{6} \Rightarrow \therefore \angle BAF = 120°$

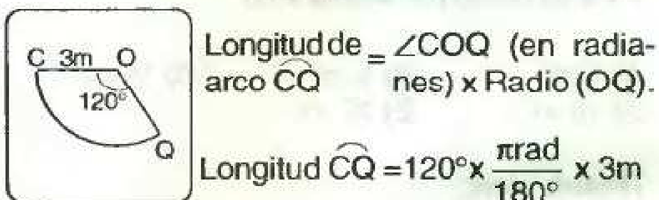
Además, sabemos que: $\angle BAF = \angle ODO_1 = 120°$



* En el cuadrilátero ODO_1Q, es un rombo; donde el $\angle ODO_1 = \angle OQO_1$

Además: $\hat{DOQ} = \hat{DO_1Q} = 60°$.

Ahora, calculamos la longitud de arco $\overset{\frown}{CQ}$, en el sector circular OCQ.



Longitud de arco $\overset{\frown}{CQ}$ = $\angle COQ$ (en radianes) x Radio (OQ).

Longitud $\overset{\frown}{CQ} = 120° \times \dfrac{\pi rad}{180°} \times 3m$

$\therefore \boxed{\text{longitud } CQ = 2\pi.m.}$

De acuerdo a la figura, observamos que:

Longitud $\overset{\frown}{CQ}$ = Longitud $\overset{\frown}{QE} = 2\pi.m.$

De igual manera, calculamos la longitud de arco BF.

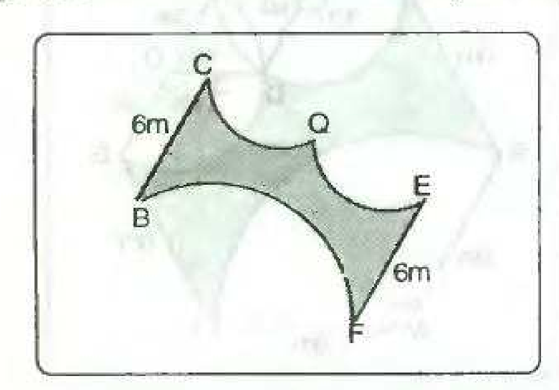
longitud $\overset{\frown}{BF} = 120° \times \dfrac{\pi}{180°} \times 6m.$

$\therefore \boxed{\text{Longitud } BF = 4\pi \text{ m.}}$

Luego, calculamos el perímetro de la región sombreada.

Perímetro de la región sombreada = log. $\overset{\frown}{CQ}$ + log. $\overset{\frown}{QE}$ + log. $\overset{\frown}{BF}$ + BC + EF

Perímetro de la región sombreada $= 2\pi.\,m + 2\,\pi.m + 4\,\pi m. + 6m + 6m. = (8\pi + 12)\,m.$

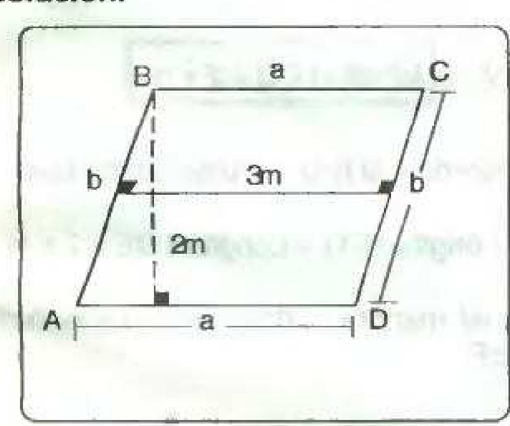


$\therefore$ Perímetro de la región sombreada $= 4\,(2\,\pi + 3)\,m$ **Rpta. D**

Problema 22: Dos alturas de un paralelogramo miden 2m y 3m, su perímetro es 20 m. Hallar el área de dicho paralelogramo.

A) $6\ m^2$ B) $8\ m^2$ C) $12\ m^2$
D) $14\ m^2$ E) $10\ m^2$

Resolución:



Sabemos que: Area ▱ = base x altura

De donde: Area ▱ = a x 2 ....(I)

Area ▱ = b x 3 ....(II)

Igualamos (I) y (II): a x 2 = b x 3

$\therefore\ a = \frac{3}{2}b$ ...(III)

Por dato: Perímetro ▱ = Σ de sus 4 lados

$20\ m = 2a + 2b \Rightarrow \therefore\ 10\ m = a + b$ ...(IV)

Reemplazamos (III) en (IV):

$10\ m = \frac{3}{2}b + b \Rightarrow 20 = 5b \Rightarrow \therefore\ b = 4m$

Luego, reemplazamos el valor de "b" en (II)

Area ▱ $= 4 \times 3\ m^2$

$\therefore$ Area ▱ ABCD $= 12\ m^2$ **Rpta. C**

Problema 23: Calcular el área sombreada si: MNPR es un cuadrado de lado 6 cm.

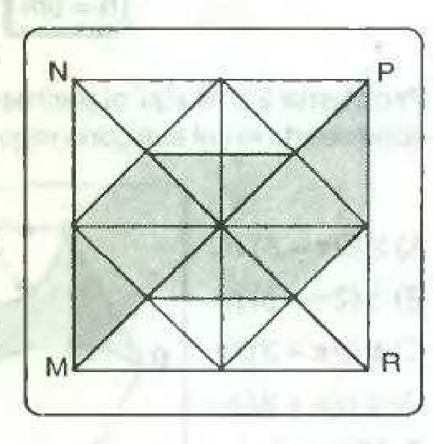
A) $\frac{1}{2}\ (36\ cm^2)$

B) $\frac{1}{3}\ (36\ cm^2)$

C) $\frac{1}{4}\ (36\ cm^2)$

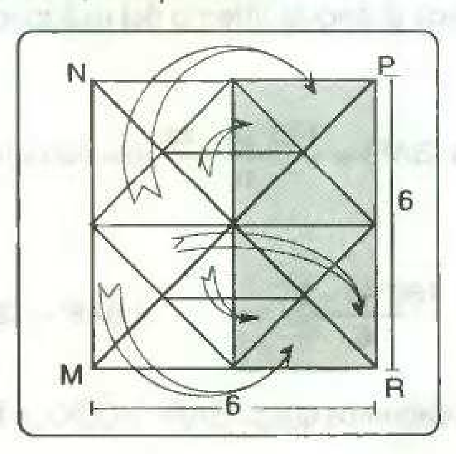
D) $\frac{1}{5}\ (36\ cm^2)$

E) N.A.



Resolución:

Cuando la figura, esta dividida en varias partes, como se da en este caso es recomendable trasladar áreas, veamos:



Como se observará:

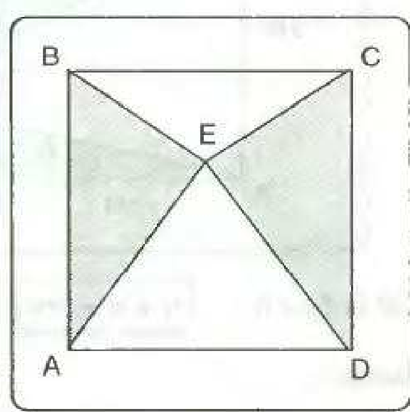
Area sombreada = $\frac{1}{2}$ (Area del cuadrado)

Area sombreada = $\frac{1}{2}$ $(6\ cm)^2$

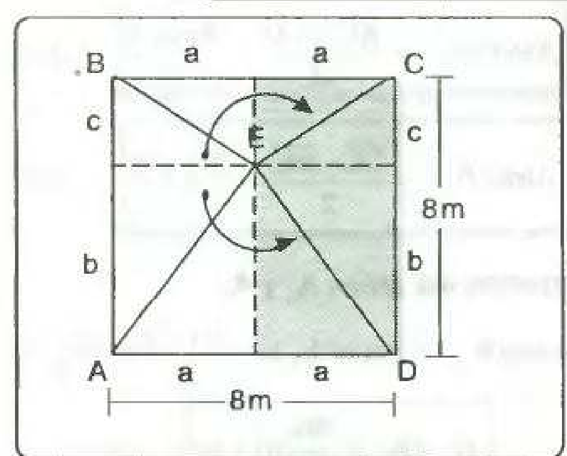
$\therefore$ Area sombreada = $\frac{1}{2}$ $(36\ cm^2)$ **Rpta. A**

Problema 24: Calcular el área sombreada si: ABCD es un cuadrado y AEB es un triángulo equilátero (lado del cuadrado ABCD = 8 m)

A) $32\ m^2$
B) $36\ m^2$
C) $30\ m^2$
D) $24\ m^2$
E) N.A.



Resolución:



Haciendo traslado de áreas, obtenemos que el área sombreada, es la mitad del área del cuadrado ABCD.

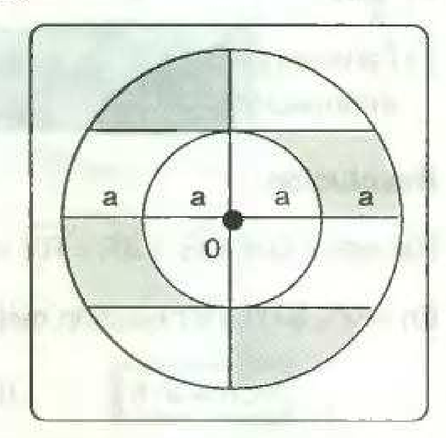
Area sombreada = $\frac{1}{2}$ (Area cuadrado ABCD)

Area sombreada = $\frac{1}{2}$ $(8\ m)^2$

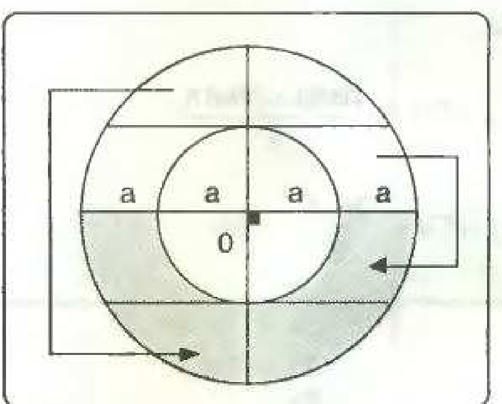
$\therefore$ Area sombreada = $32\ m^2$ **Rpta. A**

Problema 25: En la figura mostrada. Hallar el área sombreada.

A) $\pi\ a^2$
B) $\frac{3}{2}\pi a^2$
C) $2\ \pi\ a^2$
D) $\frac{5}{2}\pi a^2$
E) Ninguna



Resolución:



Haciendo traslado de áreas, obtenemos la figura que se muestra a continuación:

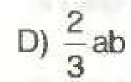
Area sombreada = Area (semicírculo 2a, 2a) - Area (semicírculo a, a)

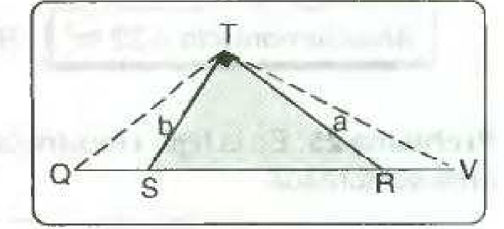
$$\text{Area sombreada} = \frac{\pi(2a)^2}{2} - \frac{\pi(a)^2}{2}$$

$$\text{Area sombreada} = 2\pi a^2 - \frac{\pi a^2}{2}$$

$\therefore$ Area sombreada = $\frac{3}{2}\pi a^2$ **Rpta. B**

Problema 26: Los catetos del Δ STR miden "a" y "b". Si se hace QS = SR = RV, el área del Δ QTV mide.

A) 3 ab
B) 2ab
C) 1,5 ab

D) $\frac{2}{3}$ ab
E) Falta mayor información



Resolución:

Hacemos que: $\overline{QS} = \overline{SR} = \overline{RV} = n$

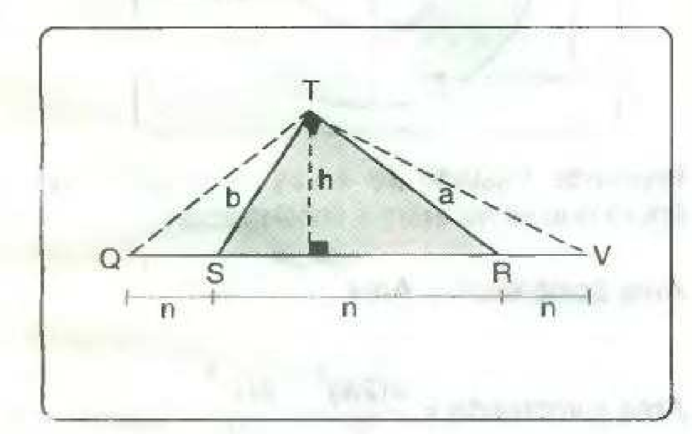
En el $\triangle$ STR: Por relación métrica

$$\boxed{n \cdot h = a \cdot b} \quad ...(I)$$

Luego:

$$\text{Area } \Delta \text{ QTV} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

$$\text{Area } \Delta \text{ QTV} = \frac{3n \cdot h}{2} \quad ..(II)$$

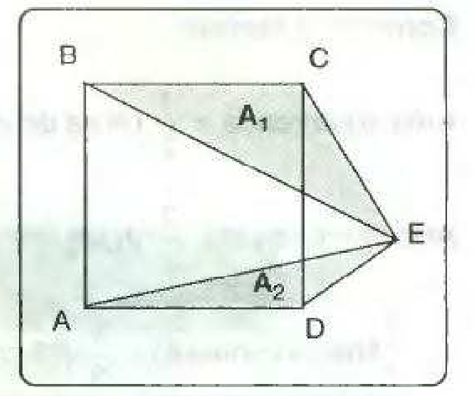


Reemplazamos (I) en (II):

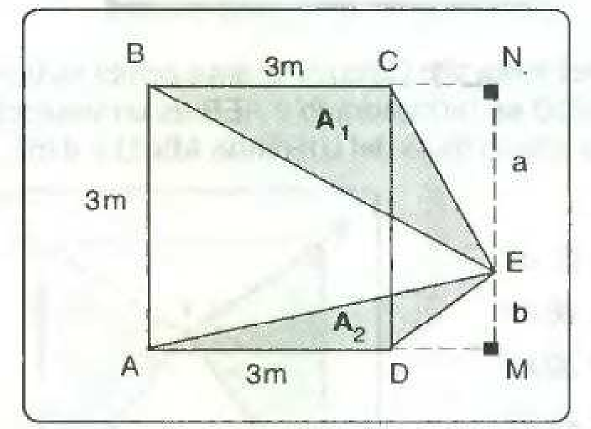
$$\boxed{\text{Area } \Delta \text{ QTV} = \frac{3a \cdot b}{2} = 1{,}5 \text{ ab}} \quad \textbf{Rpta. C}$$

Problema 27: ABCD es un cuadrado de lado 3m. Calcular $A_1 + A_2$; siendo A_1 y A_2 las áreas sombreadas.

A) 3 m^2
B) 7 m^2
C) 3,5 m^2
D) 9 m^2
E) 4,5 m^2



Resolución:



De la figura: $\boxed{b + a = 3m}$ ...(I)

Luego:

$$\boxed{\text{Area}(A_2) = \frac{\overline{AD} \times \overline{EM}}{2} = \frac{3m \times b}{2}} \quad ...(II)$$

$$\boxed{\text{Area}(A_1) = \frac{\overline{BC} \times \overline{NE}}{2} = \frac{3m \times a}{2}} \quad ...(III)$$

Sumamos las áreas A_1 y A_2:

$$\text{Area}(A_2) + \text{Area}(A_1) = \frac{3m \times b}{2} + \frac{3m \times a}{2}$$

$$\boxed{A_1 + A_2 = \frac{3m}{2}(b + a)} \quad ...(IV)$$

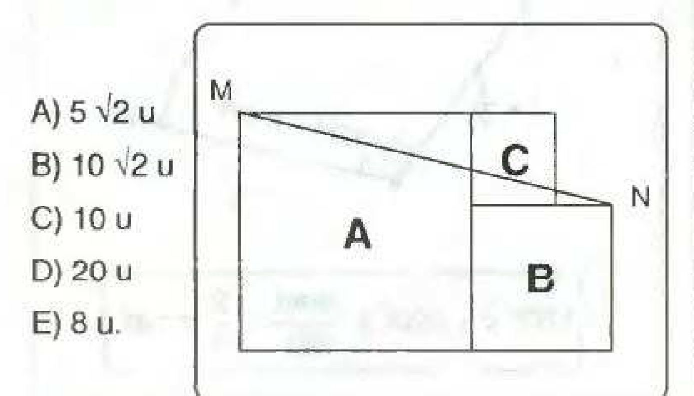
Reemplazamos (I) en (IV):

$$A_1 + A_2 = \frac{3m}{2}(3m) = \frac{9m^2}{2}$$

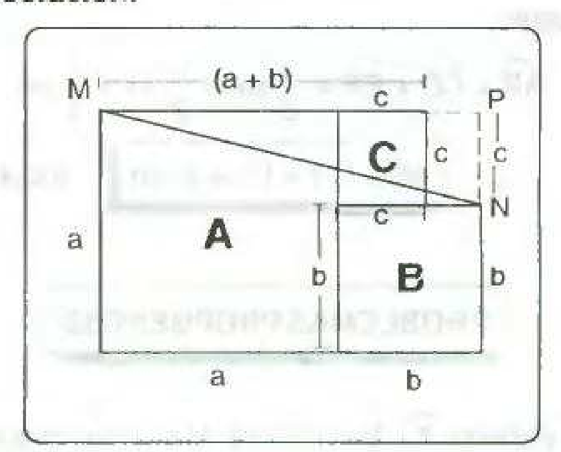
$$\therefore \quad \boxed{A_1 + A_2 = 4{,}5 \text{ m}^2} \quad \textbf{Rpta. E}$$

Problema 28: En la figura, se tiene los cuadrados de áreas A, B y C, además: $A + B = 50\ u^2$. Hallar: MN.

A) $5\sqrt{2}$ u
B) $10\sqrt{2}$ u
C) 10 u
D) 20 u
E) 8 u.



Resolución:



Por dato: Area (A) + Area (B) = 50 u²

$$\boxed{a^2 + b^2 = 50\ u^2} \quad ...(I)$$

De la figura: $b + c = a$

$$\boxed{c = a - b} \quad ...(II)$$

Elevamos al cuadrado ambos miembros de la expresión (II):

$c^2 = (a - b)^2$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \quad \Rightarrow \quad 2ab + c^2 = a^2 + b^2$

$$\therefore \quad \boxed{2ab + c^2 = 50\ u^2} \quad ...(III)$$

En el △MPN: Por el teorema de Pitágoras:

$MN^2 = MP^2 + PN^2$

$MN^2 = (a + b)^2 + c^2$

$$\boxed{MN^2 = a^2 + b^2 + 2ab + c^2} \quad ...(IV)$$

Reemplazamos (I) y (III) en (IV):

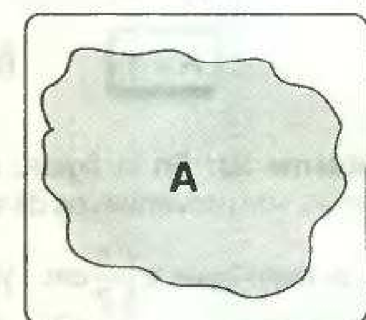
$$MN^2 = 50\ u^2 + 50\ u^2 = 100\ u^2$$

$$\therefore \quad \boxed{MN = 10\ u}$$ **Rpta. C**

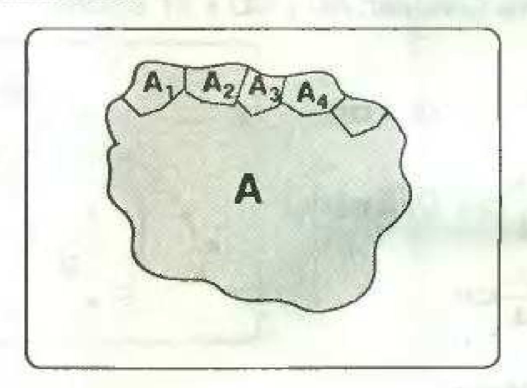
Problema 29: La figura sombreada de área "A" se sub-divide en "n" partes de igual área A_1; A_2; A_3; ....; A_n $(n > 9)$.

Cálcular "A" si: $A_1 + A_3 + A_5 + A_7 + A_9 = \dfrac{5}{n}$

A) 1/2
B) 1
C) n
D) 2n
E) n/3



Resolución:



Por dato: hacemos que:

$$\underbrace{A_1 = A_2 = A_3 = ... = A_n}_{\text{"n" partes}} = x$$

Donde:

$$A_1 + A_2 + A_3 + ... + A_n = A$$

$$\underbrace{x + x + x + ... + x}_{\text{"n" partes}} = A$$

$$nx = A \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = \frac{A}{n}} \quad ...(I)$$

Además sabemos que:

$$A_1 + A_3 + A_5 + A_7 + A_9 = \frac{5}{n}$$

$$x + x + x + x + x = \frac{5}{n}$$

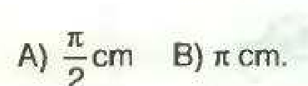
$$\boxed{5x = \frac{5}{n}} \quad ....(II)$$

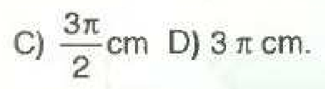
Reemplazamos (I) en (II):

$$5\left(\frac{A}{n}\right) = \frac{5}{n} \Rightarrow 5A = 5$$

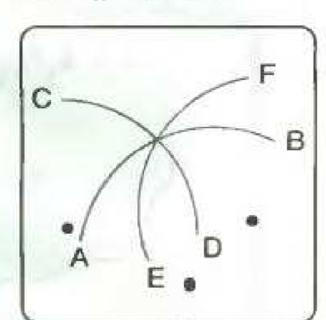
$$\therefore \boxed{A = 1} \qquad \textbf{Rpta. B}$$

Problema 30: En la figura: $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{EF}$ además son provenientes de sectores circulares de radio igual a $\left(\frac{1}{2}\text{cm.}\right)$ y 120° de ángulo central. Cálcular: $\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{EF}$ en cm.


A) $\frac{\pi}{2}$cm B) π cm.


C) $\frac{3\pi}{2}$cm D) 3π cm.

E) $\frac{3\pi}{4}$cm

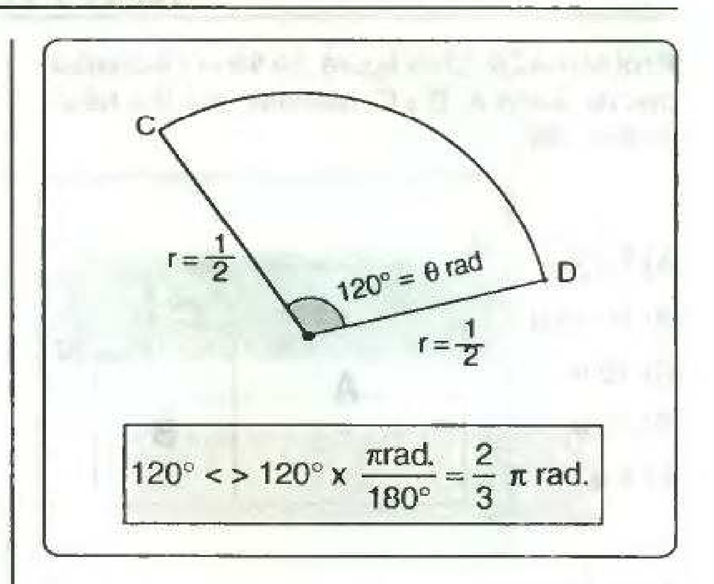


Resolución:

Como cada curva proviene de un sector circular cuyo radio es igual a $\frac{1}{2}$ cm. y 120° de ángulo central, esto quiere decir que nos basta trabajar con cualquiera de ellos, veamos.

Por fórmula: $\boxed{L_{\overset{\frown}{CD}} = \theta \text{ rad} \times r}$

$$L_{\overset{\frown}{CD}} = \frac{2}{3}\pi \times \frac{1}{2}\text{cm.} \Rightarrow \therefore \boxed{L_{\overset{\frown}{CD}} = \frac{\pi}{3}\text{cm}}$$



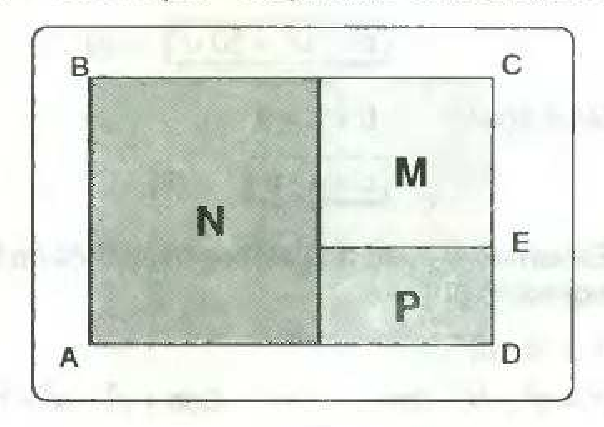
Luego:

$$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{EF} = \frac{\pi}{3}\text{cm.} + \frac{\pi}{3}\text{cm.} + \frac{\pi}{3}\text{cm.}$$

$$\therefore \boxed{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{EF} = \pi \text{ cm.}} \qquad \textbf{Rpta. B}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema (1): En la figura: M y N son cuadrados, P es un rectángulo. Areas: P = 42 m²; N = 169 m². (CE > ED). Hallar: El área ABCD.



A) 270 m² B) 260 m² C) 247 m²
D) 280 m² E) Ninguna

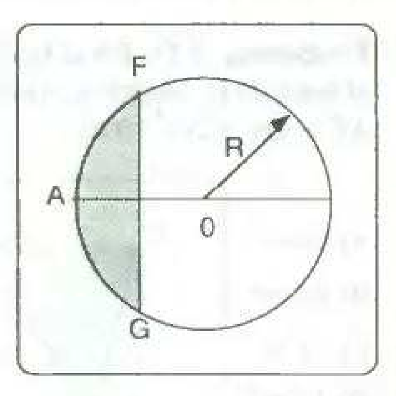
Problema (2): En la figura "O" es el centro del círculo de radio R. Hallar el área del segmento circular sombreado si: FG es mediatriz de AO.

A) $R^2\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$

B) $\frac{R^2}{2}\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$

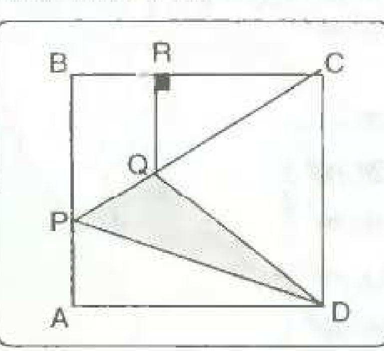
C) $R^2\left(\frac{\pi}{2}-\sqrt{2}\right)$

D) $R^2\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ E) Ninguna



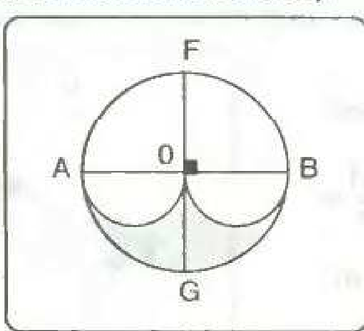
Problema (3): En la figura se tiene el cuadrado ABCD. Hallar el área del triángulo sombreado PQD si: RC = 5m y BR = 1 m.

A) $4m^2$
B) $5\ m^2$
C) $6\ m^2$
D) $3\ m^2$
E) $8\ m^2$



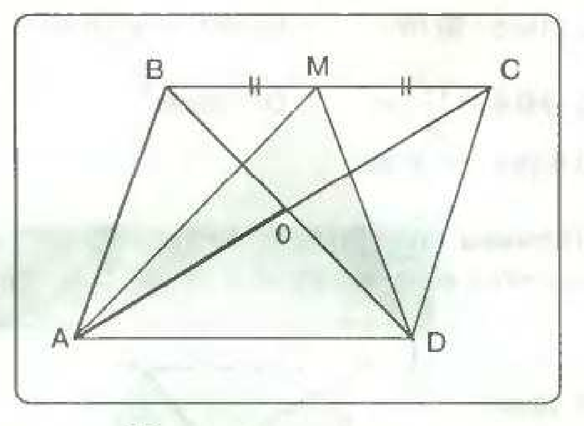
Problema (4): En la figura: Hallar el perímetro de la figura sombreada si: AB = FG = 4m. ("0" es el centro de la circunferencia, AO y OB son diámetros de las semicircunferencias).

A) 6π m
B) 5π m
C) 4π m
D) 8π m
E) 12π m



Problema (5): En la figura: Hallar el área sombreada, si: AB = 6m, BM = MC, AD = 5m y BAD = 53°. (ABCD es un paralelogramo).

A) $6m^2$ B) $7,5\ m^2$ C) $8\ m^2$
D) $9\ m^2$ E) $12\ m^2$



Problema (6): ¿Cuánto debe medir el radio del círculo menor para que el área de este sea equivalente al área sombreada?
(R → radio del círculo mayor)

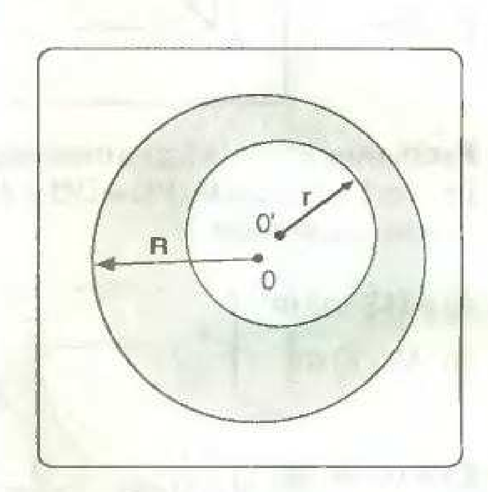
A) $\frac{R\sqrt{2}}{3}$

B) $\frac{R\sqrt{2}}{4}$

C) $\frac{R\sqrt{2}}{2}$

D) $\frac{R\sqrt{3}}{2}$

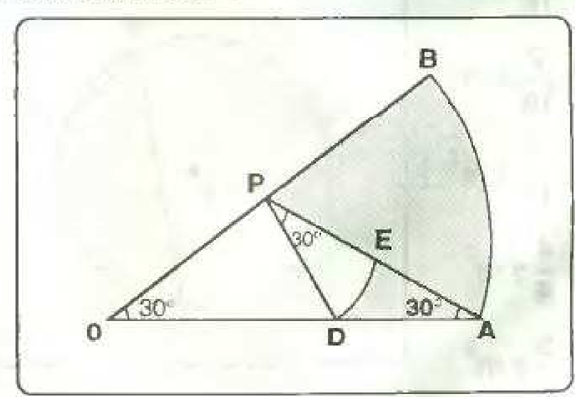
E) $\frac{R\sqrt{3}}{4}$



Problema (7): Calcular el área sombreada si: OB = 18 m

$\overset{\frown}{AB}$ con centro en "0"

$\overset{\frown}{DE}$ con centro en "P"



A) $(10\pi - 8)\ m^2$ B) $(30\pi - 2\sqrt{3})\ m^2$

C) $24(\pi - \frac{\sqrt{3}}{2})m^2$ D) $18\pi\ m^2$

E) $6(4\pi - 3\sqrt{3})\ m^2$

Problema (8) : En la figura; calcular: MN, si: AB = 4m y el área del triángulo COD es 24 m^2.

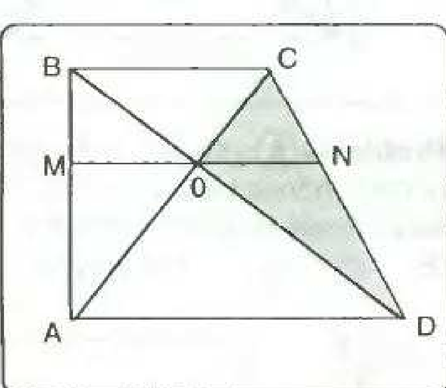
A) 12 m^2

B) 15 m^2

C) 18 m^2

D) 20 m^2

E) 24 m^2



Problema (9): En la figura mostrada: ABCD es un cuadrado, donde: PQ = QD = 4m. Calcular el área sombreada.

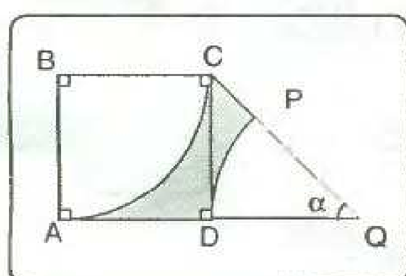
A) $2(12 - \pi)\ m^2$

B) $(12 - \pi)\ m^2$

C) $2(12 + \pi)\ m^2$

D) $6(4 - \pi)\ m^2$

E) N.A.



Problema (10): Si el radio de la circunferencia mide 1 m. Hallar el área sombreada (si: $\overset{\frown}{AB}$ = 40°; $\overset{\frown}{BC}$ = 100°).

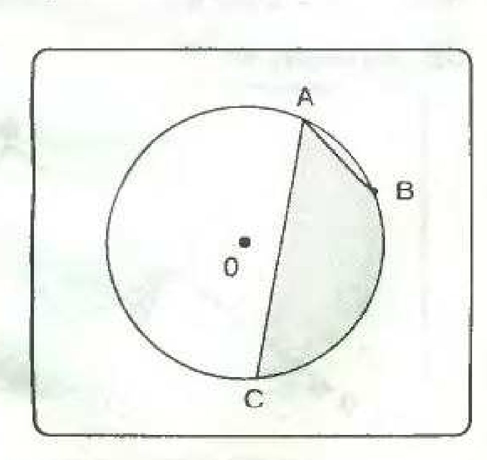
A) $\frac{5}{18}\pi\ m^2$

B) $\frac{7}{18}\pi\ m^2$

C) $\frac{5}{13}\pi\ m^2$

D) $\frac{4}{9}\pi\ m^2$

E) $\frac{5}{6}\pi\ m^2$



Problema (11): En la figura mostrada: Hallar el área de la región sombreada. Si: BC = 6m, AE = 2m, ED = 13 m.

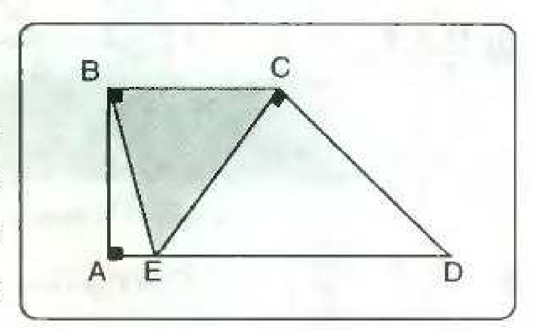
A) 9 m^2

B) 12 m^2

C) 15 m^2

D) 18 m^2

E) 21 m^2



Problema (12): En la figura las rectas l_1 y l_2 son paralelas. Hallar el área sombreada si: AB = 3m; CD = 8m, y el área del triángulo ABD es 30 m^2.

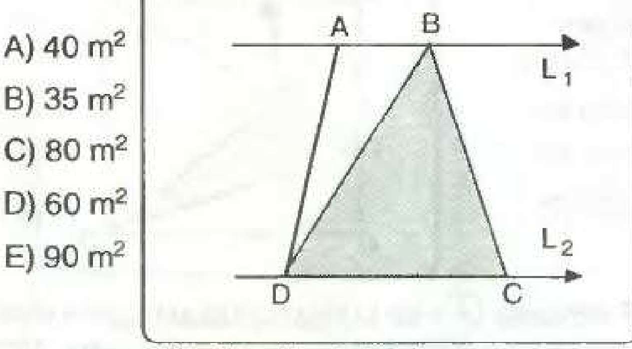
A) 40 m^2

B) 35 m^2

C) 80 m^2

D) 60 m^2

E) 90 m^2



Problema (13) : En la figura: AB = BC = AC y FMGH es un cuadrado. Si: FB = $2\sqrt{3}$ m. Hallar el área de la región sombreada.

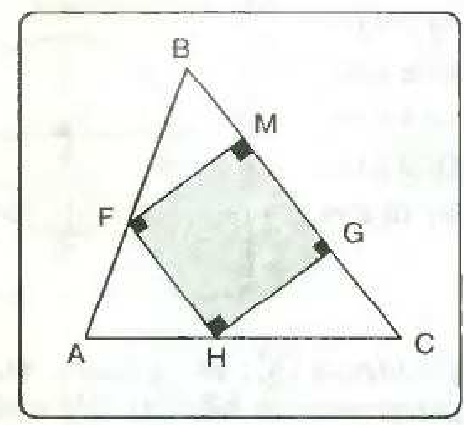
A) 9 m^2

B) $\frac{81}{4}m^2$

C) 8 m^2

D) 18 m^2

E) 32 m^2



Problema (14) : Si: ABC es un triángulo equilátero. Calcular el perímetro de la región sombreada. (AB = 4m).

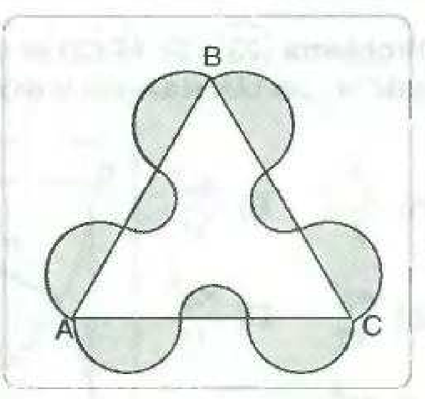
A) $2(\pi + 3)$ m

B) $3(\pi + 6)$ m

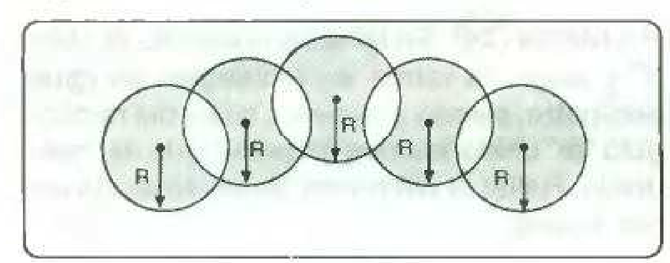
C) $6(\pi + 2)$ m

D) $4(\pi + 3)$ m

E) F. Datos.



Problema (15) : En la figura mostrada. Hallar el perímetro de la región sombreada.



A) $8\pi R$ B) $10\pi R$ C) $6\pi R$

D) Faltan Datos E) Ninguna

Problema (16): En la figura mostrada: ABCD es un cuadrado, "0" es su centro, PQ es paralelo a AB. Hallar el área de la región sombreada.

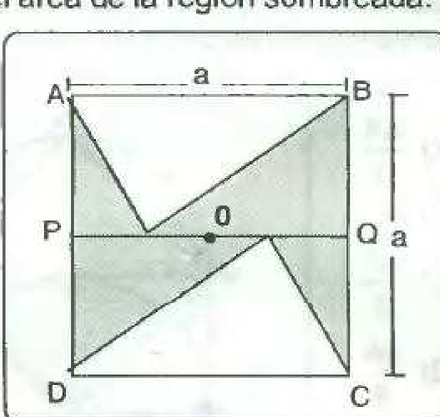
A) $a^2/2$

B) $2a^2/3$

C) $3a^2/2$

D) $a^2/3$

E) $2a^3/3$

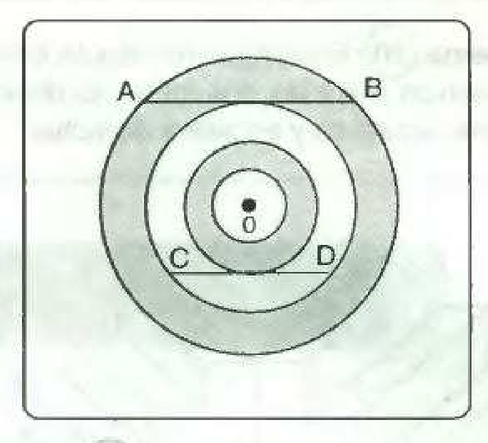


Problema (17): En la figura mostrada. Calcular el área sombreada total, sabiendo que las circunferencias son concéntricas.
(AB = "a" m. y CD = "b" m).

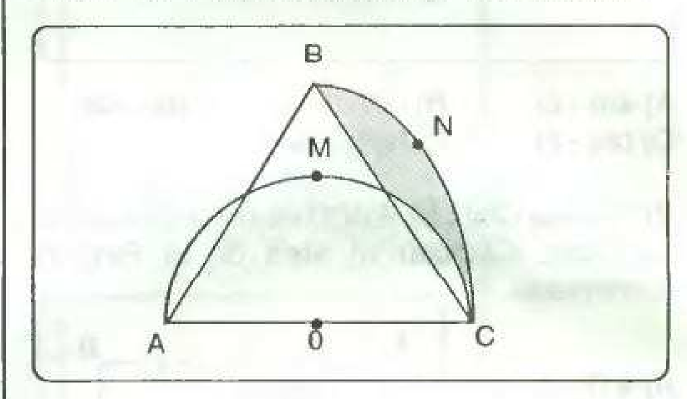
A) $\frac{\pi}{4}(a^2 + b^2)m^2$ B) $\frac{\pi}{2}(a^2 + b^2)m^2$

C) $\pi(a^2 + b^2)$ m^2 D) $2\pi(a^2 + b^2)$ m^2

E) Ninguna



Problema (18) : Calcular el área sombreda si: AB = 6m, $\overset{\frown}{BNC}$ con centro en "A" y $\overset{\frown}{AMC}$ con centro en "0"; el triángulo ABC es equilátero.



A) $24\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)m^2$ B) $21\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)m^2$

C) 3,2 m^2 D) 2,9 m^2

E) $27\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)m^2$

Problema (19) : En la figura mostrada: Hallar el perímetro de la región sombreada. (Si: AB = BC y AC = $6\sqrt{2}$ m).

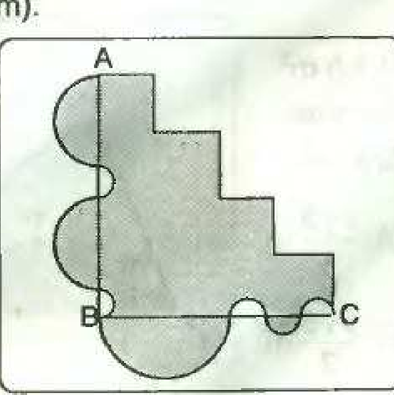
A) $(12 + 5\pi)$ m

B) $6(\pi + 2)$ m

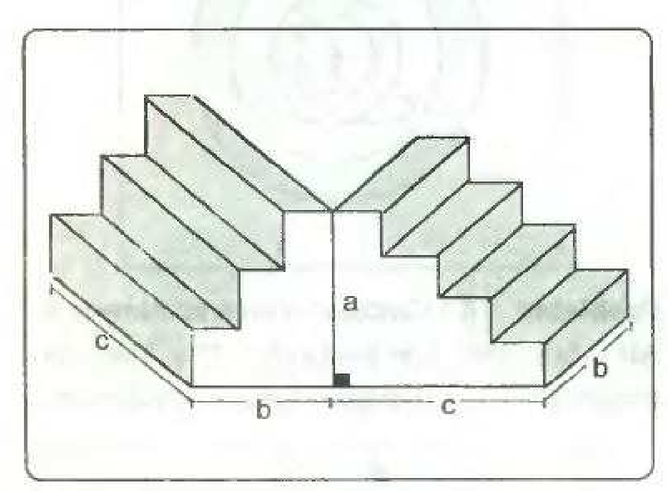
C) $4(3\pi + 1)$ m

D) $12(\pi + 2)$ m

E) Ninguna



Problema (20): En la figura mostrada: Calcular la diferencia entre las dos áreas sombreadas escalera izquierda y escalera derecha.



A) a(b - c) B) c(b - a) C) a(c - b)
D) b(a - c) E) Ninguna

Problema (21): Si: ABCD es un cuadrado de lado 4m. Calcular el área de la Región Sombreada.

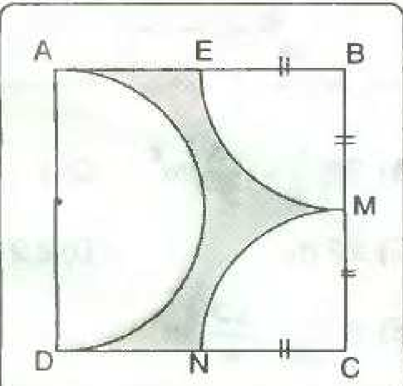
A) $4(2-\pi)\ m^2$

B) $4(1-\pi)\ m^2$

C) $4(4-\pi)\ m^2$

D) $4(3-\pi)\ m^2$

E) N.A.



Problema (22): En la figura mostrada. Calcular el área sombreada.

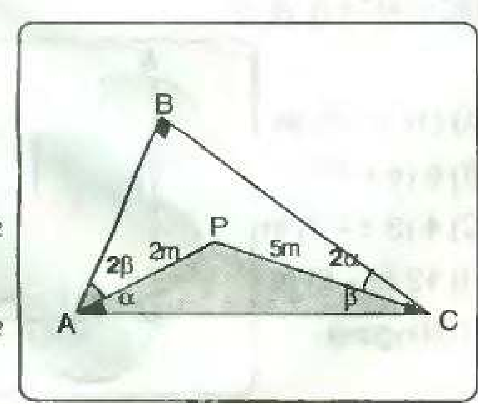
A) $2{,}5\ m^2$

B) $10\ m^2$

C) $5\ m^2$

D) $\dfrac{5\sqrt{3}}{4}m^2$

E) $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}m^2$



Problema (23): Si: ABCD es un cuadrado de lado "a", calcular el área de la región sombreada.

A) $\dfrac{a^2}{3}\pi$ B) $\dfrac{\pi a^2}{10}$

C) $\dfrac{\pi a^2}{12}$ D) $\dfrac{\pi a^2}{15}$

E) $\dfrac{\pi a^2}{8}$

Problema (24): Se tiene un cuadrado de lado "l" y luego se forma un rectángulo de igual perímetro, siendo uno de los lados del rectángulo "m" unidades mayor que el lado del cuadrado. Hallar la diferencia de las áreas de las dos figuras.

A) $m(2l+m)$ B) $(m-2l)\ m$ C) m^2
D) $2ml$ E) $2m^2-l$

Problema 25: Hallar el área de la figura sombreada, si el área del cuadrado es "A" y además $\overline{CB}$ y $\overline{MP}$ son diámetros de las semicircunferencias mostradas.

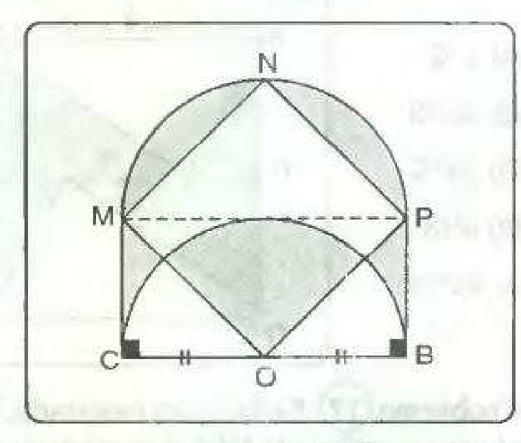
A) $\dfrac{\pi A}{3}$

B) πA

C) $\dfrac{\pi A}{2}$

D) $\dfrac{\pi A}{8}$

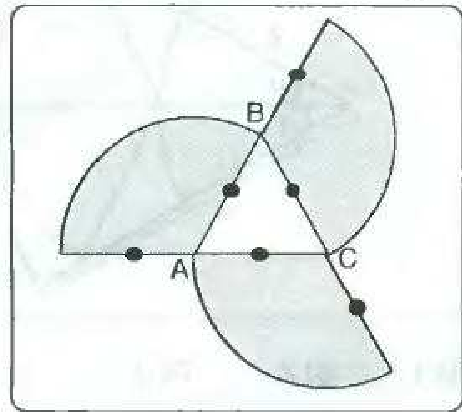
E) N.A



Problema (26): Se tienen dos circulos tangentes interiores cuya diferencia de áreas se desea calcular sabiendo que la suma de sus circunferencias es 10 mientras que la distancia entre sus centros es 3.

A) 12 B) 10 C) 13 D) 15 E) 18

Problema (27): Si el área del triángulo equilátero ABC es $R^2\sqrt{3}$. Calcular el área de la Región sombreada.



A) $2\pi R^2$

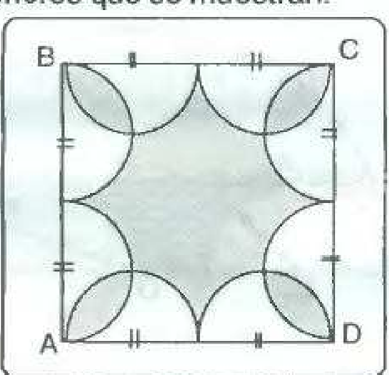
B) $4\pi R^2$

C) πR^2

D) $\frac{\pi R^2}{2}$

E) N.A.

Problema (28): Hallar el área de la figura sombreada si el lado del cuadrado ABCD es "l" y además se han trazado las semicircunferencias interiores que se muestran.



A) $l^2/3$

B) $l^2/4$

C) $l^2/2$

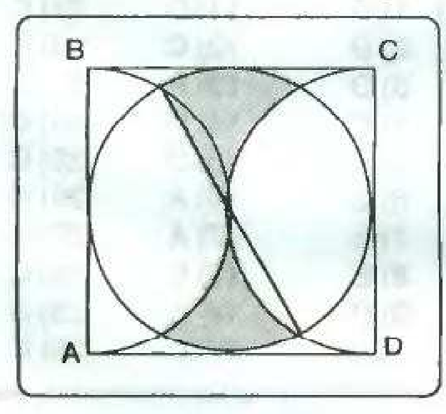
D) $2l^2/3$

E) $3l^2/4$

Problema (29): Hallar la hipotenusa del triángulo rectángulo que tiene por perímetro 10 y el área es 5.

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

Problema (30): Si ABCD es un cuadrado de lado 2m. Calcular el área de la Región Sombreada.



A) $2\sqrt{3}\,m^2$

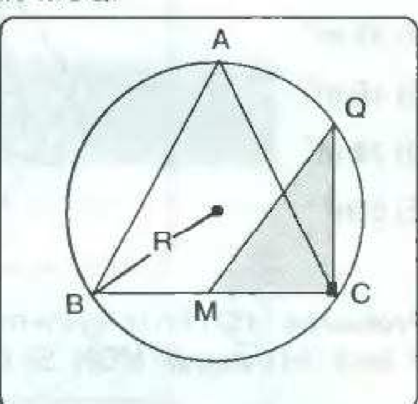
B) $\frac{4}{3}\sqrt{3}m^2$

C) $\sqrt{3}\,m^2$

D) $\frac{2}{3}\sqrt{3}m^2$

E) $\frac{\sqrt{3}}{2}m^2$

Problema (31): En la figura el triángulo ABC es equilátero. El radio de la circunferencia es de $\sqrt{8}$ m. Si: BM = MC y CQ ⊥ BC. Hallar el área del triángulo MCQ.



A) $2\sqrt{3}\,m^2$

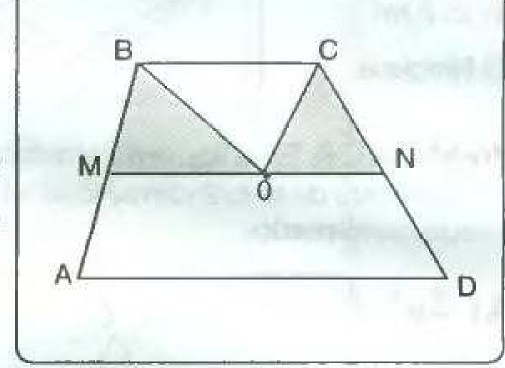
B) $\sqrt{3}\,m^2$

C) $\frac{3}{2}\sqrt{3}m^2$

D) $2\sqrt{2}\,m^2$

E) Ninguna

Problema (32): En el trapecio ABCD de base menor BC, se traza la mediana MN y en ella se toma un punto "0" de modo que el área del triángulo BOM es de 4 m^2 y el área del triángulo CON es $3m^2$. Hallar el área del trapecio.



A) 12 m^2

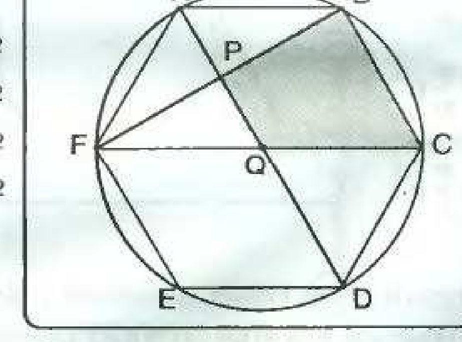
B) 28 m^2

C) 24 m^2

D) 14 m^2

E) 20 m^2

Problema (33): En la figura adjunta, hallar el área del cuadrilátero BPQC, sabiendo que: AP = 2m.



A) $6\sqrt{3}\,m^2$

B) $4\sqrt{3}\,m^2$

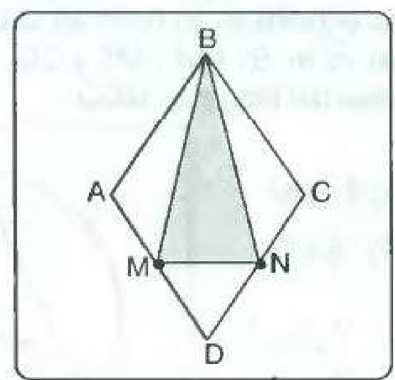
C) $5\sqrt{3}\,m^2$

D) $3\sqrt{3}\,m^2$

E) $\sqrt{3}\,m^2$

Problema (34): El área de un rombo ABCD es 64 m^2. Se une el vértice "B" con los puntos

medios M de AD y N de CD. Hallar el área del triángulo MBN.



A) 48 m^2

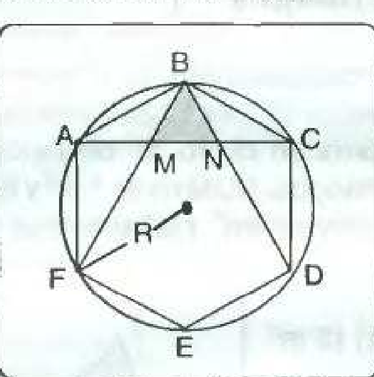
B) 32 m^2

C) 16 m^2

D) 24 m^2

E) 8 m^2

Problema (35) : En la figura mostrada. Hallar el área del triángulo MBN. Si: $R\sqrt{3} = 6m$.



A) $2\sqrt{3}$ m^2

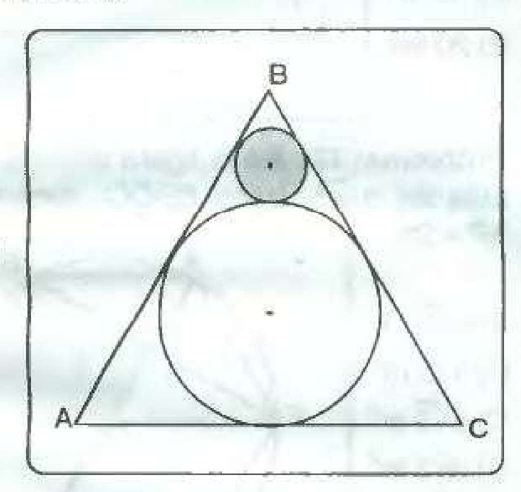
B) $\sqrt{3}$ m^2

C) $\frac{3}{2}\sqrt{3}m^2$

D) $2\sqrt{2}$ m^2

E) Ninguna

Problema (36): En la figura mostrada: el ΔABC es equilátero de lado $2\sqrt{3}$ m. Hallar el área del círculo sombreado



A) $\frac{\pi}{4}\mu^2$

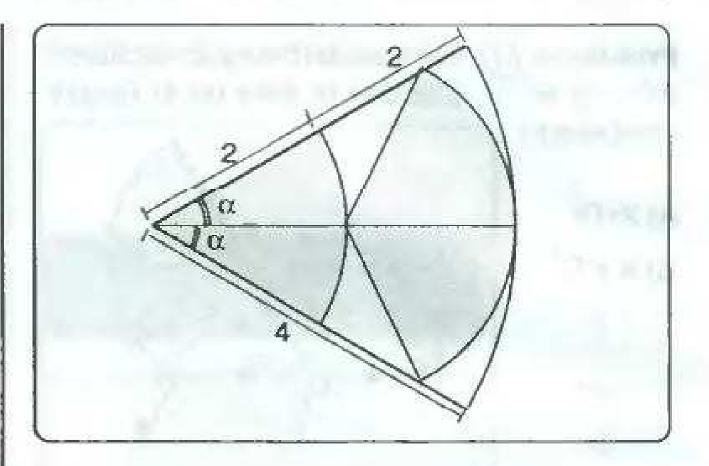
B) $\frac{\pi}{3}\mu^2$

C) $\frac{3}{4}\pi\mu^2$

D) $\frac{\pi}{9}\mu^2$

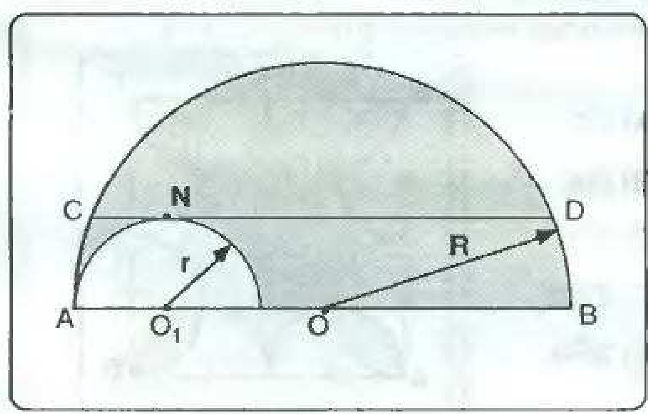
E) $\frac{\pi}{5}\mu^2$

Problema (37): Hallar la relación entre el área sombreada y el área no sombreada



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Problema 38: En la figura mostrada: calcular el área sombreada si: CD es paralela al diámetro $\overline{AB}$; CD = 16 m; "N" punto de tangencia.



A) 64 πm^2 B) 32 πm^2 C) 16 πm^2

D) 48 πm^2 E) N.A.

CLAVE DE RESPUESTAS

1) B	11) D	21) C	31) A
2) D	12) C	22) A	32) B
3) D	13) A	23) C	33) A
4) C	14) C	24) C	34) D
5) A	15) B	25) C	35) B
6) C	16) A	26) D	36) D
7) E	17) A	27) B	37)C
8) E	18) E	28) C	38) B
9) D	19) B	29) B	
10) A	20) C	30) E	

EXAMEN TIPO ADMISION Nº 1

TIEMPO: 1 HORA

37 PREGUNTAS

PROBLEMA 1:
La diferencia de dos números enteros es "2k". Si al menor le sumamos "k". ¿Cuánto hay que restarle al mayor para que los dos números sean iguales?

A) k **B)** 3k **C)** 2k **D)** Cero **E)** Ninguna

PROBLEMA 2:
Si: "a" y "b" son números enteros positivos y $\sqrt{a \times b} = 10$ ¿Cuál de los siguientes números no puede ser un valor de "a + b"?

A) 25 **B)** 52 **C)** 50 **D)** 101 **E)** 29

PROBLEMA 3:

Si: $5^a = 2^b$; reducir:

$$E = \sqrt[a+b]{10^a}$$

A) E = 1 **B)** E = 5 **C)** E = 2
D) E = 0,2 **E)** E = 0,1

PROBLEMA 4:
En una familia, el número de hijos hombres es al de mujeres como 3 es a 4, si se considera a papá y mamá, el número de hombres es al de mujeres como 7 es a 9. ¿Cuál es el total de hijos?

A) 14 **B)** 7 **C)** 9 **D)** 10 **E)** 12

PROBLEMA 5:
Hallar el número que falta en la sucesión:
5, 20, 45, ?

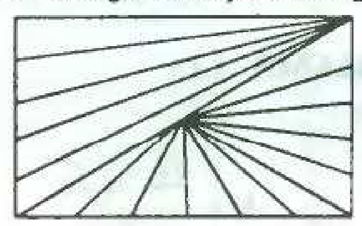
A) 85 **B)** 80 **C)** 70 **D)** 60 **E)** 90

PROBLEMA 6:
¿Cuál es el mayor?

A) El doble del 50% de 30
B) El triple del 40% de 40
C) La mitad del 30% de 280
D) Un tercio del 70% de 160
E) El 60% de 60

PROBLEMA 7:
Decir cuántos triángulos hay en la figura:

A) 30
B) 40
C) 51
D) 50
E) 52



PROBLEMA 8:
El producto de dos números enteros es p^2 y la raiz cuadrada del cociente de dichos números es "q". Hallar uno de los números.

A) $\frac{q}{p}$ **B)** $p \times q$ **C)** $\frac{p^2}{q}$

D) $\frac{q}{p^2}$ **E)** Ninguna

PROBLEMA 9:
Señale la(s) proposición(es) correcta(s)

I. 21 x 43 x 56 es menor que: 44 x 21 x 57

II. $\frac{1}{57} - \frac{1}{65}$ es menor que: $\frac{1}{57} - \frac{1}{63}$

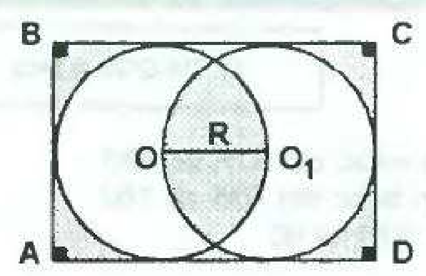
III. 43 x 56 es menor que: 44 x 57

A) Los tres **B)** I y II **C)** I y III
D) II y III **E)** sólo II

PROBLEMA 10:
El promedio de 3 números enteros es "p". Si agregamos un cuarto número cuyo valor es "p". ¿Cuál sería el nuevo promedio?

A) 2p **B)** 5p **C)** $\frac{5}{4}p$ **D)** p **E)** $\frac{2}{3}p$

PROBLEMA 11:
En la figura mostrada. Hallar el perímetro de la región sombreada.



A) $2R(5\pi + 2)$ B) $2R(5 + 2\pi)$
C) $R(10 + \pi)$ D) $R(5\pi + 4)$ E) Ninguna

PROBLEMA 12:
Reducir:

$$M = \frac{\sqrt{2} - 1\sqrt{\sqrt{2}}}{\sqrt[\sqrt{2}]{2}}$$

A) $M = \frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $M = \sqrt[4]{2}$ C) $M = \sqrt[\sqrt{2}]{2}$
D) $M = \sqrt{2}$ E) N.A.

PROBLEMA 13:
¿Cuántos números enteros de 4 cifras son tales que divididos entre 32, se obtiene un cociente de dos cifras iguales y un residuo igual a la mitad del cociente?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Más de 4

PROBLEMA 14:
Un reloj marca las horas con campanadas; para dar las 3 horas emplea 6 segundos. Para dar las 15 horas empleará:

A) 30 seg. B) 28 seg. C) 24 seg.
D) 42 seg. E) N.A.

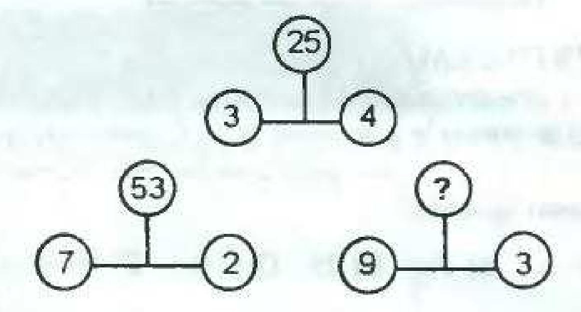
PROBLEMA 15:
¿Cuánto le falta al valor de:

$$Q = \frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5}}$$

para que sea igual a la unidad?

A) $\frac{47}{73}$ B) $\frac{26}{73}$ C) $\frac{17}{73}$ D) $\frac{13}{73}$ E) $\frac{16}{73}$

PROBLEMA 16:
Hallar el número que falta:

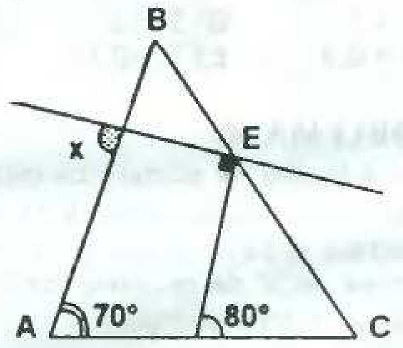


A) 90 B) 72 C) 36 D) 27 E) N.A.

PROBLEMA 17:
Un comerciante compra artículos a 3 por 50 soles y los vende a 5 por 100 soles. Si los 50 artículos que le quedan representan su ganancia. ¿Cuántos artículos compró?

A) 250 B) 300 C) 350 D) 400 E) 450

PROBLEMA 18:
En la figura mostrada: AB = BC. Calcular el valor de "x".



A) 80° B) 70° C) 75° D) 100° E) 105°

PROBLEMA 19:
Resolver el sistema:

$$1 = \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}y$$

e indicar, el valor de: $(-y)^x - x^y$

A) 1 B) 2 C) -1 D) -3 E) 3

PROBLEMA 20:

Dos números son entre si como 1 a 3, si cada uno de los números se les suma "x" unidades, entonces son entre si como 3 es a 7. ¿Cuál será la razón entre ellos si cada uno se le suma "2x" unidades?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

PROBLEMA 21:

¿Cuál de las siguientes proposiciones es falsa? $(a \neq 0)$

A) $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ B) $\frac{-3^0}{4} = 1$

C) $-3^3 = (-3)^3$ D) $-5^0 = -1$

E) $a^{-n} = (a^n)^{-1}$

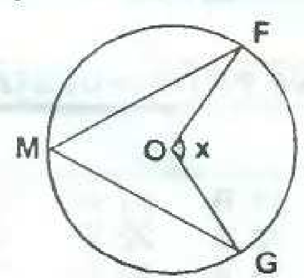
PROBLEMA 22:

Un estudiante no sabe si comprar 56 hojas de papel o por el mismo precio 8 lápices y 8 lapiceros. Luego decide comprar el mismo número de articulos de cada clase. ¿Cuántos articulos compró?

A) 20 B) 21 C) 14 D) 24 E) 22

PROBLEMA 23:

En la figura, hallar: FOG si: $\overset{\frown}{MFO} = 40°$, $\overset{\frown}{MGO} = 15°$ y "O" es centro de la circunferencia.



A) 115° B) 130° C) 110° D) 105° E) 125°

PROBLEMA 24:

Para el grado de:

$$x^{9^{-2^{-1}}} \cdot \sqrt{x\sqrt{x}} \cdot x^p \text{ ; sea } \frac{2}{3} \text{ ; "p"}$$

debe tomar el valor de:

A) $\frac{1}{3}$ B) $-\frac{9}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $-\frac{5}{12}$ E) $\frac{12}{13}$

PROBLEMA 25:

Si a un número "N" se le multiplica por 7 se obtiene un número que termina en 2 711. Dar como respuesta la suma de las cuatro cifras de "N".

A) 13 B) 20 C) 18 D) 17 E) 11

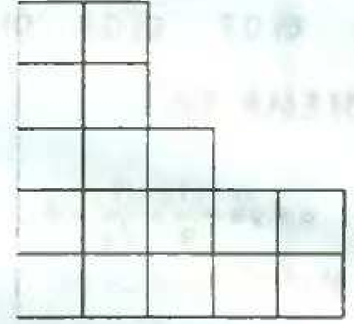
PROBLEMA 26:

¿Qué parte de $\frac{4}{9}$ es $\frac{1}{3}$?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{4}{27}$ E) $\frac{3}{4}$

PROBLEMA 27:

Decir cuántos cuadrados hay en la figura mostrada.



A) 30 B) 24 C) 26 D) 28 E) 32

PROBLEMA 28:

¿Cuál de las proposiciones es verdadera?

I. $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}$ es menor que 2.

II. $8^{29} - 8^{28}$ es menor que 8^{28}

A) Sólo (I) B) Sólo (II) C) I y II
D) Las dos son falsas E) Ninguna anterior

PROBLEMA 29:

A Manuel el preguntaron que parentesco tenía con el pariente consanguineo más próximo. El respondió: ¿Qué parentesco tiene conmigo un hombre que es el hijo de la esposa del único

vástago de mi madre? ¿Cuál es dicho parentesco?

A) Sobrino **B)** Nieto **C)** Hermano
D) Hijo **E)** N.A.

PROBLEMA 30:

Al realizarse un congreso; el presidente de cada delegación, obsequió un banderin a cada uno de los presidentes de las otras delegaciones. Después de esta ceremonia se pudo advertir que el número de banderines repartidos era de 240. ¿Cuántos presidentes hubieron?

A) 13 **B)** 14 **C)** 16 **D)** 15 **E)** N.A.

PROBLEMA 31:

Hallar la siguiente suma:

$$S = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \ldots\ldots\infty$$

A) 0,8 **B)** 0,7 **C)** 0,6 **D)** 0,5 **E)** 0,4

PROBLEMA 32:

Si:

$$a + \sqrt{a} + \frac{1}{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} = 4$$

Hallar el valor numérico de:

$$Q = \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}$$

A) 2 **B)** 3 **C)** 2 **D)** 6 **E)** 5

PROBLEMA 33:

En el conjunto de los enteros positivos "a" es el divisor de "b" y este es múltiplo de "c", se puede afirmar:

A) $a > c$ **B)** $c > a$ **C)** $b^2 > ac$
D) $a > b$ **E)** $c > b$

PROBLEMA 34:

Siendo "x" un número par, la suma de los tres números impares que siguen a "x" será:

A) $3x + 4$ **B)** $3x + 8$ **C)** $3x + 12$
D) $3x + 6$ **E)** $3x + 9$

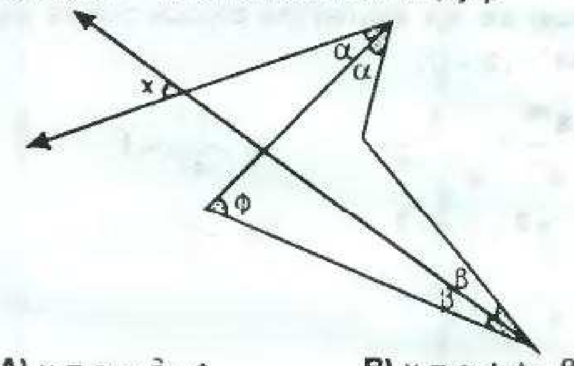
PROBLEMA 35:

Halle "ab" para que
$\{(n + 1)^2; (n + 2)^2; (n + a)^2 + b\}$ sea una sucesión aritmética para cualquier valor de "n"

A) -1 **B)** -3 **C)** -2 **D)** -4 **E)** -6

PROBLEMA 36:

En la figura mostrada:
Calcular: "x" en función de α, ϕ y β



A) $x = \alpha + \beta - \phi$ **B)** $x = \alpha + \phi - \beta$
C) $x = \phi + \beta - \alpha$ **D)** $x = \alpha + \beta + \phi$
E) $x = \phi - \alpha - \beta$

PROBLEMA 37:

Si: $A = \{1, 2, \{3, 4\}\}$
¿Cuál es el valor de verdad de las siguientes proposiciones?

I. $2 \in A$ II. $\{3, 4\} \in A$
III. $\{3, 4\} \subset A$

A) sólo I **B)** sólo II **C)** sólo III
D) I y II **E)** I y II

CLAVE DE RESPUESTAS

1. A	11. B	21. B	31. D
2. C	12. D	22. B	32. A
3. C	13. A	23. C	33. C
4. A	14. D	24. D	34. E
5. B	15. B	25. B	35. E
6. B	16. A	26. E	36. C
7. E	17. A	27. C	37. D
8. B	18. A	28. A	
9. C	19. A	29. D	
10. D	20. E	30. C	

EXAMEN TIPO ADMISION Nº 2

TIEMPO: 1 HORA

34 PREGUNTAS

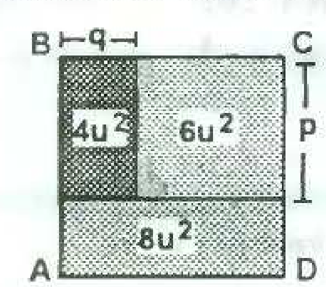
PROBLEMA 1:
Si cada una de las dimensiones del rectángulo es aumentada en un 50%, el área es aumentada en:

A) 225% B) 300% C) 50%
D) 125% E) N.A.

PROBLEMA 2:
Hallar una fracción equivalente a 4/9, sabiendo que la suma de sus términos está comprendido entre 230 y 240. Dar la suma de las cifras del denominador.

A) 9 B) 10 C) 7 D) 5 E) 2

PROBLEMA 3:
En el cuadrado ABCD. Hallar la relación: p/q



A) $\frac{25}{18}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{9}{4}$

PROBLEMA 4:
El promedio de 20 números es 10. ¿Qué sucede con el promedio si se le agregase 10 números que suman 20?

A) Aumenta en 10/3 B) Aumenta a 10/3
C) Disminuye en 8/3 D) Disminuye a 8/3
E) N.A.

PROBLEMA 5:
¿Qué porcentaje del inverso de "b" es el recíproco de "a"?

A) $\frac{100a}{b}\%$ B) $\frac{100b}{a}\%$ C) $100ab\%$
D) $\frac{100}{ab}\%$ E) $\frac{ab}{100}\%$

PROBLEMA 6:
Se han hecho 37 cortes iguales a 7 cm. cada uno. ¿Cuál fue la longitd total del cable al cual se hicieron los cortes?

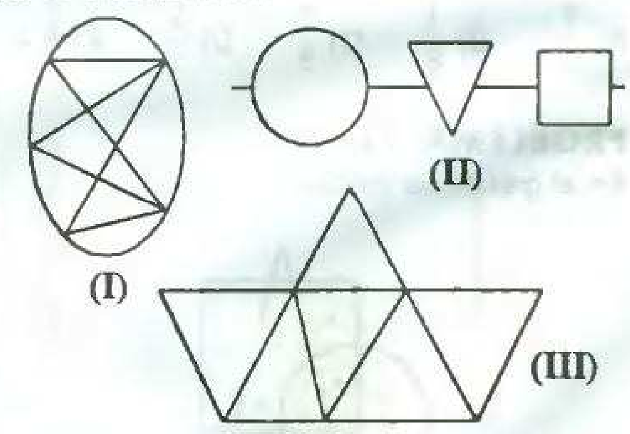
A) 259 cm B) 266 cm C) 252 cm
D) 370 cm E) N.A.

PROBLEMA 7:
¿Cuál es el promedio de: P, Q, R y S, si: 25% P = 0,6Q = 6R = [C.A. (75)]S

A) $\frac{214}{25}$ B) $\left(\frac{107}{75}\right)P$ C) $\left(\frac{107}{300}\right)P$

D) $\left(\frac{214}{75}\right)P$ E) $\left(\frac{107}{600}\right)P$

PROBLEMA 8:
¿Cuál de las figuras se pueden trazar sin levantar el lápiz del papel y sin pasar 2 veces por la misma línea?



A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) I y II E) I y III

PROBLEMA 9:
¿Cuál es el numeral de tres cifras tal que al ser dividido entre la suma de sus cifras se obtenga un cociente igual a 50, y el resto igual a 4? Dar como respuesta: A + B + C, sabiendo que el numeral es de la forma $\overline{ABC}$

A) 10 B) 27 C) 17 D) 15 E) 4

PROBLEMA 10:
Marcar verdadero (V) o falso(F):

I. $|8| > |-12|$

II. Si: $a < 2$, entonces: $|a-2| = 2-a$

III. Si: $|x| = 3$; entonces : $x = 3 \vee x = -3$

A) VVV B) VFV C) VVF D) FVF E) FVV

PROBLEMA 11:
Hallar el valor de "E":

$$E = \frac{6^3 \times 16^5 \times 248 \times 3^2}{4^6 \times 9^2 \times 62 \times 48}$$

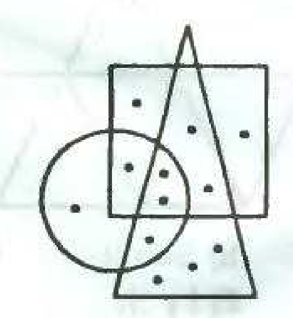
A) 1 024 B) 512 C) $\frac{256}{3}$

D) $\frac{128}{3}$ E) 256

PROBLEMA 12:
¿Cuál es la probabilidad de que la primera persona que salga sea una mujer de una casa donde hay 6 mujeres y 4 hombres?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) N.A.

PROBLEMA 13:
En el gráfico es verdad:



I. Dos puntos pertenecen sólo al circulo

II. El cuadrado y el triángulo tiene 4 puntos en común

III. Las tres figuras tiene 2 puntos en común

A) I y III B) II y III C) I, II y III
D) I y II E) N.A.

PROBLEMA 14:
¿Qué hora es, si lo que falta del día es igual a lo que ha pasado multiplicado por 4m?

A) $\frac{6}{m+1}$ B) $\frac{24}{4m+1}$ C) $\frac{24}{4m-1}$

D) $\frac{12}{2m+1}$ E) N.A.

PROBLEMA 15:
A una foto de 8 x 12 cm se le ha colocado un marco de 2 cm de ancho. Hallar la diferencia entre el área del marco y de la foto?

A) 30 B) 32 C) 34 D) 64 E) 28

PROBLEMA 16:
Sea la operación (Δ) , definida en los reales por:

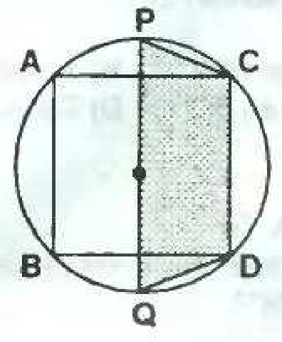
$$m \,\Delta\, n = \frac{m+n}{m-n}$$

Calcular el valor de "x" en:

$$x \,\Delta\, 2 = (2x) \,\Delta\, 4$$

A) 0 B) 5 C) 2 D) 6 E) Ninguna

PROBLEMA 17:
En la figura el radio de la circunferencia es 10. ABCD es un cudrado. PQ es diámetro. Hallar el área del trapecio PCDQ.



A) $10(5\sqrt{2}+1)$ B) $50(50\sqrt{2}+1)$

C) $50(\sqrt{2}+2)$ D) $50(\sqrt{2}+1)$

E) N.A.

PROBLEMA 18:

Si: $x-\frac{1}{x}=$

Calcular el valor de

$$Q=\left|x^{x^{-1}}+x^{x}\right|\left|x^{-x}-x^{-x^{-1}}\right|$$

A) -1 B) 1 C) 0 D) 2 E) -2

PROBLEMA 19:
Tres números son entre si como: 3, 5 y 11. Si el producto de los 2 mayores es 880. Hallar la suma de los 2 menores.

A) 15 B) 16 C) 20 D) 30 E) 32

PROBLEMA 20:
En una proporción geométrica continua los términos extremos son entre sí, como: 4 es a 9. Si la suma de los términos de la primera razón es 40. Hallar la suma de los consecuentes.

A) 45 B) 50 C) 60 D) 72 E) 80

PROBLEMA 21:
Si el 40% de A, el 50% de B y el 50% de C son proporcionales a: 6, 4 y 5. ¿Qué porcentaje de "(A + C)" es B?

A) 64% B) 60% C) 48% D) 32% E) 80%

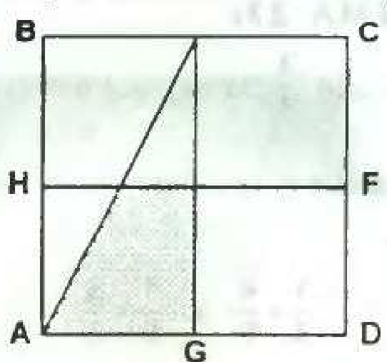
PROBLEMA 22:
Ordenar de menor a mayor:

a. $\frac{11}{30}$ b. $\frac{22}{58}$

c. $\frac{1}{3}$ d. $\frac{4}{15}$

A) b, a, c, d B) b, c, a, d C) d, c, a, b
D) b, a, d, c E) a, b, c, d

PROBLEMA 23:
E, F, G y H son puntos medios del cuadrado ABCD. Entonces la razón entre el área sombreada y el área no sombreada, es:



A) $\frac{3}{16}$ B) $\frac{5}{21}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{3}{13}$ E) $\frac{7}{12}$

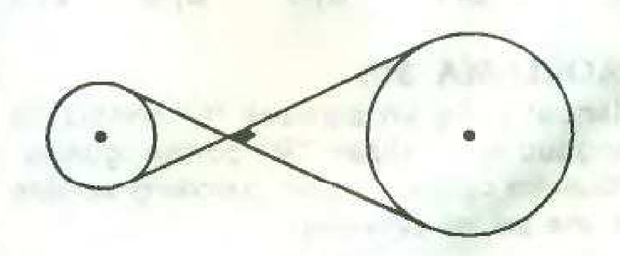
PROBLEMA 24:
El promedio aritmético de 27 números es 27. Si a cada número se le multiplica por 9 y se les agrega 18 unidades. ¿Cuál será su nuevo promedio aritmético?

A) 420 B) 27 C) 729 D) $\frac{420}{27}$ E) 261

PROBLEMA 25:
Una playa está entre dos ciudades A y B, se sabe que está dos veces más lejos que "B" que de "A" y la distancia entre A y B es 59 Km. ¿Cuántos kilómetros hay de la playa a la ciudad?

A) 14 B) 14,75 C) 15 D) 19 E) 43

PROBLEMA 26:
En la figura nos muestra 2 poleas conectadas por una faja continua. ¿Cuál será la longitud de toda la faja si los radios de las poleas es de 8 y 6 metros.



A) 21 m B) $(21\pi + 56)$ m
C) $(21\pi + 28)$ m D) $(28\pi + 21)$ m
E) $(28\pi + 56)$ m

PROBLEMA 27:

¿Qué fracción $\frac{3}{8}$ de hay que añadir a los $\frac{4}{5}$ $\frac{9}{8}$ de para que el resultado sea el doble de la suma de:

$$\frac{1}{3}\times\frac{4}{5} \quad y \quad \frac{1}{6}\times\frac{3}{2}$$

A) $\frac{8}{27}$ B) $\frac{16}{45}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{45}{16}$ E) $\frac{15}{16}$

PROBLEMA 28:

En base a las siguientes operaciones:

$$x * y = \frac{x^2 \,\theta\, y^2}{(y+1)\,\theta\,(x+2)}$$

Siendo: $m \,\theta\, n = \left|\frac{m+n}{n-4}\right|$

Hallar el valor de $4 * 3$

A) $\frac{25}{81}$ B) $\frac{28}{8}$ C) $\frac{28}{28}$ D) $\frac{81}{25}$ E) N.A.

PROBLEMA 29:

Un motociclista observa que $\frac{1}{5}$ de lo recorrido, equivale a los $\frac{3}{5}$ de lo que le falta recorrer. ¿Cuántas horas habrá empleado hasta el momento si todo el viaje lo hace en 12 horas?

A) 4 B) 7 C) 5 D) 9 E) 3

PROBLEMA 30:

Manuel tiene un alambre "L" metros de longitud se realizan "M" cortes iguales. ¿Cuántos cortes se harán cuando el alambre se une por los extremos?

A) M + 1 B) M + 2 C) M + 3
D) M - 1 E) M

PROBLEMA 31:

Si: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, decir cual de las siguientes proposiciones es falsa:

A) $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ B) $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ C) $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$

D) $\frac{c}{d} = \frac{a}{b}$ E) $a \times b = b \times c$

PROBLEMA 32:

Un número de la forma $\overline{ab}$ excede al doble de $\overline{ba}$ en un cuarto de ab. Hallar: "a - b"

A) 9 B) 7 C) 5 D) 3 E) 6

PROBLEMA 33:

¿Qué porcentaje representa "" de "2b", si el 24% de "b" es "a"?

A) 12% B) 6% C) 3% D) 4% E) N.A.

PROBLEMA 34:

Si: $x + 2 = A$ y $x - 4 = B$

¿Cuál o cuales de las expresiones siguientes son equivalentes a: $x^2 + 2x - 8$

I. $AB + 2A + 2B + 4$ II. $AB + 4A + 8$
III. $AB + 4B + 16$

A) sólo I y II B) sólo II C) sólo III
D) sólo I y II E) Todas

CLAVE DE RESPUESTAS

1. D	11. B	21. D	31. C
2. A	12. C	22. C	32. C
3. A	13. B	23. D	33. C
4. C	14. B	24. E	34. C
5. B	15. B	25. B	
6. B	16. A	26. C	
7. C	17. D	27. B	
8. A	18. A	28. C	
9. C	19. E	29. D	
10. E	20. C	30. A	

EXAMEN TIPO ADMISION N°3

TIEMPO: 1 HORA

33 PREGUNTAS

PROBLEMA 1:
Una persona compró cierto número de objetos si el precio de cada objetos fuera 5 dólares menos habría comprado doble número de objetos. ¿Cuál era el precio de cada objeto?

A) 10 dolares B) 15 dolares C) 5 dolares
D) 20 dolares E) Faltan datos

PROBLEMA 2:

Si: $a = b - \sqrt{b + x - a}$

Hallar: "x"

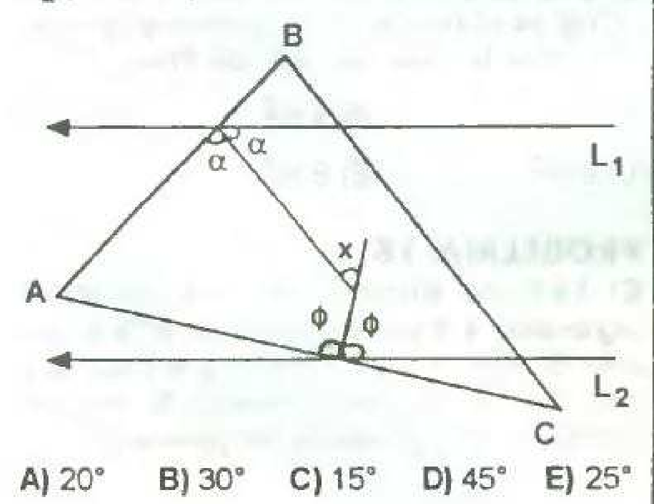
A) (a - b) (a - b + 1) B) (b - a) (a - b + 1)
C) (a - b) (b - a + 1) D) (a - b) (a + b - 1)
E) N.A

PROBLEMA 3:
En la siguiente serie; hallar el término del lugar "60":

(k + 1) , (2k + 3) , (3k + 5) , (4k + 7) , ...

A) 60k + 60 B) 60k + 61 C) $60k + 60^2$
D) 60k + 120 E) 60k + 119

PROBLEMA 4:
En el gráfico, calcular el valor de "x" si: $L_1 // L_2$ y el triangulo ABC es equilátero.



A) 20° B) 30° C) 15° D) 45° E) 25°

PROBLEMA 5:
Por techar un área de 10 x 18, se gastó en Enero S/.18 000. ¿Cuánto se gastará en techar una casa de 36 x 9 si los precios han subido en 50%?

A) S/.21 600 B) S/.22 500 C) S/.48 600
D) S/.32 400 E) S/.45 000

PROBLEMA 6:
Computar:

$$(0.5)^5 . (4)^{11} . (2)^9 . (5)^4 . (25) . (10)^{-6}$$

A) 5^{20} B) 2^{20} C) 10^{20} D) 4^{18} E) 8^5

PROBLEMA 7:
¿Qué porcentaje de 11 600 es igual a la suma de: 45% del 28% de 12 000 y el 24% del 15% de 36 000 y el 20% de 460?

A) 28% B) 30% C) 32% D) 25% E) 40%

PROBLEMA 8:
Sea: (x) la operación definida en:
A = {a, b, c}, mediante la tabla:

x	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

Hallar el valor de:

$$M = a^2 \times b \times c^3$$

A) a B) b C) c
D) Faltan datos E) Ninguna

PROBLEMA 9:
Cuatro jugadores juegan casino y convienen que en cada partida, el perdedor doblará el

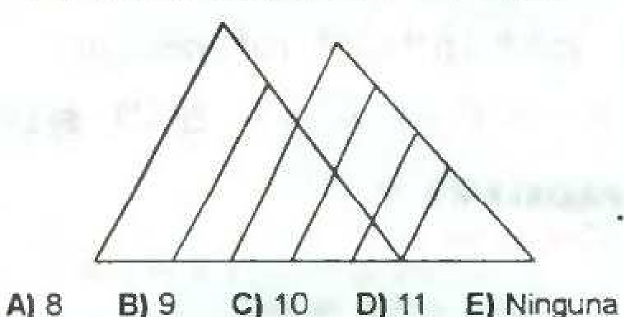
dinero de los otros tres. Ellos pierden cada uno una partida en el orden indicado, después de la cuál tiene cada uno 64 dólares. ¿Cuánto tenia cada jugador al empezar el juego?

A) 135 - 68 - 32 - 20 B) 132 - 68 - 36 - 20
C) 130 - 68 - 36 - 20 D) 140 - 38 - 62 - 38
E) Ninguna

PROBLEMA 10:
Ramó recibió "2Q" dólares, tuvo entonces 5 veces lo que hubiera tenido si hubiera perdido "2Q" dólares. ¿Cuánto tenia al principio?

A) 2Q dólares B) 3Q dólares C) 4Q dólares
D) 5Q dólares E) Ninguna

PROBLEMA 11:
Decir cuántos triángulos hay en la figura:



A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) Ninguna

PROBLEMA 12:
Hallar el valor de "k" en función de las demás variables.

$$P = \sqrt{\frac{3P^2 - Rk^2}{2}}$$

A) $\sqrt{\frac{P}{R}}$ B) $\sqrt{\frac{R^2}{P}}$ C) $\frac{P}{\sqrt{R}}$

D) $\sqrt{\frac{R}{P}}$ E) Ninguna

PROBLEMA 13:
Arturo trabaja en una academia en la cual por día de trabajo le pagan 30 soles y por cada inasistencia a sus labores le descuentan 10 soles de su sueldo. ¿Cuántos días habrá trabajado si al final de 40 días; el adeuda a la academia la suma de 200 soles?

A) 15 B) 25 C) 35 D) 30 E) 5

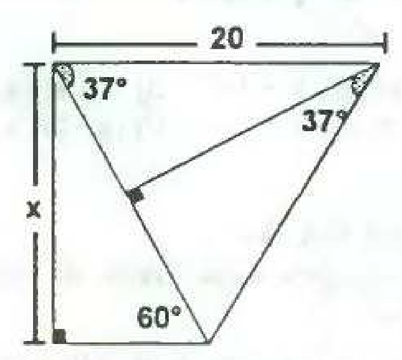
PROBLEMA 14:
Si Nataly es prima de Sandra. Qué viene a ser para Nataly el hijo del tio de Sandra.

A) Hijo B) Primo C) Sobrino
D) Padre E) Abuelo

PROBLEMA 15:
Pedro puede pintar la casa en 6 días y 16 horas; Juan en 10 dias y José en 12 dias; juntos la pintarán en:

A) 10 días B) 3 días C) 30 dias
D) 1 día E) 8 horas

PROBLEMA 16:
En la figura mostrada. Hallar el valor de "x":



A) $25\sqrt{3}$ B) $\frac{25\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{25\sqrt{3}}{2}$

D) $50\sqrt{3}$ E) Ninguna

PROBLEMA 17:
El área de un triángulo equilátero es 2 m^2. ¿Cuál es el área de un exágono regular cuyo lado mide la mitad del lado del triángulo?

A) 2 m^2 B) 4 m^2 C) 3 m^2
D) 6 m^2 E) 9 m^2

PROBLEMA 18:
El 18% de alumnos de una academia ingresaron a 3 universidades; el 47% a una sola. El 52% a la UNI, el 46% a la Católica y el 51% a la Cayetano Heredia. Si ninguno ingresó a otra. ¿Cuántos no ingresarón?

A) 11% B) 35% C) 16%
D) 9% E) Faltan datos

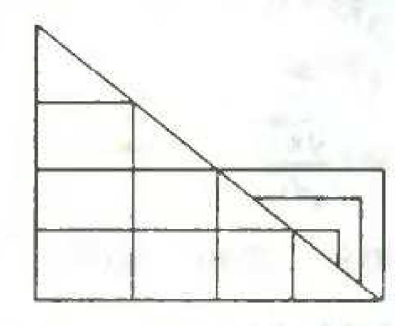
PROBLEMA 19:

Un número "n" es igual a $\frac{3}{2}$ del promedio de tres números 7, 9 y "Q". ¿Cuál es el valor de "Q" en función de "n"?

A) $\frac{2n}{3}-16$ B) $\frac{4n}{3}-16$ C) $2n-16$
D) $\frac{9n}{2}-16$ E) $\frac{n}{2}+8$

PROBLEMA 20:

Decir cuántos triángulos hay en la figura.



A) 8 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

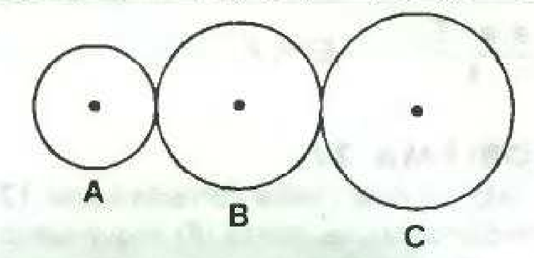
PROBLEMA 21:

Un mendigo quiere fumar cigarrillos pero no tiene, sabiendo que de 7 puchos puede formar un cigarrillo completo, empieza a buscarlos y a recogerlos, recoge 49 puchos y con ellos hace cigarrillos. Si fuma un cigarrillo cada tres cuartos de hora. ¿Cuánto tiempo habrá transcurrido para fumarse todos los cigarrillos?

A) 8 horas B) 6 horas C) 24 horas
D) 40 horas E) Ninguna

PROBLEMA 22:

Supongamos que A, B y C son el siguiente diagrama engranajes. A tiene 15 dientes y hace girar a "B". "B" tiene 30 dientes y hace girar a "C"; el cual posee 90 dientes. Mientras "C" da una vuelta completa, "A" dará:



A) 15 vueltas B) 9 vueltas C) 6 vueltas
D) $\frac{1}{6}$ vueltas E) el problema es imposible

PROBLEMA 23:

Una formación escolar está compuesta por 120 alumnos dispuestos en filas. El número de alumnos de cada fila es 2 más que el número de filas que hay. ¿Cuántas filas hay?

A) 12 B) 8 C) 10 D) 14 E) 16

PROBLEMA 24:

Si: $a - b > 1$; entonces marque lo correcto.

A) $a > b - 1$ B) $a - 1 > b$ C) $a + 1 < b$
D) $b - a < 1$ E) $b - a - 1 < 0$

PROBLEMA 25:

Una alumna glotona consume dulces así, el primer día la mitad de lo que tenía más 1, el segundo día la tercera parte del resto más 2 y el tercer día la cuarta parte de lo que aún le quedaba más 3. Si aún le quedan 3 dulces. ¿Cuántos tenía al principio?

A) 16 B) 32 C) 26 D) 48 E) N.A.

PROBLEMA 26:

Si:

$$\underbrace{a, a, a, \ldots, a}_{\text{"n" veces}}; \quad \underbrace{a^2, a^2, a^2, \ldots, a^2}_{\text{"2n" veces}}$$

y

$$\underbrace{3a, 3a, 3a, \ldots, 3a}_{\text{"3n" veces}};$$

hallar el promedio aritmético de todos los números.

A) $\frac{a(a+2)}{3}$ B) $\frac{a(a+5)}{3}$ C) $\frac{a(a-2)}{3}$

D) $\frac{a(a-5)}{4}$ E) N.A.

PROBLEMA 27:

Un reloj, el cual marca correctamente 12 de la medianoche, se atraza 30 segundos cada hora. ¿Cuál será la hora correcta cuando el reloj marque las 2 p.m.?

A) 2:07 p.m. B) 2:14 p.m. C) 1:57 p.m.
D) 1:46 p.m. E) 2:30 p.m.

PROBLEMA 28:

De las siguientes relaciones:

I. $x^{x^{-x}} \left| x^{x^{x}} \right|^{-1}$

II. $\sqrt[x]{x} = x^{x^{-1}}$

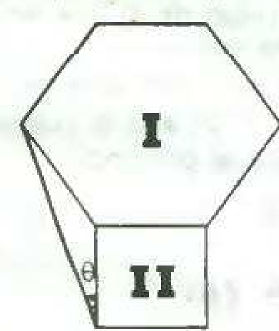
III. $x^{-1} = \frac{\sqrt{x}}{x}$

Son verdaderas:

A) I B) I y II C) II D) III E) II y III

PROBLEMA 29:

Hallar: "θ" si los polígonos I y II son regulares.



A) No se puede determinar B) 32°
C) 36° D) 30° E) 15°

PROBLEMA 30:

Un tren viaja entre dos ciudades y llega a su destino 10 minutos tarde cuando va a 40 Km. por hora y 16 minutos tarde cuando va a 30 Km. por hora. La distancia entre las dos ciudades es:

A) 720 Km. B) 12 Km. C) $8\frac{6}{7}$ Km
D) 24 Km. E) 36 Km.

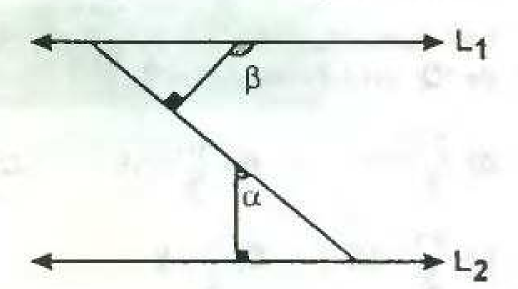
PROBLEMA 31:

En la figura mostrada: $L_1 // L_2$

Hallar:

"b - a", sabiendo que: $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{7}{2}$

A) 40°
B) 140°
C) 130°
D) 100°
E) 50°



PROBLEMA 32:

Si: $\frac{27^3}{3^{27}} = x^{-x}$

Hallar el V.N. de:

$$M = \frac{\sqrt{x}^{x}}{x^{\sqrt{x}}}$$

A) 3 B) 9 C) 81 D) 27 E) 243

PROBLEMA 33:

Si a un ángulo se le aumenta el complemento de su mitad resulta el suplemento del ángulo. Calcular la tercera parte del complemento de la mitad del ángulo.

A) 25° B) 30° C) 20° D) 10° E) 15°

CLAVE DE RESPUESTAS

1. A	11. B	21. B	31. D
2. A	12. C	22. C	32. D
3. E	13. E	23. C	33. C
4. B	14. B	24. B	
5. C	15. B	25. B	
6. B	16. C	26. B	
7. D	17. C	27. A	
8. B	18. A	28. E	
9. B	19. C	29. E	
10. B	20. C	30. B	

EXAMEN TIPO ADMISION N° 4

TIEMPO: 1 HORA

36 PREGUNTAS

PROBLEMA 1:
¿Cuál es el número que excede a 60 en el mismo porcentaje que 1 excede a 0,8? Dar la suma de sus cifras de dicho número.

A) 10 B) 13 C) 12 D) 14 E) 15

PROBLEMA 2:
Si la edad promedio del 25% de un grupo de personas es 40 años. ¿Cuál es la edad promedio del resto si la edad promedio de todos es 30 años?

A) 25 años B) 28 años C) 35 años
D) $26\frac{2}{3}$ años E) 26 años

PROBLEMA 3:
Al ordenar crecientemente:

$A=\sqrt{10}$, $B=\sqrt{2}$, $C=\sqrt{6}$
$D=2\sqrt{2}$, $E=2\sqrt{3}$

Ocupa el segundo lugar a partir del final.

A) A B) B C) C D) D E) E

PROBLEMA 4:
Una rueda de 60 dientes engrana con otra de 10, si la última da 10 vueltas por segundo. ¿Cuántas vueltas dará en 3 segundos la rueda grande?

A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{5}{3}$ C) 5 D) 3 E) 6

PROBLEMA 5:
Si: $P(x+a)=2(x-a)+bx$
Siendo: $P(x)=6x$
Calcular: "a - b"

A) 2 B) 4 C) 8 D) -4 E) -8

PROBLEMA 6:
Si: $C.A.(\overline{a})+C.A.(\overline{aa})=\overline{(4b)(3b)}$

Hallar el valor de: "b - a"

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Absurdo

PROBLEMA 7:
En una bolsa que posee 18 bolas negras, 15 bolas rojas, 8 bolas blancas y 13 bolas verdes. ¿Cuántas bolas como mínimo debe sacar para tener certeza de poseer 3 bolas de cada color?

A) 52 B) 55 C) 48 D) 9 E) 49

PROBLEMA 8:
En la función:
$f=\{(2,5),(-1,-3),(2,2a-b),(-1,b-a),(a+b^2,a)\}$
Hallar: "a + b"

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) N.A.

PROBLEMA 9:
¿Cuánto es el 20% más del 20% menos de 60?

A) 62 B) 64 C) 57,6 D) 80 E) 2,4

PROBLEMA 10:
Hallar el área de un triángulo ABC cuyos vértices son:

A(-10, 20); B(8, -10) y C(14, -10)

A) 90 u^2 B) 45 u^2 C) 30 u^2
D) 40 u^2 E) 49 u^2

PROBLEMA 11:
A y B comienzan a jugar con igual suma de dinero, cuando "B" ha perdido los 3/4 del dinero con que empezó a jugar, lo que ha

ganado "A" es 24 soles más que la tercera parte de lo que le queda a "B" ¿Con cuánto empezaron a jugar?

A) 20 soles B) 21 soles C) 22 soles
D) 23 soles E) 36 soles

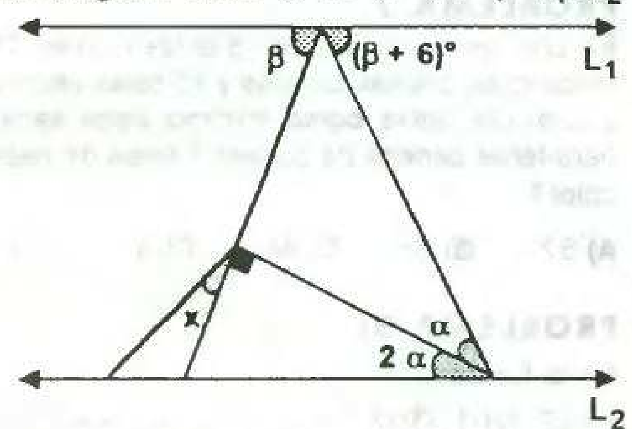
PROBLEMA 12:

La suma de 35 números enteros consecutivos es 2 520. Hallar el mayor de dichos números.

A) 55 B) 72 C) 99 D) 54 E) 89

PROBLEMA 13:

En la figura: Hallar "x" si: $\alpha = 22°$ y $L_1 // L_2$



A) 14° B) 16° C) 18° D) 20° E) 22°

PROBLEMA 14:

Hallar la suma de todos los números de tres cifras que se pueden lograr cuando los dígitos 2, 4, 3 usando los tres en cada caso.

A) 2 420 B) 3 296 C) 1 998
D) 1 460 E) 1 737

PROBLEMA 15:

Hallar la suma de "S" si:

$S = 1 \times 5 + 2 \times 6 + 3 \times 7 + ... + 20 \times 24$

A) 3 720 B) 7 420 C) 1 850
D) 1 890 E) 3 720

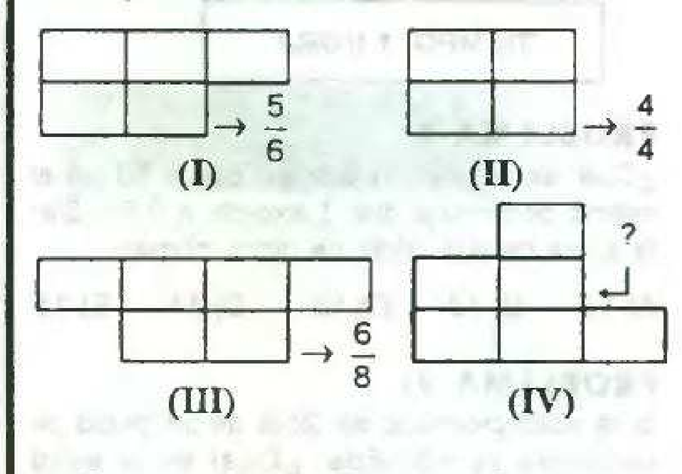
PROBLEMA 16:

Si se aumenta en 300% el área de un círculo, su radio debe multiplicarse por:

A) 4 B) 3 C) 2 D) 3,5 E) 2,5

PROBLEMA 17:

A cada figura le corresponde, por determinada regla, lo que le indican las flechas. ¿Qué corresponde a la última?



A) $\frac{6}{8}$ B) $\frac{6}{9}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{9}$ E) N.A.

PROBLEMA 18:

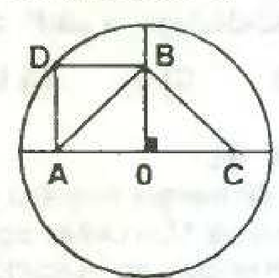
Escriba el número que falta:

1, 3, 8, 19, 42, ...

A) 83 B) 86 C) 89 D) 92 E) 95

PROBLEMA 19:

En la figura el triángulo ABC es equilátero, AOBD es un rectángulo y AC = 18. Hallar el radio de la circunferencia si: "O" es centro.



A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) Faltan datos

PROBLEMA 20:

La edad actual de una persona es el doble de otra, hace 7 años, la suma de sus edades era igual al promedio de sus edades actuales disminuido en 0,5. Hallar la edad de la mayor.

A) 9 años B) 20 años C) 16 años
D) 18 años E) 6 años

PROBLEMA 21:
Hallar el mayor número que cumpla que:

$$\overline{abc} = 27(a+b+c)$$

y dar el valor de la cifra "b".

A) 9 B) 8 C) 7 D) 4 E) 2

PROBLEMA 22:
Escriba el número que falta:

23	17	10
15	10	10
42	?	18

A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38

PROBLEMA 23:
Dos ciclistas parten al mismo tiempo y a su mutuo encuentro de dos ciudades M y N distantes 500 Km. y el encuentro se produce a 200 Km. de M. Si el que partió de "M" hubiera partido 5 horas antes que el otro, el encuentro se hubiera producido en el punto medio del camino. ¿Cuál es la velocidad del que partió de "N"?

A) 25 Km/h B) 30 Km/h C) 20 Km/h
D) 60 Km/h E) 18 Km/h

PROBLEMA 24:
Hallar la suma del producto y cociente de dos números sabiendo que uno de ellos es "a" y la suma del otro más su inverso es "b".

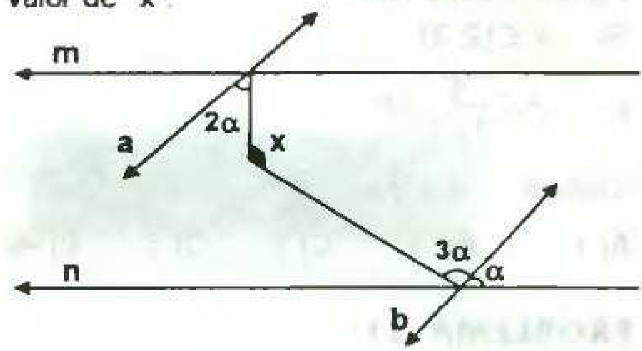
A) ab B) $\frac{ab^2+a}{b}$ C) $\frac{a}{b}$

D) Faltan datos E) $\frac{b}{a}$

PROBLEMA 25:
Hallar la relación entre la superficie de un cuadrado y un triángulo equilátero inscrito en el mismo círculo.

A) 1,41 B) 1,54 C) 1,73 D) 2,61 E) 3,46

PROBLEMA 26:
En la figura mostrada: a//b, m//n. Hallar el valor de "x".



A) 130° B) 140° C) 150° D) 160° E) 170°

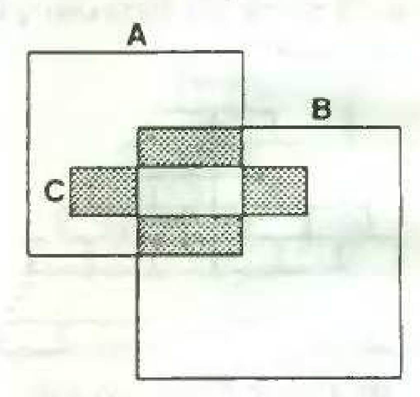
PROBLEMA 27:
Si: x % y = xyox

aob = zba

Calcular: y % z

A) zxyz B) zzyx C) zyxz
D) yxzz E) zyyz

PROBLEMA 28:
La parte sombreada representa:



A) $(C-B)\cup(C-A)$ B) $(A\cap B)\cup C$
C) $(A\cap B)-C$ D) $C\,\Delta\,(A\cap B)$
E) $C-(A\cap B)$

PROBLEMA 29:
Hallar el valor de "x" de la figura adjunta:

A) 32 B) 40 C) 49 D) 30 E) N.A.

PROBLEMA 30:

Si: $x \in [2, 3]$

y: $A \leq \frac{4}{1-x} \leq B$

Calcular: "A + B"

A) 1 B) -2 C) 4 D) 5 E) -6

PROBLEMA 31:

Se tienen los puntos colineales A, B, C, D y E, situados de tal forma que

$\overline{AC} + \overline{BD} + \overline{CE} = 45$ m

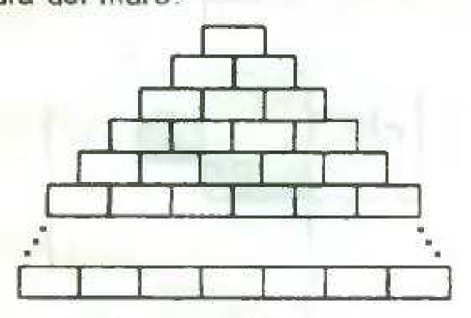
Además: $\frac{\overline{AE}}{\overline{BE}} = \frac{3}{2}$

Calcular: $\overline{AE}$

A) 21 m B) 23 m C) 45 m
D) 27 m E) 18 m

PROBLEMA 32:

Se ha construido el muro mostrado con 210 ladrillos de 15 cm de alto cada uno. ¿Cuál es la altura del muro?



A) 1 m B) 2 m C) 3 m D) 4 m E) 5 m

PROBLEMA 33:

El denominador de la fracción generatriz de $0,\overset{\frown}{a7}$ es 18. Hallar la suma de digitos del numerador. $(a \neq 7)$

A) 11 B) 7 C) 5 D) 9 E) 8

PROBLEMA 34:

Sabiendo que el conjunto A tiene 4 elementos. ¿Cuántos elementos tiene B, sabiendo que tiene 112 subconjuntos más que A?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) más de 9

PROBLEMA 35:

Si: $\frac{a}{3} = \frac{b}{7}$ y

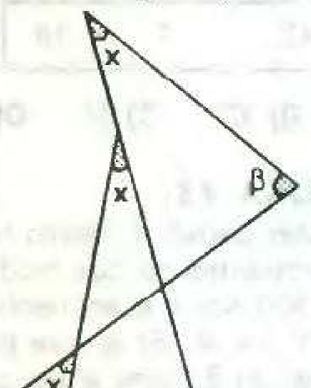
$(a - 3)(b - 7) = 84$; hallar: "b"

A) 4 B) 9 C) 5 D) 10 E) 21

PROBLEMA 36:

En la figura: hallar "x" sabiendo que "b" es un ángulo que al aumentarle el cuadrado de su complemento da un ángulo que mide 90°.

A) 25°
B) 30°
C) 40°
D) 50°
E) 60°



CLAVE DE RESPUESTAS

1. C	**11.** E	**21.** D	**31.** D
2. D	**12.** E	**22.** A	**32.** C
3. A	**13.** A	**23.** A	**33.** C
4. C	**14.** C	**24.** A	**34.** B
5. D	**15.** A	**25.** B	**35.** E
6. A	**16.** C	**26.** C	**36.** B
7. E	**17.** B	**27.** E	
8. A	**18.** C	**28.** D	
9. C	**19.** D	**29.** C	
10. A	**20.** D	**30.** E	

EXAMEN TIPO ADMISION Nº 5

TIEMPO: 1 HORA

30 Preguntas

PROBLEMA 1:
El promedio de edades de cierto grupo de estudiantes es 19,8 ; donde el promedio de los varones es 20 y el de las damas es 19. Será verdadero que:

A) El número de varones es al número de damas como 1 a 3
B) El número de damas es al número de varones como 2 a 3
C) El número de varones es el cuádruple del número de damas
D) El número de damas es el doble del número de varones
E) El número total de estudiantes es 29

PROBLEMA 2:
La arista de un cubo es "a". Si los cuatro vértices de la cara superior se unen con el centro de la cara inferior se obtiene una especie de "embudo" cuyo volumen es:

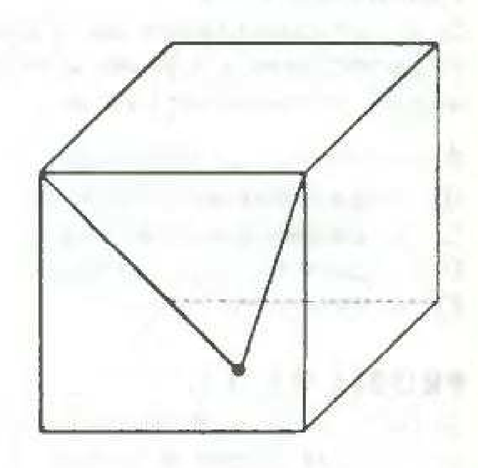
A) $\frac{a^3}{2}$

B) $\frac{a^3}{3}$

C) $\frac{a^3}{4}$

D) $\frac{2a^3}{3}$

E) $\frac{3a^3}{8}$



PROBLEMA 3:
Si:

$\boxed{a} = 2a - Ⓐ$

$Ⓐ = a + 13 - 2b$

Halle: $\boxed{6}$; si: b = 2

A) 2 B) -2 C) 0 D) 3 E) -3

PROBLEMA 4:
Hallar el mayor de 3 números naturales consecutivos de tal manera que al multiplicarlos entre sí, se obtiene 63 veces el número que no es el mayor ni el menor de ellos.

A) 64 B) 8 C) 9 D) 61 E) 7

PROBLEMA 5:
Datos de un experimento

NOMBRE	DATOS
FRANKLIN	44
MANUEL	90
MIGUEL	26
WALTER	27

Sólo uno de ellos dió por dato un número de lados y los demás un número de diagonales de un polígono convexo. Indicar quién dio el número de lados.

A) FRANKLIN B) MANUEL C) MIGUEL
D) WALTER E) No es posible determinar

PROBLEMA 6:
Si las expresiones:

$E = ax^3 - x - 1$; $F = bx^2 + ax + 3$

adquieren el mismo valor numérico para x = 1

Hallar: $b^3 + 3b^2 + 5b + 7$

A) -19 B) -32 C) -68 D) -45 E) -76

PROBLEMA 7:
Calcular cuantos números más hay desde 246 hasta 687, que entre 1 213 y 1 366

A) 291 B) 290 C) 292 D) 288 E) 293

PROBLEMA 8:

Siendo "M" el punto medio del lado SR del rombo SRTQ, entonces el área del ▲SMV con relación a la del rombo es:

A) 50 %
B) 0,25
C) $1/3$
D) 0,6
E) 12,5 %

PROBLEMA 9:

De una parcela se dedican los $3/5$ a galpones de gallinas, los $4/15$ a hortalizas y el resto, que son 1 360 m^2, a jardines y habitaciones, la parcela tiene un área de:

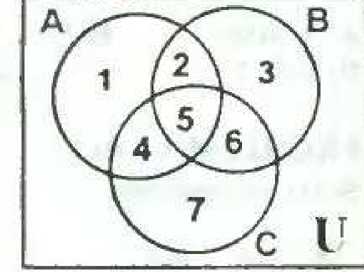
A) 1 500 m^2 B) 65 000 m^2

C) Aprox.1 hectárea D) Casi $9\frac{3}{4}$ hectárea

E) Ninguno de estos valores

PROBLEMA 10:

Cada sector del siguiente gráfico esta representado por un número. Si queremos graficar: $(A\cap B)\cap C$ se debe sombrear el número 5.



Entonces:

I. $A\cap(B\cup C)$ es 2, 4 y 5

II. $(A\cap B)\cup(A\cap C)$ es 1, 2, 4, 5 y 6

III. $A\cup(B\cap C)$ es 2, 4 y 5

IV. $(A\cup B)\cap(A\cup C)$ es 1, 2, 4, 5 y 6

Luego; son verdaderas:

A) Sólo I y III B) Sólo II y III
C) Sólo I y IV D) Sólo III y IV
E) Todas las proposiciones dadas son correctas

PROBLEMA 11:

Si se sabe que:

$$a^{-b} = 0.0$$

Hallar el valor de: $E = a^{2b}$

A) $E = 10$ B) $E = 10^2$ C) $E = 10^3$
D) $E = 10^4$ E) $E = 10^{-2}$

PROBLEMA 12:

Hallar el menor de dos números sabiendo que uno de ellos más el inverso del otro da 2 y el "otro" más el inverso del primero da 3

A) $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$

D) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

PROBLEMA 13:

El número 0.000 028 escrito en forma de potencia es:

A) $28 \cdot 10^{6}$ B) 28^{-6} C) $2.8 \cdot 10^{-5}$
D) $0.28 \cdot 10^{-6}$ E) otro valor no indicado

PROBLEMA 14:

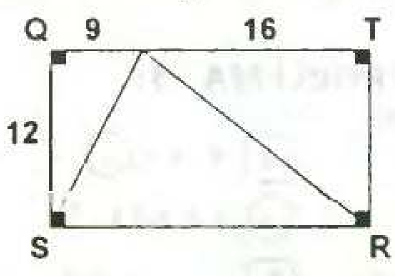
Si en un cuadrilatero las diagonales son perpendiculares y a la vez bisectrices de los ángulos entonces se trata de:

A) Un rombo o un rectángulo
B) Un paralelogramo equilatero
C) Un paralelogramo rectángulo
D) Un cuadrado o un romboide
E) Un trapecio isósceles

PROBLEMA 15:

La razón entre las áreas de los tres triángulos en que está dividido el rectángulo SRTQ es:

A) 4 : 9 : 16
B) 4 : 9 : 5
C) 9 : 12 : 16
D) $3 : 4 : 2\sqrt{3}$
E) 9 : 16 : 25



PROBLEMA 16:

En un circulo se tiene un sector que es el 12½% del circulo. Entonces, el ángulo del sector mide:

A) 45° B) 22°,5 C) 12°,5 D) 25° E) 60°

PROBLEMA 17:

Señalar la (s) afirmación (es) falsa (s):

I. Si: $m + n = 0$, entonces $m . n$ es mayor que cero
II. Si: $m - n = 0$, entonces $m : n$ puede ser cero
III. Si: $m . n = 0$, entonces $m + n = 0$ necesariamente
IV. Si: $m : n = 0$, entonces $m + n = n$

A) Todas B) I, III y IV C) III y IV
D) I, II y III E) I y III

PROBLEMA 18:

Para que el número $\sqrt{12.5}$ se convierta en racional, podria hacerse:

I) Elevándolo al cuadrado
II) Multiplicándolo por $\sqrt{2}$
De esto bastaria con:

A) Sólo I B) Sólo II
C) I y II simultáneamente
D) I o II E) No basta con I y II

PROBLEMA 19:

Se afirma que los valores de las siguientes expresiones:

$a = 3.14$; $b = \sqrt{12.5} : \sqrt{2}$; $c = 22/7$

Son números irracionales. Son verdaderas

A) Sólo "a" B) Sólo "b" C) Sólo "c"
D) Las tres E) Ninguna

PROBLEMA 20:

Un circulo se divide en cuatro partes como se indica en la figura. Entonces, la medida del angulo "x" es:

A) 9° B) 18°
C) 24° D) 36°
E) Otro valor

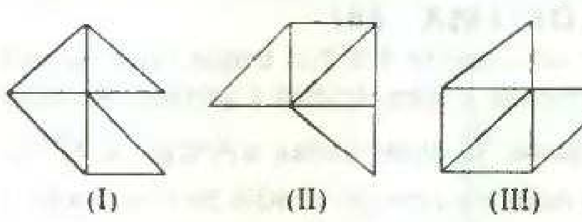
PROBLEMA 21:

La expresión: $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$, se cumple:

A) Sólo para $x > 0$; $y > 0$
B) Sólo para $x = y$ C) $\forall (x, y)$
D) Sólo para $(x, y) \in \mathbb{R}^+$
E) Sólo para $(x, y) \in \mathbb{Q}$

PROBLEMA 22:

Con 4 triángulos rectángulos isósceles congruentes se forman los poligonos I, II y III



En cuánto a perimetro la relación correcta es:

A) I = II = III B) $I = \frac{II + III}{2}$ C) II = III > I
D) III = II < I E) I < II < III

PROBLEMA 23:

Se tiene una función $f: A \to B$ (de A en B) de modo que:

$$f = \{ (a,5) ; (b,6) ; (c,5) \}$$

Entonces se afirma que:

I) A = {a, b, c} ; B = { 5, 6}
II) Dom. = {a, b, c}
III) $f(a) = 5$; $f(b) = 6$; $f(c) = 5$

De estas afirmaciones son verdaderas sólo:

A) I y II B) I y III C) II y III
D) Ninguna E) Las tres

PROBLEMA 24:

Si: $n \in \mathbb{N}$, entonces la suma del inverso multiplicativo de "n" con el inverso aditivo de "n" es:

A) 0 B) 1 C) $1 - n^2$

D) $\frac{(n+1)(1-n)}{n}$ E) $\frac{n^2+1}{n}$

PROBLEMA 25:
¿Cuál de las siguientes proposiciones es FALSA?

A) Una recta tiene largo
B) Un punto tiene posicion
C) Tres puntos del espacio determinan siempre un plano
D) Cuatro puntos del espacio pueden determinar cuatro planos
E) Una recta y un punto del espacio pueden determinar un plano

PROBLEMA 26:
Un niño reparte sus 120 bolitas entre su tres hermanos: Carlos, Andrés y Gonzalo. A Carlos le dio los $3/8$ de las bolitas; a Andrés, el $33\frac{1}{3}\%$ del resto y a Gonzalo el 40% de lo que aún le quedaba. Entonces, él se quedó:

A) Con nada **B)** Con el 25% de lo que tenia
C) Con el 0,3 de lo que tenia **D)** Con 25 bolitas
E) Con la mitad de lo que le dio a Andrés

PROBLEMA 27:
La operación multiplicación se define según el cuadro "de doble entrada" adjunto

•	a	b	c	d	e
a	b	c	d	e	a
b	c	d	e	a	b
c	d	e	a	b	c
d	e	a	b	c	d
e	a	b	c	d	e

Entonces: a^3 vale

A) a **B)** b **C)** c **D)** d **E)** e

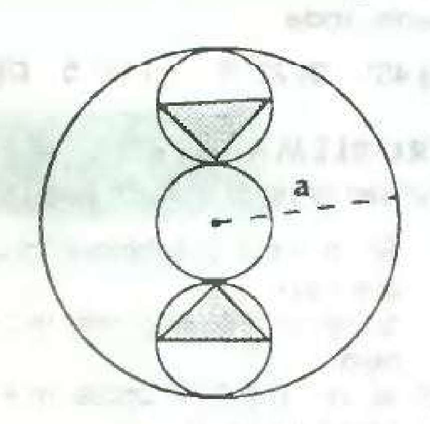
PROBLEMA 28:

En la sucesión: $2; \frac{3}{2}; \frac{4}{3}; \frac{5}{4}; \frac{6}{5}; \ldots$ el término enésimo es

A) n **B)** n + 1 **C)** n (n + 1)

D) $(n+1) \cdot n^{-1}$ **E)** $\frac{2n}{2n+1}$

PROBLEMA 29:
El área "achurada" en la figura mostrada mide: (siendo "a" el radio de la circunferencia)



A) $\frac{2}{9}a^2$

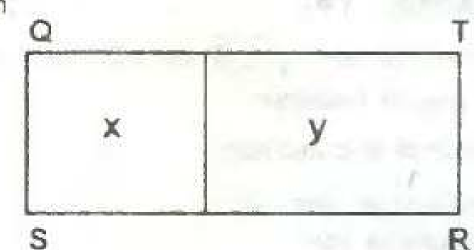
B) $2\ a^2$

C) $1{,}5\ a^2$

D) $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$

E) $\frac{\pi a^2}{3}$

PROBLEMA 30:
Un sitio rectangular SRTQ de 225 m^2 se divide en un cuadrado **x** de 81 m^2 y un rectángulo **y**. Entonces las dimensiones de los lados de **y** son:



A) 18 m y 8 m **B)** 24 m y 6 m
C) 36 m y 4m **D)** 16 m y 9 m
E) Cualquiera de las anteriores

CLAVE DE RESPUESTAS

1. G	**11.** D	**21.** C
2. B	**12.** A	**22.** D
3. E	**13.** C	**23.** E
4. C	**14.** B	**24.** D
5. C	**15.** E	**25.** C
6. C	**16.** A	**26.** B
7. B	**17.** D	**27.** C
8. B	**18.** D	**28.** D
9. C	**19.** E	**29.** A
10. C	**20.** B	**30.** D

EXAMEN TIPO ADMISION Nº 6

TIEMPO: 1 HORA

35 PREGUNTAS

PROBLEMA 1:
Hace 5 años tenia 25 años más que mi hija y mi hija, a su vez, tenia 15 años más que su hijo (mi nieto) que entonces tenia 5 años. Dentro de 5 años

A) Yo tendré el doble de la edad de mi hija
B) Yo tendré tantos años como la edad de mi hija agregada a la de mi nieto
C) Mi hija tendrá el doble de la edad de su hijo
D) El $33\frac{1}{3}\%$ de mi edad será la de mi nieto
E) Falta más información

PROBLEMA 2:

Si: $C = \frac{5}{6} + \frac{5}{12} + 0,75$; entonces el producto entre el inverso aditivo de "C" y el inverso multiplicativo de "C" es:

A) 0 **B)** 1 **C)** -1 **D)** -0,5 **E)** -4

PROBLEMA 3:
La medida del ángulo "x" de la estrella es: (la figura es regular)

A) 120°
B) 108°
C) 72°
D) 54°
E) 150°

PROBLEMA 4:
Al efectuar los productos: $a = 0,008 . 0,03$; $b = 0,6 . 0,000\,4$; $c = 1,2 . 0,000\,2$ se obtiene:

A) $b < a < c$ **B)** $a < b < c$ **C)** $a < c < b$
D) $a + b < c$ **E)** $a = b = c$

PROBLEMA 5:
En un triángulo uno de los ángulos es el 50 % de uno de los otros dos y el $33\frac{1}{3}\%$ del tercero. Entonces el ángulo menor de los tres mide:

A) 15° **B)** 30° **C)** 45° **D)** 60° **E)** 20°

PROBLEMA 6:
Si $f(x) = 2x^2 - 5x + 5a$, entonces al calcular:

$$\frac{f(a+b) - f(a)}{2b}$$ se obtiene:

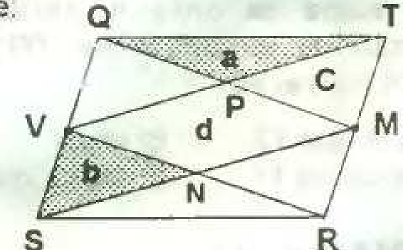
A) $2a + b - 2,5$ **B)** $\frac{1}{2}$ **C)** $2(a + b)^2$

D) $\frac{(a+b)^2}{b}$ **E)** Otro valor

PROBLEMA 7:
Un jarro contiene 180 cm^3 de agua que corresponden a los $\frac{3}{5}$ de su capacidad si se echan 120 cm^3

A) Se derraman 60 cm^3
B) Faltarian 60 cm^3 para llenarlo
C) Se llena al justo
D) Se derraman 12 cm^3
E) Faltan 12 cm^3 para llenarlo

PROBLEMA 8:
En el paralelogramo SRTQ los puntos medios V y M se unen con los vértices opuestos. Se afirma que:



I) Area ▲a = Area ▲b

II) Area ▲a + Area ▲c = Area ▰VNMP

III) Area ▰d = $\frac{1}{2}$ Area ▰SRTQ

Sólo es (son) verdadera (s)

A) I B) II C) III D) I y II E) Las tres

PROBLEMA 9:

De acuerdo con las dos tablas adjuntas el valor de $2a^2$ es:

+	a	b	c	d	e
a	b	c	d	e	a
b	c	d	e	a	b
c	d	e	a	b	c
d	e	a	b	c	d
e	a	b	c	d	e

.	a	b	c	d	e
a	b	c	d	e	a
b	c	d	e	a	b
c	d	e	a	b	c
d	e	a	b	c	d
e	a	b	c	d	e

A) a B) b C) c D) d
E) Varias soluciones

PROBLEMA 10:

Si: $x + y + z = 1$; Además: $xy = z^2$. Calcular

$$E = 1 - (x^2 + y^2 + z^2)$$

A) 2 B) 2x C) 2y D) 2z E) 0

PROBLEMA 11:

El promedio del (producto de "x" y "b"), y "b" es igual a "x". Una expresión para "x" es:

A) $\frac{b-2}{b}$ B) $\frac{b}{2-b}$ C) $2 + b$

D) $\frac{4-b+1}{b}$ E) $b^2 + b$

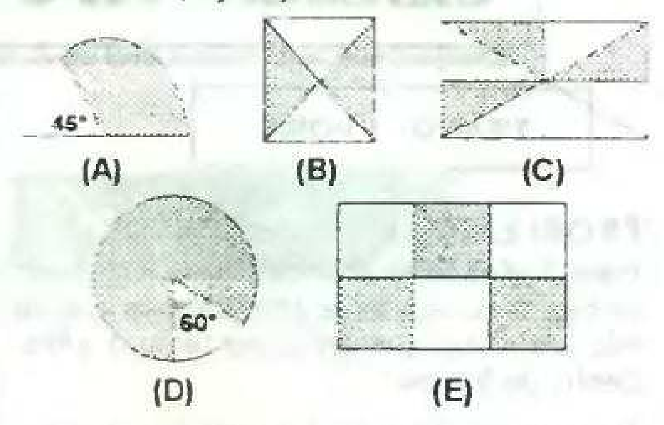
PROBLEMA 12:

Si la suma de once números enteros consecutivos se halla entre 100 y 116. El número central es:

A) Mayor que 12 B) Impar C) Primo
D) Múltiplo de 11 E) Menor que 19

PROBLEMA 13:

El producto de las fracciones $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8}$ está representado gráficamente por la parte "achurada" (rayada) de:



PROBLEMA 14:

Hallar: a x b si: el a% de "b" + b% de "a" es igual a 0.45% de 800.

A) 360 B) 180 C) 90 D) 60 E) 45

PROBLEMA 15:

Simplificar la siguiente expresión:

$$M = \sqrt[a]{\frac{(-2a)^{-a} \cdot a^{-2}}{(-a)^{-a-2}}}$$

A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) -4 D) $\frac{1}{2}$ E) $\sqrt[3]{2}$

PROBLEMA 16:

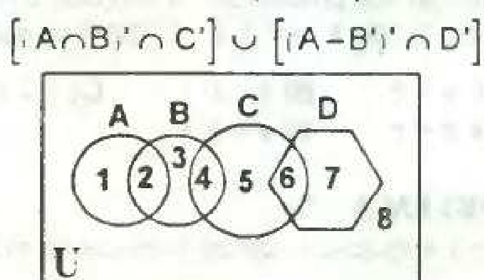
En una sustracción, si al sustraendo se le aumenta 64 unidades, la diferencia disminuye sus $\frac{2}{3}$ partes. Calcular el sustraendo, si el producto del minuendo y la diferencia es 10 560

A) 110 B) 96 C) 14 D) 24 E) 82

PROBLEMA 17:

Determine qué sectores del diagrama adjunto deben ser sombreados para representar:

$$[(A \cap B)' \cap C'] \cup [(A - B)' \cap D']$$



A) 1. 3. 5. 7. 8 B) 1. 2. 4. 6. 8
C) 2. 4. 6 D) 1. 3. 4. 5. 7. 8 E) N.A

PROBLEMA 18:

Calcular:

$S = 13 + 15 + 16 + 17 + 19 + \ldots\ldots + 55 + 43$

A) 975 B) 945 C) 375 D) 162 E) 900

PROBLEMA 19:

Hallar: "a + b + c", si:

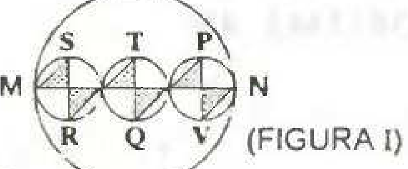
$C.A.(\overline{abc}) = \overline{bc}$

A) 9 B) 11 C) 12 D) 14 E) 15

PROBLEMA 20:

Si el diámetro MN = 6 cm; entonces la suma de las partes "achuradas" de la figura es en cm^2.

A) 3
B) 1.5
C) 6
D) 9
E) Otro valor



(FIGURA I)

PROBLEMA 21:

En la figura I, MN = 6cm; entonces, la longitud de la línea quebrada: MSRTQPVN es en cm.

A) 8 B) $6+6\sqrt{2}$ C) $12\sqrt{2}$
D) 12 E) Otro valor

PROBLEMA 22:

En la figura I, MN = 6 cm; entonces, la suma del perímetro de la tres circunferencias chicas es:

A) 3π cm B) 12π cm C) 9π cm
D) Igual a la circunferencia mayor
E) Otro valor

PROBLEMA 23:

Un comerciante ofrece su mercadería en las condiciones siguientes: hace primeramente un 25% de descuento y, en seguida, recarga el 20%. Entonces, el % Real de descuento o recargo sobre el precio inicial es:

A) 10% de descuento B) 5% de descuento
C) 0% D) 1% de recargo
E) Ninguno de estos valores

PROBLEMA 24:

Dos personas S y R depositan la misma cantidad de dinero en "Bancos de Ahorros" diferentes. Si a "S" le pagan n% trimestral y a "R" el $\frac{n}{3}$% bimestral, entonces a fin del año.

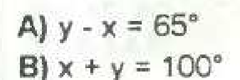
A) Los dos han ganado los mismos intereses
B) "S" ha ganado el triple que "R"
C) "R" ha ganado la mitad de "S"
D) "S" ganó $4/3$ más que lo ganado por "R"
E) "R" ganó los 0,75 de "S"

PROBLEMA 25:

Lo que debe agregarse al numerador de la fracción $\frac{a}{b}$ y quitarse al denominador para que el valor de la fracción se reduzca al 75 % es:

A) 0,75 a B) ± 0,75 ab C) ab
D) 3a + 4b E) $\frac{-ab}{3a+4b}$

PROBLEMA 26:

Desde un punto "P" se trazan las perpendiculares a los lados del SRQ. Si los ángulos basales miden 35° y 45°, entonces es válida una de las alternativas siguientes:

A) y - x = 65°
B) x + y = 100°
C) xy = 180°
D) x : y = 9 : 20
E) y - 2x = 0°

PROBLEMA 27:

Obtener el equivalente de:

$$2^{-2^{-2}}$$

A) $2^{\frac{1}{4}}$ B) 2^{-4} C) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}}$ D) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$ E) $2^{\frac{1}{2}}$

PROBLEMA 28:

Tres números a, b y c son entre si como 6, 9 y 10; si el 25% de "a" más el 20% de "b" más el 7% de "c" es igual a 20. Hallar "a + b + c"

A) 90 B) 100 C) 125 D) 120 E) 150

PROBLEMA 29:

Una rueda de 42 dientes engrana con otro de "X" dientes dando la primera 25 vueltas por minuto y dando la segunda 2 100 vueltas por hora. Hallar "X"

A) 25 B) 35 C) 40 D) 45 E) 30

PROBLEMA 30:

Cuántos términos debe tener la siguiente sucesión para que su promedio sea 850.

900, 895, 890, ...

A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

PROBLEMA 31:

Señalar un equivalente de:

$(a^2+2a+1)x^2-2(a^2-1)x+(a-1)^2$;

para: a = 100

A) $(101-99)^2$ B) $(101x+99)^2$

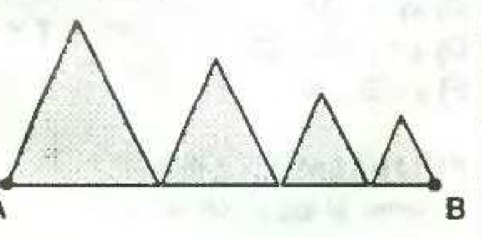
C) $(101x-101)^2$ D) $(99x-100)^2$

E) $(100x-99)^2$

PROBLEMA 32:

Calcular la suma de los perímetros de los cuatro triángulos equiláteros sombreados de la figura, si: AB = 36 cm

A) $72\sqrt{3}$
B) 36 cm
C) $36\sqrt{3}$
D) 108 cm
E) 72 cm



PROBLEMA 33:

Si:

$\overline{xyz} = 2x+z-y$

$\overline{xxy} = 2x+2y-x\,y$

$\overline{xzz} = x+5z$

$\overline{zyz} = 3z+y$

Simplificar:

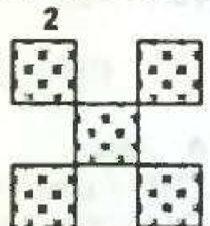
$\overline{\overline{(345)}\ \overline{(224)}\ \overline{(211)}}$

A) 24 B) 25 C) 27 D) 767 E) 294

PROBLEMA 34:

Calcular el lado del cuadrado que se obtienen jutando de una manera conveniente (si es posible deformando) los cinco cuadrados

A) $3\sqrt{2}$
B) $3\sqrt{5}$
C) $5\sqrt{2}$
D) $2\sqrt{5}$
E) N.A.



PROBLEMA 35:

Si:

$(x\,{}^{\circ}\!/\!\!/_{\circ}\,y) = x^{x^{x}} + (y-y+y-y+y-y+\ldots)$

Calcular el valor de M:

$M = \sqrt[3]{3}\,{}^{\circ}\!/\!\!/_{\circ}(\sqrt[3]{3}\quad 4)$

A) Infinito B) 1 C) 0 D) $\frac{11}{2}$ E) 4

CLAVE DE RESPUESTAS

1. C	**13.** A	**25.** E
2. C	**14.** B	**26.** D
3. B	**15.** D	**27.** C
4. E	**16.** C	**28.** C
5. B	**17.** D	**29.** E
6. A	**18.** B	**30.** B
7. C	**19.** D	**31.** A
8. D	**20.** A	**32.** D
9. D	**21.** B	**33.** B
10. D	**22.** D	**34.** D
11. B	**23.** A	**35.** D
12. E	**24.** C	

EXAMEN TIPO ADMISION Nº 7

TIEMPO: 1 HORA

36 PREGUNTAS

PROBLEMA 1:

Una persona tiene $1\overline{abc}$ soles y gana 6 x $\overline{abc}$ soles, con lo cual ahora tiene $\overline{abc}$ soles si luego gasta $\overline{abc}$ soles. ¿Cuánto le queda?

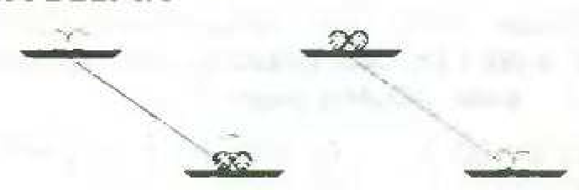
A) 2 998 B) 2 532 C) 3 010
D) 3 118 E) 2 593

PROBLEMA 2:

13 músicos están interpretando un tema 6 están cantando, 4 están tocando corneta y 8 están tocando otros instrumentos. ¿Cuántos están tocando corneta y otro instrumento, si 2 sólo cantan?

A) 2 B) 3 C) 0 D) 1 E) N.A.

PROBLEMA 3:



Si las balanzas son iguales y las bolitas de igual color pesan igual. ¿Cuál es la razón de pesos entre una negra y una blanca?

A) No se puede determinar B) 0,666......

C) Una fracción < $\frac{4}{5}$ pero > $\frac{2}{3}$

D) Un número entre 0,5 y 0,75

E) Un número entre 0,5 y 1

PROBLEMA 4:

Efectuar: $\frac{1}{b}\left|\sqrt[3]{ab^2}\cdot\sqrt{a^3}:\sqrt{ab}\right|^6$

A) a^6 B) a^8 C) a D) b E) 1

PROBLEMA 5:

Hallar la suma de las cifras del resultado de:

1 + 12 + 123 + 1234 + ... (9 sumandos)

A) 27 B) 24 C) 30 D) 28 E) 33

PROBLEMA 6:

¿Cuántos triángulos aparecen al trazar 15 segmentos desde uno de los vértices de un triángulo hasta el lado opuesto.

A) 153 B) 135 C) 120 D) 136 E) 272

PROBLEMA 7:

Si $\frac{a}{2}$ y 2b son opuestos, calcular:

$$(a+b)\,(a-b)+\left|a+\frac{1}{2}b\right|^2$$

A) $\frac{39}{24}b^2$ B) $\frac{24}{4}b^2$ C) $\frac{109}{4}b^2$ D) $\frac{169}{4}b^2$

PROBLEMA 8:

En un grupo humano se cuentan 241 hombres y 254 mujeres, resultando en total 515 personas. ¿En qué base se hizo la operación?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 11

PROBLEMA 9:

La fracción $\frac{a}{b}$ se ha simplificado. ¿Cuántos de las siguientes cantidades no varian?

NOTA: $\frac{a}{b}$ = K = cte

I) a + b II) $a^2 : b^2$
III) (a + b) : b - 1 IV) 2a : (a + b)

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

PROBLEMA 10:

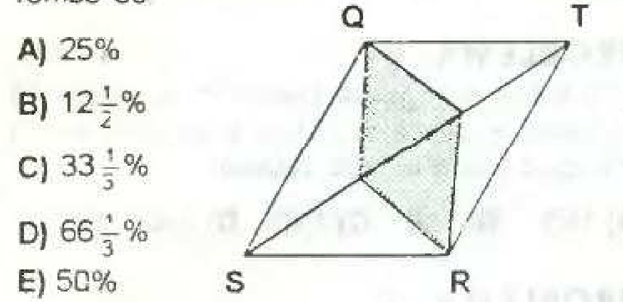
Un padre dijo a su hijo "El terreno que logres encerrar con esta cuerda de 600 m. será tu herencia. ¿Cuánto terreno logró encerrar el hijo?

A) 90 000 π m² B) 28 662 m² C) 282 600 m²
D) 90 000 m² E) 22 500 m²

PROBLEMA 11:

La diagonal ST del rombo SRTQ se trisecta. Entonces, el área "achurada" respecto al rombo es

A) 25%
B) $12\frac{1}{2}$%
C) $33\frac{1}{3}$%
D) $66\frac{1}{3}$%
E) 50%



PROBLEMA 12:

Si aumento mi velocidad en 10 $\frac{Km}{h}$ me demoro 10 h. menos en recorrer 3 000 Km que si mantuviera mi velocidad. ¿Cuánto es ésta?

A) 30 $\frac{Km}{h}$ B) 40 $\frac{Km}{h}$ C) 50 $\frac{Km}{h}$
D) 60 $\frac{Km}{h}$ E) N.A

PROBLEMA 13:

Pagué mi pasaje con 11 monedas que juntas pesaban 140 gramos. Si el pasaje está a 800 soles y las monedas peruanas son

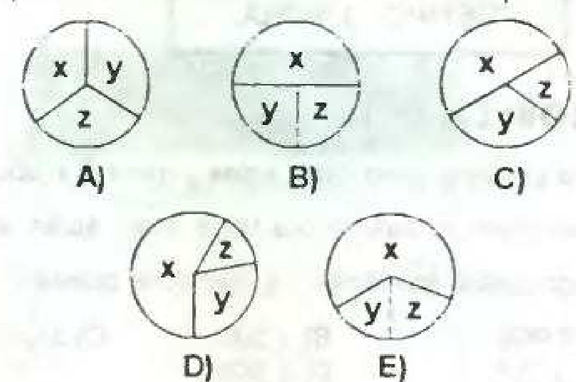
5 soles .... 10 gr
10 soles .... 15 gr
50 soles .... 20 gr
100 soles .... 10 gr
500 soles .... 15 gr

¿Cuál es el producto de los números de cada tipo de monedas con que pagué?

A) 24 B) 0 C) 36
D) 16 E) Faltan Datos

PROBLEMA 14:

Una persona trabaja 12 horas diarias = x ; 8 horas duerme = y , y el resto ocupa en otras actividades = z. El gráfico que más se aproxima a la distribución de su tiempo es



PROBLEMA 15:

A no vive junto a I; P no vive junto a W; W no vive junto a A. Si los 4 viven juntos en la misma calle. ¿Quiénes viven en el centro?

A) A, P B) A, W C) P, I D) I, W E) N.A

PROBLEMA 16:

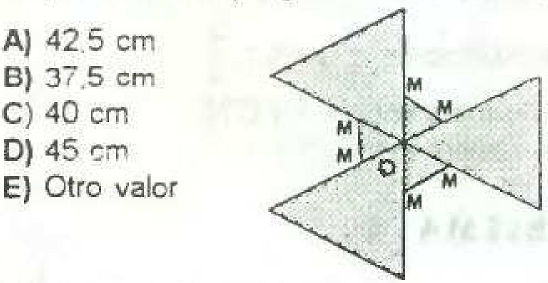
Le di 5 cadenas de 4 eslabones cada una a un herrero para que forme una sola cadena circular. Si por cada eslabón abierto cobrara 5 soles y por cada eslabón cerrado y soldado 10 soles. ¿Cuánto pagaré?

A) S/ 100 B) S/ 65 C) S/ 75
D) S/ 60 E) S/ 50

PROBLEMA 17:

La figura está formada por triángulos equiláteros congruentes en los cuales M son los puntos medios de los lados. Si $\overline{OM}$ = 2,5 cm. El perímetro del polígono "achurado" mide

A) 42,5 cm
B) 37,5 cm
C) 40 cm
D) 45 cm
E) Otro valor



PROBLEMA 18:

Cuando el agua se congela, se expande 12½%. Si se desea obtener una pieza de hielo de 3

cm x 5 cm x 6 cm ¿Cuantos centimetros cubicos de agua deben usarse?

A) $78\frac{3}{4}$ B) 80 C) 100 D) $101\frac{1}{4}$ E) $102\frac{2}{3}$

PROBLEMA 19:

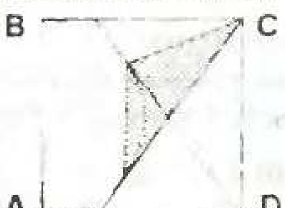
¿Por qué número debe multiplicarse 125 para aumentar esta cantidad en 3 375 unidades?

A) 27 B) 26 C) 28 D) 25 E) 29

PROBLEMA 20:

Si el lado del cuadrado es 10 dm. Hallar el área de la región sombreada en dm^2.

A) 15
B) 25
C) 18
D) 20
E) N A



PROBLEMA 21:

Hallar el menor número capicúa cuya suma de sus cifras sea 33. Dar como respuesta el producto de sus cifras.

A) 6 561 B) 729 C) 648 D) 5 832 E) 5 184

PROBLEMA 22:

Resolver el sistema

$$U - V = 1$$
$$2U - 3x = 2$$
$$4x = 9$$

Indicando la incógnita que toma la mayor solución numerica.

A) U B) x C) V D) U y V E) x y V

PROBLEMA 23:

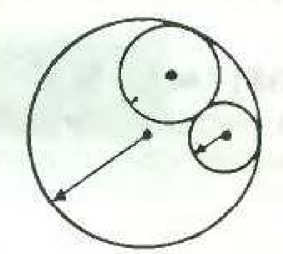
Al unir los puntos medios de los lados no consecutivos de un exagono regular se forma un ....

A) Cuadrado
B) Rectángulo
C) Triángulo Escaleno
D) Triángulo Isósceles
E) Triángulo Equilátero

PROBLEMA 24:

Segun la figura adjunta ¿Cuál es el perimetro del triángulo formado por los centros de las circunferencias si el radio de la mayor mide 12 pulgadas (son tangentes dos a dos)

A) 6 pulg.
B) 9 pulg.
C) 12 pulg.
D) 18 pulg.
E) 24 pulg.



PROBLEMA 25:

El perimetro de un cuadrado es igual a la longitud de la circunferencia correspondiente a un circulo. Determinese la razón del área del cuadrado al área del circulo.

A) π B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{6}$

PROBLEMA 26:

Se tiene una esfera de radio igual a 3m. llena de agua. ¿Cuántas esferas de radio igual a 1m. se necesitan para que en ellas se pueda vaciar el contenido de agua de la esfera mayor?

A) 9 B) 12 C) 27 D) 6 E) 18

PROBLEMA 27:

Efectuar:

$$(x - 1)^3 - 9x(x - 4) + (x - 4)^3$$

Señalándolo sólo el término cuadrático del resultado.

A) $-20x^2$ B) $-24x^2$ C) $-48x^2$
D) $-16x^2$ E) x^2

PROBLEMA 28:

¿Cuál es el número que excede a 120 en el mismo porcentaje que 1 excede a $4/5$. Dar como respuesta la suma de sus cifras?

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) más de 7

PROBLEMA 29:

La expresión de mayor grado es:

A) $\dfrac{x^4+x^2}{\sqrt[3]{x^2}}$ B) $x+\sqrt{x+\sqrt{x}}$ C) $x^2\cdot\sqrt[3]{x\sqrt[4]{x}}$

D) $\sqrt{x^2+1}\cdot\sqrt[3]{x+1}$ E) $(4+x^{-2})^{-3}$

PROBLEMA 30:

Si la cantidad encerrada en cualquier figura geométrica indica el número de lados

Triángulo: 5x - 12 Cuadrado: x + 2y - 7 Pentágono: ?

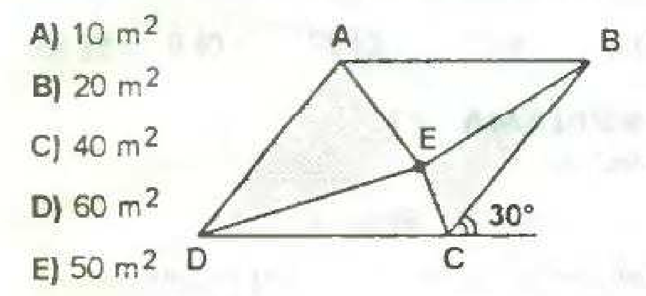
¿Cuál de las siguientes cantidades debe ir dentro del pentágono?

A) x + y - 1 B) 2x - y + 3 C) -x + y + 2
D) xy - 5 E) 2x + 3y - 5

PROBLEMA 31:

Se da el paralelogramo ABCD; si: AB = 20 m y BC = 10 m. Calcular la suma de áreas de los triángulos AED y BCE, siendo "E" un punto cualquiera.

A) 10 m^2
B) 20 m^2
C) 40 m^2
D) 60 m^2
E) 50 m^2



PROBLEMA 32:

Si: a + b = 11. ¿Cuál es el resto de dividir $\overline{ababab}$: a ?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

PROBLEMA 33:

¿Cuál es el menor número de términos que debe tener la siguiente serie para que su suma tenga 6 divisores?

S = 91 + 91 + 91 + ... + 91

A) 7 B) 19 C) 91 D) 13 E) 25

PROBLEMA 34:

Señalar el resultado de efectuar:

$$\left[(1+i)^2\right]^6+\left[(1-i)^2\right]^8 \quad ; \quad \sqrt{-1}=i$$

A) 192 B) 164 C) 330 D) 420 E) 148

PROBLEMA 35:

¿Cuál es la máxima diferencia que se puede obtener al restar:

$\overline{abc}-\overline{cba}$?

A) 722 B) 72 C) 723 D) 729 E) N.A.

PROBLEMA 36:

Traza todas las medianas de un triángulo y diga ¿Cuántos triángulos más se forman?

A) 9 B) 6 C) 13 D) 15 E) 16

CLAVE DE RESPUESTAS

1. A	13. A	25. D
2. D	14. C	26. C
3. E	15. C	27. B
4. B	16. B	28. C
5. C	17. B	29. A
6. D	18. B	30. B
7. C	19. C	31. E
8. C	20. C	32. A
9. B	21. A	33. D
10. B	22. A	34. A
11. C	23. E	35. D
12. C	24. E	36. D

EXAMEN TIPO ADMISION N° 8

TIEMPO: 1 HORA

36 PREGUNTAS

PROBLEMA 1:

¿Cuál de las siguientes ecuaciones expresa correctamente la relación dada a continuación. Si el cuádruple de un número "m", disminuye en 7 unidades, el resultado es menor en 4 unidades que $\frac{1}{4}$ del número "m".

A) $4(m-7)=4-\frac{m}{4}$ B) $4m-7=4-\frac{m}{4}$

C) $4(m-7)=\frac{m-4}{4}$ D) $4(m-7)=\frac{m}{4}-4$

E) $7-4m=4-\frac{m}{4}$

PROBLEMA 2:

La expresión $(t+1)^2-t^2$; es idéntica con la expresión $2t+1$, si " t " es número

A) Positivo B) Entero C) Muy especial
D) Negativo E) Cualquiera

PROBLEMA 3:

De los siguientes conjuntos de puntos del plano cartesiano; señale aquellos que se encuentran alineados (pertenecen a una misma recta)

A) { (0,1) ; (2,3) ; (4,4) }
B) { (0,0) ; (1,2) ; (2,1) }
C) { (1,2) ; (3,1) ; (7,-1) }
D) { (3,4) ; (4,3) ; (5,4) }
E) { (1,2) ; (3,4) ; (5,7) }

PROBLEMA 4:

Hallar "n" en:

$$n^{0.5\sqrt{n}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

A) 0,50 B) 0,25 C) 1 D) 2 E) -1

PROBLEMA 5:

Decir si es verdadero (V) o falso (F) las siguientes expresiones

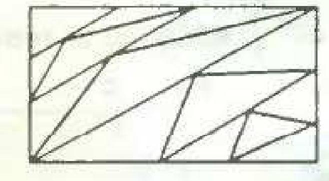
- El área de una corona circular es la mitad del área del circulo mayor, si éste tiene el doble de radio del circulo menor.
- El área no común encerrada o comprendida entre dos circunferencias tangentes interiormente es igual a la corona circular de los circulos pertenecientes a esta circunferencia.
- El sector circular esta limitada por dos radios y el arco que estos subtienden.

A) VVV B) FVV C) FFV D) FVF E) FFF

PROBLEMA 6:

¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?

A) 13
B) 15
C) 17
D) 18
E) 20



PROBLEMA 7:

Hallar el equivalente de:

$$M=\frac{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{6}\cdot\sqrt[3]{18}}{\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{8}}$$

A) $\frac{1}{3}$ B) 3 C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{9}{2}$

PROBLEMA 8:

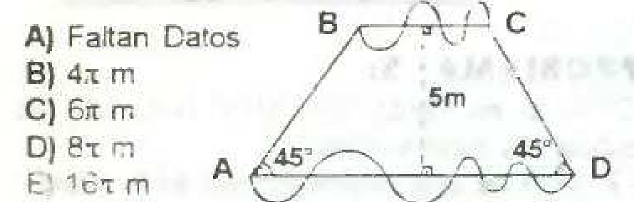
Se tiene un alambre doblado en forma de un cuadrado de lado "ℓ", si luego se dobla este alambre en forma de rectángulo, el área rectangular delimitada de esta manera resulta

A) El triple del área del cuadrado
B) Sin relación con el área del cuadrado
C) Menor que el área cuadrada
D) Igual que el área cuadrada

E) El doble del área cuadrada

PROBLEMA 9:

Si el área del trapecio que se muestra en la figura es igual a 20 m^2. Calcular la suma de longitudes de las curvas



A) Faltan Datos
B) 4π m
C) 6π m
D) 8π m
E) 16π m

PROBLEMA 10:

Si: $\overline{ab} = 9(a + b)$

Hallar "$\overline{ab}$" en base 5

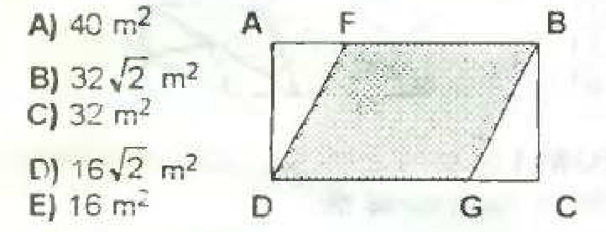
A) $311_{(5)}$ B) $113_{(5)}$ C) $421_{(5)}$
D) $124_{(5)}$ E) $314_{(5)}$

PROBLEMA 11:

Hallar el área del paralelogramo FBGD

Si: $AD = 8\sqrt{2}$ m ; $DC = 10\sqrt{2}$ m ;

$\hat{AFD} = 45°$; ABCD es un rectángulo



A) 40 m^2
B) $32\sqrt{2}$ m^2
C) 32 m^2
D) $16\sqrt{2}$ m^2
E) 16 m^2

PROBLEMA 12:

Calcular el promedio geométrico de la sucesión:

1,28 ; 0,64 ; 0,32 ; .... ; 0,02

A) $0{,}16\sqrt{2}$ B) 0,16 C) $0{,}08\sqrt{2}$
D) 0,23 E) 0,08

PROBLEMA 13:

Un número se representa por 281 y 353 en dos sistemas de numeración cuyas bases son dos números enteros consecutivos. Indicar el número en base 10.

A) 305 B) 255 C) 303 D) 403 E) 235

PROBLEMA 14:

Si 6^n tiene 30 divisores más que 7^n. ¿Cuántos tendrá 8^n?

A) 8 B) 16 C) 20 D) 12 E) 15

PROBLEMA 15:

Dos número están en la relación de 5 es a 4. ¿En qué relación se encuentra su suma con su producto, si el exceso del mayor sobre 3 es igual al exceso del menor sobre 2.

A) $9/20$ B) $4/9$ C) $7/20$ D) $1/4$ E) N.A

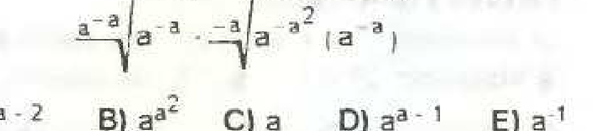
PROBLEMA 16:

Hay "(n - 3)" carros entre 4 pares de carros, delante de un carro hay (n + 4) carros y detrás de un carro hay (n + 4) carros. ¿Cuántos carros hay?

A) 3 (n + 5) B) 3n + 8 C) 3 (n + 4)
D) n + 5 E) n + 8

PROBLEMA 17:

Citar el exponente final de $(a^a)^a$ en:



$$\sqrt[a^{-a}]{a^{-a} \cdot \sqrt[-a]{a^{-a^2}\,(a^{-a})}}$$

A) a^{a-2} B) a^{a^2} C) a D) a^{a-1} E) a^{-1}

PROBLEMA 18:

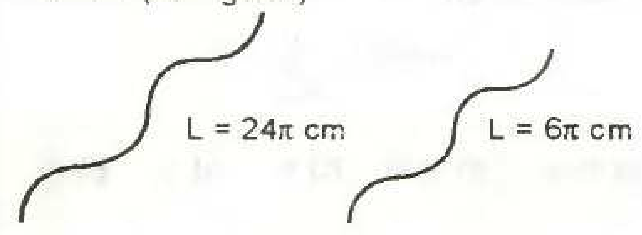
En la figura mostrada.

Hallar: a° + b° + c° + d° + e°

A) 250°
B) 290°
C) 360°
D) 180°
E) N.A

PROBLEMA 19:

¿Cuántas circunferencias de 3 cm. de radio se podrán formar con estos dos pedazos de Alambre (ver figuras)



A) 15 B) 10 C) 5 D) 4 E) N.A

PROBLEMA 20:
¿En qué relación se encuentra el promedio de 25 números con la suma de los mismos?

A) 25 : 1 B) 25 : 24 C) 1 : 25
D) 1 : 13 E) Faltan datos

PROBLEMA 21:
Sobre una recta se eligen 20 puntos, el número de segmentos total determinado es:

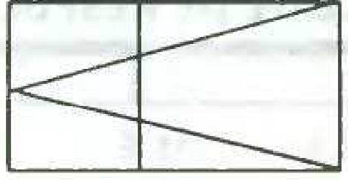
A) 210 B) 20 C) 190 D) 231 E) N.A

PROBLEMA 22:
¿Qué sucede con el promedio de un conjunto de números, si a la tercera parte de ellos se disminuye en 6?

A) Disminuye en 6 B) Disminuye en 18
C) Disminuye en 12 D) Disminuye en 2
E) Falta más información.

PROBLEMA 23:
¿Decir cuántos trapecios hay en la figura?

A) 6
B) 13
C) 7
D) 11
E) 9



PROBLEMA 24:
En un edificio de 5 pisos vive una familia en cada piso, con excepción del primero, ocupado como tienda por el dueño del edificio, que vive en el segundo. La familia Carrillo vive en un piso más arriba de la familia Calderón. La familia Ruiz habita más arriba que la familia Delgado y la familia Carrillo, más abajo que la familia Delgado. Señale el apellido del dueño.

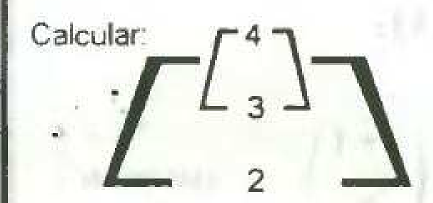
A) Gonzales B) Delgado C) Carrillo
D) Ruiz E) Calderón

PROBLEMA 25:
Efectuar la siguiente suma y dar como respuesta la suma de las 4 últimas cifras del resultado.

$$S = 1\times7 + 7\times11 + 7\times111 + 7\times1111 + ... + 7\times(\underbrace{111...111}_{70\ cifras})$$

A) 10 B) 12 C) 15 D) 19 E) N.A

PROBLEMA 26:
Si definimos el operador $\lceil\ \rfloor$, como:



$$\left\lceil {}^{a}_{b} \right\rfloor = \binom{a}{b} + \binom{a+1}{b+1} \quad \forall a \in IR;\ \forall b \in IN^*$$

Calcular: $\left\lceil {}^{\left\lceil {}^{4}_{3} \right\rfloor}_{2} \right\rfloor$

A) 156 B) 120 C) 36 D) 24 E) 112

PROBLEMA 27:
Complete esta cuenta de una cafetería (sin impuesto)

Mesa	Consumo	Costo
1	2 menus, 3 helados	22 soles
2	3 menús, 2 helados	28 soles
3	4 menús, 5 helados	??

A) 30 soles B) 34 soles C) 36 soles
D) 30 soles E) 42 soles

PROBLEMA 28:
Indique el incremento del volumen de un cubo de lado "a" cuando el lado aumenta en "x"

A) $3a^2x + 3ax^2 + x^3$ B) $-3a^2x + 3ax^2 - x^3$
C) $a^3 - x^3$ D) x^3 E) $3a^2x + 3ax^2$

PROBLEMA 29:
Un cuadrado se transforma en un rectángulo aumentando dos de sus lados en 10% y disminuyendo sus otros dos lados en 10%. Su superficie ....?

A) Es lo mismo
B) Aumenta en 10%
C) Disminuye en 10%
D) Aumenta en 1%
E) Disminuye en 1%

PROBLEMA 30:

En una caja hay 6 pares de medias de color azul y 6 pares de color blanco; en otra caja hay 6 pares de guantes azules y otros tantos pares de color blanco. ¿Cuántas medias y guantes es necesario sacar de las cajas para conseguir un par de calcetines y un par de guantes de un mismo color?

A) 2 y 5 B) 3 y 7 C) 2 y 6
D) 3 y 13 E) 2 y 3

PROBLEMA 31:

Resolver:

$$\binom{x+3}{4} = 6\binom{x+1}{2} \quad ; \quad \text{determinar}$$

a continuación el valor "y" de la relación:

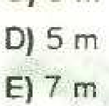
$$x! = y\,(x-2)!$$

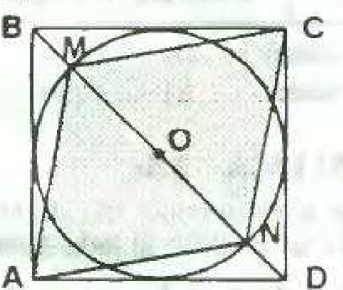
A) 30 B) 20 C) 42 D) 72 E) 6

PROBLEMA 32:

En la figura mostrada: ABCD es un cuadrado; calcular su lado sabiendo que el área achurado es $3\sqrt{2}$

A) 4 m
B) 6 m
C) 8 m
D) 5 m
E) 7 m





PROBLEMA 33:

Indicar el resultado de efectuar:

$$\sqrt{-a}\cdot\sqrt{-b}\cdot\sqrt{-2a}\cdot\sqrt{-2b}\cdot\sqrt{-3a}\cdot\sqrt{-3b}\cdot\sqrt{ab}$$

A) $6a^2b^2$ B) $-6a^2b^2$ C) $3a^2b^2$
D) $-3a^2b^2$ E) $-6ab\sqrt{ab}$

PROBLEMA 34:

Diga el cociente y resto de dividir 0,32 : 0,03

A) 10 y 2 B) 10 y 0,2 C) 10 y 0,02
D) 10 y 0,002 E) 10 y 0,0002

PROBLEMA 35:

Resolver el radical doble dando como respuesta uno de los términos:

$$\sqrt{\frac{6}{20}+\frac{1}{\sqrt{20}}}$$

A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{1}{2\sqrt{5}}$ C) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

D) $\frac{\sqrt{20}}{5}$ E) $2\sqrt{5}$

PROBLEMA 36:

Un alumno tiene sólo notas de 12 y 15. Si su promedio es de 14. ¿Qué fracción de sus pruebas fuerón calificadas con 15?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

CLAVE DE RESPUESTAS

1. E	**13.** E	**25.** B
2. B	**14.** B	**26.** A
3. C	**15.** A	**27.** E
4. B	**16.** D	**28.** A
5. B	**17.** A	**29.** E
6. D	**18.** B	**30.** D
7. B	**19.** C	**31.** A
8. C	**20.** C	**32.** C
9. B	**21.** C	**33.** B
10. A	**22.** D	**34.** C
11. C	**23.** B	**35.** B
12. B	**24.** E	**36.** B

EXAMEN TIPO ADMISION Nº 9

TIEMPO: 1 HORA

37 PREGUNTAS

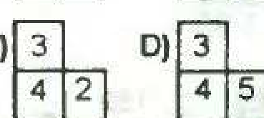
PROBLEMA 1:
Dos números son entre si como 360 es a 480, si su suma es 84. ¿Cuál es el menor de ellos?

A) 28 B) 48 C) 30 D) 35 E) 36

PROBLEMA 2:
La porción sombreada de la tabla se completa con:

A) 2 / 3 6

B) 2 / 3 2



C) 3 / 4 2

D) 3 / 4 5

E) Ninguna Anterior

	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0		0	2
3	0			1

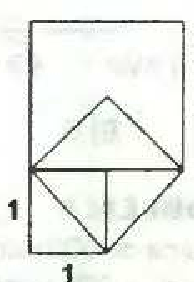
PROBLEMA 3:
Los caramelos sueltos de una tienda se venden en 8 colores diferentes. ¿Cuál es el número mínimo que debe comprar un niño para estar seguro de tener por lo menos dos del mismo color?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 16 E) 19

PROBLEMA 4:
Tres personas Arturo, Beto y Calin tienen 3 soles, 2 soles y 1 sol. Beto le dice al que tiene 2 soles, que el que tiene 1 sol es simpático. El que tiene 2 soles le pregunta a Calin por su estado de animo. ¿Cuánto tiene cada uno?

A) Arturo = S/.3 ; Beto = S/.2 ; Calin = S/.1
B) Arturo = S/.2 ; Beto = S/.3 ; Calin = S/.1
C) Arturo = S/.1 ; Beto = S/.3 ; Calin = S/.2
D) Arturo = S/.3 ; Beto = S/.1 ; Calin = S/.2
E) Arturo = S/.1 ; Beto = S/.2 ; Calin = S/.3

PROBLEMA 5:
Sobre la diagonal de un cuadrado de lado UNIDAD se construye un cuadrado; a su vez sobre la diagonal de este nuevo cuadrado se construye un tercer cuadrado. Siendo x, y, z las áreas de estos tres cuadrados, se obtiene entre ellas una de las siguientes alternativas:



A) $z = x + y$

B) $y = \frac{x+z}{2}$

C) $x : y : z = 1 : 2 : 3$

D) $x : y : z = 1 : 2 : 4$

E) $x : y : z = 1 : \sqrt{2} : 2$

PROBLEMA 6:
Si: A es 3 ; C es 12 ; D es 24 y F es 96; BAEDAD se deletrearía:

A) 734824423 B) 634824324
C) 634824423 D) 364824325
E) 734824324

PROBLEMA 7:
Halle un número de 4 cifras que multiplicado por 7 da como resultado un número que termina en 1 023. Dar como respuesta la suma de sus 4 cifras

A) 24 B) 18 C) 23 D) 25 E) 26

PROBLEMA 8:
Hallar un número de 2 cifras sabiendo que su C.A es igual a la Suma de su 2 cifras. Dar como respuesta el producto de sus dos cifras.

A) 24 B) 36 C) 48 D) 40 E) 56

PROBLEMA 9:
Efectuar:

$$\left(a : \left((a^2 : a^3) : a^{-2}\right)\right) \cdot \left(a : (a : a^2)\right)$$

A) a^2 B) a C) a^{-1} D) 1 E) a^{-2}

PROBLEMA 10:
Preguntado Miguel por su edad, éste responde: "Mi edad es $\frac{2}{3}$ de mi edad más $\frac{20}{3}$ de año". ¿Cuántos años tiene Miguel?

A) 15 B) 18 C) 20 D) 25 E) 12

PROBLEMA 11:
Hallar "n" si hay "n" radicales en cada uno de los miembros:

$$\sqrt{a\sqrt{a\ldots\ldots\sqrt{a}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\ldots\ldots\sqrt{a^{255}}}}}$$

A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) N.A

PROBLEMA 12:
La suma de 500 números enteros consecutivos es igual a 999 veces el número menor. Hallar el mayor de los números. (Dar como respuesta la suma de sus cifras)

A) 20 B) 18 C) 19 D) 16 E) 21

PROBLEMA 13:
Se define la siguiente operación mediante:

$$a^n \Delta b = \frac{a-b}{n}$$

Hallar el menor valor de: $64 \Delta (4 \Delta 1)$

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{2}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

PROBLEMA 14:
¿Cuál es el menor número entero que multiplicado por 13 da como resultado un número cuyas cifras son todas iguales a 6? Dar como respuesta la suma de sus cifras

A) 12 B) 9 C) 15 D) 18 E) 24

PROBLEMA 15:
¿Cuántas de las siguientes fracciones son menores que $\frac{2}{3}$?

$$\frac{3}{5};\ \frac{5}{8};\ \frac{7}{12};\ \frac{11}{15};\ \frac{13}{20}$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) todas

PROBLEMA 16:
Si la media aritmética de dos números es 16 veces la media armónica. ¿Cuántas veces la media armónica será la media geométrica?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 16 E) N.A

PROBLEMA 17:
¿Cuál es el cociente entre el tercio proporcional y el tercio diferencial de los números 9 y 5?

A) 4 B) 3 C) 2,7 D) 2,2 E) 1,7

PROBLEMA 18:
Si:

$$m \Delta n = \frac{(1+1)+(1+2)+(1+3)+\ldots\ldots+(1+n)}{m}$$

Hallar el valor de: $\dfrac{80 \Delta 60}{40 \Delta 20}$

A) $\frac{189}{46}$ B) $\frac{189}{23}$ C) $\frac{189}{64}$ D) $\frac{189}{43}$ E) N.A

PROBLEMA 19:
Siendo $450\,000 = 4{,}5 \cdot 10^m$; indicar el valor de:

$$E = (m \cdot 10^{-3})^2$$

A) $2{,}5\ (10^{-5})$ B) $(2{,}5)\ 10^{-5}$ C) $(2{,}5)\ 10^{-4}$
D) $(2{,}5)\ 10^{-3}$ E) 1

PROBLEMA 20:
Compré cierto número de caramelos a 5 caramelos por 6 soles. Comí $\frac{1}{3}$ de los caramelos y vendí el resto a 4 caramelos por 9 soles, obteniendo una ganancia de 9 soles. ¿Cuántos caramelos comí?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 10 E) 4

PROBLEMA 21:
La expresión $\sqrt{xy}$ es un número racional si:

A) $x = \frac{0{,}04}{y}$ B) $x = 4\pi;\ y = \pi$ C) $x = -y$

D) $x = 9y$ E) $\frac{x}{y} = y$

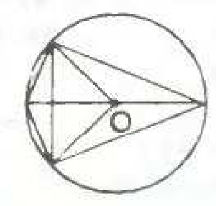
PROBLEMA 22:

Un cubo de 4 cm de arista se divide en cubitos de 1 cm de arista y se pintan todos a 5 centimos de sol el cm^2. Entonces, pintarlos todos cuesta en soles

A) 1 920 B) 19,2 C) 192 D) 0,192 E) 1,92

PROBLEMA 23:

En la figura hay en total



A) 8 Δrectángulos y 7 isósceles

B) 6 Δrectángulos y 5 isósceles

C) 2 Δequiláteros y 10 escalenos

D) 3 cuadriláteros y 13 triángulos

E) Todas la alternativas anteriores son falsas

PROBLEMA 24:

Un reloj emplea "T" segundos en dar "n" campanadas. ¿Cuántas campanadas dará en "2T" segundos? siendo uniforme el tiempo entre campanada y campanada

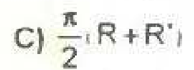
A) 2n B) 2n - 1 C) 2 (n - 1)

D) $n/2$ E) 2n + 1

PROBLEMA 25:

Hallar el perímetro de la figura, si el arco mayor es una semicircunferencia de radio R y el arco menor es un cuarto de circunferencia de radio R'.

A) $\frac{\pi}{4}(4R+R')$


B) $\frac{\pi}{2}(2R+R')$

C) $\frac{\pi}{2}(R+R')$ D) $\frac{\pi}{4}(2R+R')$ E) N.A.

PROBLEMA 26:

En un tablero de ajedrez se coloca en el primer casillero un grano de arroz, en el segundo casillero 2 granos, en el tercer casillero 4 granos, en el cuarto casillero 8 granos, y así sucesivamente. Determinar la cantidad de granos de arroz que habrá en el tercer casillero de la cuarta fila

A) 2^{24} B) 2^{25} C) 2^{26} D) 2^{27} E) 2^{28}

PROBLEMA 27:

Si el cuadrado de un número de 2 dígitos se le resta el cuadrado del número formado por los dos dígitos en orden invertido, el resultado es divisible por:

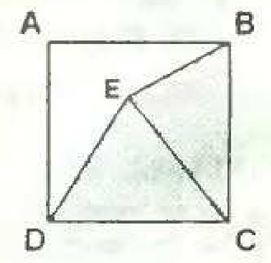
A) 7 B) El producto de sus dígitos

C) La suma de los cuadrados de los dígitos

D) La diferencia de los dígitos E) 13

PROBLEMA 28:

Hallar el área achurada, si ABCD es un cuadrado de $\sqrt{4(\sqrt{3}-1)}$ metros de lado y DEC es un triángulo equilátero



A) $(\sqrt{3} - 1)\ m^2$

B) $(\sqrt{3} + 1)\ m^2$

C) $2(\sqrt{3} - 1)\ m^2$

D) $2\ m^2$

E) $4\ m^2$

PROBLEMA 29:

Si: $f(n) = x^n + y^n$; $f(1) = 2$; $f(2) = 3$

Calcular: f (5)

A) $30/7$ B) $6/5$ C) 29 D) 18 E) $29/2$

PROBLEMA 30:

Un rollo de tela sirve para hacer 24 uniformes de colegio, si por cada uniforme se necesitan 1,6 metros de tela más el 10 % del total para los tirantes. ¿Cuánto mide el rollo de tela?

A) 38,78 m. B) 40,8 m. C) 42,24 m.

D) 42,66 m. E) N.A.

PROBLEMA 31:

Calcular "x" si

$$\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^2}}}^{\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^2}}}^5} = 5$$

A) 5 B) $\frac{1}{5}$ C) $\sqrt[5]{5}$ D) $\sqrt{5}$ E) $5\sqrt{5}$

PROBLEMA 32:

Si a un número diferente de cero le sumamos cuatro, duplicamos el resultado, elevamos al cuadrado el producto; al resultado le restamos 64 y luego lo dividimos entre el número original y le restamos 32. ¿Qué operación se necesita hacer con el número resultante para obtener el doble del original?

A) duplicarlo B) restarle 20
C) triplicarlo D) sumarle 20
E) obtener su mitad

PROBLEMA 33:

Si los $\frac{2}{3}A$, $\frac{3}{4}B$ y $\frac{4}{5}C$ son entre sí como 4; 5 y 6. Hallar B, si: A + C = 486

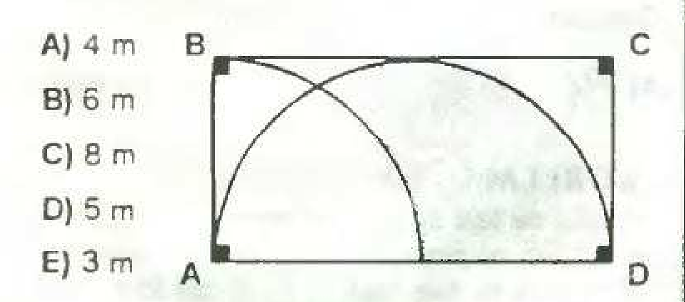
A) 124 B) 243 C) 245 D) 240 E) 145

PROBLEMA 34:

En la figura mostrada:
"E" y "A" son los puntos centros de los arcos, hallar: $\overline{AB}$; si el área achurado es

$3(2\pi + 3\sqrt{3})m^2$

A) 4 m
B) 6 m
C) 8 m
D) 5 m
E) 3 m



PROBLEMA 35:

Si: $Log_a 2 = A$; $Log_a 6 = B$

Hallar $Log_a \frac{4a}{9}$

A) 4A - 2B + 1 B) 4B - 2A + 1
C) 2A - 2B + 1 D) 2B - 2A + 1
E) 1 - 2B

PROBLEMA 36:

Dado los conjuntos
A = {a, b} y B = {a, c, d}
Hallar

$$(A \times B) \cap (B \times A) = ?$$

A) conjunto vacío B) 1 elemento
C) 2 elementos D) 3 elementos
E) 4 elementos

PROBLEMA 37:

Se tiene 4 números enteros: 12, 7, 4 y "x". ¿Cuál es el mayor valor que debe tomar "x" para que el promedio aritmético de los 4 números sea un número de una sóla cifra?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

CLAVE DE RESPUESTAS

1. E	13. E	25. B
2. B	14. D	26. C
3. A	15. A	27. D
4. B	16. C	28. D
5. D	17. C	29. E
6. B	18. A	30. D
7. E	19. B	31. C
8. C	20. D	32. E
9. A	21. A	33. D
10. C	22. B	34. B
11. A	23. A	35. A
12. A	24. B	36. B
		37. A

EXAMEN TIPO ADMISION Nº 10

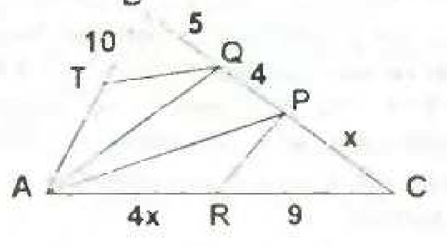
TIEMPO: 1 HORA | 36 PREGUNTAS

PROBLEMA 1:
Si se cuenta con tres números consecutivos (positivos). Hallar el número central de tal manera que el producto del menor y el mayor sea menor que el cuadrado del central, más el doble del mismo por 15 unidades

A) 4 B) 13 C) 11 D) 7 E) 9

PROBLEMA 2:
Calcular el perímetro del triangulo ABC si $\overline{PR} // \overline{AQ}$ y $\overline{QT} // \overline{PA}$

A) 47
B) 35
C) 51
D) 29
E) 53



PROBLEMA 3:
Si $n(A) = 2n(B)$ y

$$n[Pot(A)] - n[Pot(B)] = 240$$

Hallar el valor de "n(A)"

A) 10 B) 8 C) 12 D) 6 E) 14

PROBLEMA 4:
150 alumnos rindierón una prueba que contiene los cursos A, B y C con el siguiente resultado:
* Se anuló 20 pruebas y el resto aprobó por lo menos un curso
* Los que aprobarón "A" no aprobarón ningún otro curso
* Hay 30 alumnos que aprobarón sólo 2 cursos

¿Cuántos aprobarón un sólo curso?

A) 110 B) 100 C) 90
D) 80 E) 50

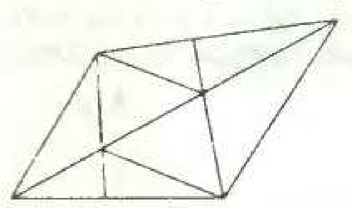
PROBLEMA 5:
Hallar "K" si el número

$N = 18 . 24^k$ tiene 98 divisores

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

PROBLEMA 6:
¿Cuantas veces como mínimo debe levantarse el lápiz para construir la siguiente figura?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



PROBLEMA 7:
Si "M" y "N" sn números enteros positivos y su promedio es 64 ¿Cuantos valores diferentes puede tomar "M" ?

A) 63 B) 64 C) 127 D) 128 E) N.A

PROBLEMA 8:
Hallar el valor de "E":

$$E = \sqrt[2a]{\frac{2^{(a+1)(a+2)} \cdot 2^{(a+2)(a+3)}}{2^{(a-1)(a-2)} \cdot 2^{(a-2)(a-3)}}}$$

A) 64 B) 128 C) 256 D) 32 E) 512

PROBLEMA 9:
De las 45 frutas (manzanas y naranjas) que tiene una frutera, vende la tercera parte de las manzanas y la onceava parte de las naranjas. ¿Cuántas frutas le quedan?

A) 42 B) 7 C) 45 D) 38 E) N.A

PROBLEMA 10:
Antonio le dice a Luis:si al doble de la edad que tenias hace 5 años le aumentas la edad

de Jose a quien le llevas 3 años y a esta suma le quitas "P" años sera la edad que yo tengo. ¿Cuántos años tiene Antonio si Luis tiene (P - 2) años?

A) 2P - 19 B) 2P C) 2P - 17
D) 2P - 15 E) N A

PROBLEMA 11:

Si se multiplican trece numeros impares y el producto es impar ¿Cuántos de los números enteros deben ser impares?

A) 2 B) 4 C) 11 D) 12 E) 13

PROBLEMA 12:

Al girar la parte "achurada" (sombreada o rayada) de la figura en torno al eje de las abcisas se engendra un cuerpo cuyo volumen es

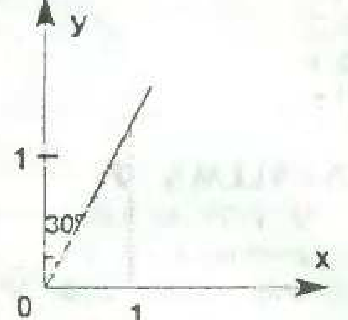
A) π

B)

C) 3π

D) 2π 3

E) $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$



PROBLEMA 13:

Un cuadrado se inscribe en una circunferencia de diametro "a" y sobre este conjunto se inscriben circunferencias y cuadrados respectivamente, uno despues del otro, indefinidamente. Hallar la suma de las áreas de los cuadrados inscritos.

A) $a^2/3$ B) $a^2/5$ C) a^2 D) $2a^2$ E) $3a^2$

PROBLEMA 14:

Si: $(x^2 + x + 1)^2$ es mayor que "y" en la misma medida en que éste excede a: $(x^2 - x + 1)^2$; Entonces "y" vale:

A) $x^4 + 3x^2 + 1$ B) $2x^4 + x^2 + 1$ C) $x^2 + x + 1$
D) $x^2 - x + 1$ E) $x^4 + x^2 + 1$

PROBLEMA 15:

Sea "S_x" la suma de los divisores positivos del numero "x". Hallar $S_6 + S_{15}$

A) 34 B) 15 C) 24 D) 36 E) 30

PROBLEMA 16:

Si se efectua 7^{-3}, la cifra de unidades del producto final es

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

PROBLEMA 17:

¿Cuantos números enteros comprendidos entre 200 y 500 son divisibles por 7?

A) 43 B) 45 C) 44 D) 42 E) 46

PROBLEMA 18:

Una persona a fin de formar el juego de la "PIRAMIDE" reune a 2 personas el primer Domingo, las cuales deberán llevar cada una otras dos el siguiente Domingo, estas a su vez cada una dos más y así sucesivamente. Después de 9 Domingos, cuántos serán los nuevos socios convocados solo en la última reunión

A) 480 B) 256 C) 512 D) 1 024 E) 900

PROBLEMA 19:

En el problema anterior cuántos componen en total la "PIRAMIDE".

A) 2 047 B) 2 048 C) 1 024
D) 1 025 E) 1 200

PROBLEMA 20:

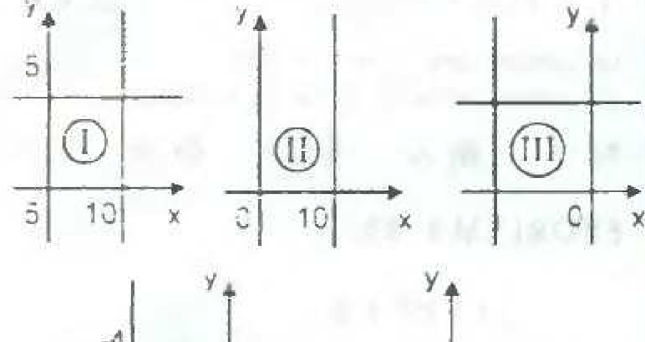
Si: $t = x + \frac{1}{x}$. Hallar el valor de:

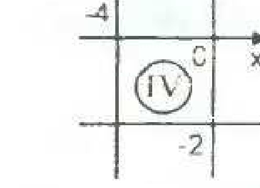
$E = t + \frac{1}{t}$; cuando "x" toma el valor de "$\frac{1}{2}$"

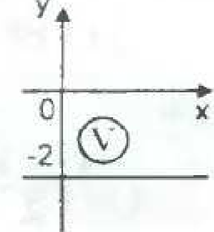
A) 1 B) ± 2 C) $\pm \frac{5}{2}$
D) -1 E) 0

PROBLEMA 21:

Los puntos situados en la parte "achurada" de los graficos I al V cumplen con las condiciones siguientes, de los cuales marcara la alternativa correcta







A) I : $10 < x$; $y < 5$
B) II : $x > 10$; $y = 0$
C) III : $-4 > x$; $y \leq -4$
D) IV : $x < -4$; $y < -2$
E) V : $x > -2$; $y \leq -2$

PROBLEMA 22:

Si $f(x) = x + x^{-1}$ proporcionar el equivalente de la expresión $f\left(b + \sqrt{b^2 - 1}\right)$

A) b B) 2b C) 3b D) 4b E) 5b

PROBLEMA 23:

Se desea plantar arboles equidistantes a lo largo de una avenida y en un tramo "2b" Km. Si para los "b" primeros Kms. se han empleado "n" arboles. ¿Cuantos mas harán falta?

A) n B) n - 1 C) n + 1
D) n - 2 E) n + 2

PROBLEMA 24:

"a" monedas del pais "A" equivalen a "b" monedas del pais "B", "a" monedas del pais "B" equivalen a "d" monedas del pais "D". ¿Cuántas monedas del pais "A" equivalen a "b" monedas de "D"?

A) $^{a^2}/_{d}$ B) $^{ad}/_{b}$ C) $^{a^2}/_{b}$
D) [illegible]/$_{a}$ E) $^{ab}/_{d}$

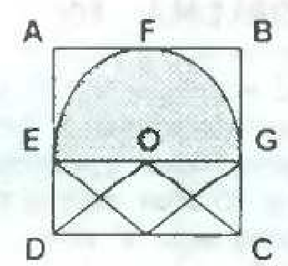
PROBLEMA 25:

De 10 a.m. a 3 p.m. la temperatura aumenta uniformente de -8°C a 22°C. ¿Cuál es la temperatura a medio dia?

A) -4°C B) -2°C C) 0°C D) 4°C E) 15°C

PROBLEMA 26:

Calcular el valor del área sombreada, si ABCD es un cuadrado de 4m. de lado y el arco EFG tiene por centro "O" y por radio OE (mitad del lado)



A) $(\pi + 1)\ m^2$
B) $2(\pi + 1)\ m^2$
C) $(\pi + 2)\ m^2$
D) $2(\pi + 2)\ m^2$
E) $2(\pi - 1)\ m^2$

PROBLEMA 27:

Partiendo de "P" avanzo 57 metros a la derecha para luego volver a moverme retrocediendo 130 metros a la izquierda. ¿Luego de 73 movimientos dondé me encuentro?

A) 5 329 m. a la izquierda de "P"
B) 2 628 m. a la izquierda de "P"
C) 2 571 m. a la izquierda de "P"
D) A la derecha de "P"
E) N.A.

PROBLEMA 28:

Una persona desorientada en una ciudad donde hay por costumbre orientarse utilizando los puntos cardinales y el número de cuadras que hay por caminar; Pregunta a un policia por la dirección de su hotel y éste le responde: E4 - N2 - O6 - S5. Desconfiando del policia, pregunta a tres personas más, que dicen.

A = N3 - O6 - S6 - E4
B = E2 - S5 - O4 - N4
C = E3 - S4 - O5 - N1

Si la respuesta del policia fue correcta. ¿Cuál de las siguientes también lo fué?

A) Sólo A B) Sólo B C) Sólo C
D) A y B E) A y C

PROBLEMA 29:

Si $x^3 + \frac{1}{x^3} = 6;\ x + \frac{1}{x}$

Hallar el V.N de $x^4 + \frac{1}{x^4}$

A) 35 B) 47 C) 51 D) 23 E) 61

PROBLEMA 30:

Maria le dice a Rosa: Si al doble de la mitad de la edad que tenias hace 10 años se le aumenta la edad de tu hijo menor, el cual tiene 10 años menos que el mayor y tu le llevas al mayor 20 años, sera la edad que tengo.
Si Rosa tiene "x" años. ¿Cuántos años tiene Maria?

A) x - 20 B) 2x - 40 C) 2x - 20
D) 2x E) x + 20

PROBLEMA 31:

Si a los dos términos de la fracción $3/2$ se le suma una cierta cantidad "x" y a la nueva fracción que se obtiene se le resta "x"; resulta la misma fracción. ¿Cuál es el valor de "x"?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{-5}{2}$ E) $\frac{-3}{2}$

PROBLEMA 32:

Hallar: $x^3 - y^3$; si:

$$\frac{x + y + xy}{xy} = \frac{x + y + 4}{x + y}$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) x + y E) $x^2 + y^2$

PROBLEMA 33:

Un número de dos cifras es igual a "m" veces la suma de sus cifras; en cambio el mismo número pero con las cifras invertidas, resulta ser "n" veces la suma de sus cifras. Entonces (n + m) es:

A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) No es posible saber

PROBLEMA 34:

En la sucesion

$(a^7 + 8), (a^{12} + 15), (a^{17} + 22), \ldots\ldots (a^x + y)$

se cumple que $x + y = 303$
¿Cuantos terminos tiene la sucesion?

A) 18 B) 20 C) 23 D) 24 E) 25

PROBLEMA 35:

Si

$(a + b)2 = S$ ....(1)
$(a - b)2 = D$ ....(2)

Hallar

$$\frac{(a^2 + b^2)}{2}$$

A) $\frac{S + D}{4}$ B) $\frac{S + D}{2}$ C) $\frac{S D}{2}$
D) 2 (S + D) E) S + D

PROBLEMA 36:

¿Cuál de las expresiones representa a la zona achurada del diagrama que se muestra?

A) $A \cap B$
B) $(A - B) \cap C$
C) B - A - C
D) $(A \cap B) - C$
E) B - C

CLAVE DE RESPUESTAS

1. D	**10.** A	**19.** D	**28.** E
2. C	**11.** E	**20.** C	**29.** B
3. B	**12.** A	**21.** D	**30.** B
4. B	**13.** C	**22.** B	**31.** D
5. C	**14.** A	**23.** B	**32.** A
6. A	**15.** D	**24.** A	**33.** C
7. C	**16.** E	**25.** D	**34.** E
8. C	**17.** D	**26.** B	**35.** A
9. D	**18.** C	**27.** A	**36.** D

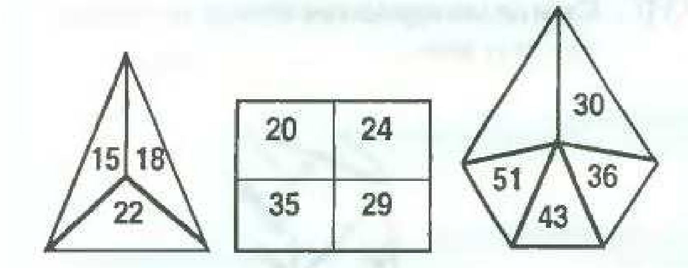
PSICOTECNICO 46

Objetivo: *El exámen psicotécnico que con fines de selección y orientación tiene por objetivo explorar y clasificar las aptitudes de los postulantes mediante pruebas adecuadas como de inteligencia y personalidad puntos de mucha importancia en el postulante para su positiva adaptación al medio al cual postula sea UNIVERSIDADES, ESCUELAS MILITARES, POLICIAS e INSTITUTUOS SUPERIORES.*

La intención del autor en el presente trabajo es de dar una visión panoramica de las pruebas Psicotécnicas.

PRUEBA Nº 1

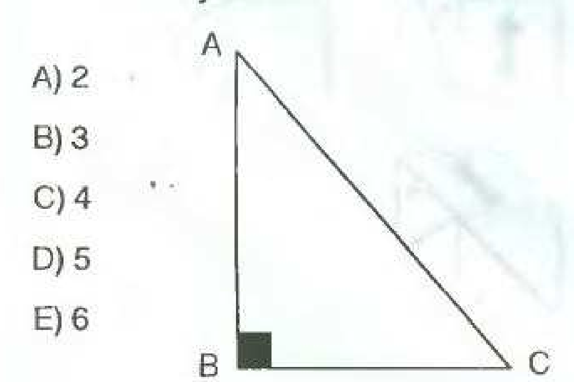
①. Completar el número que falta:



A) 59 B) 61 C) 24 D) 26 E) 25

②. Cuántos segmentos como mínimo, se necesitan trazar en el interior del triángulo rectángulo isósceles ABC para obtener cuatro triángulos rectángulos de igual forma y tamaño.

A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6

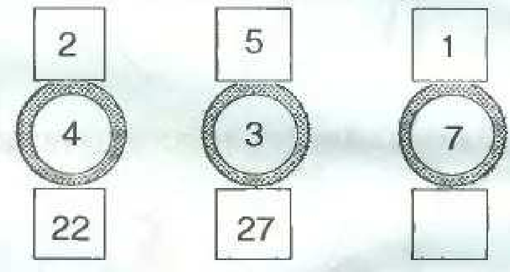


③. ¿Qué número falta en este esquema?

A) 36
B) 12
C) 81
D) 6
E) 125

0	1	2	3
1	2	3	4
1	2	9	?

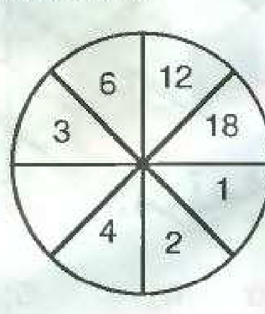
④. Completar el número que falta:



A) 31 B) 32 C) 17 D) 24 E) 18

⑤. ¿Qué número falta?

A) 7
B) 8
C) 6
D) 11
E) 14



⑥. Cuántos palitos de fósforos debes mover para que formes 3 cuadrados iguales.

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

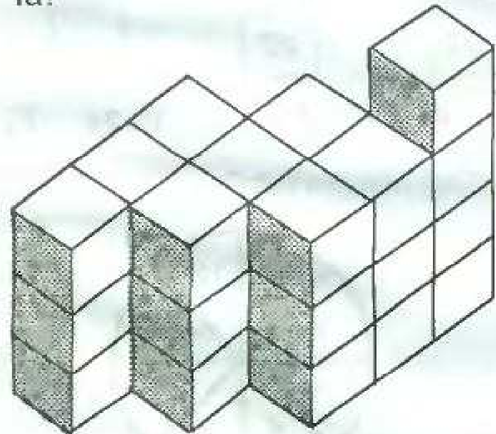
⑦. La figura mostrada se ha formado con 12 fósforos. ¿Cuántos de estos fósforos se deben retirar para que no quede ningún triángulo?

A) 6
B) 5
C) 4
D) 3
E) 2

⑧. Cuando se intersectan 2 circunferencias se forman como máximo 3 regiones, según se observa en la figura. ¿Cuántas regiones se formarán como máximo con 4 circunferencias.

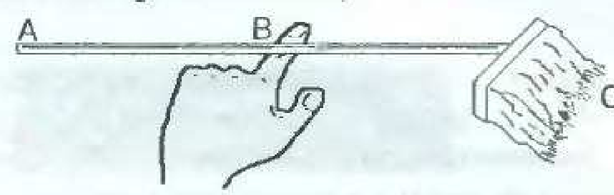
A) 10
B) 11
C) 12
D) 13
E) 14

⑨. ¿Cuántos cubos hay en la siguiente figura?



A) 24 B) 26 C) 18 D) 28 E) 22

⑩. Un escobillón es mantenido en equilibrio sobre un dedo, tal como se indica en la figura, entonces (Suponiendo que el mango es uniforme).



A) La porción AB y la porción BC pesan iguales.

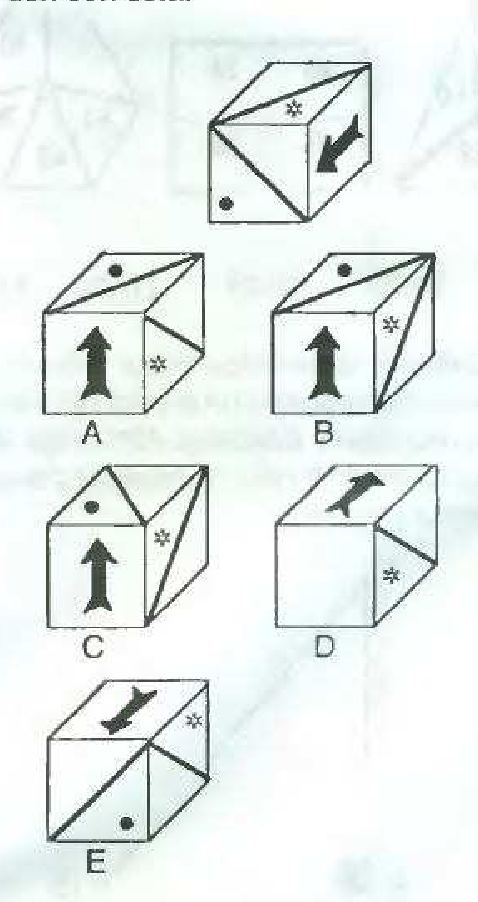
B) La porción AB pesa más que la porción BC.

C) La porción AB pesa menos que la porción BC.

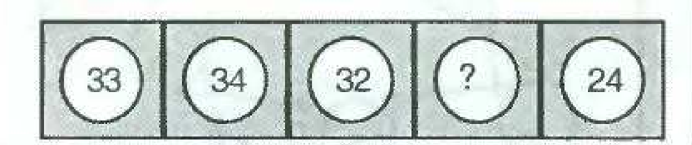
D) Las tres respuestas anteriores pueden ser correctas.

E) Ninguna anterior.

⑪. Cuál de las siguientes figuras corresponden con esta:

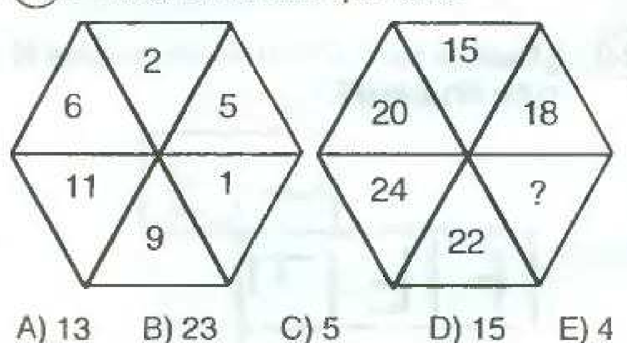


(12). ¿Qué número falta en el arreglo siguiente?



A) 36 B) 84 C) 40 D) 144 E) 96

(13). Hallar el número que falta:

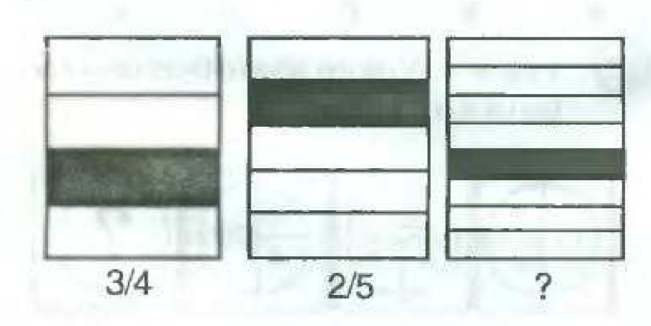


A) 13 B) 23 C) 5 D) 15 E) 4

(14). ¿Cuántas personas como mínimo hay en seis filas de tres personas cada fila?

A) 18 B) 9 C) 10 D) 8 E) 7

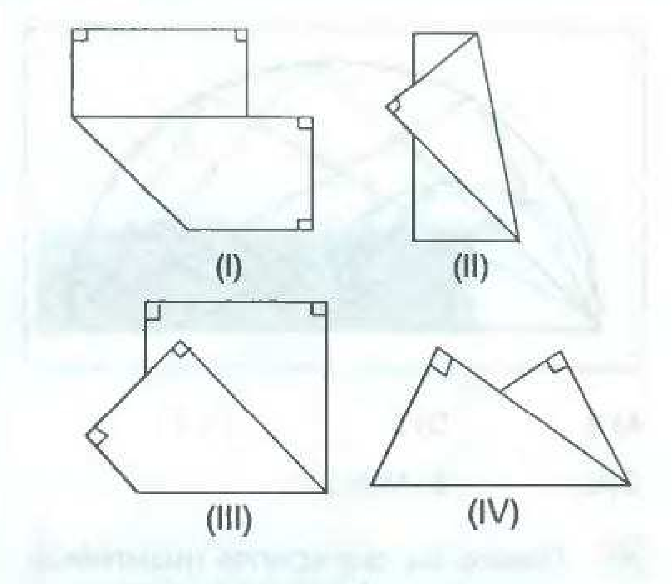
(15). Hallar el número que falta:



A) 1/6 B) 4/8 C) 4/7

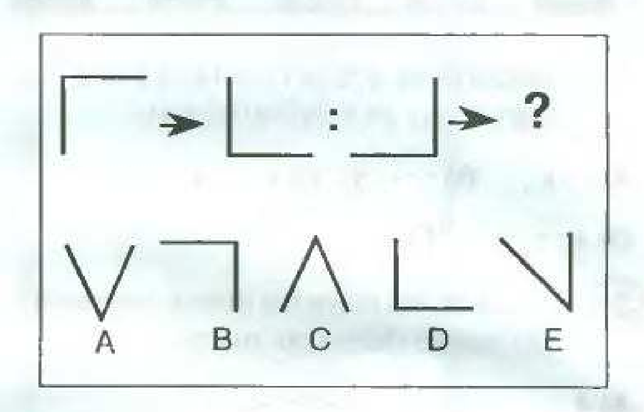
D) 5/8 E) 6/8

(16). ¿Cuántas de las siguientes formas aparecen al doblar una hoja de papel rectángular? (Dar el número).



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

(17). De las cinco figuras, ¿Cuál de ellas hace que se cumpla la siguiente analogía?



(18). De la figura mostrada: ¿Cuántos segmentos se deben retirar para que no quede ningún cuadrilatero?

a) 1

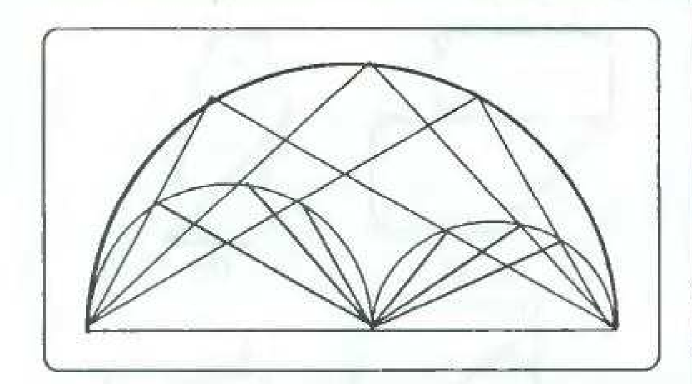
b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

(19). ¿Cuántos triángulos rectángulos hay en la siguiente figura?



A) 3 B) 5 C) 7

D) 9 E) Ninguno

(20). Realice las operaciones matemáticas que desee con los números que se muestran a continuación:

procurando que el resultado sea 5, los signos que se emplearon son:

A) - ; x ; : B) : ; - ; x C) - ; : ; x

D) + ; : ; x E) x ; - ; +

(21). ¿Cuál de los números que se ven dentro del circulo difiere del resto?.

A) 4

B) 621

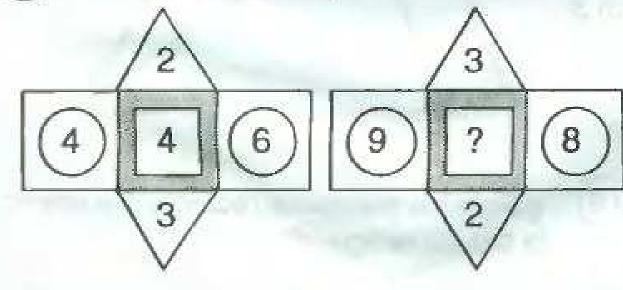
C) 263

D) 322

E) 1223

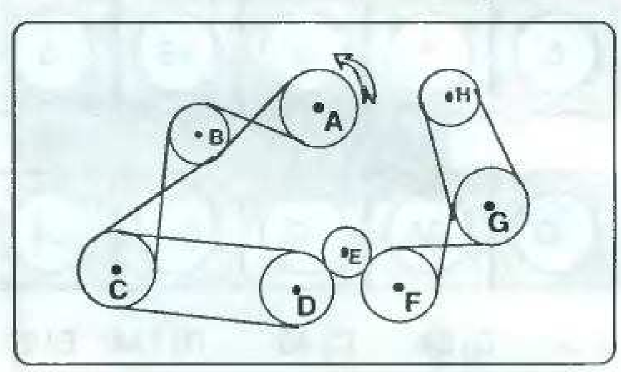
621
43 263
431
1 223
322 216

(22). Hallar el número que falta:



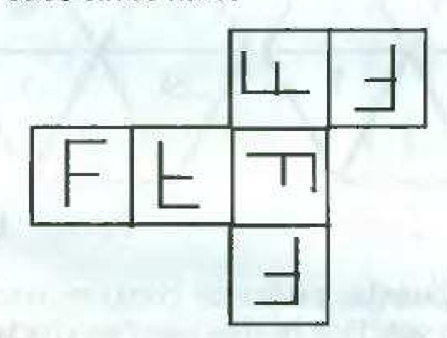
A) 6 B) 8 C) 9 D) 14 E) 12

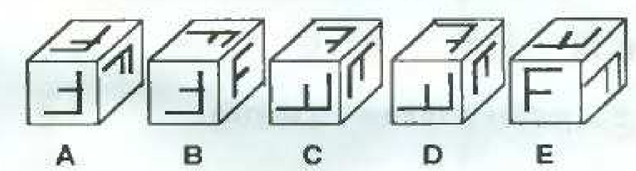
(23). Si el engranaje "A" se mueve como indica la flecha. Hallar cuántos engranajes se mueven en sentido antihorario.



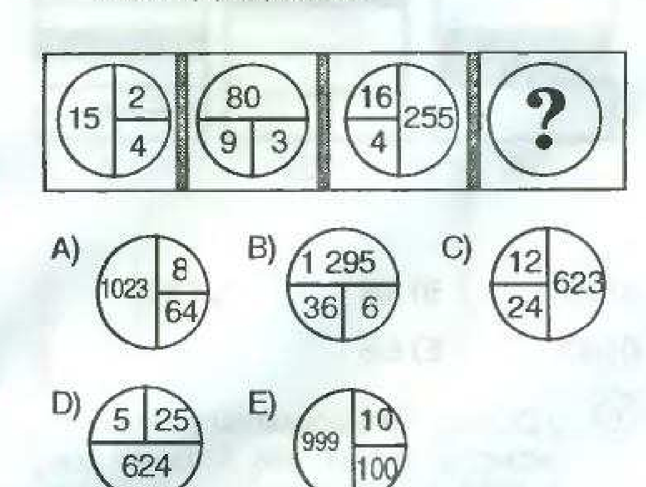
A) 6 B) 4 C) 5 D) 7 E) 3

(24). ¿Cuál de los cubos armados es igual al cubo sin armar?.



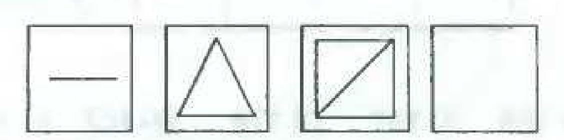


(25). Indicar cuál de las alternativas es la continuación. Correcta:

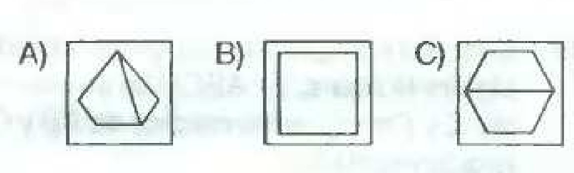


PRUEBA Nº 2

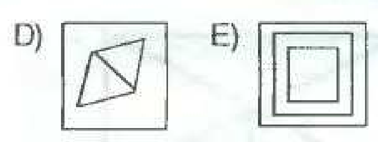
(1). Identificar la figura que tiene una sucesión lógica con las anteriores.



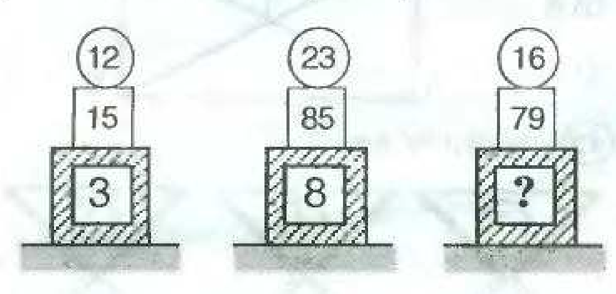
A) B) C)



D) E)

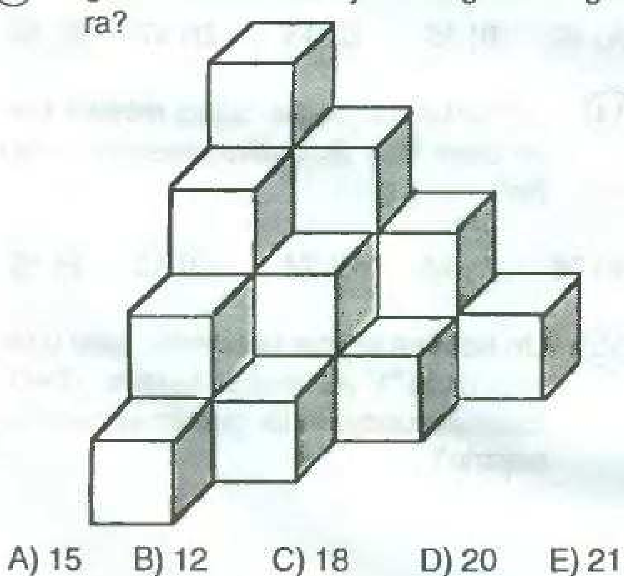


(2). Hallar el número que falta:



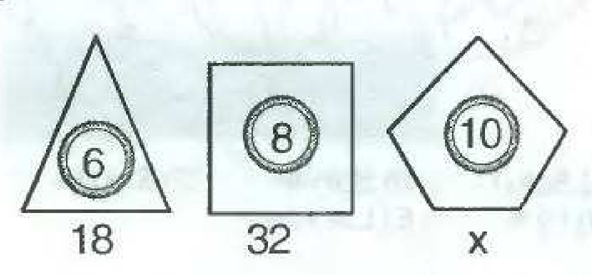
A) 18 B) 13 C) 11 D) 9 E) 28

(3). ¿Cuántos cubos hay en la siguiente figura?



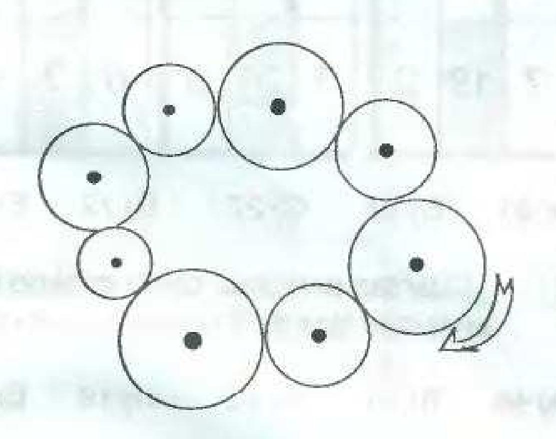
A) 15 B) 12 C) 18 D) 20 E) 21

(4). Hallar "x" en:



A) 46 B) 48 C) 50 D) 60 E) 84

(5). Hallar, cuántos engranajes se mueven en sentido horario.



A) 4 B) 5 C) 6

D) Faltan datos E) Ninguna

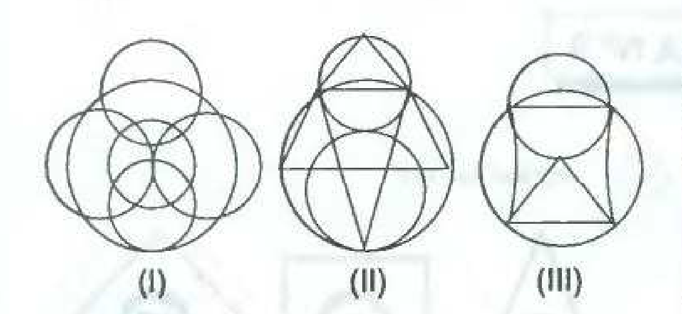
(6). Hallar "x - y" en:

3	5	14
5	6	31
2	x	11

6	3	39
7	2	51
y	8	17

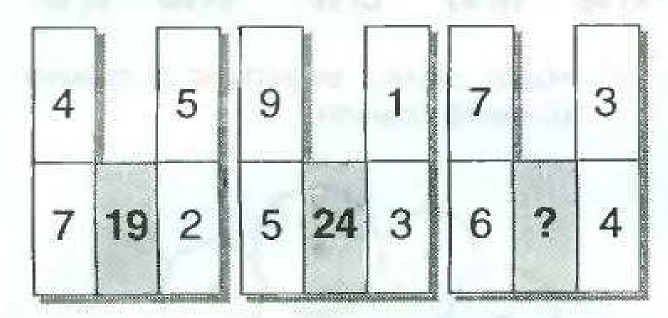
A) 10 B) 6 C) 4 D) 3 E) 9

(7). ¿Cuál(es) de estas figuras se pueden dibujar de un sólo trazo, es decir, sin pasar dos veces por la misma línea y sin levantar el lápiz?.



A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) I y II E) Los tres.

⑧. Hallar el número que falta:

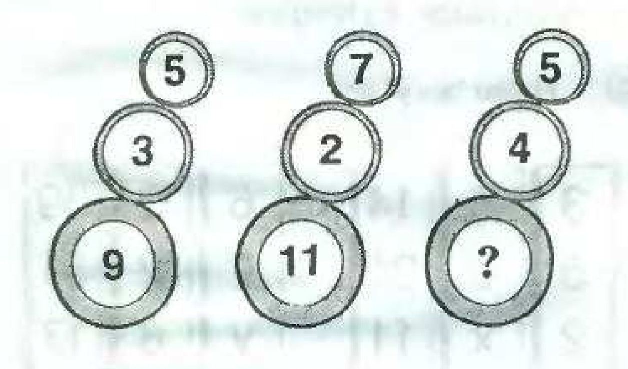


A) 31 B) 29 C) 27 D) 72 E) 54

⑨. ¿Cuántas personas como mínimo hay en nueve filas de 5 personas cada fila?

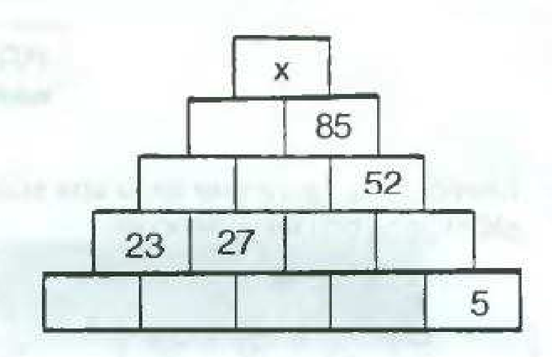
A) 45 B) 30 C) 10 D) 19 E) 7

⑩. Hallar el número que falta:



A) 13 B) 7 C) 15 D) 18 E) 21

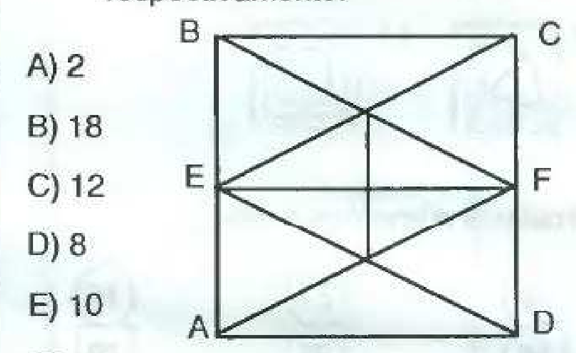
⑪. Debajo de cada resultado hay dos casillas cuyos números sumados dan dicha cantidad. Dar como respuesta el valor de "x".



A) 168 B) 137 C) 178 D) 187 E) 192

⑫. Cuántos triángulos rectángulos hay en la siguiente figura, Si: ABCD es un cuadrado, E y F son puntos medios de AB y CD respectivamente.

A) 2
B) 18
C) 12
D) 8
E) 10



⑬. Hallar "x" en:

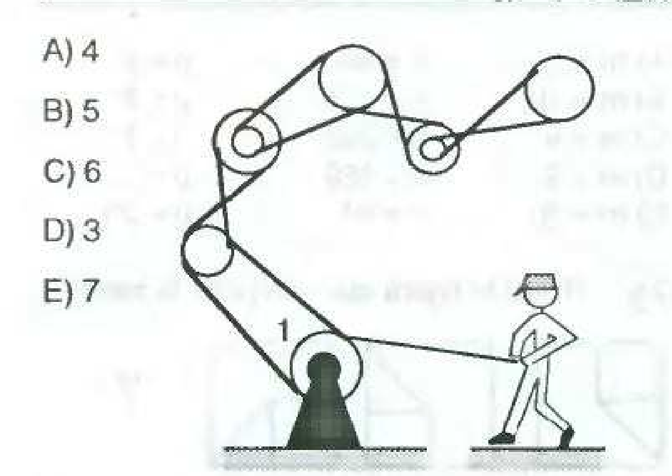
A) 45 B) 35 C) 43 D) 37 E) 46

⑭. ¿Cuántas personas como mínimo hay en siete filas de cuatro personas cada fila?

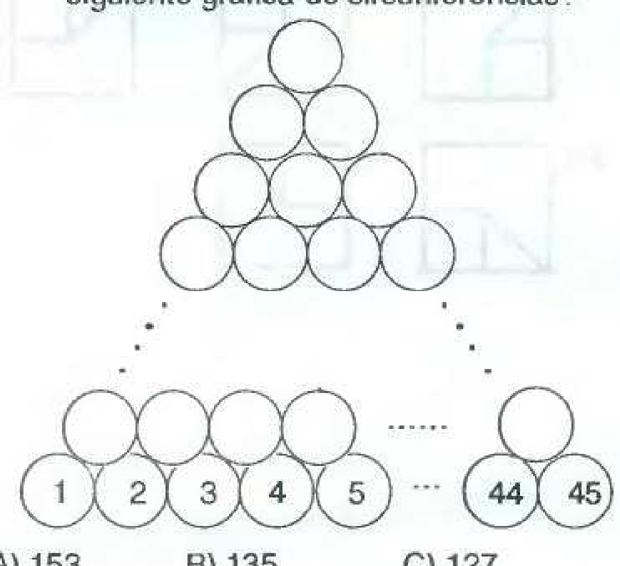
A) 28 B) 26 C) 24 D) 13 E) 16

⑮. Un hombre al jalar la cuerda, hace girar a la rueda "1" en sentido horario. ¿Decir cuántas ruedas más girarán en sentido horario?

A) 4
B) 5
C) 6
D) 3
E) 7

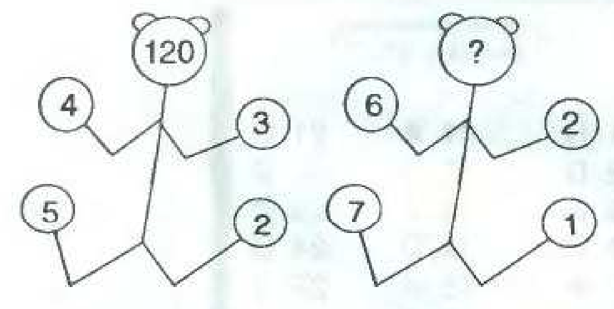


(16). ¿Cuántos puntos de contacto hay en la siguiente gráfica de circunferencias?



A) 153 B) 135 C) 127
D) 138 E) N.A.

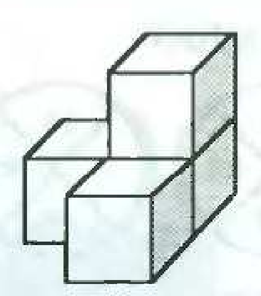
(17). Qué número falta en:



A) 36 B) 48 C) 84 D) 68 E) 72

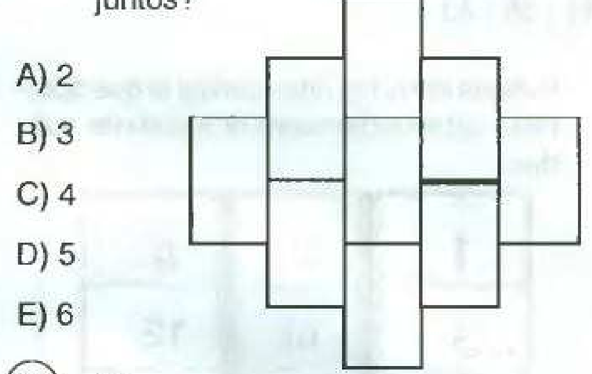
(18). La parte exterior de este conjunto de bloques esta pintada. ¿Cuántas caras se necesitó pintar?

A) 16
B) 18
C) 15
D) 19
E) 20



(19). Dado 9 rectángulos como se indica en la figura. ¿Cuál es el mínimo número de colores a emplearse de modo que no se tengan 2 rectángulos del mismo color juntos?

A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6



(20). Si:

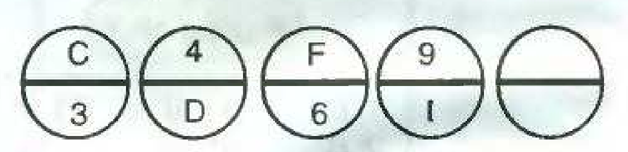
4 + 2 = 8 ; 3 + 6 = 11 ; 7 + 8 = 17

Calcular el valor de:

[(4 + 3) + (2 + 1)] + [(3 + 2) + (4 + 1)

A) 28 B) 30 C) 32 D) 34 E) 36

(21). ¿Qué número y que letra faltan para completar la sucesión:



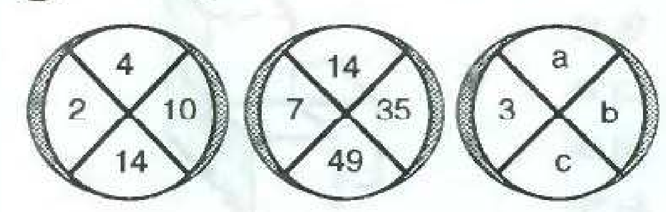
A) 8 y L B) K y 7 C) L y 12
D) M y 13 E) N y 14

(22). ¿Qué palabra falta?

CAMISA (AMOR) ORIVE
MASIVO (....) PASTO

A) PATO B) TOMA C) MATO
D) ASPA E) POTA

23. En la figura:



Los valores de a, b y c son respectivamente.

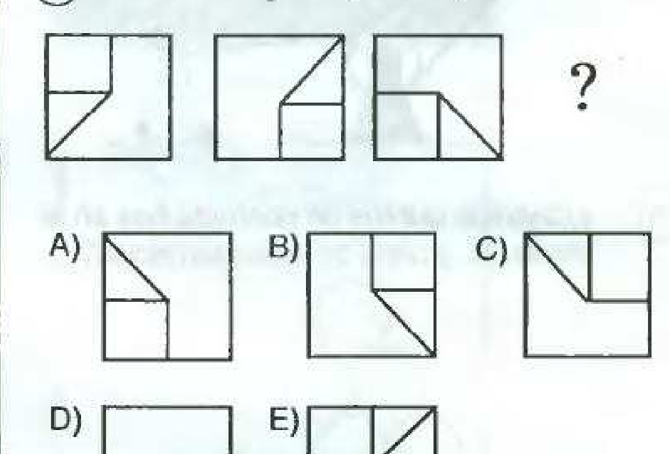
A) 18 ; 45 ; 63
B) 6; 12 ; 16
C) 6 ; 15 ; 21
D) 9 ; 18 ; 45
E) 12 ; 39 ; 43

24. Indique entre las alternativas la que completa adecuadamente el siguiente cuadro:

1	2	p
4	m	12
16	32	48
64	n	192

A) m = 6 ; n = 64 ; p = 4
B) m = 10 ; n = 128 ; p = 2
C) m = 6 ; n = 256 ; p = 6
D) m = 8 ; n = 128 ; p = 3
E) m = 30 ; n = 64 ; p = 36

25. Hallar la figura que completa la serie:



CLAVE DE RESPUESTAS

Prueba Nº 1

1. E	11. B	21. C
2. B	12. E	22. E
3. D	13. D	23. B
4. A	14. E	24. E
5. C	15. D	25. D
6. B	16. D	
7. D	17. B	
8. D	18. C	
9. D	19. D	
10. A	20. C	

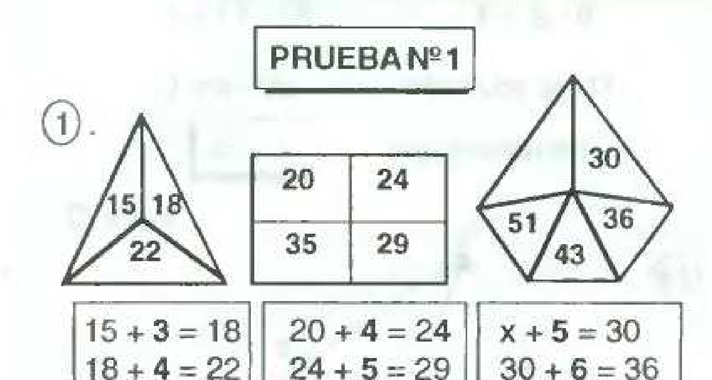
Prueba Nº 2

1. C	11. A	21. D
2. D	12. C	22. D
3. D	13. C	23. C
4. C	14. D	24. D
5. A	15. A	25. C
6. C	16. B	
7. E	17. C	
8. C	18. B	
9. D	19. B	
10. B	20. D	

RESOLUCION DE LOS EJERCICIOS DE PSICOTECNICO

PRUEBA Nº 1

①.



$15 + \mathbf{3} = 18$
$18 + \mathbf{4} = 22$

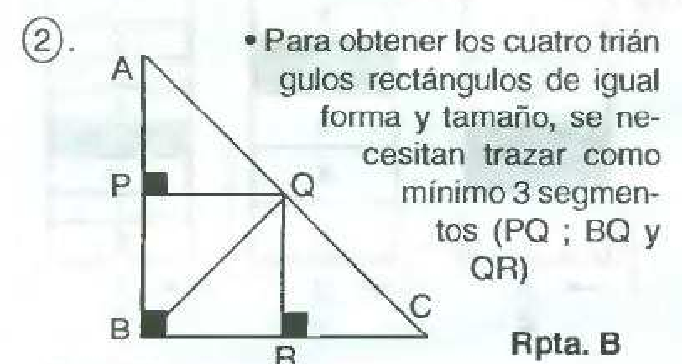
$20 + \mathbf{4} = 24$
$24 + \mathbf{5} = 29$
$29 + \mathbf{6} = 35$

$x + \mathbf{5} = 30$
$30 + \mathbf{6} = 36$
$36 + \mathbf{7} = 43$
$43 + \mathbf{8} = 51$

De la ecuación: $x + 5 = 30$

Obtenemos que: $x = 25$ **Rpta. E**

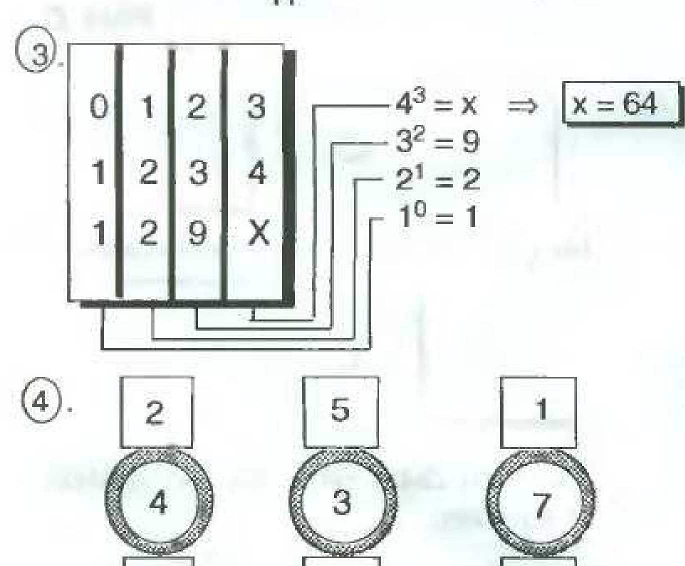
②.



• Para obtener los cuatro triángulos rectángulos de igual forma y tamaño, se necesitan trazar como mínimo 3 segmentos (PQ ; BQ y QR)

Rpta. B

③.



$4^3 = x \Rightarrow$ $x = 64$

$3^2 = 9$

$2^1 = 2$

$1^0 = 1$

④.

$\left.\begin{array}{r} 2\,.\,\mathbf{3} = 6 \\ 4\,.\,\mathbf{4} = \underline{16} \end{array}\right\} + \quad 22$

$\left.\begin{array}{r} 5\,.\,\mathbf{3} = 15 \\ 3\,.\,\mathbf{4} = \underline{12} \end{array}\right\} + \quad 27$

$\left.\begin{array}{r} 1\,.\,\mathbf{3} = 3 \\ 7\,.\,\mathbf{4} = \underline{28} \end{array}\right\} + \quad x$

Luego: $3 + 28 = x$

$\therefore$ $31 = x$ **Rpta. A**

⑤.

6, 12, 3, 18, x, 1, 4, 2

$1\,.\,\mathbf{3} = 3$

$2\,.\,\mathbf{3} = 6$

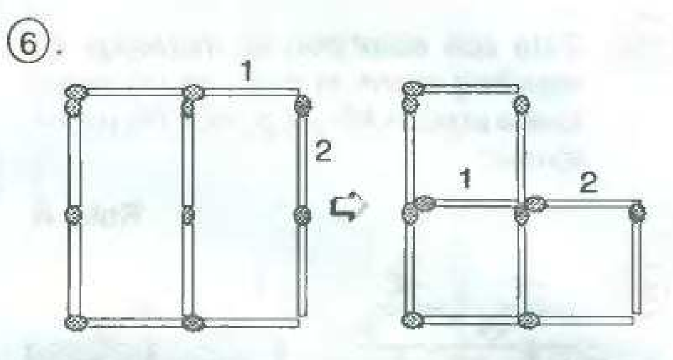
$4\,.\,\mathbf{3} = 12$

$x\,.\,\mathbf{3} = 18$

Luego: $x = 6$

Rpta. C

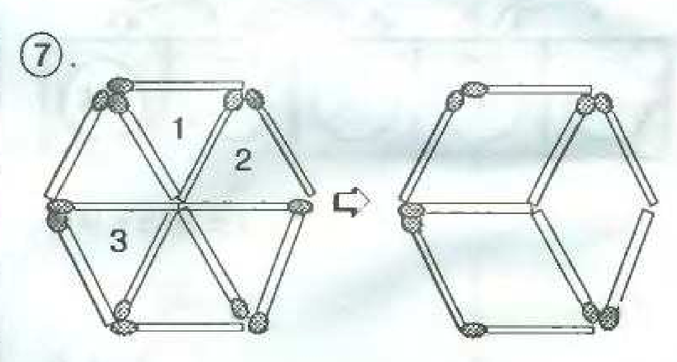
⑥.



para formar 3 cuadrados iguales se deben mover 2 fósforos.

Rpta. B

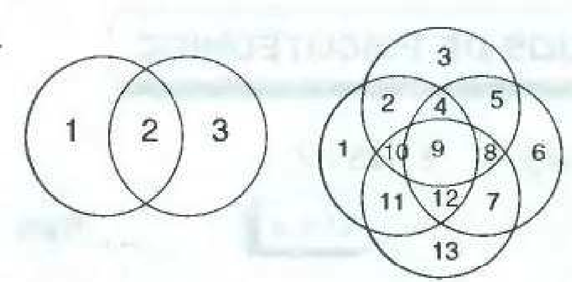
⑦.



Para que no quede ningún triángulo se deben retirar 3 fósforos.

Rpta. D

(8).



(Estas dos circunferencias forman como máximo 3 regiones)

(Estas cuatro circunferencias forman como máximo 13 regiones)

Rpta. D

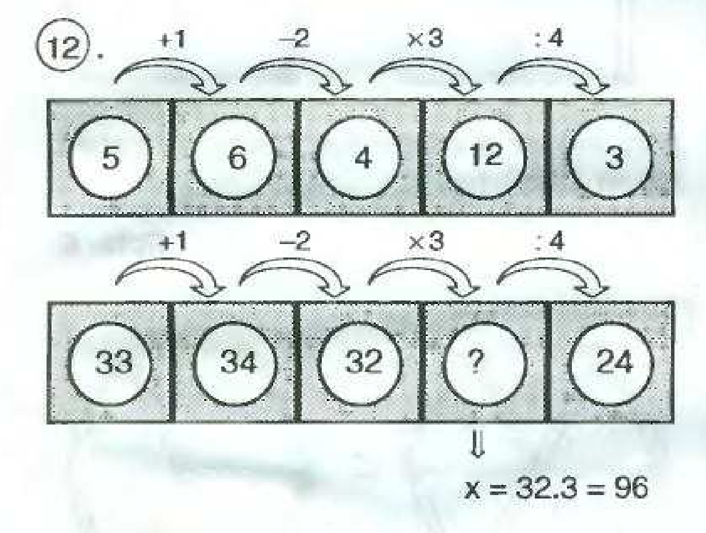
(9). En total hay 28 cubos.

Rpta. D

(10). Para que escobillón se mantenga en equilibrio sobre un dedo, es necesario que la porción AB y la porción BC pesen iguales.

Rpta. A

(12).

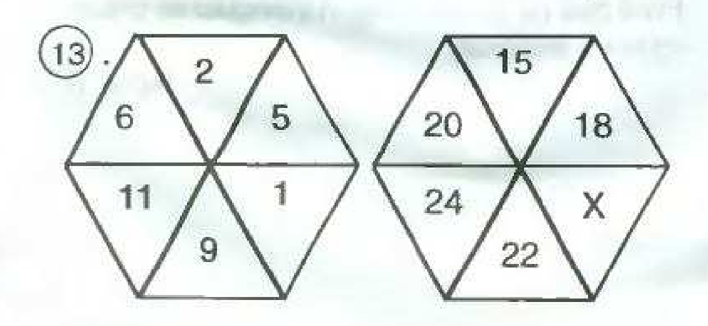


x = 32.3 = 96

∴ x = 96

Rpta. E

(13).



6 - 1 = **5** 20 - x = **5**

11 - 5 = **6** 24 - 18 = **6**

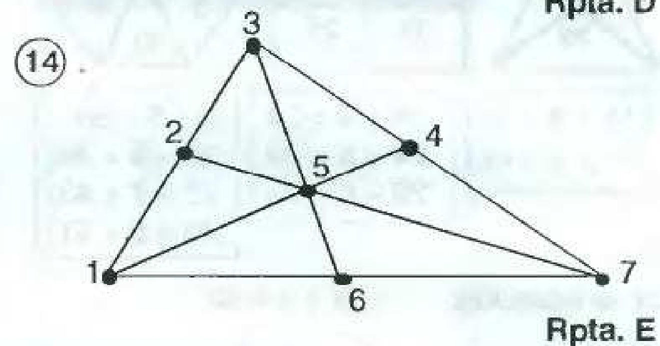
9 - 2 = **7** 22 - 15 = **7**

De la ecuación: 20 - x = 5

Obtenemos que: x = 15

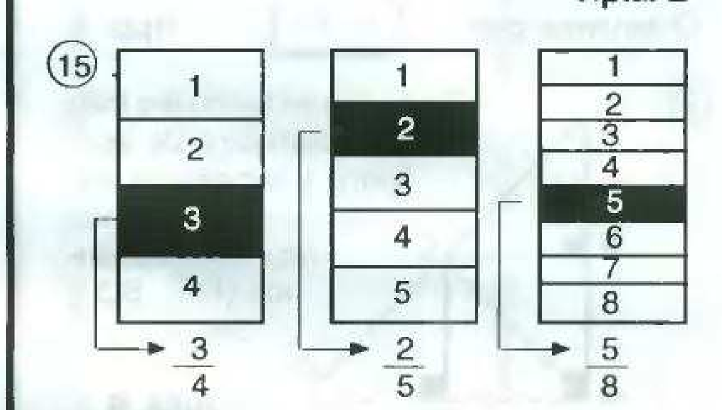
Rpta. D

(14).



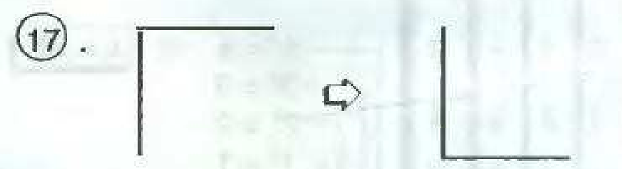
Rpta. E

(15).



Rpta. D

(17).

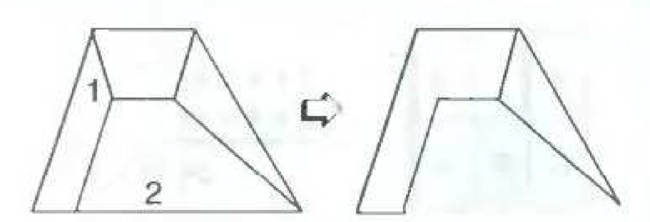


Ha girado 90° en sentido antihorario.

También debe girar 90° en sentido antihorario.

Rpta. B

(18). para que no quede ningún cuadrilatero se deben retirar 2 segmentos, veamos:



Rpta. B

(19). **Por propiedad:** "Todo triángulo inscrito en media circunferencia es un triángulo rectángulo".

Luego: En la figura hay en total 9 triángulos rectángulos.

Rpta. D

(20).

Recuerda que: Primero se efectua la división luego la multiplicación y por último la resta, veamos:

$15 - 6 : 3 \times 5 = 5$

2

10

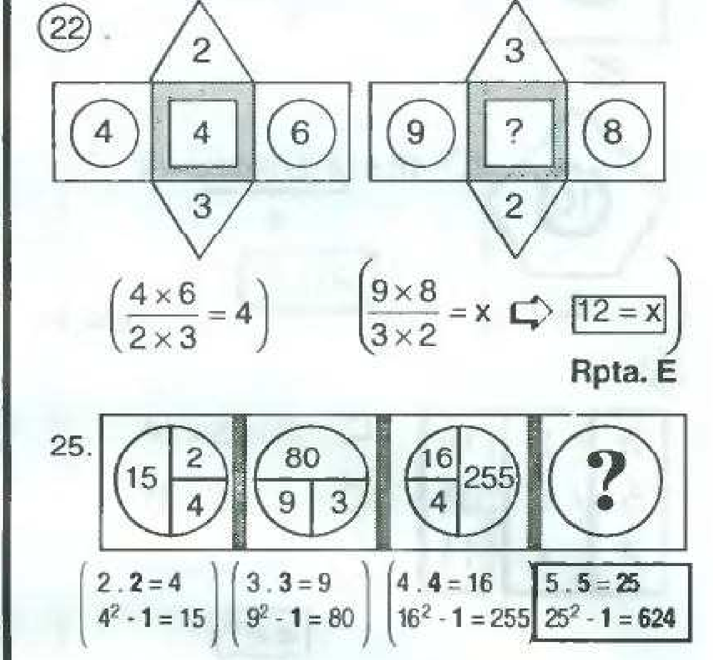
Rpta. C

15 - 10 = 5 (comprobado)

(21). El número que difiere del resto es: 263 pues el producto de sus cifras de este número es: 2 x 6 x 3 = 36, mientras que el producto de las cifras de los otros números es: 12.

Rpta. C

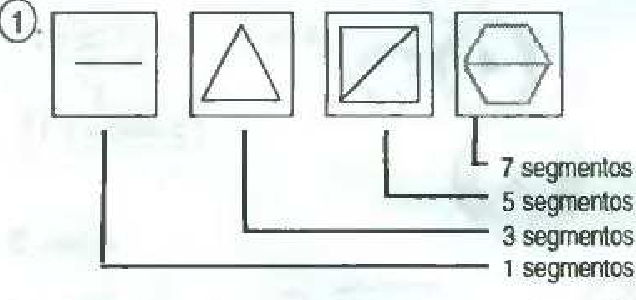
(22).



Rpta. D

PRUEBA Nº 2

(1).



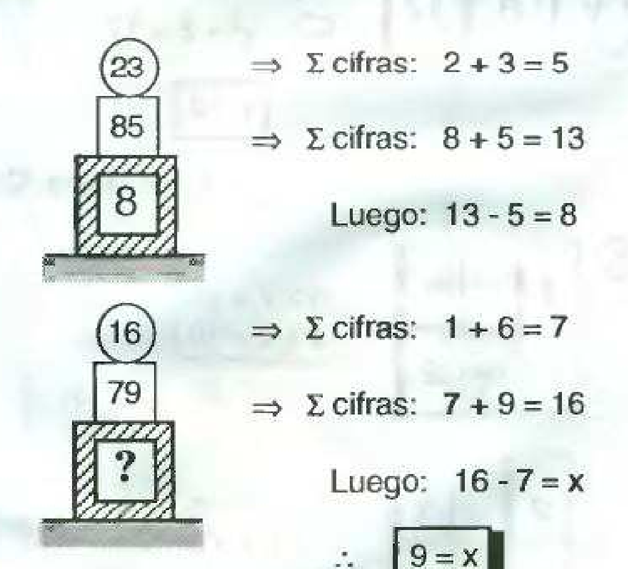
Rpta. C

(2).

⇒ Σ cifras: 1 + 2 = 3

⇒ Σ cifras: 1 + 5 = 6

Luego: 6 - 3 = 3



⇒ Σ cifras: 2 + 3 = 5

⇒ Σ cifras: 8 + 5 = 13

Luego: 13 - 5 = 8

⇒ Σ cifras: 1 + 6 = 7

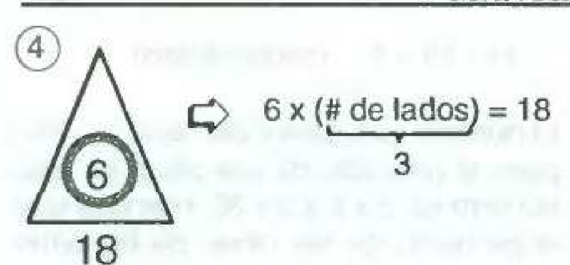
⇒ Σ cifras: 7 + 9 = 16

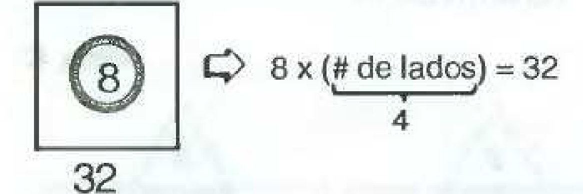
Luego: 16 - 7 = x

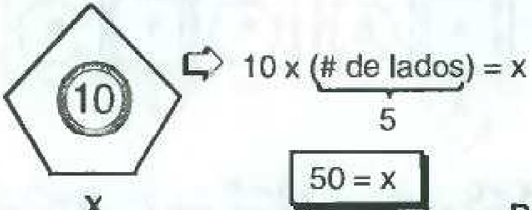
∴ 9 = x

Rpta. D

④



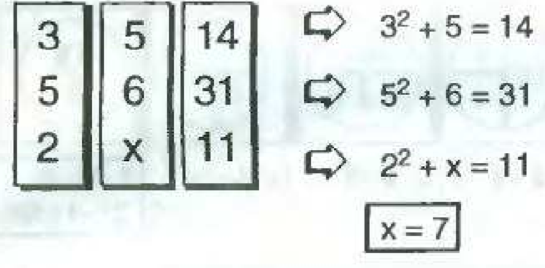




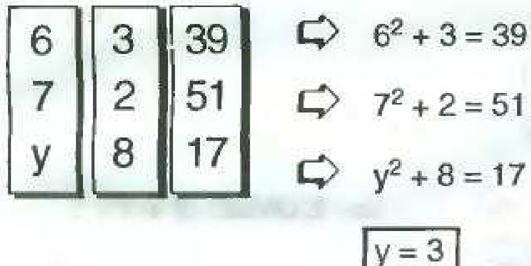
50 = x

Rpta. C

⑥.



$x = 7$



$y = 3$

$\therefore \quad x - y = 4$ **Rpta. C**

⑧.

4		5
7	19	2

$4 \times 7 = 28$
$5 \times 2 = 10$ } +

$38 : 2 = 19$

9		1
5	24	3

$9 \times 5 = 45$
$1 \times 3 = 3$ } +

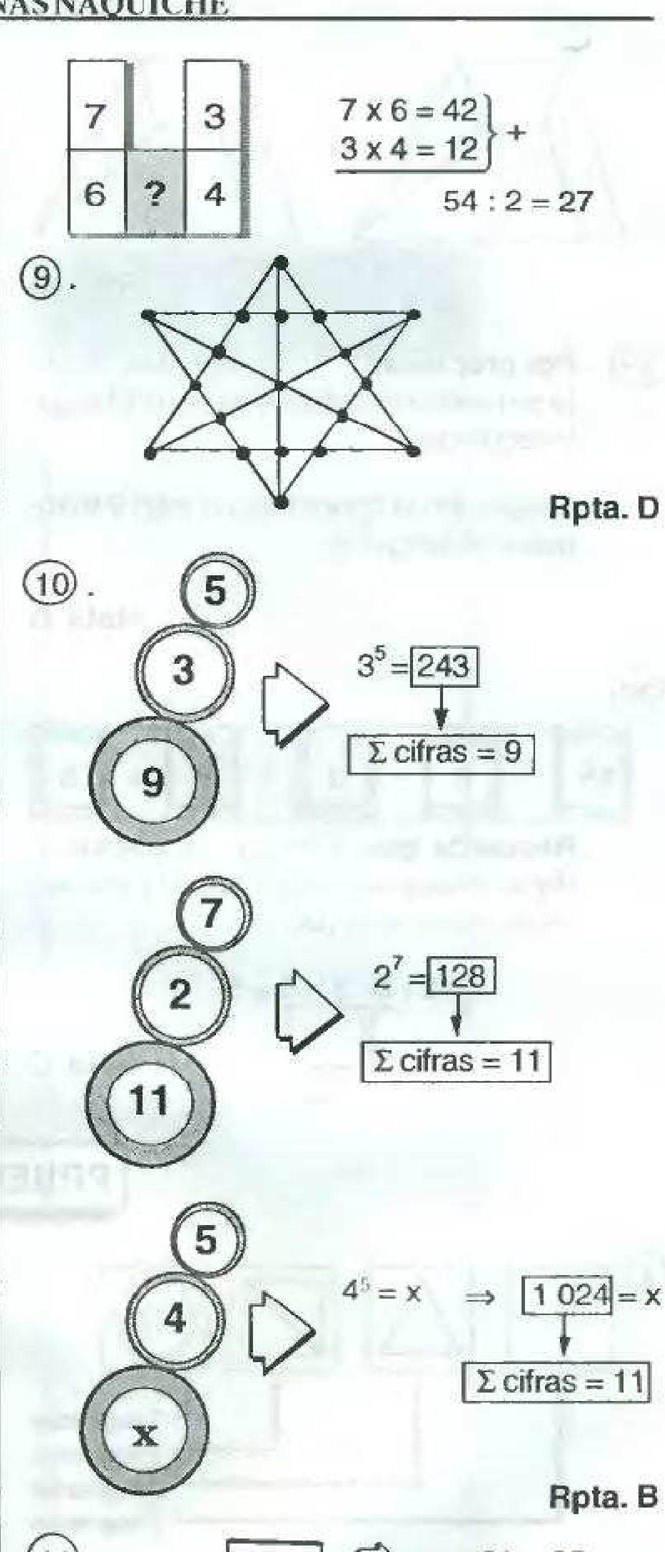
$48 : 2 = 24$

7		3
6	?	4

$7 \times 6 = 42$
$3 \times 4 = 12$ } +

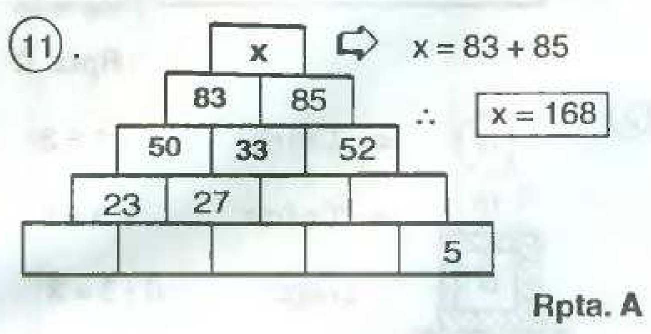
$54 : 2 = 27$

⑨.



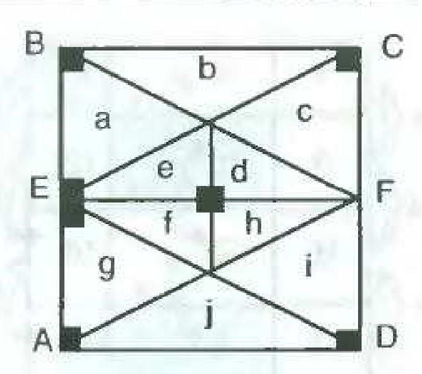
Rpta. B

⑪.



Rpta. A

(12).

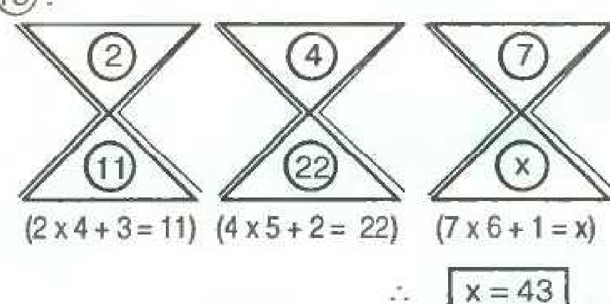


- Δs rectángulos con una letra: e; d; f; h = 4
- Δs rectángulos con dos letras: ab ; bc ; gj ; ji = 4
- Δs rectángulos con tres letras: edc ; aed ; gfh ; fhi = 4

∴ **# total de Δs rectángulos = 4 + 4 + 4 = 12**

Rpta. C

(13).



(2 x 4 + 3 = 11) (4 x 5 + 2 = 22) (7 x 6 + 1 = x)

∴ x = 43

Rpta. C

(14).

Rpta. D

(16).

Nº de circunferencias		**Nº de puntos de contacto**
1 C	→	0 = 3 (0)
3 C = (1 + 2) C	→	3 = 3 (1)
6 C = (1 + 2 + 3) C	→	9 = 3 (1 + 2)
10 C = (1 + 2 + 3 + 4) C	→	18 = 3 (1 + 2 + 3)
15 C = (1 + 2 + 3 + 4 + 5) C	→	3 (1 + 2 + 3 + 4)

⋮

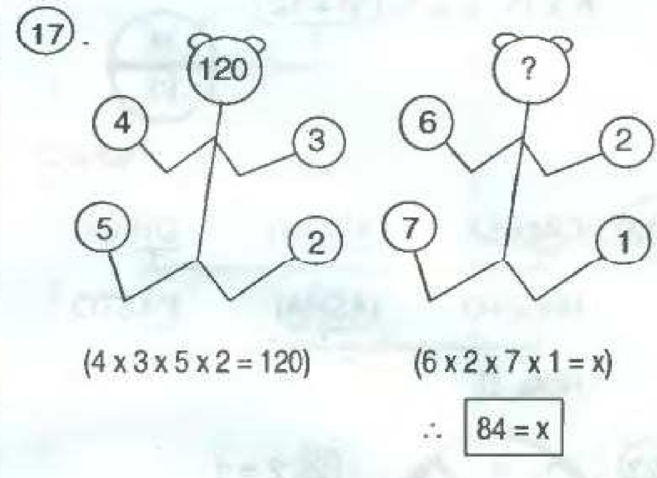
55 C = (1 + 2 + 3 +...+9 + 10) C → 3 (1 + 2 + 3 +...+ 9)

$= 3\left(\frac{9 \times 10}{2}\right)$

= 135 puntos de contacto.

Rpta. B

(17).

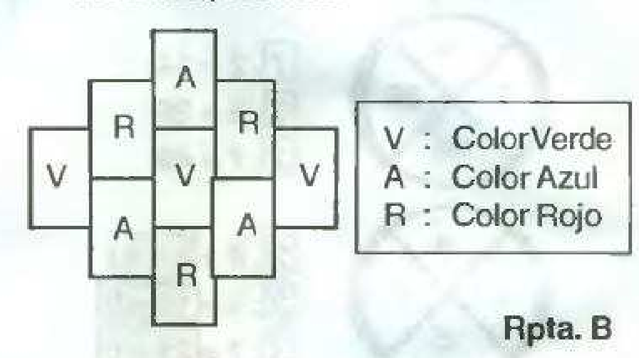


(4 x 3 x 5 x 2 = 120) (6 x 2 x 7 x 1 = x)

∴ 84 = x

Rpta. C

(19). Como mínimo se necesitan 3 colores diferentes, veamos:



Rpta. B

(20). Si: 4 + 2 = 8 ; 3 + 6 = 11 ; 7 + 8 = 17

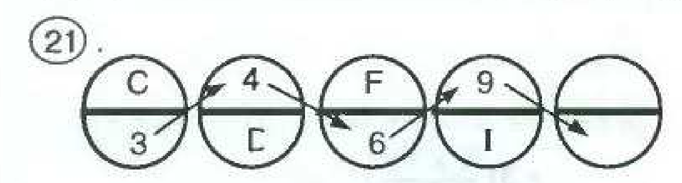
como se podrá observar por cada grupo de dos sumandos se le suma 2 para dé la suma total de cada grupo.
Luego:

[(4 + 3) + (2 + 1)] + [(3 + 2) + (4 + 1)]
9 5 7 7

[9 + 5] + [7 + 7] = 16 + 16 = 34

Rpta. D

(21).



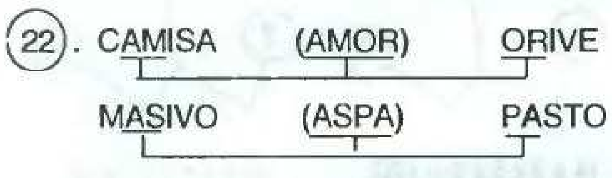
De acuerdo al alfabeto se tiene que:

A = 1, B = 2, C = 3, D = 4, E = 5
F = 6, G = 7 H = 8, I = 9, J = 10
K = 11, L = 12, **M = 13**

M
13

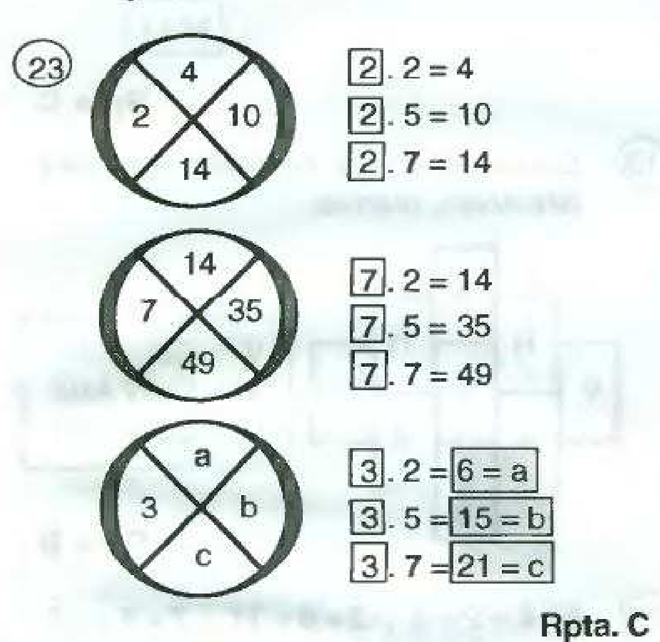
Rpta. D

(22).



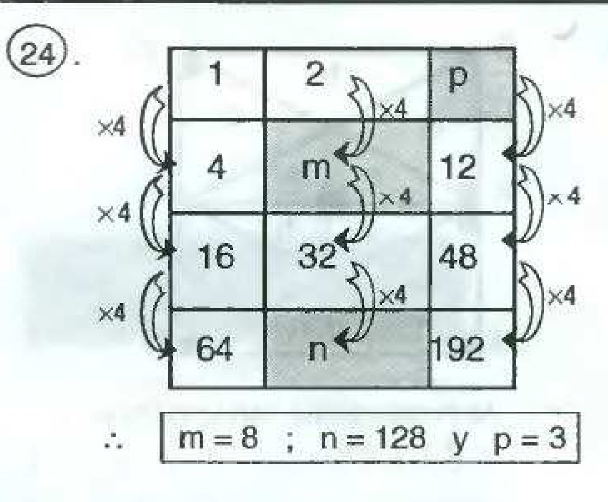
Rpta. D

(23)



Rpta. C

(24).

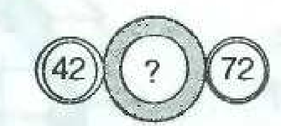


∴ m = 8 ; n = 128 y p = 3

Rpta. D

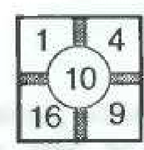
PRUEBA Nº 3

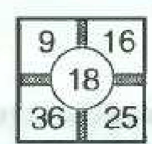
1. Escriba el número que falta:

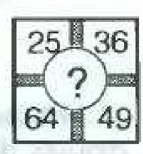


A) 36 B) 48 C) 56 D) 64 E) 63

2. Indique el número que falta:





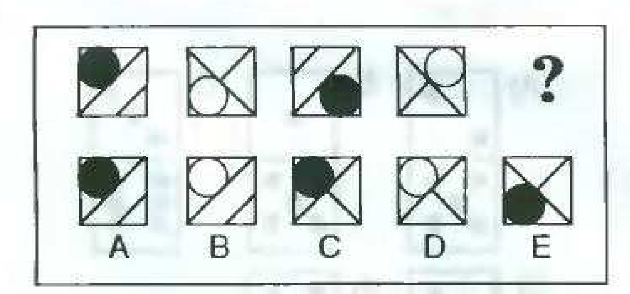


a) 31 b) 24 c) 35 d) 26 e) 36

3. En la figura que se muestra, los triángulos que se superponen son equilateros y congruentes. ¿Cuánto mide la suma total de los ángulos agudos de la figura?

a) 840º
b) 600º
c) 660º
d) 720º
e) 780º

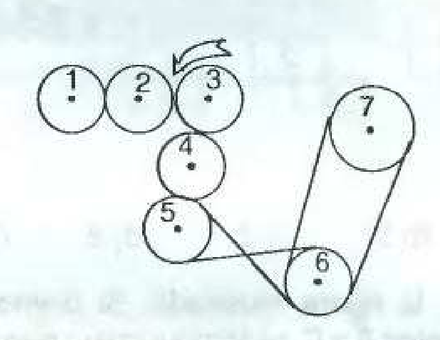
4. Identifica la figura que tiene una sucesión lógica con las anteriores.



5. ¿Cuántas personas como mínimo hay en 5 filas de 3 personas cada fila?

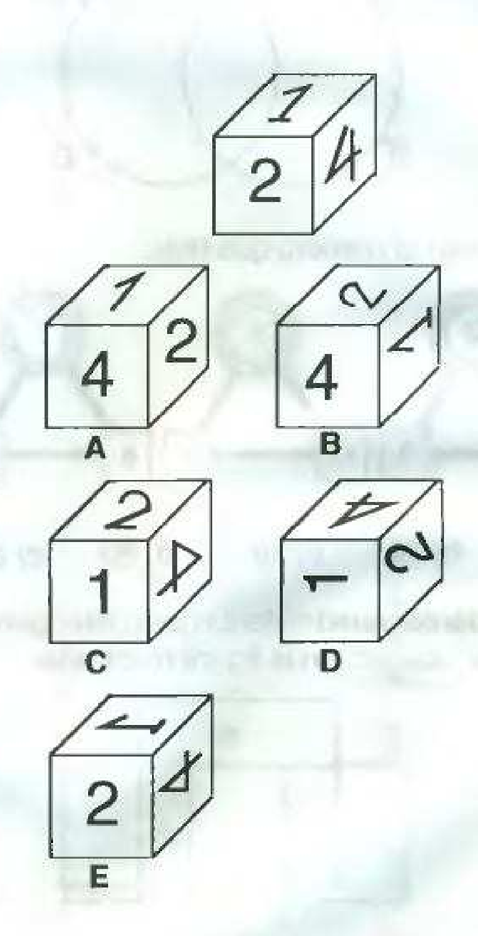
a) 15 b) 12 c) 10 d) 7 c) 5

6. Si el engranaje "3" se mueve como indica la flecha, indicar cuales se mueven para la derecha.

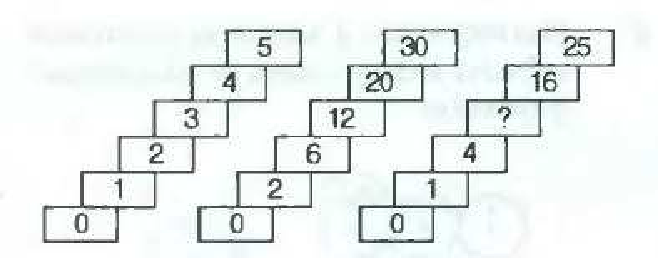


a) 1; 3; 5 y 7 b) 2; 4 y 6 c) 1; 3 y 5
d) 2; 4; 6 y 7 e) 1; 3; 5 y 6

7. Cuál de las siguientes figuras corresponden con esta:



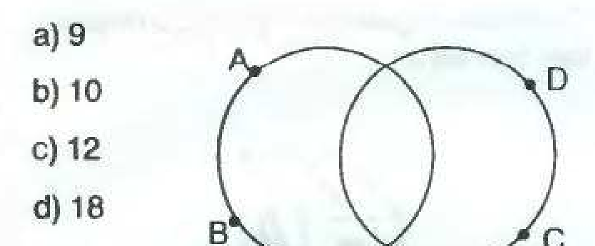
8. Indique entre las alternativas aquella que completa adecuadamente el siguiente ordenamiento:



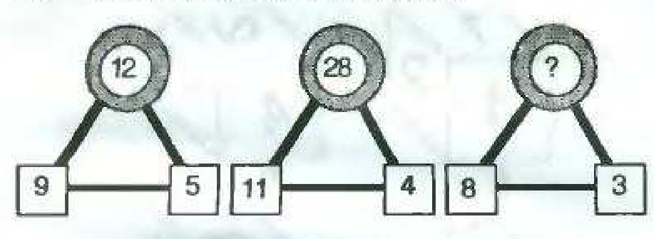
a) 6 b) 5 c) 9 d) 8 e) 12

9. En la figura mostrada: Si unimos los puntos A y C se forman como máximo 6 regiones. ¿Cuántas regiones se formarán como máximo si unimos los puntos A, B, C y D.

a) 9
b) 10
c) 12
d) 18
e) 21



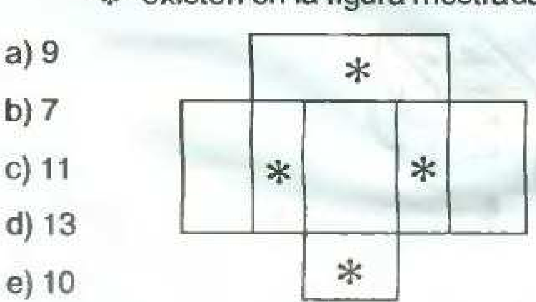
10. Hallar el número que falta:



a) 34 b) 24 c) 28 d) 30 e) 32

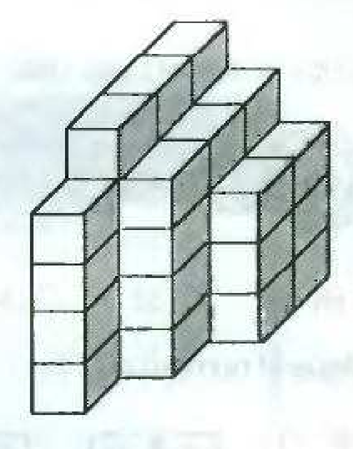
11. Cuántos cuadrilateros que contengan un "∗" existen en la figura mostrada:

a) 9
b) 7
c) 11
d) 13
e) 10

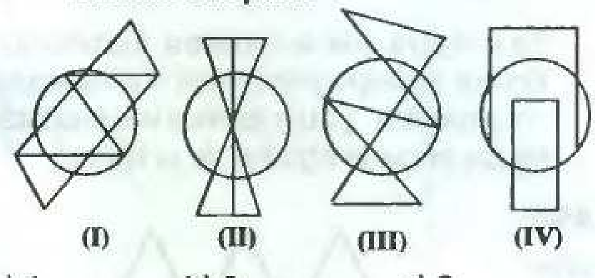


12. ¿Cuántos cubos hay en la siguiente figura?

a) 19
b) 25
c) 35
d) 37
e) 39

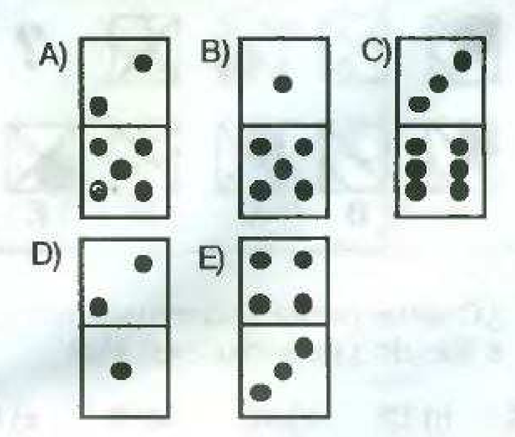


13. ¿Cuántas de estas figuras se pueden dibujar de un solo trazo, es decir, sin pasar dos veces por la misma línea y sin levantar el lapiz?.



a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) Ninguna

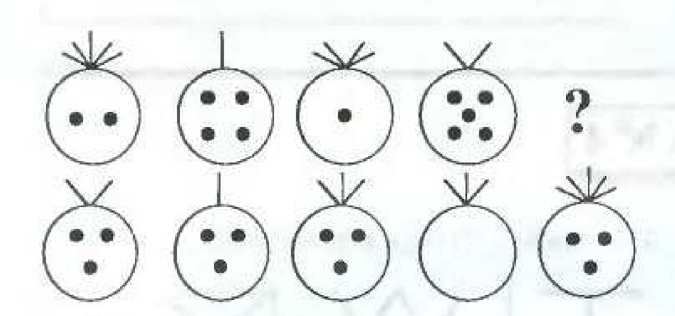
14. La suma de los puntos de las partes superiores de estas fichas de dominó no es igual a la suma de los puntos de las partes inferiores. Para que ambas sean iguales se debe invertir sólo una ficha, ¿Cuál es?



15. ¿Cuántos ángulos agudos hay en la siguiente figura?

A) 10
B) 12
C) 18
D) 14
E) 15

16. Identifica la figura que tiene una sucesión lógica con las anteriores.

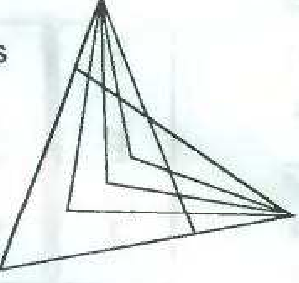


17. Con cuatro triángulos rectángulos isósceles congruentes se forman los poligonos I; II y III.

A) I = II = III B) I < II < III C) I < II = III
D) III < I < II E) I = II > III

18. En la figura mostrada; se sabe que:

A = # de triángulos
B = # de cuadrilateros
C = # de exágonos

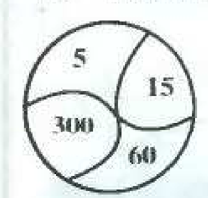


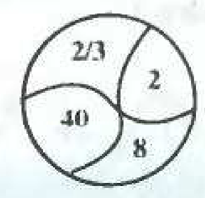
Hallar:

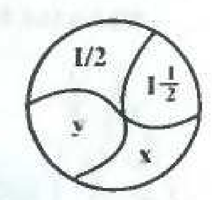
"A + B - C"

A) 28 B) 14 C) 36 D) 20 E) N.A

19. Hallar: "x + y"







A) 30 B) 40 C) 48 D) 36 E) 50

20. ¿Cuántas personas como mínimo hay en ocho filas de 3 personas cada fila?

A) 24 B) 20 C) 18 D) 9 E) 7

21. ¿Qué número falta?

A) 6
B) 4
C) 5
D) 13
E) 18

1 16
?
7 2
22 11
29

22.

Lista A: -2, 0, 2, 4, 6
Lista B: -1, 1, 3, 5, 7

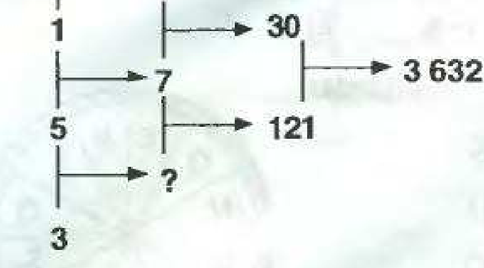
"a" es un número cualquiera de la Lista A.
"b" es un número cualquiera de la Lista B.

¿Cuántos valores diferentes son posibles para: a + b?

A) 16 B) 25 C) 11 D) 9 E) 7

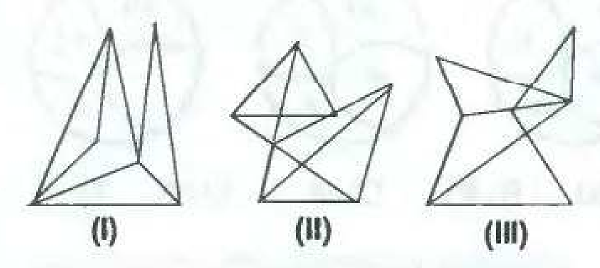
23. ¿Qué número falta?

A) 13
B) 16
C) 17
D) 14
E) 11



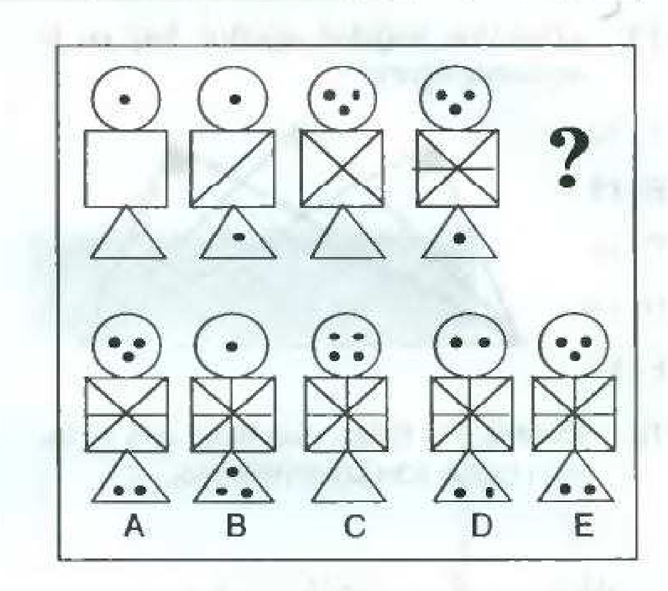
24. De las figuras que se muestran a continuación ¿Cuál(es) no se pueden realizar con un trazo continuo y sin pasar dos

veces por el mismo trazo; pudiendo cruzarse los trazos?



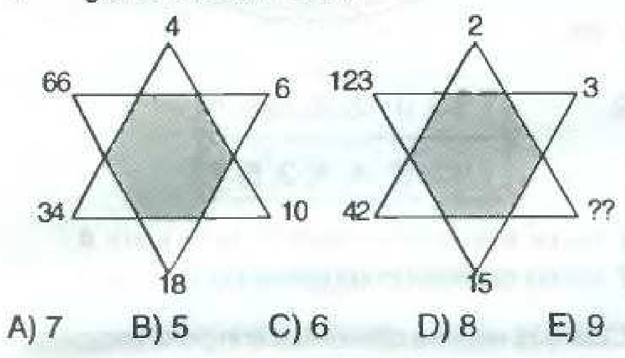
A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) I y II E) II y III

25. Identifica la figura que tiene una sucesión lógica con las anteriores.



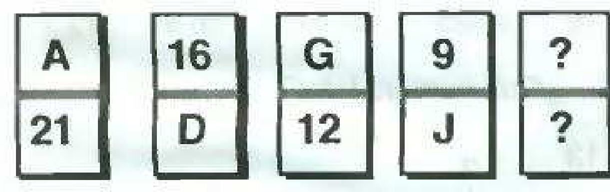
PRUEBA Nº 4

1. ¿Qué número falta?



A) 7 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

2. ¿Quién sigue?



a) L - 7 b) L - 8 c) M - 6
D) N - 6 E) M - 7

3. Completar:

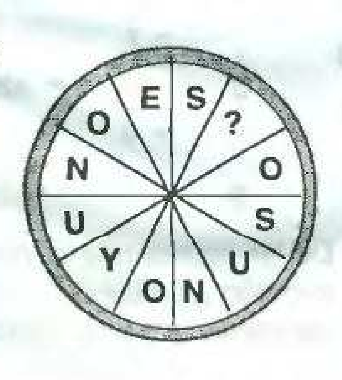
A) S

B) U

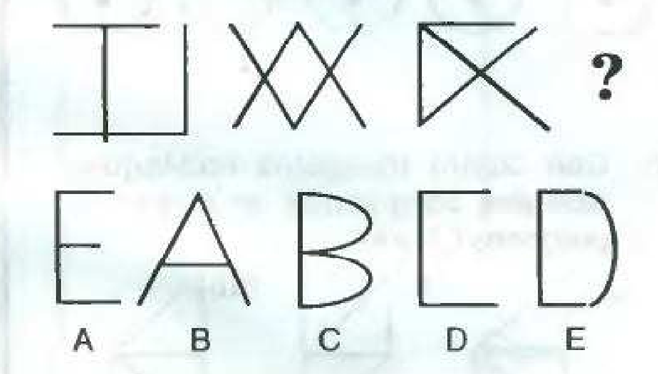
C) O

D) E

E) D



4. Indicar la figura que sigue:



5. En una estrella de cinco puntas se cortan dos puntas. ¿Cuántos vértices quedan?

A) 3 B) 9 C) 12 D) 4 E) 11

6. Completar:

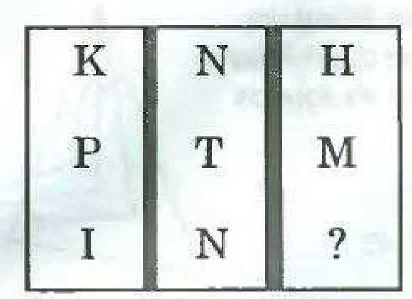
A) E

B) D

C) F

D) G

E) P



7. Señale el número que no corresponde en:

A) 213 B) 501 C) 222
D) 612 E) 303

8. Completar donde se indica.

A) E
B) D
C) C
D) A
E) B

M	N	Ñ	L
			Q
			I
			V

9. Señalar el número que no concuerda con los demás:

a) 837 b) 612 c) 549
d) 422 e) 342

10. ¿Qué número falta en:

A) 1
B) 7
C) 5
D) 4
E) 6

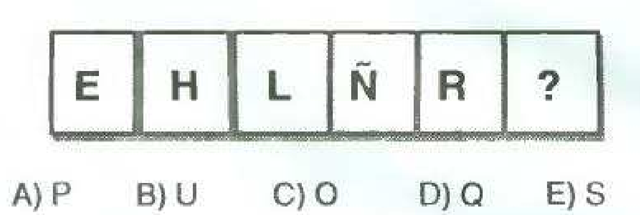
2	5	7
4	7	5
3	6	?

11. Escriba el cociente de los números que faltan en:

16; 32; 15; 33; 17; 31; 14; 34;__;__

A) 0,5 B) 0,3 C) 0,4 D) 0,6 E) 0,8

12. Escriba la letra que falta en:



A) P B) U C) O D) Q E) S

13. Dada la secuencia:

x; 3; 8; 18; 38; y; z.

determinar el valor de:

$$E = 4x + 2y - z$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) N.A

14. Si: "K" es un número entero. ¿Cuál de las siguientes expresiones no puede ser igual a cero?

A) $K - 3$ B) $K + 3$ C) $K^4 - 16$
D) $K^4 + 16$ E) $K^3 + 1$

15. ¿Qué operaciones deben hacerse con los números correspondientes a los cuadros A, B y C; para obtener los números que aparecen en el cuadro D.

(A)

1	3
2	4

(B)

2	4
3	3

(C)

0	0
1	7

(D)

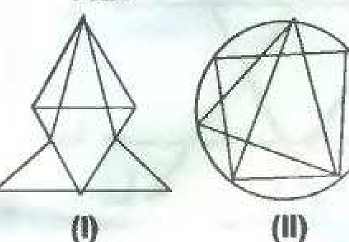
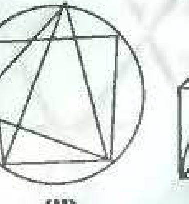
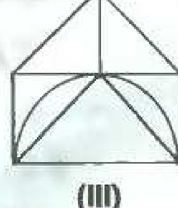
3	7
6	0

A) $A + B + C$ B) $A^2 + B - C$ C) $B^2 - A^2 + C$
D) $B^2 - A^2 - C$ E) $A + B - C$

16. Se tienen 6 segmentos iguales cada uno de 4 cm de longitud. ¿Cuál es el mayor número de triángulos equilateros que se pueden formar con los 6 segmentos?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

17. ¿Cuál o cuáles de las figuras mostradas, se pueden construir sin levantar el lápiz del papel, ni repetir el trazo por segunda vez?

(I) (II) (III)

A) Sólo I B) Sólo II C) I y II
D) II y III E) I y III

18. Se desea plantar árboles equidistantes a lo largo de una avenida y en un tramo de "2b" Km. Si para los primeros "b" Km se han empleado "n" árboles. ¿Cuántos árboles harán falta?

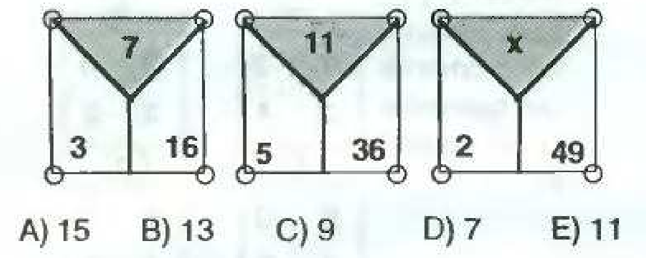
A) n B) n - 1 C) n + 1
D) n - 2 E) n + 2

19. Si: A es 3; C es 12; D es 24 y F es 96.

BAEDAD; se deletrearia:

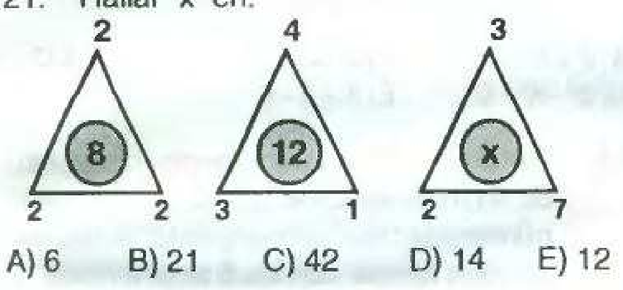
A) 734824423 B) 634824324
C) 634824423 D) 364824324
E) 734824324

20. Cálcular el número que falta:



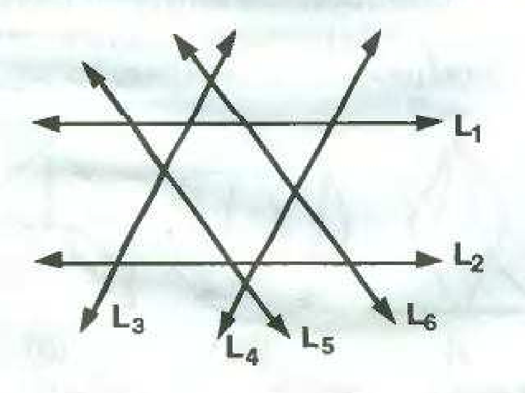
A) 15 B) 13 C) 9 D) 7 E) 11

21. Hallar "x" en:



A) 6 B) 21 C) 42 D) 14 E) 12

22. En la figura. ¿Cuántos triángulos semejantes hay? $L_1//L_2$; $L_3//L_4$; $L_5//L_6$.



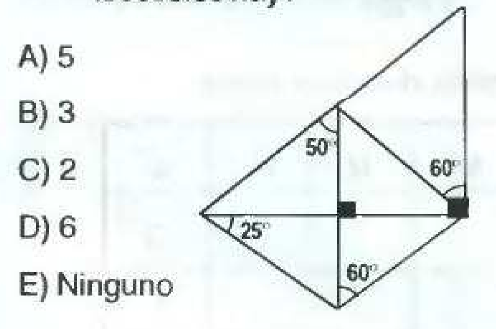
A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) N.A.

23. Trace cuatro rectas de tal modo que se corten en su máximo número de puntos de corte, y diga, ¿Cuántos triángulos se forman?

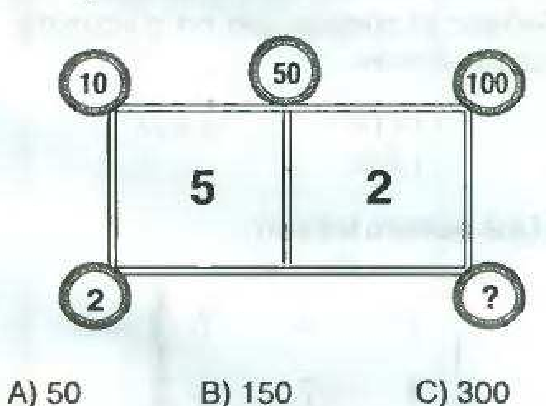
A) 12 B) 4 C) 2 D) 3 E) N.A.

24. En la figura, ¿Cuántos triángulos isósceles hay?

A) 5
B) 3
C) 2
D) 6
E) Ninguno



25. ¿Qué número falta?



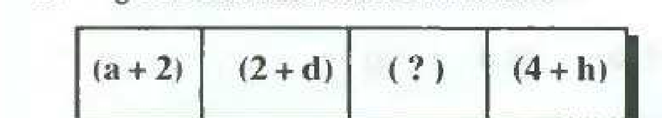
A) 50 B) 150 C) 300
D) 200 E) N.A.

PRUEBA Nº 5

1. El máximo número de puntos de corte de cierto número de rectas es 10. Diga cuántos triángulos determina el gráfico?

A) 4 B) 3 C) 9 D) 10 E) N.A

2. ¿Qué cantidad falta en la serie:

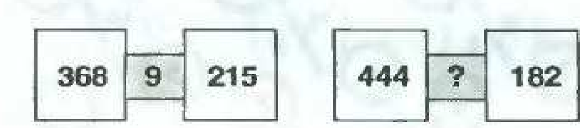


A) (3 + F) B) (F + 3) C) (C + 6)
D) (6 + C) E) (E + 9)

3. El número que falta es:

A) 1 B) 2 C) 6 D) 4 E) 8

4. Escribir el número que falta en la serie numérica que sigue:

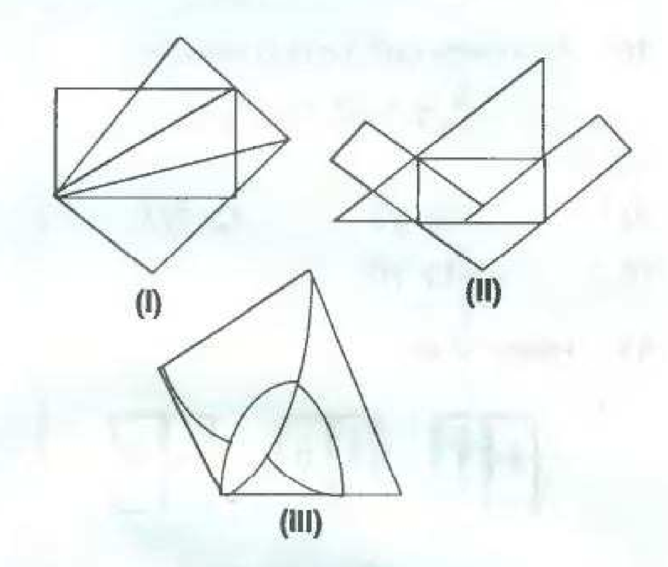


A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. ¿Cuántos polígonos hay en la siguiente figura?

A) 12
B) 13
C) 14
D) 15
E) 17

6. Qué figura o figuras se pueden construir sin levantar el lapiz del papel ni repetir el trazo por segunda vez.

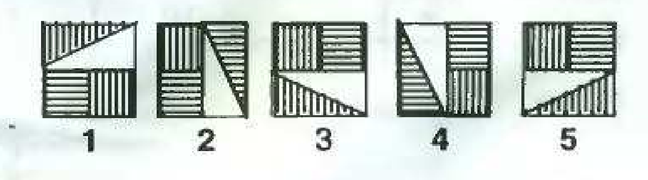


A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) II y III E) Los tres

7. ¿Cuántos polígonos hay en la siguiente figura?

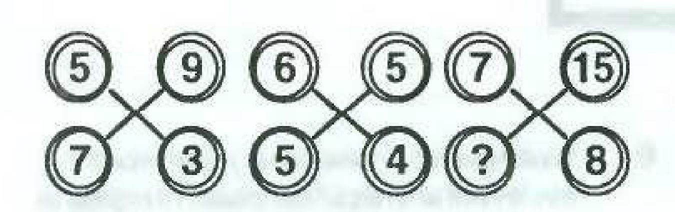
A) 14
B) 13
C) 7
D) 9
E) N.A.

8. Diga que figura no tiene relación con las demás.



A) 2 B) 1 C) 3 D) 4 E) 5

9. ¿Qué número falta?



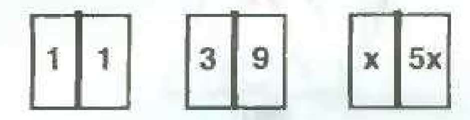
A) 47 B) 42 C) 30 D) 34 E) 45

10. El número que inicia la serie es:

$$.....;\ \sqrt[4]{9};\ \sqrt[5]{10};\ \sqrt[6]{11};\ \sqrt[7]{12}$$

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt[3]{7}$
D) 2 E) $\sqrt[3]{6}$

11. Hallar "x" en:



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

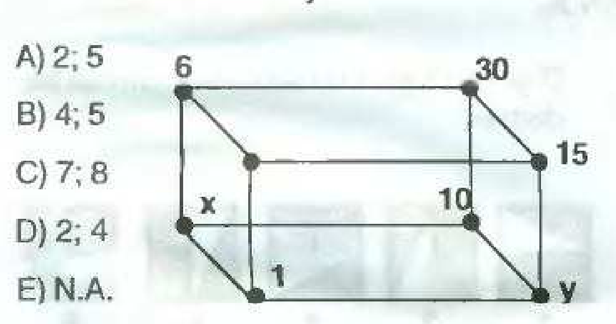
12. Hallar un equivalente del término que sigue en la serie.

$$a^{2^0};a^{2^1};a^{2^2};a^{2^3};.....$$

A) a^8 B) $(a^2)^8$ C) a^{32}
D) $(a^4)^2$ E) $(a^8)^4$

13. En el diagrama los números correspondientes a "x" e "y" son:

A) 2; 5
B) 4; 5
C) 7; 8
D) 2; 4
E) N.A.



14. El número que completa la tabla es:

235	23^5	52^3
678	76^8	?

A) 86^7 B) 78^6 C) 87^6 D) 67^8 E) N.A

15. Una persona escribe la serie natural de los números con una rapidez de 4 cifras por segundo. Después de media hora, la última cifra que escribió fue:

A) 0 B) 8 C) 7 D) 6 E) 2

16. ¿Qué número sigue:

1; 20; 3; 26; 7; 40; 15; ...

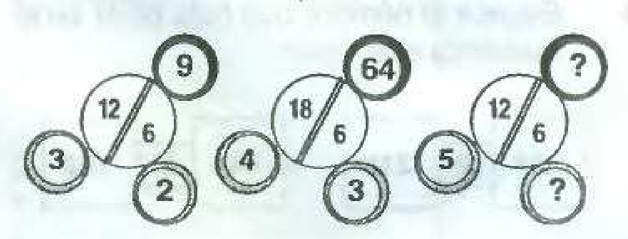
A) 31 B) 70 C) 8 D) 75 E) 60

17. ¿Cuántas letras hay en la línea de abajo, después de la K antes de la R y después de la T?

AABKMXJTTVCRRPL

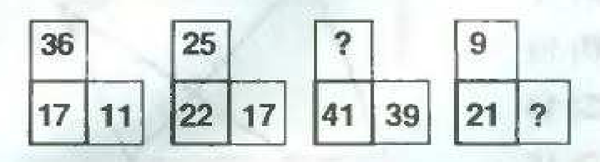
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

18. La suma de los dos números que faltan en el último esquema es:



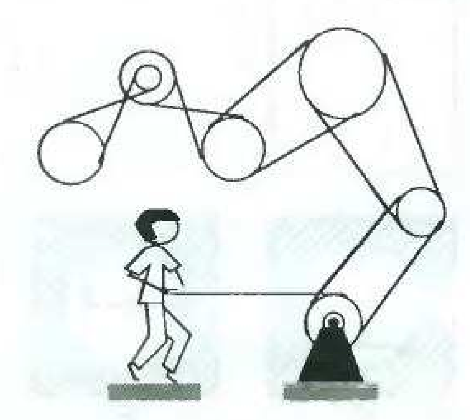
A) 630 B) 629 C) 675
D) 576 E) 512

19. ¿Qué números deben colocarse en los signos de interrogación?



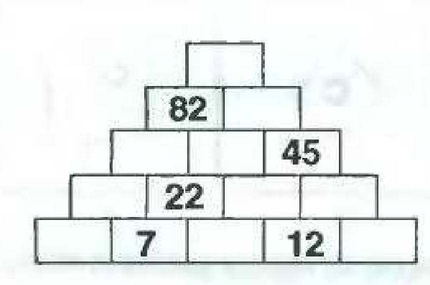
A) 16 y 12 B) 25 y 19 C) 4 y 18
D) 4 y 16 E) 9 y 19

20. Un hombre al jalar la cuerda hace girar a la rueda "1" en sentido antihorario. ¿Decir cuántas ruedas más giran en sentido antihorario?



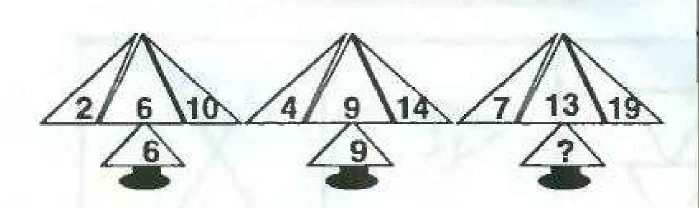
A) 5 B) 6 C) 3 D) 4 E) 2

21. Debajo de cada resultado hay dos casillas cuyos números sumados dan dicha cantidad. Hallar la suma de todos números que faltan en sus respectivas casillas.



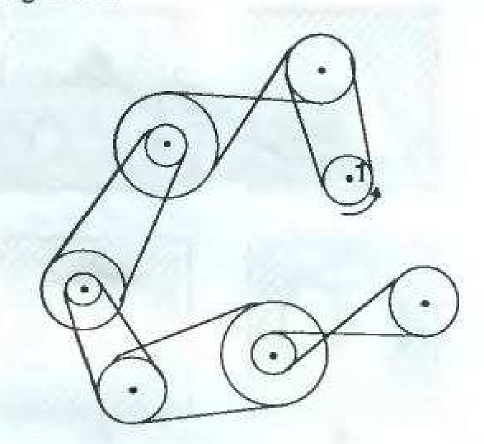
A) 344 B) 433 C) 343
D) 334 E) 362

22. ¿Qué número falta?



A) 11 B) 12 C) 13 D) 15 E) 17

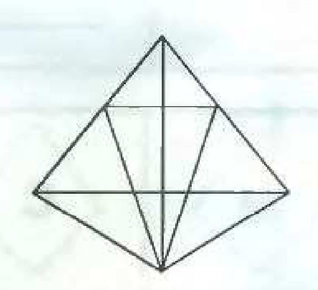
23. Cuántos engranajes se mueven a la derecha, si el engranaje "1" se le aplica una fuerza (Flecha) como se muestra en el gráfico.



A) 5 B) 6 C) 8 D) 7 E) 9

24. De la figura, si dos puntos forman un segmento de recta. ¿Cuántos segmentos de recta existen?

A) 26
B) 25
C) 31
D) 33
E) 28

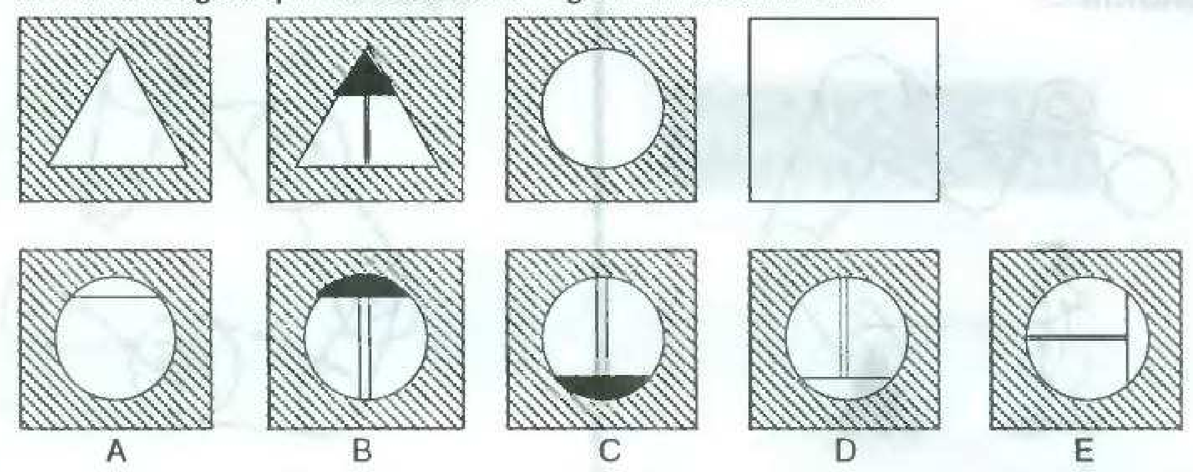


25. Hallar el número mínimo de puntos de corte de 3 circunferencias, secantes y 3 rectas secantes, todas en un plano.

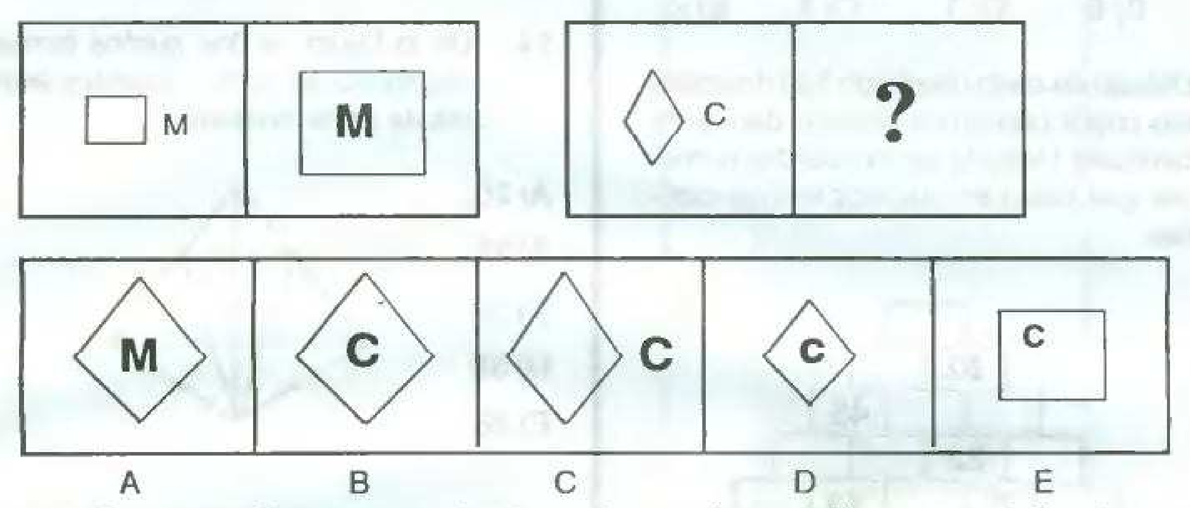
A) 2 B) 5 C) 6 D) 3 E) 8

PRUEBA Nº 6

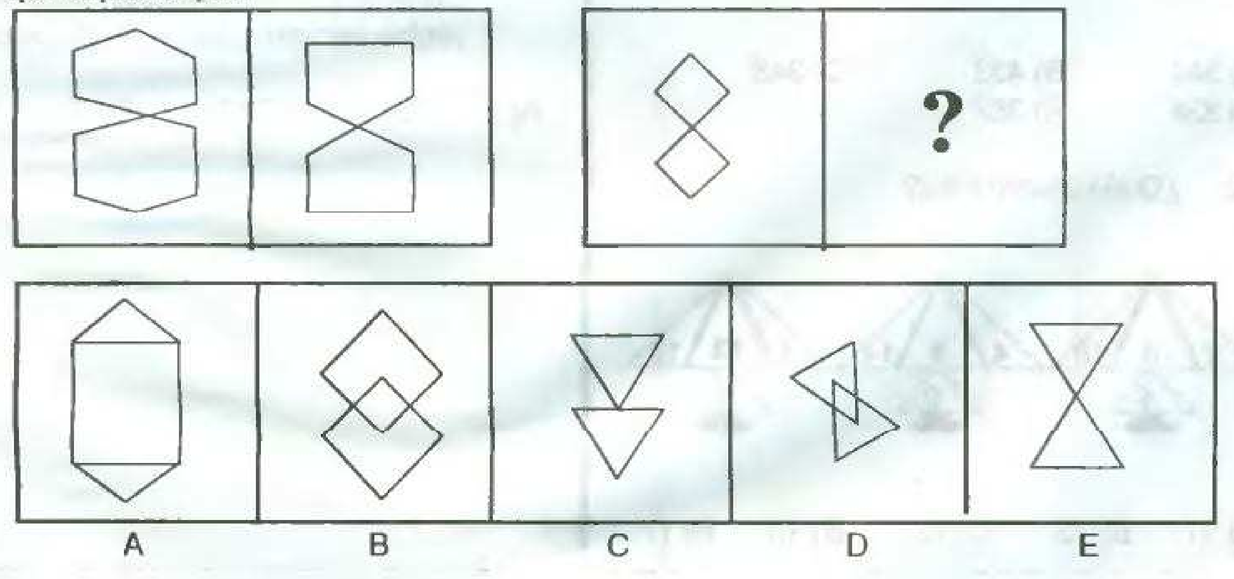
1. Identifica la figura que tiene una serie lógica con las anteriores.



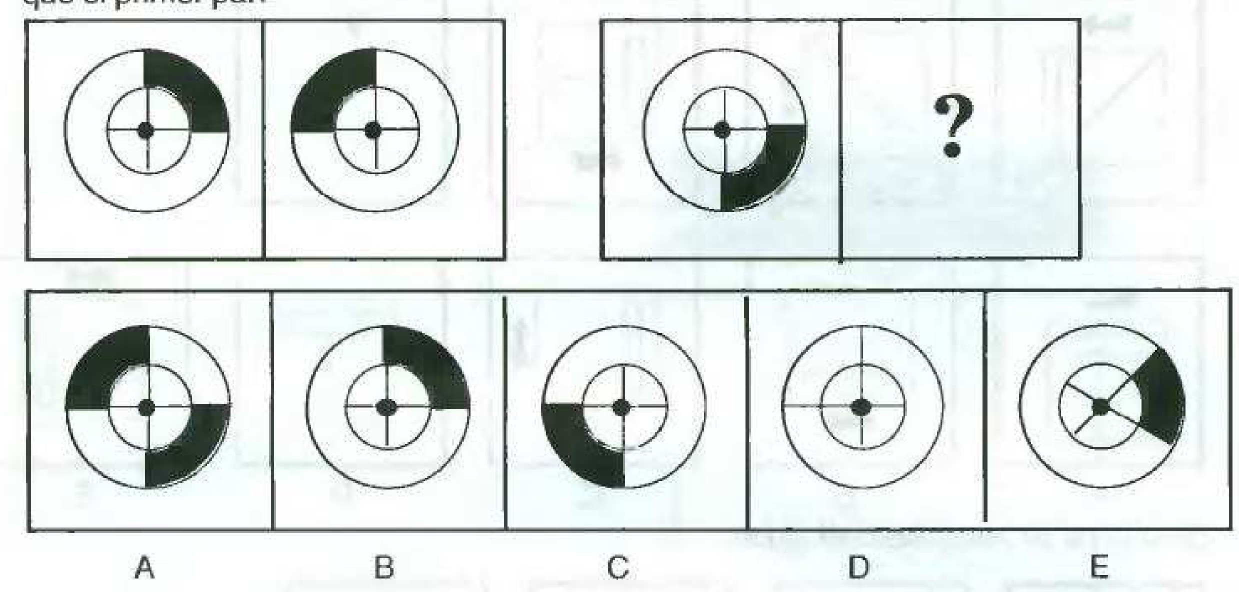
2. En la siguiente serie, busque que hará que el segundo par de figuras guarde la misma relación que el primer par.



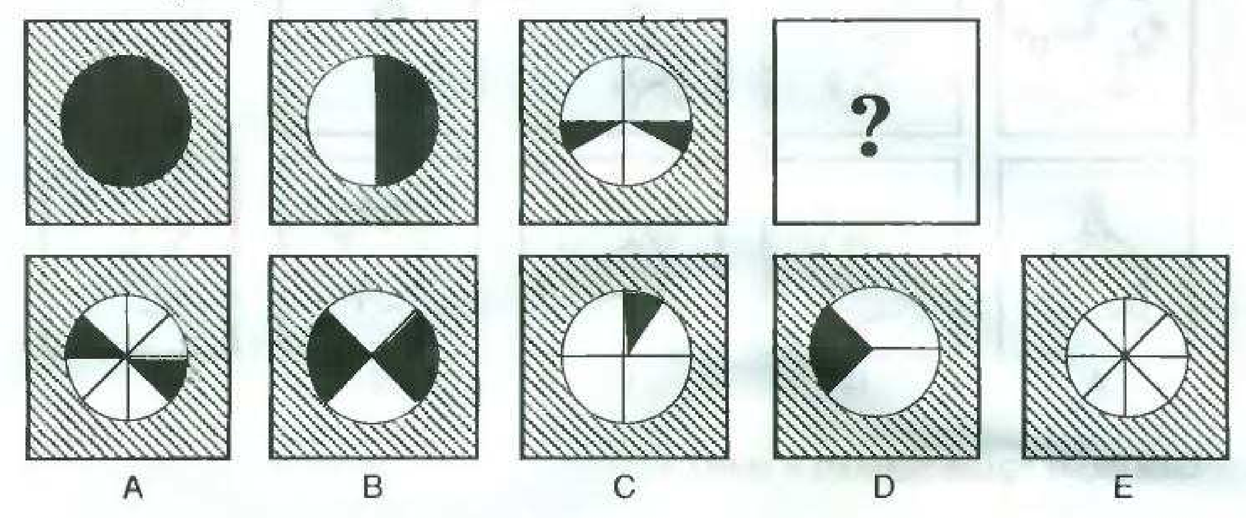
3. En la siguiente serie busque que hará que el segundo par de figuras guarde la misma relación que el primer par.



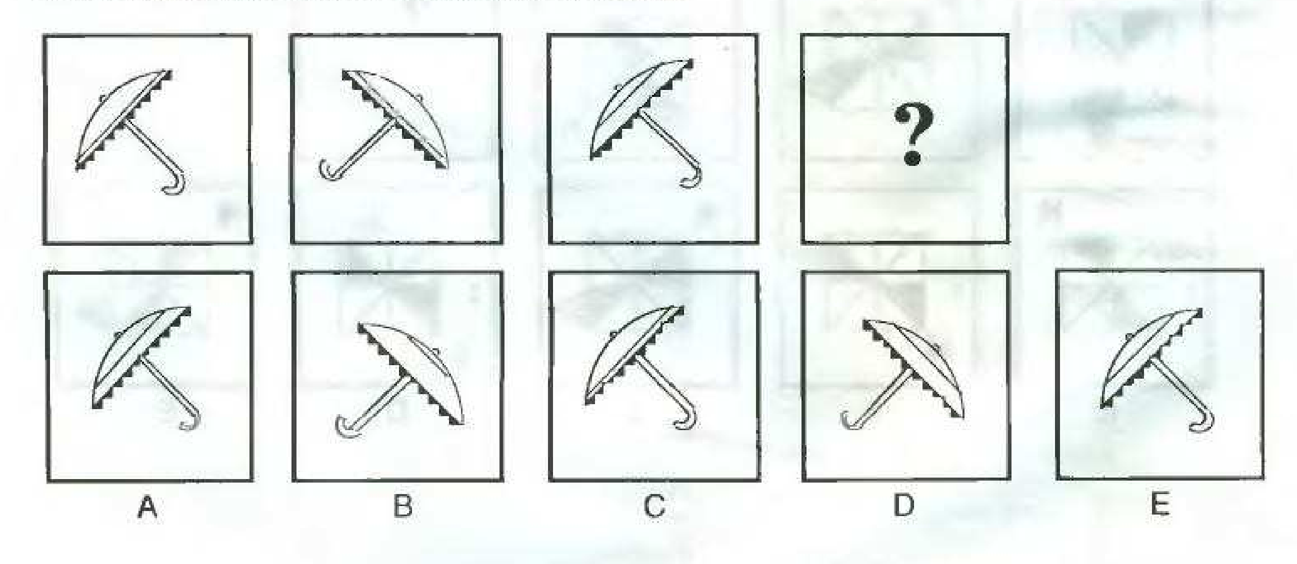
4. En la siguiente serie busque que hará que el segundo par de figuras guarde la misma relación que el primer par.



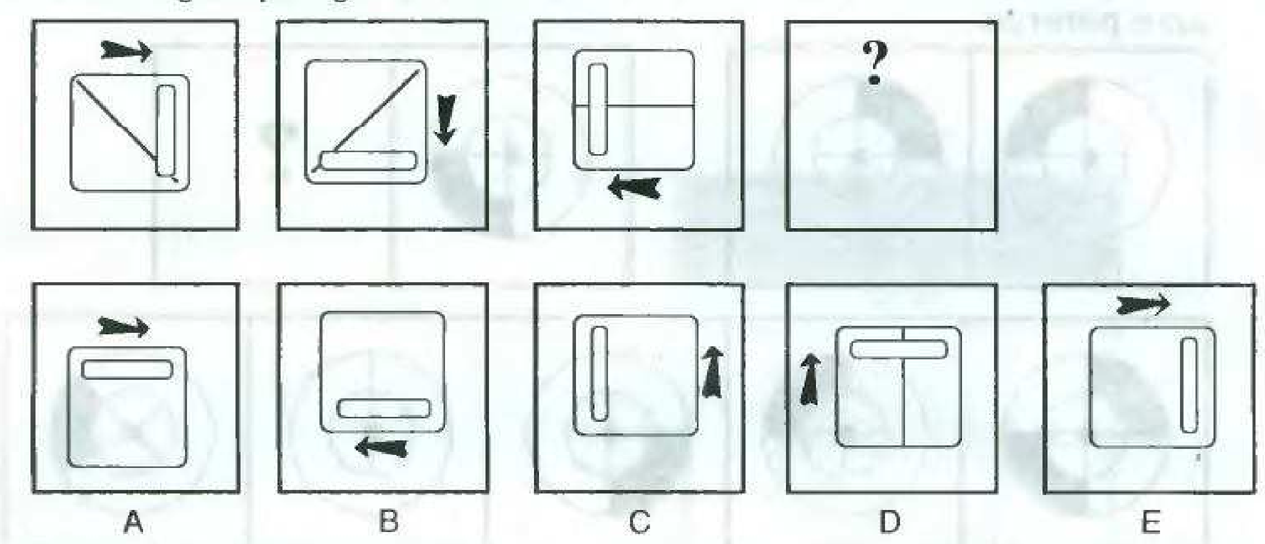
5. Señale la figura que corresponde a la serie:



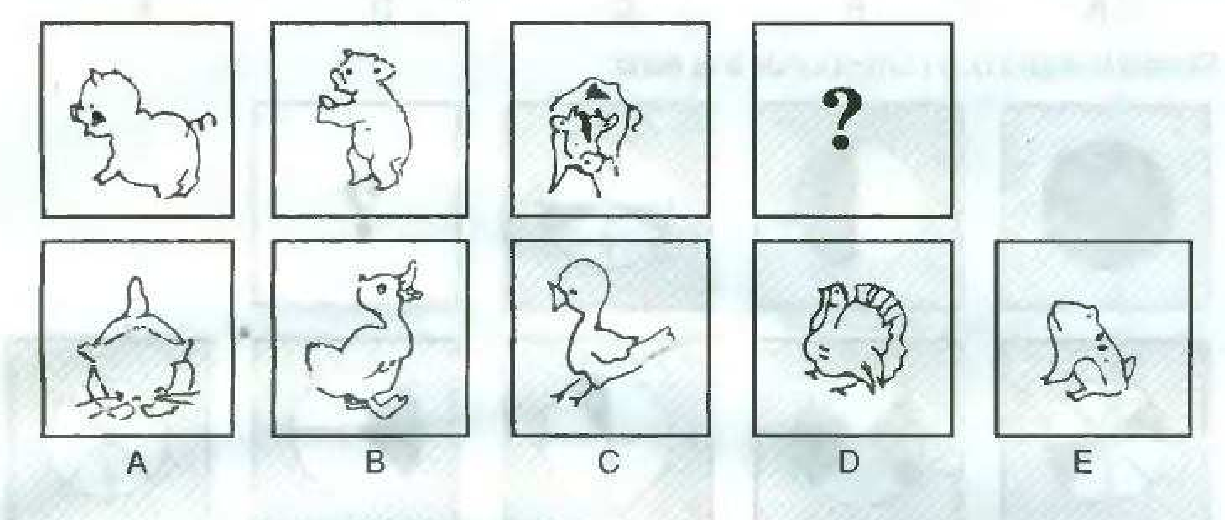
6. Señale la paragua que corresponde a la serie:



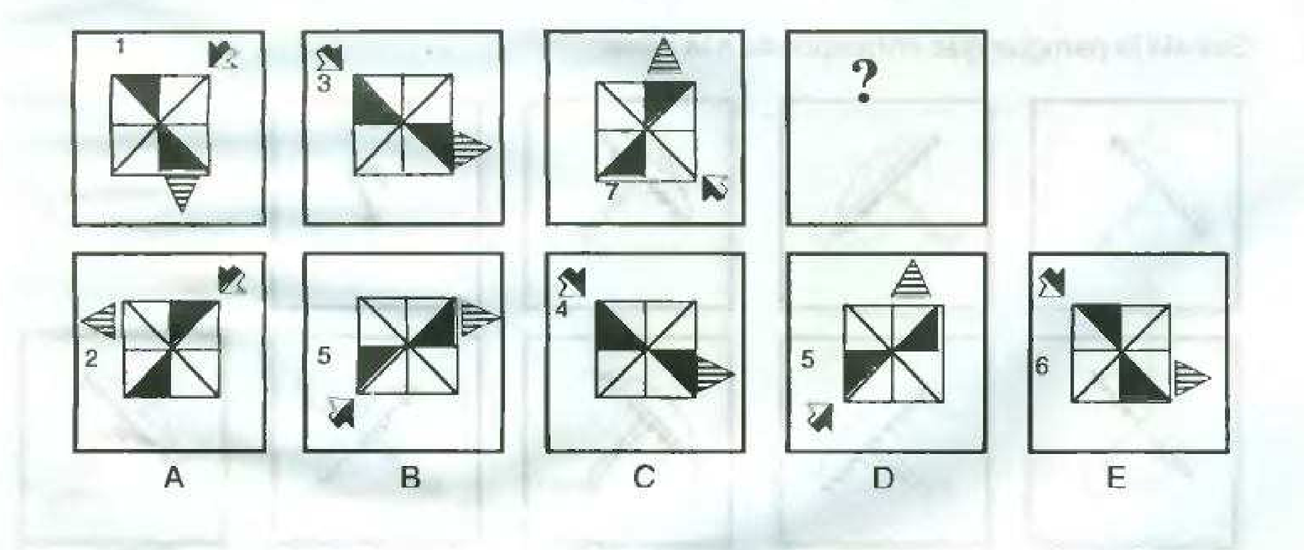
7. Señale la figura que sigue en la serie:



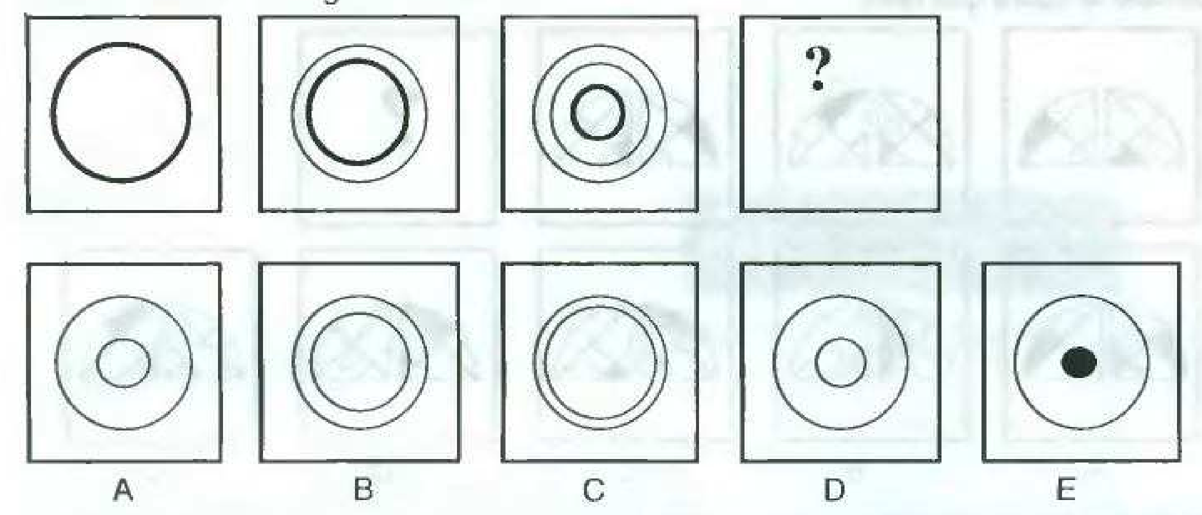
8. En la serie de animales cuál sigue:



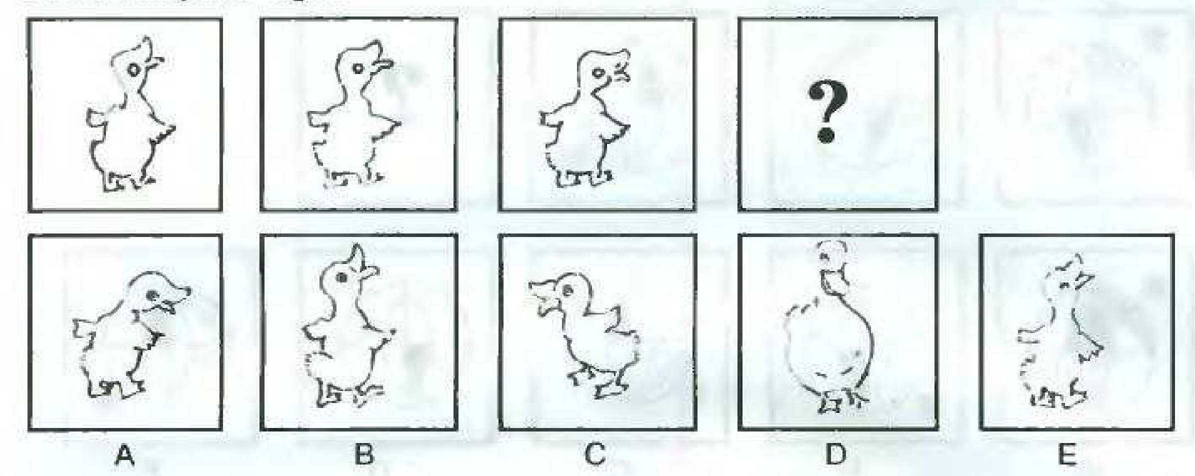
9. Cuál de las figuras sigue en la serie?



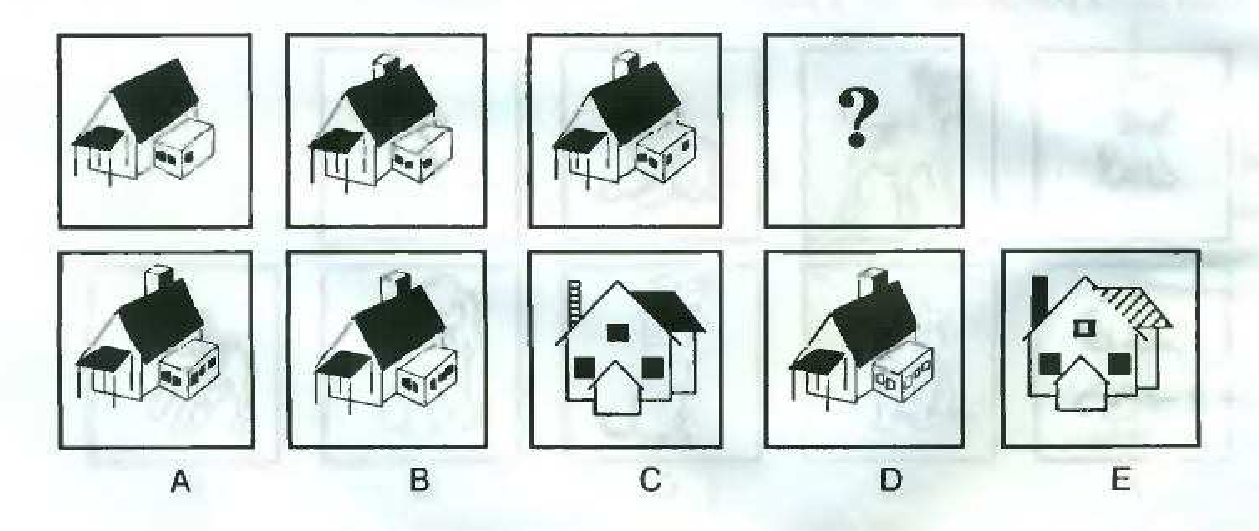
10. Cuál de los circulos sigue en la serie.



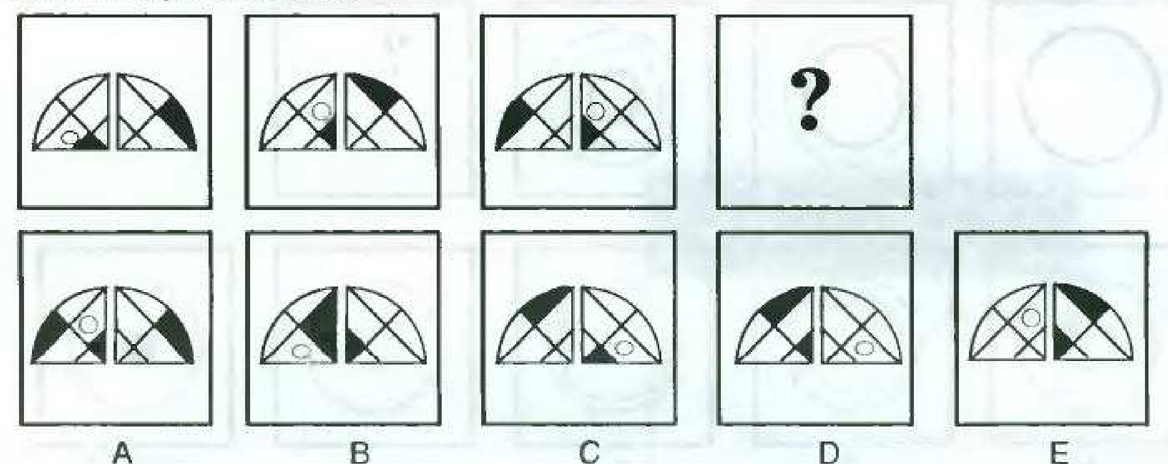
11. Cuál de los patos sigue.



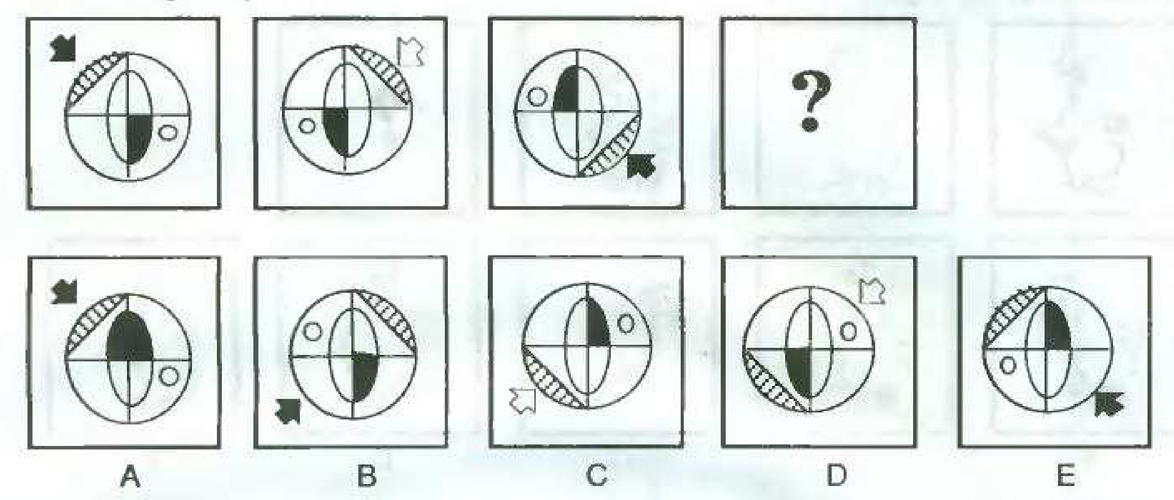
12. Señale la casa que corresponde a la serie.



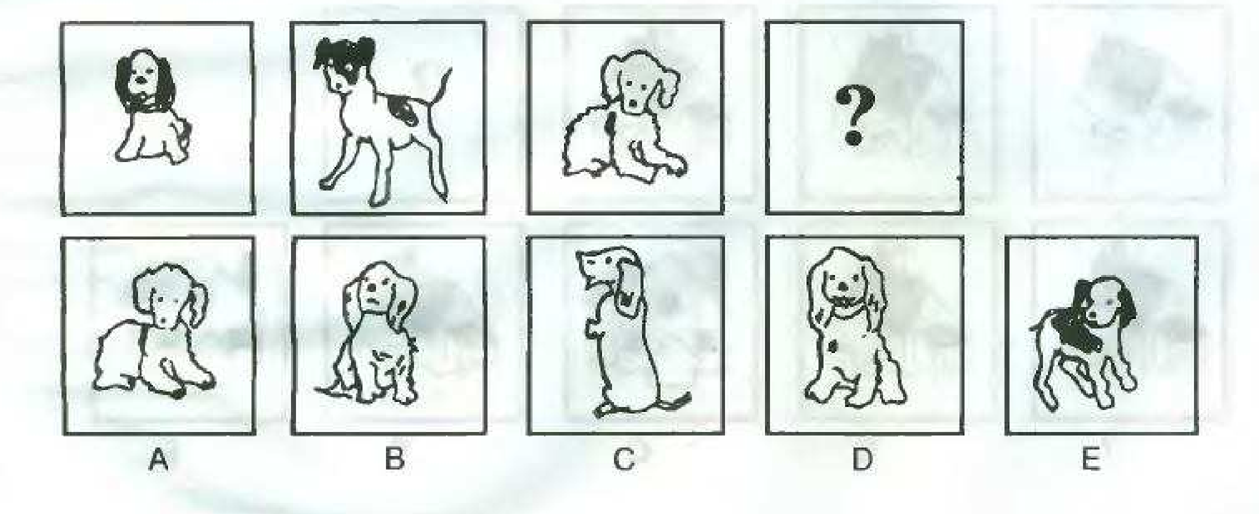
13. Señale la figura que falta.



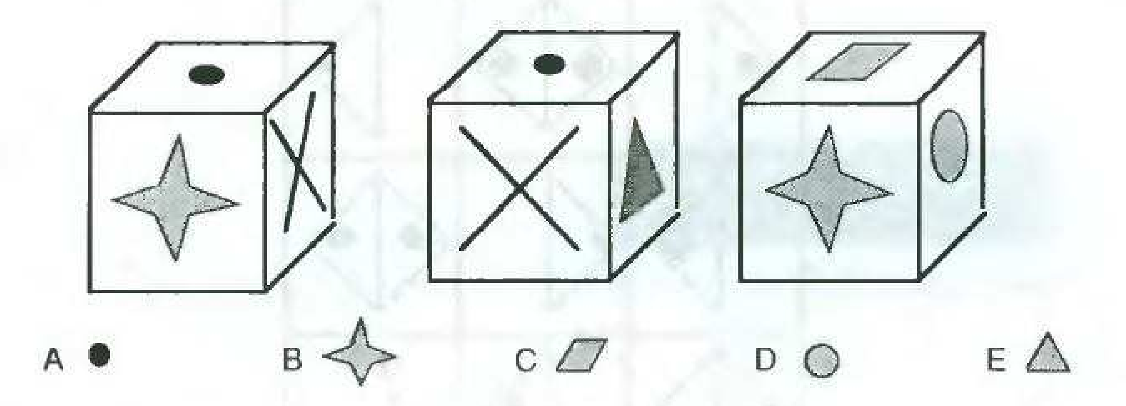
14. Señale la figura que falta.



15. Cuál de los perros sigue en la serie.

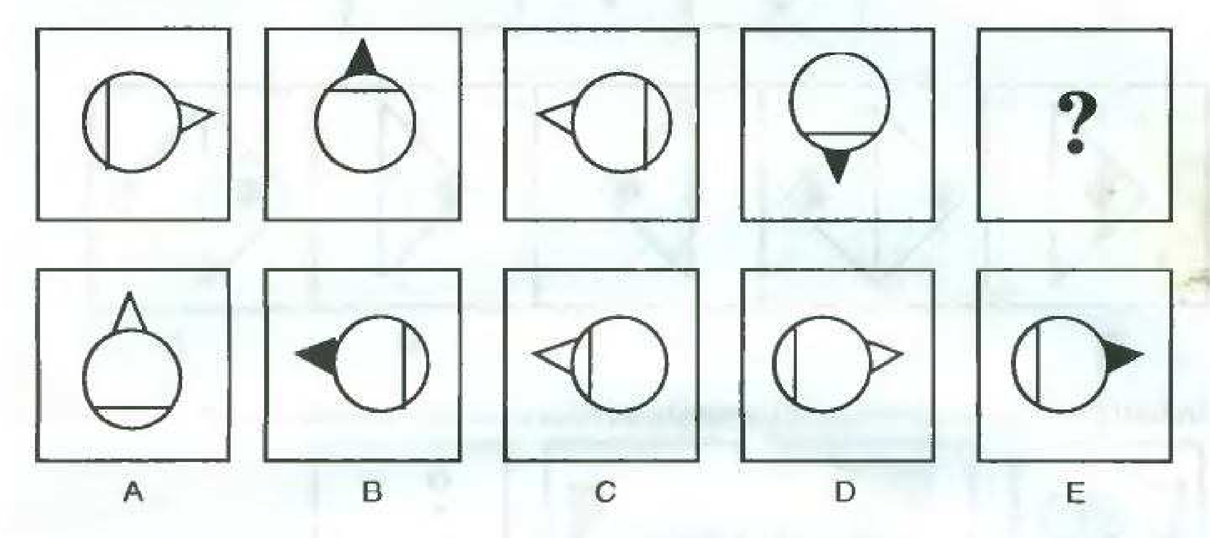


16. ¿Qué figura se opone a la "x"?

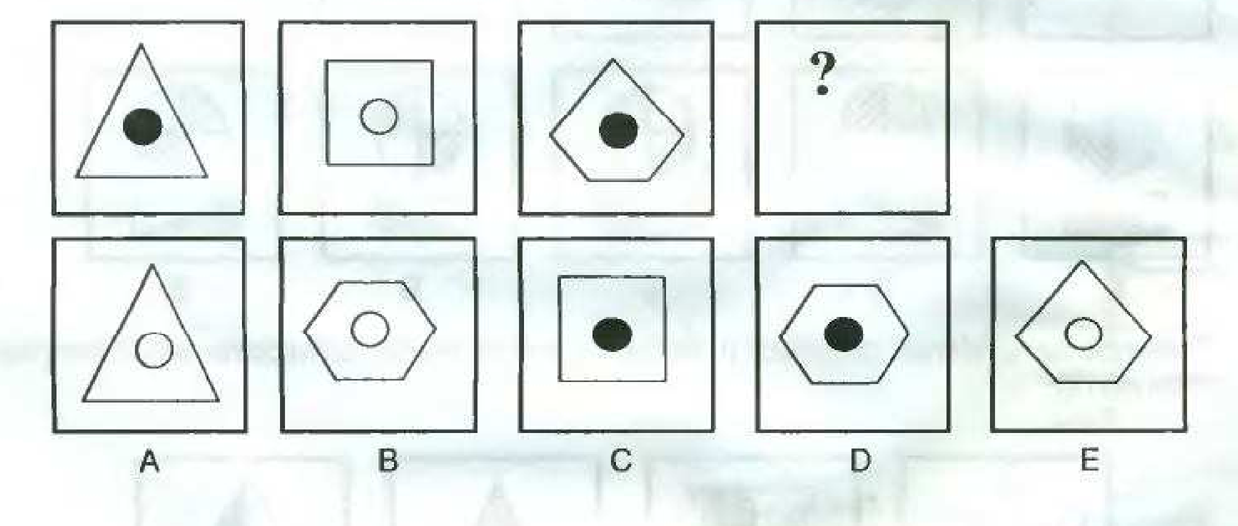


A B C D E

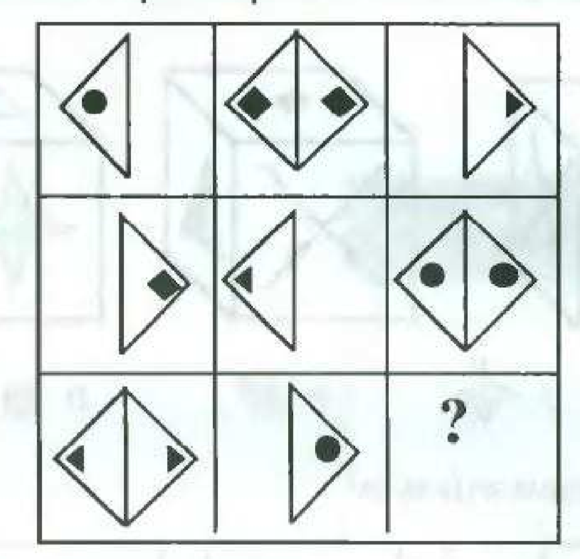
17. ¿Cuál de las figuras sigue en la serie:

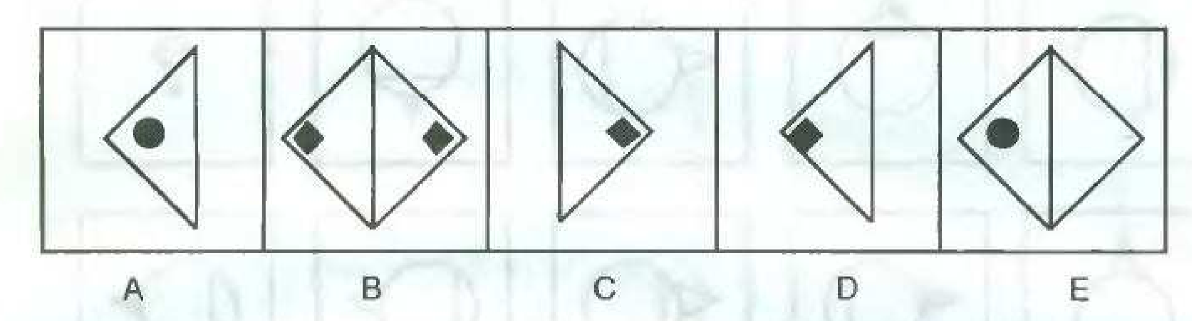


18. ¿Cuál de las figuras sigue en la serie:

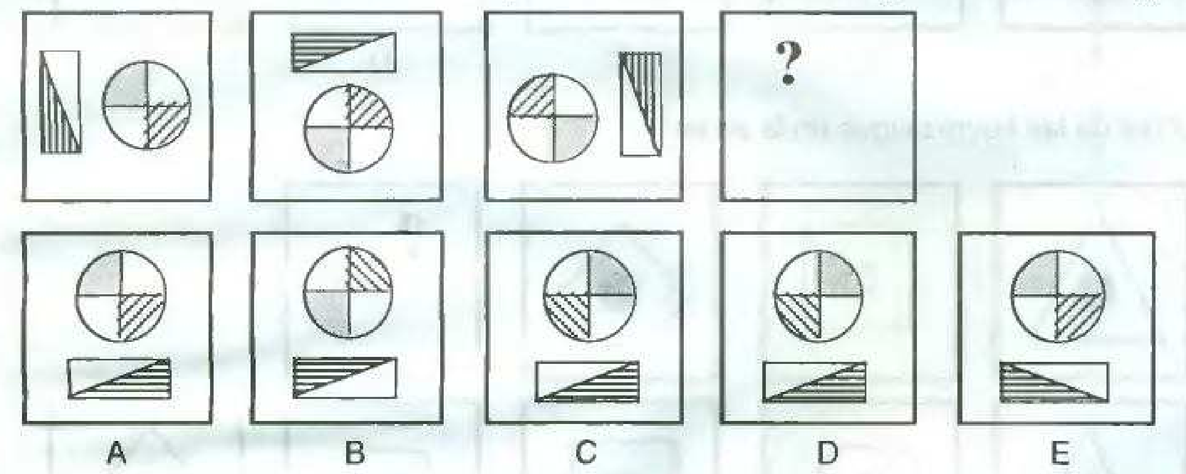


19. Indicar entre las alternativas la que completa correctamente la siguiente serie:

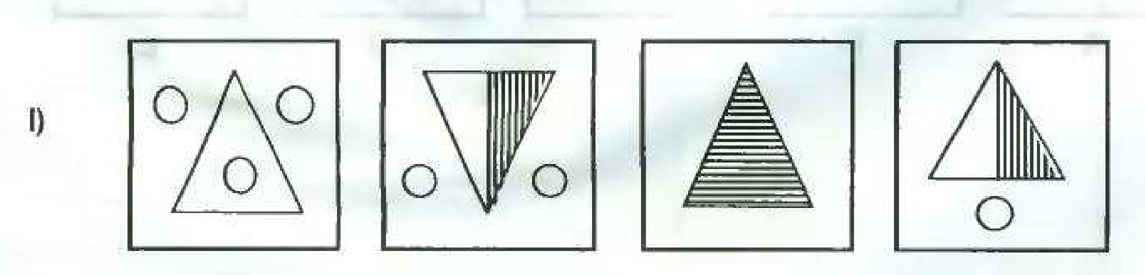




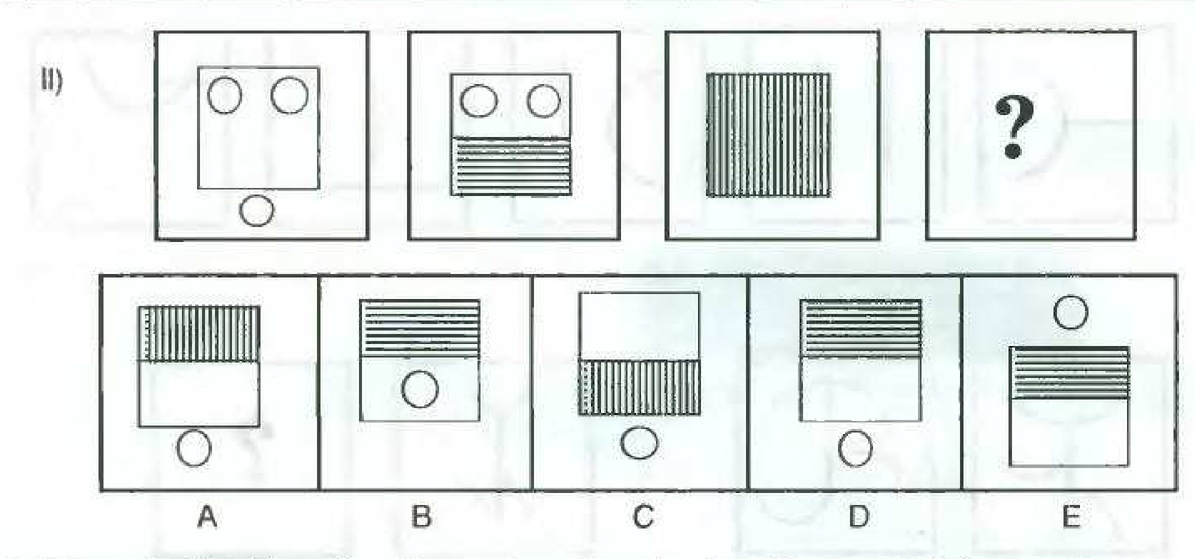
20. Indicar cuál de las alternativas completa adecuadamente la siguiente secuencia gráfica:



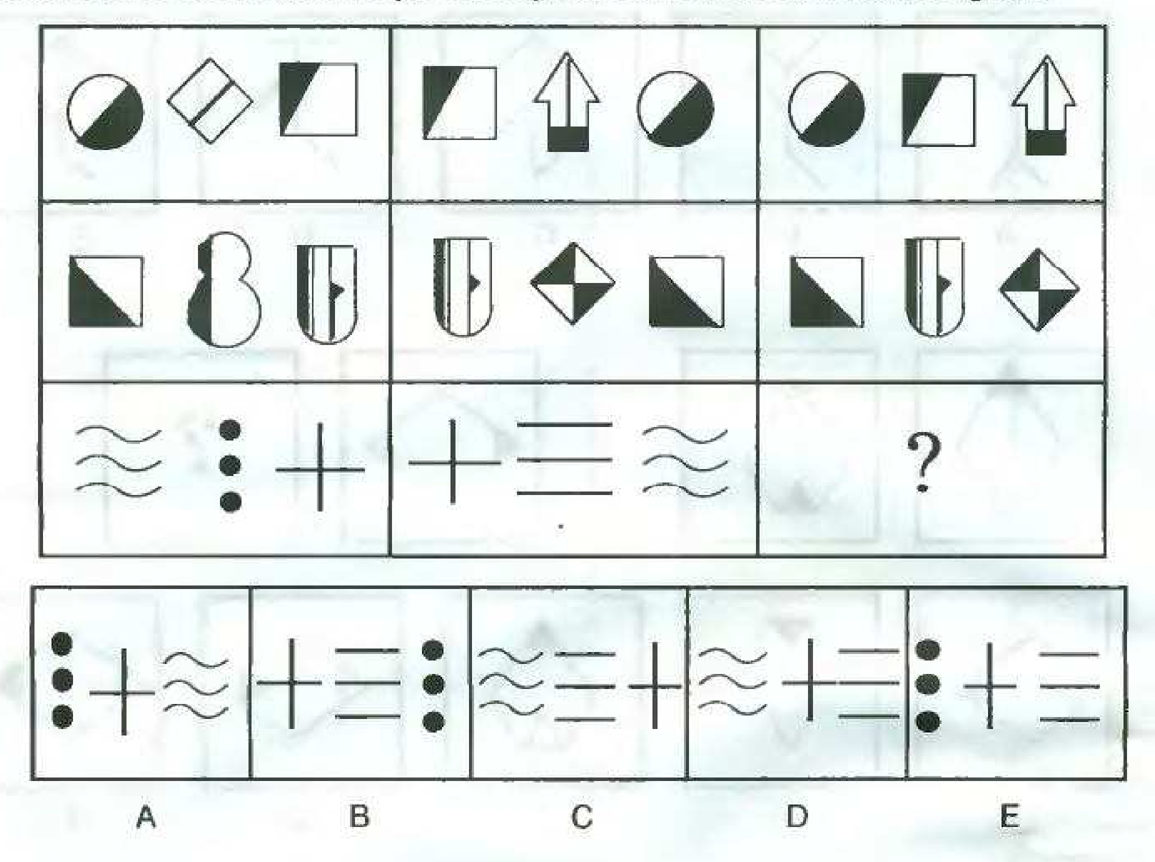
21. Tomando como referencia el grupo (I) de figuras, señale la alternativa correcta que completa el grupo (II):



II)

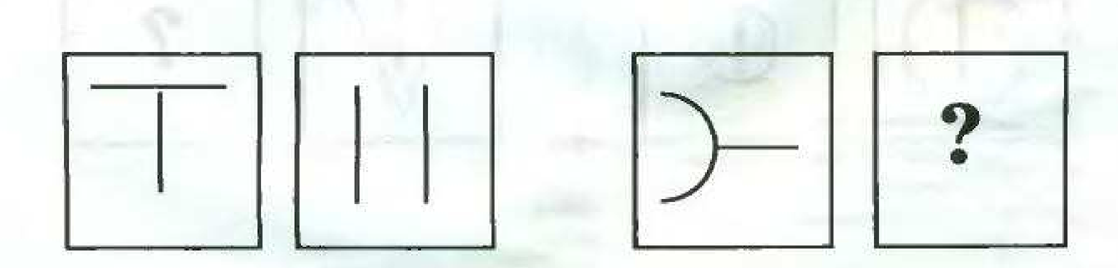


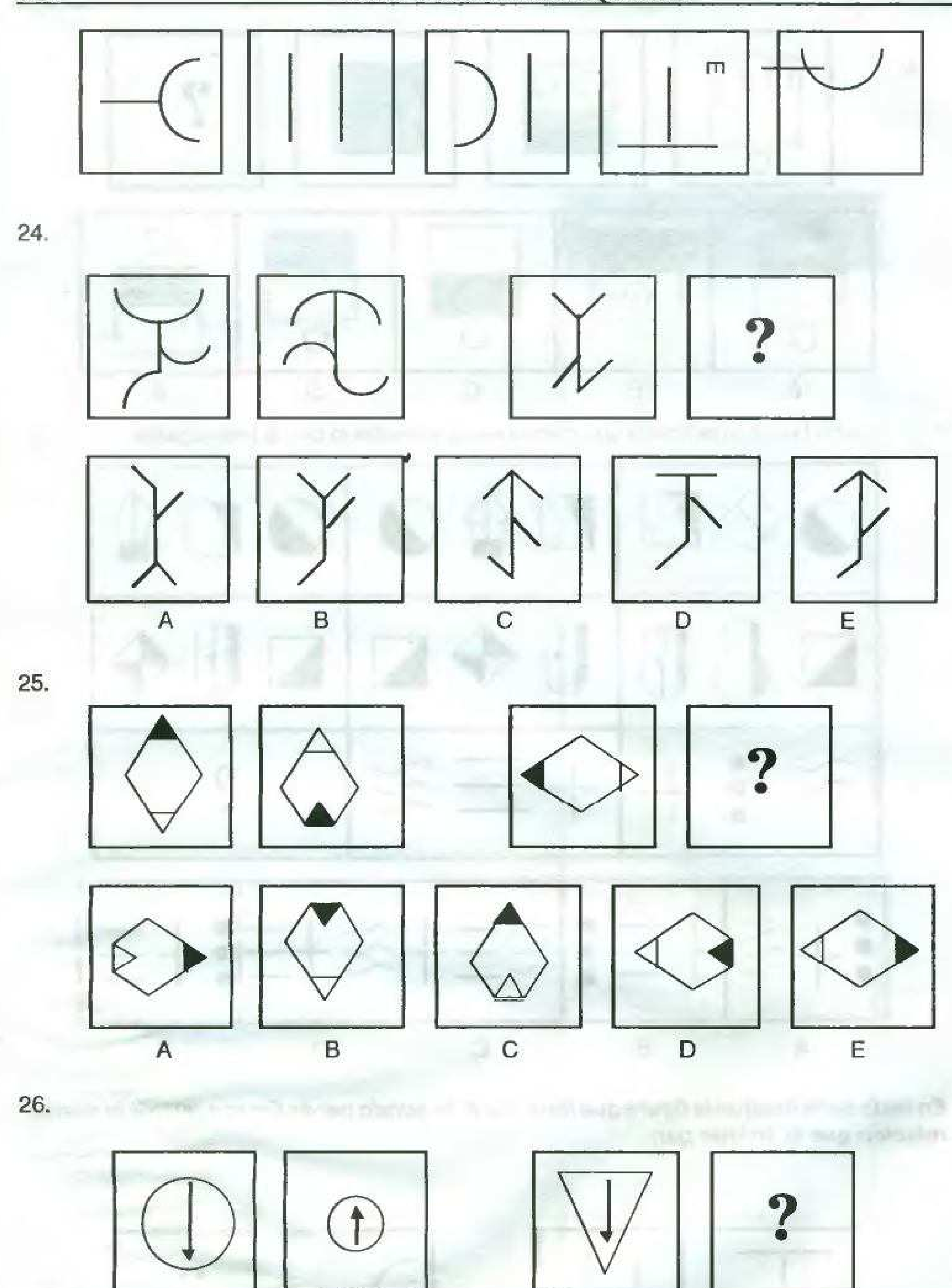
22. Indicar entre las alternativas la que corresponde al casillero con la interrogante.



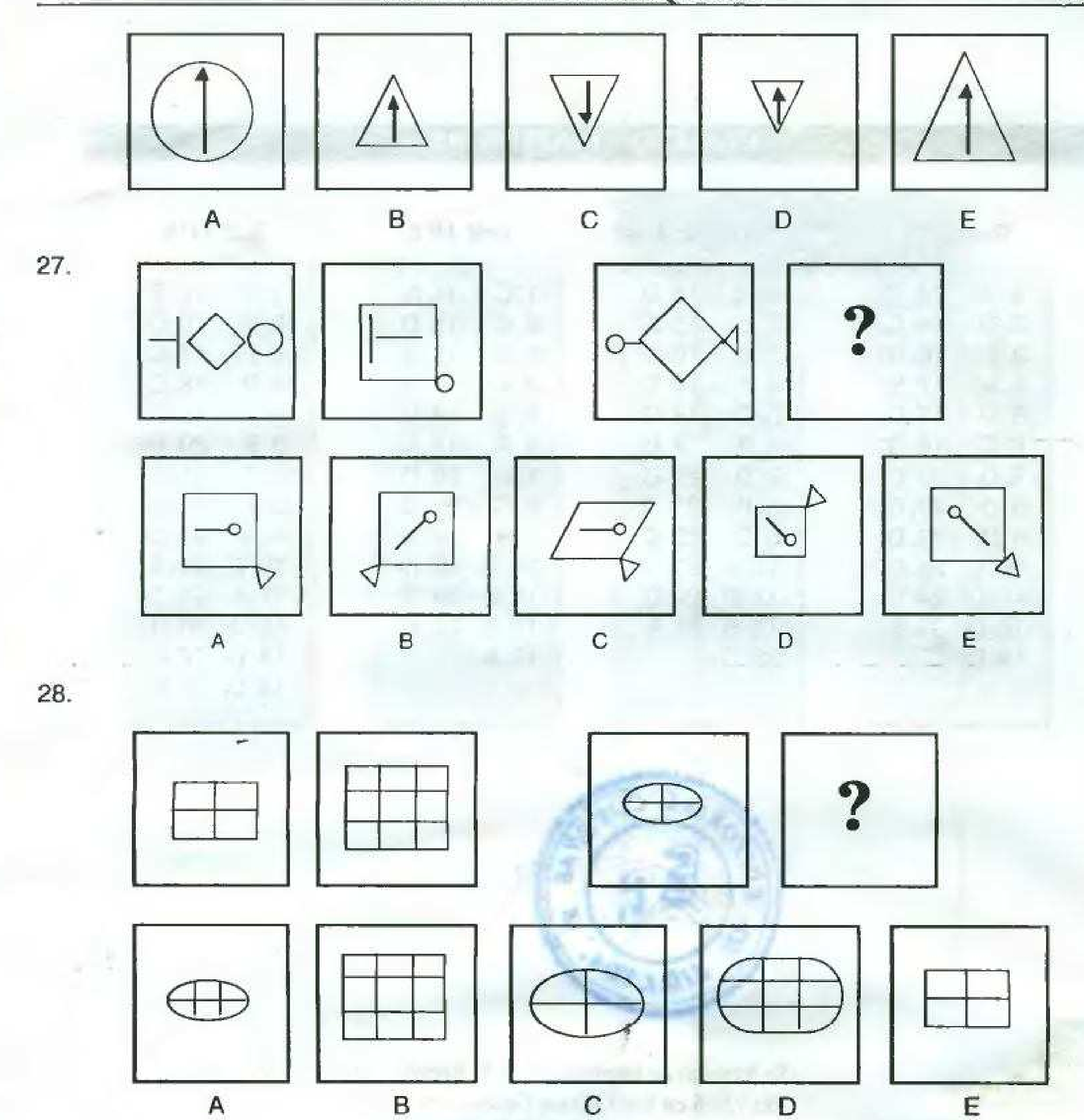
En cada serie busque la figura que hará que el segundo par de figuras guarde la misma relación que el primer par.

23.





24.
?
A
B
C
D
E
25.
?
A
B
C
D
E
26.
?


A
B
C
D
E
27.
?
A
B
C
D
E
28.
?
A
B
C
D
E

CLAVE DE RESPUESTAS

Test Nº 3		Test Nº 4		Test Nº 5		Test Nº 6	
1. C	14. B	1. C	14. D	1. C	14. A	1. B	15. E
2. D	15. C	2. E	15. E	2. C	15. D	2. B	16. D
3. A	16. D	3. E	16. E	3. D	16. B	3. E	17. D
4. A	17. E	4. A	17. C	4. A	17. A	4. B	18. B
5. D	18. C	5. C	18. B	5. D	18. B	5. C	19. D
6. C	19. D	6. B	19. B	6. A	19. C	6. B	20. D
7. D	20. D	7. D	20. C	7. A	20. D	7. D	21. B
8. C	21. B	8. B	21. C	8. C	21. B	8. A	22. D
9. D	22. D	9. D	22. C	9. B	22. C	9. B	23. C
10. D	23. C	10. E	23. B	10. D	23. D	10. E	24. E
11. C	24. B	11. D	24. C	11. E	24. D	11. A	25. D
12. D	25. E	12. B	25. A	12. B	25. C	12. B	26. B
13. D		13. C		13. A		13. C	27. A
						14. C	28. D

Se terminó de imprimir el 11de Enero
de 1,998 en los Talleres Gráficos de
"EDITORIAL COVEÑAS" E.I.R.Ltda.
R.U.C. 29534659
Jr. Las Verdolagas Nº 199
Urb. "Micaela Bastidas"
Los Olivos - Lima